Elementare Einführung

in den

Eisenbetonbau

Ein Lehrbuch nebst praktischen Anleitungen für Konstruktionen in Eisenbeton und deren Berechnung

Teil I

Herausgegeben von

Dr.-Ing. Riepert, Baurat

6. Auflage

1926

Zementverlag G. m. b. H.

Charlottenburg 2, Knesebeckstraße 30

Vorwort.

Die vorliegende sechste Auflage des I. Teiles der „Elementaren Einführung in den Eisenbetonbau" unterscheidet sich inhaltlich von der fünften Auflage wesentlich dadurch, daß eine durchgreifende Neugruppierung der Abschnitte vorgenommen wurde.

Neu aufgenommen sind im Abschnitt II die „Allgemeinen Bezeichnungen für die Berechnung und Zeichnung von Bauwerken" und im Abschnitt III „Der kontinuierliche Balken und seine Berechnung". Im Anhang befinden sich außer einer Formelzusammenstellung die „Tabellen für Berechnung von einfach und doppelt bewehrten Platten und Plattenbalken (Geyer)", eine „Tafel zur Berechnung außermittig belasteter Stützen (Ehlers)", „Tabellen zur Berechnung des Trägers auf mehreren Stützen" und „Die Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton (September 1925)".

Es soll noch hinzugefügt werden, daß sämtliche Abbildungen und Bezeichnungen der Formelgrößen sowie Berechnungsbeispiele den neuen Eisenbetonbestimmungen vom Jahre 1925 angepaßt sind.

Ergänzt wird der vorliegende Teil I der „Elementaren Einführung in den Eisenbetonbau" durch einen Teil II, der in Kürze in Neubearbeitung erscheinen wird und eine Reihe nach den neuesten Bestimmungen durchgerechneter praktischer Aufgaben des Eisenbetonbaues enthält.

Beide Teile des Lehrbuches sind als Leitfaden für Schule und Praxis gedacht, die dem studierenden und in der Praxis stehenden Techniker und Ingenieur die Wirkungsweise des Eisenbetonbaues erklärt und ihm die Berechnung und Konstruktion solcher Bauten ermöglicht und durch das aufgenommene Tabellenmaterial erleichtert.

Möge die vorliegende Auflage dieselbe freundliche Aufnahme finden wie die früheren!

Berlin-Charlottenburg, November 1926.

Der Herausgeber.

Inhalt.

Teil I.

I. Zement und Beton 7

II. Bezeichnungen für die Berechnung und Zeichnung von Bauwerken 32

a) Erlaß, betr. allgemeine Bezeichnungen für die baupolizeilichen Festigkeitsberechnungen und Zeichnungen (Verfügung vom 25. 2. 1925) 32

b) Die einheitlichen Bezeichnungen im Eisenbeton (nach den amtlichen Vorschriften vom September 1925) 37

III. Einführung in die statische Berechnung des Trägers mit gerader Stabachse 39

1. Die drei Gleichgewichtsbedingungen 39
2. Der Balken auf zwei Stützen 57
3. Der auskragende Balken und der Balken auf zwei Stützen mit einem oder zwei auskragenden Enden 86
4. Der eingespannte Balken 96
   a) mit einer Einzellast 96
   b) mit gleichförmig verteilter Last 98
5. Der kontinuierliche Balken und seine Berechnung 100

IV. Der einfach bewehrte rechteckige Querschnitt (Betonplatte und -balken) 123

1. Berechnungsweise 123
2. Entwurfsformeln 140

V. Der einfach bewehrte Plattenbalken 149

1. Berechnungsweise 149
2. Entwurfsformeln 156

VI. Die doppelte Bewehrung 168

VII. Schub- und Haftspannungen 175
1. Schubspannungen 175
2. Hauptspannungen 190
3. Berechnungen der Stababbiegungen und Bügel . . 199
4. Haftspannungen 205
5. Materialverteilung 208
VIII. Die mittig belastete Stütze 213
IX. Die außermittig belastete Stütze 224

Anhang.

Formelzusammenstellung und Tafeln.

I. Reine Biegung 232
II. Schub- und Haftspannungen 236
III. Säulen mit mittiger Last 237
IV. Säulen mit außermittiger Last 237
Va. Tabellen zur Berechnung von einfach bewehrten Platten und Balken 240
Vb. Tabellen zur Berechnung von doppelt bewehrten Platten und Balken (Geyer) 244
VI. Tafel zur Berechnung außermittig belasteter Stützen (Ehlers) 252
VII. Tabellen zur Berechnung eines Trägers auf mehreren Stützen 256
VIII. Rundeisentafeln 260
IX. Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton (September 1925) 262

I. Zement und Beton.

Geschichtliches

Bei den zu Anfang des vorigen Jahrhunderts in Frankreich und England angestellten Versuchen, einen unter Wasser erhärtenden Mörtel aus künstlich gemischtem Kalk und Tonmaterial herzustellen, glückte es dem englischen Maurermeister Josef Aspdin nach langjährigen Versuchen, durch Brennen einer ganz bestimmten Mischung von gelöschtem Kalk und Ton bei sehr hoher Temperatur einen hydraulischen Mörtel von ganz besonders guten Eigenschaften zu erzielen. Dies Erzeugnis nannte er „Portland-Zement", und zwar lediglich deshalb, weil es nach der Erhärtung dem in England beliebten Portland-Stone an Farbe und Härte ähnelte. Im Jahre 1824 erhielt er für sein Verfahren ein Patent.

Ende der 20er Jahre des vorigen Jahrhunderts entstanden dann die ersten Zementfabriken in England und in den 50er Jahren auch in Frankreich und in Deutschland, und zwar in Stettin, dann in Heidelberg und Amöneburg. Gefördert von rastloser wissenschaftlicher Arbeit, wurde die deutsche Zement-Industrie zur schnellen Blüte gebracht, so daß Deutschland in bezug auf Menge und Beschaffenheit der Jahresproduktion bald an der Spitze aller Länder stand und selbst England weit hinter sich ließ.

Während der Zement als Bindemittel zur Herstellung von Beton anfangs in erster Linie für Wasserbauten verwandt wurde, ist er, nachdem es gelungen war, Beton durch Einlegen von Eisen in höherem Maße widerstandsfähig zu machen, in den letzten Jahrzehnten zu einer ausgedehnten Verwendung in allen Kulturländern der Welt gelangt. Aus den kleinen Anfängen des Franzosen Lambot im Jahre 1855, der ein Boot aus armierten Eisenbetonplanken baute, das bis in die allerneueste Zeit im Gebrauch war, und des Pariser Gärtnereibesitzers Monier entsprossen, der bekanntlich im Jahre 1861 zur Herstellung größerer Pflanzenkübel Beton mit Drahteinlage verwandte, hat sich die Eisenbetonbauweise heute Anwendungsgebiete erobert, welche früher dem Holz-, Stein- und Eisenbau ausschließlich gehörten, und sich auf manchem derselben eine herrschende Stellung verschafft.

An die größere Oeffentlichkeit gebracht wurde die neue Bauweise zuerst in Frankreich auf der Pariser Weltausstellung im Jahre 1867, während sie in Deutschland erst viel später Eingang fand. So datieren z. B. die ersten deutschen Monier-Patente vom Jahre 1884. Drei Jahre später, im Jahre 1887, veröffentlichte der Ingenieur G. A. Wayss den ersten Bericht über Versuche größeren Stils mit Monierkonstruktionen, der genügend Aufmerksamkeit erregte, um der neuen Bauweise zunächst für beschränkte Zwecke langsamen Eingang bei Privatbauten und später auch bei öffentlichen Bauten zu verschaffen. Auf Grund der bei den Versuchen gewonnenen Ergebnisse lieferte Regierungsbaumeister Koenen Berechnungsweisen für die neuen Ausführungen, wodurch an die Stelle der bisherigen auf die Praxis sich stützenden Annahmen haltbare wissenschaftliche Auffassungen gesetzt wurden, deren Richtigkeit auch die zur Prüfung von Plänen und zur Ueberwachung von Neubauten berufene Polizeibehörde sich nicht entziehen konnte. Von Arbeiten deutscher Autoren auf diesem Gebiete ist dann noch derjenigen Bachs zu gedenken, der 1895 ausgedehnte Versuche über den Zusammenhang zwischen der Festigkeit und Elastizität von Beton anstellte, deren Ergebnisse die sichere Grundlage für Beton- und Eisenbetonausführungen lieferten.

Besondere Verdienste um die Entwicklung der Eisenbetonbauweise hat sich der Deutsche Betonverein erworben, der durch Hergabe von Geldmitteln ausgedehnte Versuche in den Materialprüfungsämtern ermöglichte. 1906 wurde auf Veranlassung des Deutschen Betonvereins gemeinsam mit anderen wissenschaftlichen Vereinen und Behörden der Deutsche Ausschuß für Eisenbeton gebildet, der planmäßig weitere Versuche durchführte und damit den Grund legte für die 1910 eingeführten „Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton“.

Mit der fortschreitenden Erkenntnis der neuen Bauweise und der Verbesserung der verwendeten Baustoffe, besonders des Zements, waren in diesen Bestimmungen mehrere Aenderungen erforderlich. Konnte man einerseits die zulässigen Spannungen hinaufsetzen, so ergab sich andererseits auch die Notwendigkeit, dem durch zahlreiche Versuche erkannten Spannungsverlauf sich besser anzupassen. Besonders die Schubspannungen waren zunächst nicht genügend berücksichtigt. Auch die Vorschriften über Mischungsverhältnisse sowie die Wahl der äußeren Kräfte erwiesen sich als unzureichend. Die im Jahre 1916 und letzthin im Jahre 1925 herausgegebenen „Vorschriften für Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton" berücksichtigen den neuen Stand der Erkenntnis.

Beton

Unter Beton versteht man ein Gemisch aus Zement, Sand und Kies oder Schotter, das unter Wasserzusatz innig gemengt und dann gestampft oder gegossen wird.

Je größer die Menge an Zuschlagstoffen zum Zement, um so magerer ist die Mischung und um so geringer im allgemeinen die Festigkeit des Betons. Das Verhältnis von 1 Teil Zement zu einem Vielfachen dieser Einheit an Zuschlagstoffen bezeichnet man als Mischungsverhältnis, z. B. 1 : 2 : 4, d. h. 1 Teil Zement, 2 Teile Sand und 4 Teile Kies oder Schotter oder 1 : 5, d. h. 1 Teil Zement auf 5 Teile Kiessand. Die Teile sind in der Praxis meist Raumteile; vielfach wird der Zement auch in Gewichtsteilen (kg) angegeben. Zur Umrechnung von Gewichtsteilen in Raumteile wird das Kubikmeter Zement meist zu rd. 1400 kg angenommen. Das Mischungsverhältnis des Betons wird verschieden gewählt, je nach dem Zweck, dem der herzustellende Bauteil dienen soll. Hat dieser eine größere Beanspruchung auszuhalten, so nimmt man fette Mischungen, d. h. weniger Zuschlagstoffe zum Zement. Wird aber nur geringe Festigkeit verlangt, so genügen magere Mischungen, d. h. verhältnismäßig wenig Zement und viel Zuschlagstoffe.

Wichtig für die Dichtigkeit und Festigkeit des Betons ist die Korngröße des Zuschlagmaterials. Der Sand soll möglichst alle Korngrößen bis zu 7 mm Durchmesser enthalten. Ebenso darf das Korn des Kieses bzw. des Schotters nicht gleichmäßig, sondern muß möglichst verschieden sein, damit möglichst wenig Hohlräume im Beton entstehen, jedoch sollen die größten Stücke tunlichst 6—7 mm Durchmesser nicht überschreiten. Nur bei großen Betonmassen geht man auch wohl über dieses Maß hinaus. Diejenige Mischung, bei der alle Hohlräume zwischen dem Schotter und den Kieseln mit Sand und alle Hohlräume zwischen den Sandkörnchen mit Zement ausgefüllt sind, wäre als Idealmischung zu bezeichnen. Sie ist in der Praxis kaum zu erreichen, da zwei gleiche Mengen Schotter oder Sand ja nie die gleichen Hohlräume aufweisen. Man muß sich deshalb nach der Erfahrung richten und nimmt in zweifelhaften Fällen lieber etwas mehr Sand und Zement. Unter normalen Verhältnissen, d. h. bei gemischtkörnigem Zuschlag wird man bei Stampfbeton dann das Richtige treffen, wenn die Kies- oder Schottermenge ungefähr doppelt so groß ist wie die Sandmenge.

Zement Für die Herstellung von Eisenbeton kommen in Betracht: Portland-Zement, Eisenportlandzement, Hochofenzement und die hochwertigen Zemente.

Portland-Zement ist ein hydraulisches Bindemittel, das dadurch hergestellt wird, daß man eine innige Mischung von Kalk und Ton oder anderen Rohstoffen, welche Kalk, Kieselsäure, Tonerde und Eisenoxyd enthalten, bis zur Sinterung, d. h. bis zur beginnenden Schmelze, brennt und dann fein mahlt. Die Mischung muß in einem ganz bestimmten, durch langjährige Erfahrung gefundenen Verhältnis erfolgen, wenn der Zement die bekannten guten Eigenschaften haben soll. Nicht zu verwechseln sind hiermit die Natur-Zemente, die ohne künstliche Mischung aus Kalkstein erbrannt werden. Auch bei ihnen kann es vorkommen, daß der verwandte Kalkstein die günstige Zusammensetzung des künstlichen Portland-Zementes hat. Im allgemeinen ist das aber nicht der Fall, da die Zusammensetzung des Kalksteins wechselt.

Eisenportlandzement ist ein hydraulisches, selbständig erhärtendes Bindemittel, das mindestens zu 70 v. H. aus Portland-Zement und zu höchstens 30 v. H. aus feingemahlener, ihrer Beschaffenheit und Zusammensetzung nach zu diesem Zweck geeigneter basischer granulierter Hochofenschlacke besteht. Um eine innige Mischung beider Stoffe herbeizuführen, wird der Portlandzementklinker mit der Hochofenschlacke gemeinsam vermahlen.

Bezüglich der chemischen Zusammensetzung ist zu bemerken, daß Eisenportlandzement in der Regel durchschnittlich etwas weniger Kalk, aber etwas mehr Kieselsäure enthält als Portlandzement.

Hochofenzement ist ein selbständig erhärtendes hydraulisches Bindemittel, das zum weitaus überwiegenden Teile aus feingemahlener, basischer Hochofenschlacke besteht, der ein geringer Anteil normengemäßen Portlandzements in inniger Mischung beigefügt ist. Die Größe des zuzusetzenden Anteils Portlandzement hängt von der physikalischen Beschaffenheit und der chemischen Zusammensetzung der jeweils verwendeten Hochofenschlacke ab. Nach den Normen muß der Klinkerzusatz mindestens 15 Prozent betragen. Nach seiner Zusammensetzung ist Hochofenzement noch kalkärmer als Eisenportlandzement und besonders Portlandzement.

Laut ministerieller Verfügung sind Eisenportlandzement und Hochofenzement dem Portlandzement als völlig gleichwertig zu erachten, sofern sie den Normen für Eisenportlandzement bzw. Hochofenzement entsprechen, die in den wesentlichen Punkten mit den Normen für Portlandzement übereinstimmen. Für Eisenbetonbauten sind demnach auch Eisenportlandzement und Hochofenzement als Baustoffe zugelassen.

Hochwertige Zemente entsprechen der Zusammensetzung nach den Normen, weisen aber eine ungewöhnlich schnelle Anfangserhärtung und eine sehr große Festigkeit nach 28 Tagen auf.

Vorgeschrieben ist:

nach 3 Tagen 25 kg/cm² Zug, 250 kg/cm² Druck
nach 28 Tagen 35 kg/cm² Zug, 450 kg/cm² Druck

Die Bindezeit ist normal.

Vorzüge sind: abgekürzte Schalungsfristen, somit kurze Bauzeit und Geldersparnis trotz höheren Preises, bei Betonwarenherstellung, Fortfall umfangreicher Lagerhaltung.

Jeder der Zemente soll mindestens den Bedingungen der von den einzelnen Fachvereinen aufgestellten Normen für die Lieferung und Prüfung von Zement entsprechen (Zementkalender). Diese regeln u. a. in gewissen Grenzen die Zusammensetzung und Herstellung der Zemente. Sie geben Vorschriften über die Bindezeit, Raumbeständigkeit, Mahlfeinheit und Mindestfestigkeit und die Art der Verpackung. Da für die Praxis die Bindezeit und die Raumbeständigkeit hauptsächlich von Bedeutung sind, so soll hierauf etwas näher eingegangen werden.

Das mit Abbinden des Zements bezeichnete Erstarren tritt ein, wenn man ihn mit Wasser zu einem steifen Brei anrührt. Es ist von größter Wichtigkeit, den Beginn dieser ersten Reaktionsstufe des Zements zu wissen. Denn da der Zement bzw. Mörtel oder Beton während des Abbindens durch Mischen, Stampfen usw. nicht gestört werden darf, um seine Festigkeit nicht herabzumindern, so muß die ganze Verarbeitung möglichst vor dem Einsetzen des Bindeprozesses beendet sein. Beginn des Abbindens und Bindezeit sind aber ganz verschieden. Während bei einigen Zementen die Reaktion sehr bald nach dem Anmachen beginnt, und teils sehr schnell, teils aber auch nach ziemlich langer Zeit beendet ist, bleiben manche Zemente oft stundenlang anscheinend ganz indifferent, um dann plötzlich in den Abbindeprozeß einzutreten und ihn verhältnismäßig rasch zu Ende zu führen. Letztere sind für den Verbraucher besonders vorteilhaft, weil ihm für die Verarbeitung ein längerer Spielraum zur Verfügung steht. Andererseits weisen Zemente mit langsam verlaufender Erhärtung oft eine höhere Festigkeit auf.

Beginn sowohl wie Ende des Abbindens werden durch mancherlei äußere Umstände beeinflußt. So wirken Wärme der Luft und des Anmachewassers beschleunigend, Kälte verlangsamend auf die Bindezeit. Es ist deshalb auch falsch, den Zement und die Zuschlagstoffe, wie man das leider sehr viel beobachten kann, in der grellen Sonnenhitze liegen zu lassen und sie vollkommen durchwärmt zu verwenden. Rasches Abbinden und geringe Festigkeit des Mörtels oder Betons, über deren Ursache man sich dann vollkommen unklar ist, sind die Folgen.

Man unterscheidet im allgemeinen zwei Arten von Zement, den Normalbinder, der für alle Betonarbeiten fast ausschließlich in Frage kommt, und den Schnellbinder. Bei ersterem darf der Beginn des Abbindens nicht vor Ablauf einer Stunde eintreten, tritt aber gewöhnlich erst viel später, nach 3 bis 4 Stunden, höchstens aber nach 6 Stunden ein. Man hat es jedoch in der Hand, für besondere Arbeiten, wie z. B. die Herstellung von Betonwaren, Röhren, Stufen usw., besonders langsam bindenden Zement, bei dem das Abbinden selbst bis 12 Stunden dauern kann, herzustellen und zu verwenden, ebenso natürlich auch besonders rasch bindenden Zement, mit einer Bindezeit bis zu 5 Minuten, der in manchen Fällen, z. B. bei Quellenstopfung, Dichtungsarbeiten usw. wohl am Platze sein kann. Stets aber muß der Unternehmer, wenn er sich vor Mißerfolgen schützen will, den Beginn des Bindeprozesses des von ihm benutzten Zementes unbedingt wissen, und wenn er darüber im Zweifel ist, sich durch Prüfung davon überzeugen.

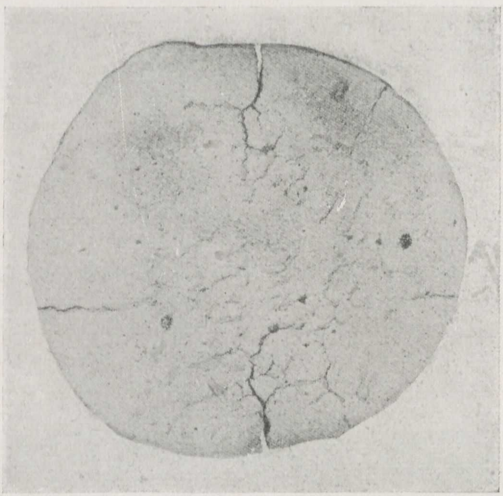


Abb. 1. Treibrisse an einem Zementkuchen (Gips-Treiben).

Die genaue Prüfung geschieht mit dem Vicat'schen Nadelapparat und soll hier nicht besprochen werden. Für die Baustelle genügt es, wenn man 100 g Zement mit 30 Prozent Wasser zu einem steifen Brei 1 Minute lang anrührt, den man auf einer Glasplatte durch mehrmaliges Aufstoßen zu einem etwa 1 cm dicken, nach dem Rande dünn auslaufenden Kuchen sich ausbreiten läßt, und dann mit dem Fingernagel die beginnende Erstarrung prüft. Außer dem fühlbaren Festwerden ist auch noch das matte und stumpfe Aussehen des anfangs glänzenden Kuchens ein Zeichen für den Beginn des Bindeprozesses. Diese Probe ist einfach und müßte von jedem geübten Betonarbeiter mit Sicherheit vorgenommen werden können. Nur darf die Probe nicht auf einem Mauerstein gemacht

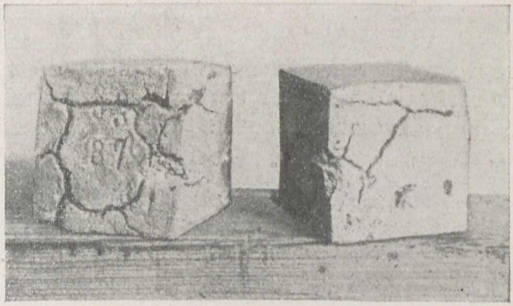


Abb. 2. Treibrisse an einem Probewürfel.

werden, wie das bei Polieren vielfach üblich ist, weil durch den trockenen Stein dem Zement Wasser entzogen wird. Wenn man keine Glasplatte zur Hand hat, soll man einen Spaten oder eine Maurerkelle nehmen, jedenfalls eine Unterlage, die das Wasser nicht abzieht. Schnell bindender Zement kommt übrigens nur für wenige Arbeiten in Betracht und erfordert in seiner Verarbeitung eine ganz

Abb. 3. Verkrümmung infolge Treibens.

besondere Sorgfalt und Uebung. Bei nicht genügender Schulung der Arbeiter wird er leicht überrührt und bindet überhaupt nicht mehr ab.

Zementmörtel oder Beton muß sofort verarbeitet werden und darf unter keinen Umständen über längere Pausen oder gar über Nacht stehen bleiben, um dann bei der Aufnahme der Arbeit unter Wasserzusatz wieder auf-

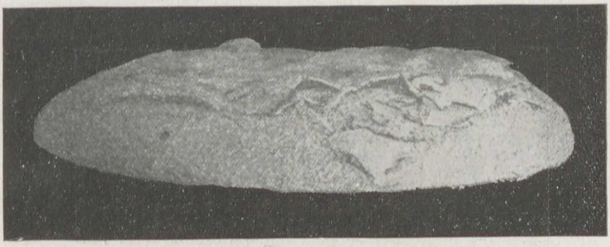


Abb. 4. Abblätterung infolge Treibens.

gerührt zu werden. Die Verwendung eines solchen Mörtels bildet stets eine Gefahr für das Bauwerk und war oftmals die Ursache eines Bauunfalls.

Die gleiche Bedeutung für die Praxis wie das Abbinden hat auch die Raumbeständigkeit eines Portlandzementes. Ist ein Zement nicht raum- oder volumbeständig, d. h. bewahrt er die beim Abbinden einmal angenommene Form bei der späteren Erhärtung nicht, so nennt man ihn einen „Treiber". Die Erscheinungen, die die mit „Treiben" bezeichnete Volumenvergrößerung mit sich bringt, bestehen im Auftreten von mehr oder weniger klaffenden Rissen, die bei einem Probekuchen besonders am Rande als Kantenrisse auftreten (Abb. 1 und 2) in Verwerfungen und Verkrümmungen (Abb. 3), in Abblätterungen (Abb. 4), oft sogar in vollständigem Zerbröckeln und Auseinanderfallen des Körpers.

Nicht zu verwechseln mit diesen erst nach dem Abbinden auftretenden Treiberscheinungen sind die sogenannten Schwindrisse, die sich zuweilen schon während des Abbindens zeigen und von unsachgemäßer Behandlung herrühren, mit einer direkt schädlichen Volumenänderung jedoch nichts zu tun haben. Sie entstehen durch zu schnelles Abbinden und Austrocknen der äußeren Schichten bei Einwirkung von Zugluft oder Sonnenbestrahlung; die hierdurch bedingten inneren Spannungen lösen sich in Gestalt von Rissen aus, die meist zentral oder spiralförmig, oft in sich zurücklaufend auftreten. (Abb. 5.) Derartige Risse wirken nur dann schädlich, wenn sich in ihnen Wasser festsetzen kann, das unter der ausdehnenden Wirkung des Frostes den sonst festen Mörtel oder Beton auseinandersprengt.

Abb. 5. Schwindrisse.

Besonders häufig sind Schwinderscheinungen bei sehr dünnen und sehr fetten Mörtelschichten, also besonders bei Putzarbeiten, die man aber leicht dadurch verhindern kann, daß man stets reichlichen Sandzusatz nimmt, und auch für die feinsten Mischungen den Zementzusatz nie größer nimmt als die Sandmenge, und daß man ferner Bauteile, welche der Zugluft oder der Sonnenbestrahlung besonders ausgesetzt sind, durch Bedecken oder Feuchthalten schützt.

Schwindrisse haben, wie schon gesagt, mit dem Treiben nichts zu tun. Die Ursachen des Treiben eines Zementes, das sowohl an der Luft als auch im Wasser erfolgen kann, sind fast immer auf eine mangelhafte Aufbereitung zurückzuführen, jedoch ist die Fabrikation in allen deutschen Fabriken derart auf der Höhe, daß treibender Zement nur durch einen unglücklichen Zufall fabriziert werden kann.

Als einzig zuverlässige und maßgebende Prüfung auf Abbinden und Raumbeständigkeit gilt die Normenprobe, d. h. ein auf einer Glasplatte hergestellter und vor Aus=trocknung geschützter Kuchen aus reinem Zement darf, nach 24 Stunden unter Wasser gelegt, auch nach längerer

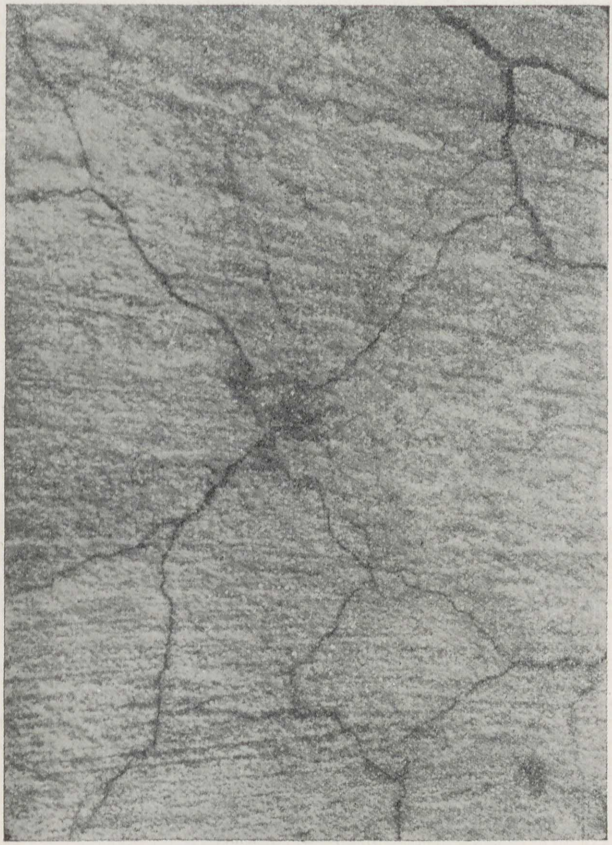


Abb. 6. Treibrisse an einer Betonmauer, hervor=gerufen durch ungeeignetes Zuschlagmaterial.

Beobachtungszeit keine Verkrümmungen oder Kanten=risse zeigen. Nach den „Einheitlichen allgemeinen Liefe=rungsbedingungen des Deutschen Zement=Bundes" wird jedoch die beschleunigte Raumbeständigkeitsprobe (Koch=

probe) als maßgebend für Mängelrügen anerkannt, d. h. ein auf einer Glasplatte hergestellter und vor Austrocknung geschützter Kuchen wird nach 24 Stunden in einen Topf mit kaltem Wasser gelegt, das in 10 bis 15 Minuten zum Sieden erhitzt wird; nach zweistündigem Kochen darf der Kuchen weder klaffende Risse zeigen, noch zermürben oder zerfallen. Ein Zement, der die Kochprobe nicht besteht, braucht deshalb aber nicht fehlerhaft oder in der Praxis unverwendbar zu sein.

Im Anschluß hieran ist es angebracht, darauf hinzuweisen, daß Treiberscheinungen an Betonkörpern meist nicht von Zement herrühren. Im Gegenteil sind es viel häufiger die Zuschlagstoffe oder schlechtes Wasser, teilweise auch mit dem Beton in Berührung kommende Flüssigkeiten oder Gase, vor allem Schwefelverbindungen, die den im Beton verarbeiteten Zement zum Treiben bringen.

So zeigt Abb. 6 Treibrisse an einer Betonmauer und Abb. 7 solche an einem Zementmauerstein, die durch den Zuschlagstoff, in diesen Fällen Kohlenasche mit vielen unverbrannten Kohlenteilchen, hervorgerufen wurden. In Abb. 8 ist ein Formstück dargestellt, dessen teilweise Zerstörung ebenfalls nicht vom Treiben des Zementes, sondern von schlechter Arbeit herrührt. Die an dem abgeblätterten Teil des Formstücks deutlich sichtbaren Abdrücke des Stampfers zeigen, daß die Arbeit längere Zeit unterbrochen worden ist und die Notwendigkeit des Aufrauhens vor dem Weiterbetonieren außer Acht gelassen wurde.

Abb. 7. Treibrisse an einem Zementmauerstein, hervorgerufen durch ungeeignetes Zuschlagmaterial.

Der zur Verwendung kommende **S a n d** soll rein, scharf und frei von lehmigen, tonigen oder organischen Bestandteilen sein. Zu feiner Sand ist nicht zu empfehlen. Ist er nicht rein, so muß er gewaschen werden. Ein geringer Prozentsatz an fein verteiltem Lehm oder Ton ist übrigens nicht schädlich, sofern er nicht an den einzelnen Sandkörpern fest anhaftet. Außer Sand kommt als Zuschlag in Frage K i e s u n d S t e i n s c h l a g (Schotter) von solchen Gesteinen, die mindestens die gleiche Festigkeit besitzen wie Zement nach seiner Erhärtung, und die nicht **Zuschlagstoffe**

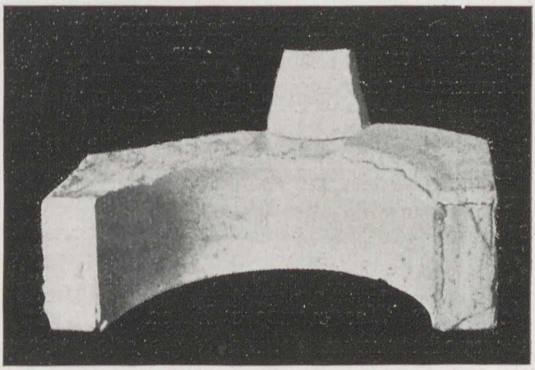


Abb. 8. Risse an einem Betonformstück infolge schlechter Arbeit.

verwittern, also z. B. Kleinschlag von Granit, Basalt, Grauwacke, hartem Kalkstein usw. Zu Beton, der mehr als Füllung dient und keine große Festigkeit zu haben braucht, werden auch vielfach Bimssand, Hochofenschlacke, Kohlenschlacken, Ziegelbrocken usw. verwandt, jedoch ist bei Verwendung von Schlacken Vorsicht am Platz, da sich in ihnen je nach ihrer Herkunft verschiedene oft sehr schädliche Bestandteile, vor allem Schwefelverbindungen befinden können. Da wie erwähnt die letztgenannten Zuschläge nur einen sehr wenig widerstandsfähigen Beton ergeben, so kommen sie für Eisenbetonarbeiten kaum in Frage. Am meisten gebraucht wird in der Praxis Kies, wie er in Flüssen oder Kiesgruben gewonnen wird. Da ihm meist Sand beigemengt ist, wird bei der Bereitung von Kiesbeton ein Stück Arbeitsleistung gespart. Allerdings erreicht Kiesbeton in der Regel nicht die Festigkeit wie Beton aus Sand und Schotter, infolge des zuweilen ungünstigen Verhältnisses zwischen Sand und Kieseln, doch läßt sich selbstverständlich ein solches ungünstiges Verhältnis durch Zusatz des einen oder des anderen Materials verbessern. Natürlich müssen auch Kiesel und Schotter ebenso wie der Sand rein sein. Besonders Kiesel sind oft von einer dünnen festhaftenden Lehmschicht eingehüllt, die ein Anhaften des Zements verhindert und deshalb unbedingt durch Waschen entfernt werden muß.

Das erforderliche Anmachewasser muß ebenfalls rein sein. Mooriges, schlammiges, sowie durch Abwässer verunreinigtes Wasser ist ungeeignet. Am besten ist Regen-, Brunnen- oder Leitungswasser. Die Temperatur des Wassers ist insofern von Bedeutung, als zu warmes Wasser die normale Bindezeit verkürzt, zu kaltes sie verlängert. Die Menge des zuzusetzenden Wassers ist verschieden und richtet sich nach der Porosität des Zuschlagmaterials sowie nach der Witterung. Bei trockenem heißem Wetter ist im allgemeinen mehr Wasser zu verwenden als bei feuchtem. Jedenfalls muß man sich sowohl vor zu geringem Wasserzusatz hüten, weil der Zement dann nur unvollkommen abbindet, als auch vor zu reichlichem, weil dann die Endfestigkeit des Betons später erreicht wird, auch in der Regel geringer ist als bei erdfeucht eingebrachtem Beton. Auch befördert zu reichlicher Wasserzusatz die Bildung von Schwindrissen, die — an sich unschädlich — beim Eisenbeton ein Rosten der Eiseneinlagen durch Eindringen von Feuchtigkeit und Temperatureinwirkung hervorrufen können. Die Höhe des Wasserzusatzes ist dann die richtige, wenn nach längerem Stampfen der Beton elastisch wird und sich auf der Oberfläche Feuchtigkeit zeigt (schwitzt). Annähernd dürfte der Wasserzusatz etwa 8—18 Prozent des fertigen Betons ausmachen.

Mischen Das Mischen des Betons geschieht entweder von Hand oder mit Maschinen. Ersteres vollzieht sich auf einer sogenannten Mischbühne oder Mischbank, die entweder aus auf Kanthölzern verlegten Brettern oder aus Blechplatten besteht und direkt am Bau errichtet wird. Auf diese wird zunächst die dem jeweiligen Mischungsverhältnis entsprechende Menge Sand oder Sandkies aufgebracht und dann der erforderliche Zusatz von Zement darüber geschüttet. Das Ganze wird trocken 2—3 mal mit Schaufel und Harke durchgearbeitet, bis es eine gleichmäßige graue Farbe hat. Soll Steinschlag als Zuschlagstoff zugegeben werden, so ist es vorteilhaft, die Steine vorher leicht anzunässen. Nach mehrmaligem Umschaufeln unter gleichmäßigem Begießen mit reinem Wasser ist der Beton gebrauchsfertig. Das Mischen muß schnell und ohne Pause erfolgen, ebenso muß der fertige Beton sofort verwandt werden, so daß die ganze Verarbeitung vor dem Beginn des Abbindens beendet ist, weil eine Störung des Bindeprozesses durch Mischen, Verarbeiten usw. eine erhebliche Verringerung der Festigkeit zur Folge hat.

Das Mischen mit der Maschine erfolgt grundsätzlich in gleicher Weise wie mit der Hand. Nur ist die Mischung gleichmäßiger und deshalb die Festigkeit des Betons höher. Außerdem ist bei Verwendung einer Mischmaschine eine viel schnellere Arbeit möglich; die übliche Bauzeit kann also erheblich verkürzt werden. Die Maschinenmischung ist in den meisten Fällen der Handmischung vorzuziehen und für größere Bauausführungen auch vorgeschrieben.

Die Art der Bereitung von Beton ist übrigens nicht ohne Einfluß auf dessen Festigkeit. Prof. H. Burchartz berichtet darüber in der Zeitschrift „Zement" (Nr. 40, 7. Jahrgang). Aus seinen Versuchen ergibt sich für die Praxis die immerhin beherzigenswerte Lehre, Beton, der aus Bindemittel, Sand und grobem Zuschlag zusammengesetzt werden soll, im Interesse der Gewinnung eines möglichst dichten und festen Betons in der Weise zu bereiten, daß zunächst aus Bindemittel und Sand gebrauchsfertiger Mörtel bereitet und diesem erst der grobe Zuschlag zugesetzt wird. Aber selbst dann, wenn der Beton nur aus Bindemittel (sei es nun Zement oder Zement + Kalk + Traß) und Kiessand besteht, wird es sich in vielen Fällen sicherlich empfehlen, den Sand aus dem Kiessand herauszusieben, aus dem Bindemittel und Sand zunächst Mörtel herzustellen und diesem den groben Rest des Kiessandes beizumengen. Die durch das Sieben entstehenden Kosten werden durch den Gewinn an Festigkeit manchmal reichlich aufgewogen.

Stoff-verbrauch für Beton Der S t o f f b e d a r f für 1 cbm fertigen Beton ist verschieden, je nach der Art der Zuschlagstoffe und dem Mischungsverhältnis.

Die Festigkeit eines Betons hängt ebenfalls wesentlich von den Zuschlägen ab, richtet sich sonst aber nach dem Mischungsverhältnis. In der neueren Zeit ist die Frage der geeigneten Zusammensetzung Gegenstand vieler Untersuchungen gewesen. Abgesehen von der bei zweckmäßiger Mischung erreichten größeren Festigkeit steht auch die Wirtschaftlichkeit der Betonmischungen hiermit in engem Zusammenhang.

Verarbeitet man 1 Raumteil Zement mit m Teilen Sand und n Teilen Kies oder Schotter zu Wasser, so erhält man unter Hinzurechnung des Wasserzusatzes das Volumen V des fertigen Betons, das immer kleiner ist als die Summe $1 + m + n$. Das Verhältnis

$$K = \frac{V}{1 + m + n}$$

nennt man den Ausbeutungskoeffizienten oder die Ausbeute. Als guter Durchschnittswert kann für Eisenbetonbauten gelten $K = 0{,}75$. Es ist demnach

$$V = 0{,}75\,(1 + m + n).$$

Aus dieser Formel ergibt sich der Bedarf an den einzelnen Zuschlagstoffen wie folgt:

$$\text{Zement:} \quad Z = \frac{V}{K\,(1 + m + n)} \cdot 1$$

$$\text{Kies:} \quad K = \frac{V}{K\,(1 + m + n)} \cdot m$$

$$\text{Sand:} \quad S = \frac{V}{K\,(1 + m + r)} \cdot n$$

Die folgenden Zusammenstellungen geben für verschiedene Mischungsverhältnisse den Materialbedarf an, und zwar einmal bezogen auf 1 cbm fertigen Beton, und weiter bezogen auf 1 cbm Sand. Die ersten Angaben dienen als Unterlagen für die Massenermittelung und Kalkulation, die zweiten, um auf der Baustelle die für eine Mischung erforderlichen Mengen angeben zu können.

Zusammenstellung 1.

Materialbedarf für 1 cbm Beton (Spalte 2) bzw. für 1 cbm Kiessand (Spalte 3) bei einem Mischungsverhältnis 1 : m.

1	2		3	
Mischungs-verhältnis	Materialbedarf für 1 cbm Beton		Materialbedarf für 1 cbm Kiessand	
	a	b	a	b
	Zement kg	Kiessand cbm	Zement kg	Beton cbm
1 : 1	944	0,675	1400	1,50
1 : 1,5	755	0,810	934	1,25
1 : 2	630	0,90	700	1,13
1 : 2,5	540	0,96	560	1,06
1 : 3	472	1,01	467	1,00
1 : 3,5	420	1,05	400	0,97
1 : 4	376	1,08	350	0,94
1 : 4,5	343	1,10	311	0,92
1 : 5	314	1,12	280	0,90
1 : 5 2	300	1,12	268	0,89
1 : 5,5	290	1,14	255	0 89
1 : 6	270	1,16	233	0,88
1 : 6,5	252	1,17	216	0,87
1 : 7	235	1,18	200	0,86
1 : 7,5	222	1,19	185	0,85
1 : 8	210	1,20	175	0,84
1 : 8,5	199	1,21	163	0,83
1 : 9	188	1,21	156	0,83
1 : 9,5	180	1,22	147	0,83
1 : 10	171	1,23	140	0,83
1 : 11	157	1,24	127	0,82
1 : 12	145	1,25	118	0,82
1 : 13	135	1,25	108	0,81
1 : 14	126	1,26	101	0,81
1 : 15	118	1,27	94	0,81
1 : 16	111	1,27	88	0,80
1 : 17	105	1,28	83	0,80
1 : 18	99	1,28	78	0,80
1 : 19	94	1,28	74	0,79
1 : 20	90	1,29	70	0,79

Materialbedarf für 1 cbm Kiesbeton bei einem Mischungsverhältnis der Form 1 : m : 2 n bzw. 1 : m : 1,5 n.

Mischungsverhältnis 1 : m : 2 n	Materialbedarf für 1 cbm Beton			Mischungsverhältnis 1 : m : 1,5 n	Materialbedarf für 1 cbm Beton		
	Zement kg	Sand cbm	Kies cbm		Zement kg	Sand cbm	Kies cbm
1 : 1 : 2	560	0,40	0,80	1 : 1 : 1,5	672	0,48	0,72
1 : 1,5 : 3	402	0,43	0,86	1 : 1.5 : 2,25	487	0,52	0,78
1 : 2 : 4	315	0,45	0,90	1 : 2 : 3	378	0,54	0,81
1 : 2,5 : 5	252	0,45	0,90	1 : 2,5 : 3,75	302	0,54	0,81
1 : 3 : 6	210	0,45	0.90	1 : 3 : 4,5	252	0,54	0,81
1 : 3,5 : 7	180	0,45	0,90	1 : 3,5 : 5,25	216	0,54	0,81
1 : 4 : 8	158	0,45	0,90	1 : 4 : 6	189	0,54	0,81
1 : 4,5 : 9	140	0,45	0,90	1 : 4,5 : 6,75	168	0,54	0,81
1 : 5 : 10	126	0,45	0,90	1 : 5 , 7,5	151	0,54	0,81
1 : 5,5 : 11	115	0,45	0,90	1 : 5,5 : 8,25	138	0,54	0,81
1 : 6 : 12	105	0,45	0,90	1 : 6 : 9	126	0,54	0,81
1 : 6,5 : 13	97	0,45	0,90	1 : 6,5 : 9,75	116	0,54	0,81
1 : 7 : 14	90	0,45	0,90	1 : 7 : 10,5	108	0,54	0,81
1 : 7,5 : 15	84	0.45	0,90	1 : 7,5 : 11,25	101	0,54	0,81
1 : 8 : 16	79	0,45	0,90	1 : 8 : 12	94	0,54	0,81
1 : 8,5 : 17	74	0,45	0,90	1 : 8.5 : 12,75	88	0,54	0,81
1 : 9 : 18	70	0,45	0,90	1 : 9 : 13,5	84	0,54	0,81
1 : 9,5 : 19	66	0,45	0,90	1 : 9,5 : 14,25	80	0,54	0,81
1 : 10 : 20	63	0,45	0,90	1 : 10 : 15	75	0,54	0,81

Die vorstehenden Zusammenstellungen für den Materialbedarf gelten natürlich nicht allgemein, da dieser je nach Gestalt und Korngröße der Zuschlagstoffe, der Mahlfeinheit des Bindemittels und der Größe der Zuschlagstoffe in weiten Grenzen schwanken kann. Doch nicht nur der Materialbedarf, sondern auch die Festigkeit des erzielten Betons hängt von diesen Faktoren ab, so daß der zunächst ausgesprochene Grundsatz, je dichter der Beton und je größer der Zementzusatz, desto größer die Festigkeit, nicht allgemein zutreffend ist. Es gibt Fälle, in denen unter sonst gleichen Verhältnissen mit einer kleinen Zementmenge höhere Festigkeiten erzielt werden konnten als mit größeren Zementmengen. Der Zement wirkt anscheinend nur bis zu einer gewissen Höchstgrenze als Bindemittel und damit die Festigkeit erhöhend, während er beim Ueberschreiten dieser Grenze nur als Füllmaterial in Frage kommt, das mitunter geringere Eigenfestigkeit haben kann als der verwendete Zuschlagstoff. Als neues Moment tritt ferner die Größe der Oberfläche des Zuschlagmaterials hinzu, sowie der Wasserzementfaktor (Verhältnis von Wasser zu Zement in Gewichtsteilen), sowie der Zementfaktor (die auf ein Quadratmeter Oberfläche der Zuschlagstoffe entfallende Zementmenge). Diese Zusammenhänge wurden zuerst von den Amerikanern Fuller und Thompson erkannt. In Deutschland beschäftigen sich besonders Probst und Graf*) mit dieser Frage. Die bisher vorliegenden Versuchsergebnisse lassen den großen Einfluß der günstigsten Kornzusammensetzung bzw. der günstigsten Oberfläche sowie des geeignetsten Wasserzusatzes erkennen und dürfen nicht übersehen werden, wenn man wirtschaftlich vorgehen will. Anstatt das zufällig an einem Ort vorhandene Zuschlagmaterial, sei es Kies oder Sand und Schotter, kritiklos als geeignet hinzunehmen, sollte sich jeder gewissenhafte, wirtschaftlich denkende Baufachmann überlegen, wie durch geeignete Auswahl der Zuschlagstoffe und durch richtigen Wasserzusatz die verlangte Festigkeit bei geringstem Zementverbrauch zu erzielen ist. In weiterer Auswirkung dieser Zusammenhänge ist die Forderung aufzustellen, die Zuschlagstoffe in bestimmten Körnungen im Handel sortiert nach gewissen Abstufungen erhalten zu können, um an Hand der durch die Versuchsergebnisse erzielten Frfahrungen höchste Wirtschaftlichkeit bei gleichzeitiger größter Geeignetheit zu erreichen.

Eisen

Die Verwendung von Eisen beim Beton hat den Zweck, den reinen Beton, der nur geringe Zugfestigkeit aufweist und daher auf Biegung nur wenig beansprucht werden kann, für auf Biegung beanspruchte Bauteile geeignet zu machen. Unter Eisenbeton versteht man daher Beton, der durch Einlegen von Eisen verstärkt wird, und zwar geht man dabei von dem Gedanken aus, durch den Beton die vorhandenen Druckkräfte, und durch das Eisen die Zugkräfte aufzunehmen. Außerdem soll das Eisen auch noch zur Aufnahme der Schub- und Scherkräfte dienen. Dementsprechend besteht die Eiseneinlage in der Regel

---

*) Otto Graf, „Der Aufbau des Mörtels im Beton", Berlin 1923. E. Probst, „Vorlesungen über Eisenbeton", Berlin 1923.

aus Stäben, die dort verlegt werden, wo Zugspannungen auftreten können.

Das Zusammenwirken zweier so verschiedener Materialien wie Beton und Eisen wird hauptsächlich dadurch bedingt, daß der Beton fest am Eisen haftet, daß der Ausdehnungskoeffizient beider Stoffe fast gleich ist, und daß das Eisen im Beton nicht rostet. Da die Haftfähigkeit des Betons am Eisen abnimmt, je magerer die Mischung ist, darf man bei Eisenbeton nicht unter ein bestimmtes Mischungsverhältnis heruntergehen, wenn noch ein voraussetzungsgemäßes Zusammenwirken stattfinden soll. Die Mindestmenge beträgt 300 kg Zement auf 1 cbm fertigen Beton.

Das zur Verwendung kommende Eisen ist in der Regel Flußeisen. Die Einlagen sind vor dem Gebrauch von Schmutz, Fett und von losem Rost zu reinigen. Sie sind an den Enden mit Haken zu versehen, um eine größere Haftung im Beton zu erreichen. Müssen Eisen gestoßen werden, was nach Möglichkeit zu vermeiden ist, so gibt man den Enden kräftige Haken (Abb. 9), läßt sie etwa auf eine Länge gleich dem 40fachen Durchmesser übereinandergreifen und umwickelt sie mit Draht oder man verwendet bei starken Eisen mit Gewinde versehene Muffen. Schweißungen, besonders an stark beanspruchten Stellen, sind nicht zu empfehlen. Die Stoßstelle wird zweckmäßig durch allseitig eingebettete und mit Endhaken versehene Zulageeisen (von etwa ein Drittel des gestoßenen Querschnittes) gesichert.

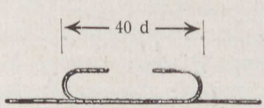


Abb. 9.

Als Querschnitt der Eisen werden meistens Rundeisen gewählt, seltener Flach- oder Kanteisen. Ersteres hat allerdings den Nachteil, daß es den kleinsten Umfang hat und infolgedessen die geringste Haftfähigkeit im Beton. Um diese möglichst groß zu machen, verwendet man in Amerika oft Knoteneisen, auch Profileisen werden häufiger gebraucht.

Schalung

Vor Inangriffnahme der eigentlichen Betonierarbeit ist zunächst eine H o l z v e r s c h a l u n g anzuordnen. Diese muß genügende Tragfähigkeit besitzen, um die Stoßwirkungen beim Stampfen sowie das Gewicht des Betons und der arbeitenden Leute ohne Eintritt irgendeiner Formänderung aufnehmen zu können. Die Schalung ist so anzuordnen, daß nicht nur das Einschalen möglichst einfach und ohne allzu schwierige Einzelheiten vonstatten geht, sondern auch ihre Wiederentfernung — das Ausschalen — leicht und gefahrlos erfolgen kann. Die Schalbretter sind stark genug zu nehmen, nicht unter 1 Zoll. Die Bretter werden auf Kanthölzer ($^8/_{10}$ bis $^{10}/_{10}$) verlegt, die entweder abgestützt oder auf vorhandene Bauteile aufgelagert oder mit besonderen Rüsthaken aufgehängt werden. (Siehe Zementverarbeitung Heft 6 „Die Verarbeitung der Baustoffe in Beton= und Eisenbetonbau"). Die Eisen sind auf der Schalung so zu verlegen, daß ihre Lage mit der in der statischen Berechnung angegebenen übereinstimmt. (Amtl. Best. § 9 Absatz 3.) Bei der Anordnung der Steifen, der die wagerechte Schalung stützenden senkrechten Streben, ist besonders genau auf die amtlichen Bestimmungen (§ 10) zu achten, insbesondere müssen zu kurze Steifen sehr sorgfältig und jedenfalls nie im mittleren Drittel gestoßen werden.

Betonieren

Die fertige Betonmischung darf nur in Schichten von höchstens 15 cm bei erdfeuchtem Beton, und von 20 cm bei weichem Beton aufgebracht und gestampft werden. In diesen Grenzen ergibt die geringere Schichthöhe die höhere Festigkeit.

Die einzelnen Schichten sollen, wo es die Bauausführung gestattet, rechtwinklig zu der im Bauwerk auftretenden Druckrichtung eingelegt werden und, wo dies nicht möglich ist, gleichlaufend mit der Druckrichtung. Das Stampfen geschieht mit Stampfern aus Holz oder Eisen. Es ist darauf zu achten, daß die Armierung beim Stampfen nicht aus ihrer Lage gebracht wird. Die einzelnen Schichten müssen tunlichst frisch auf frisch bearbeitet werden. Zeigen die gestampften Schichten eine glatte Oberfläche, so ist diese auf alle Fälle beim Aufbringen neuen Betons mit dem Stahlbesen aufzurauhen. Ein zusammenhängender Bauteil muß ohne Pause fertig betoniert werden. Kommt es aber doch vor, daß auf bereits erhärtetem Beton weitergearbeitet werden muß, so ist ebenfalls die alte Betonfläche aufzurauhen und mit einem dünnen Zementbrei vor dem Weiter≠arbeiten einzuschlämmen. Bei Frostwetter ist vor allen Dingen darauf zu achten, daß die zur Verwendung gelangenden Zuschlagstoffe nicht gefroren sind. Unter Beobachtung dieser Vorschrift ist das Betonieren bei ge≠schützter Lage der Baustelle und geringen Kältegraden un≠bedenklich. Bei weniger als — 3° sollte im Freien über≠haupt nicht weiter gearbeitet werden. Der Frost wirkt dadurch schädlich, daß er das zur Betonbereitung ver≠wendete Wasser zum Gefrieren bringt und dadurch ein Abbinden des Zementes verhindert, ferner ein Zer≠sprengen des Betons bewirkt. Jedenfalls findet auch bei geringer Kälte ein erheblich langsameres Abbinden statt als gewöhnlich, weshalb man mit dem Ausrüsten vorsich≠tig sein und den Bau um die Zahl der Frosttage länger in der Schalung belassen muß. Bei geringer Kälte hilft man sich dadurch, daß man die zu verwendenden Baustoffe, besonders den Kies, anwärmt und die fertige Arbeit durch Stroh≠ oder Sandauflage schützt. Salz zu Wasser zuzu≠fügen, ist nicht ratsam, da es häufig Ausschläge am Beton bewirkt.

Frische Betonarbeiten sind nach Fertigstellung vor zu raschem Austrocknen zu schützen, da sonst dem Beton die zur Erhärtung nötige Feuchtigkeit fehlt, und er infolge≠dessen nicht die gewünschte Festigkeit erreicht. Man sorge deshalb nach der Ausführung der Arbeiten für Feuchthalten des Betons durch Besprengen oder durch Auflegen von nassem Sand. Diese Vorsichtsmaßregel ist vor allen Dingen bei großer Hitze und bei direkter Sonnen≠bestrahlung zu beachten. Jedoch sollte auf jeden Fall ver≠mieden werden, was leider oft geschieht, die leeren Zementsäcke zu diesem Zwecke zu verwenden: Infolge des Durchnässens derselben bindet der noch darin ent≠haltene Zement ab und greift das Gewebe an, so daß die Zementfabriken die Rücknahme der Säcke verweigern müssen.

Nach der Beendigung des Stampfens sind die Bauteile vor Stößen und Erschütterungen zu bewahren. Sie dür≠fen nicht vor der völligen Erhärtung des Betons belastet werden.

Neben dem beschriebenen Verfahren für die Herstellung von Beton und Eisenbeton sind für manche Zwecke Sonderverfahren in Anwendung, die hier kurz erwähnt werden müssen.

Der Gußbeton ist ein Beton, der mit so viel Wasser angemacht wird, daß er fließt. Er muß sehr gut gemischt werden (in geschlossenen Mischen). Man läßt ihn gewöhnlich von Verteilungstürmen in Rinnen abfließen, die nicht zu steil geneigt sein dürfen, da sonst leicht eine Entmischung eintritt; aus demselben Grunde darf man ihn nicht frei (also parabelförmig) aus der Gußrinne fallen lassen, sondern muß durch eine Vorrichtung (z. B. eine Klappe) dafür sorgen, daß er senkrecht hinab fällt. Die Fallhöhe soll höchstens 1 m betragen. — Die Festigkeit des Gußbetons kann der des Stampfbetons bei etwas fetterem Mischungsverhältnis gleich gesetzt werden. Im Laboratorium ist Stampfbeton zwar nicht unbedeutend fester, doch werden die Laboratoriumswerte in der Praxis nicht erreicht. Die Druckfestigkeit fertiger Bauwerke aus Stampfbeton beträgt nur 50 bis 60 Prozent der Laboratoriumsfestigkeit und erreicht nur unter ganz günstigen Fällen 80 Prozent. Die Festigkeit des in Bauwerken verarbeiteten Gußbetons zeigt dagegen nur geringe Aenderungen gegenüber den Laboratoriumsfestigkeiten.

Preßbeton ist ein Beton, der in flüssigem Zustande mit der Druckpumpe unter hohem Druck in auszufüllende Hohlräume oder zwischen dichte und genügend widerstandsfähige Schalungen eingepreßt wird. Das Verfahren eignet sich besonders zur Wiederherstellung beschädigter oder zur Verstärkung ungenügend tragfähiger Bauten. Infolge des hohen Druckes dringt der Beton in die engsten Hohlräume und Spalten ein, verbindet sich gut mit den Wandungen und erlangt eine ziemliche Festigkeit und Dichtigkeit.

Weiter sei erwähnt das Spritzverfahren, das nach erfolgreicher Anwendung in den Vereinigten Staaten jetzt auch in Deutschland Verwendung findet. Die Torkretgesellschaft m. b. H. in Berlin gebraucht bei ihrem patentierten Verfahren ein Gemisch von Zement und Sand bis zu 10 mm Korngröße, welches nicht vorgenäßt wird. Die Maschine, welche die Torkretgesellschaft verwendet, „Tektor“ genannt, besteht in der Hauptsache aus zwei übereinander angeordneten Kesseln oder Kammern zur Aufnahme der Betonmasse, von denen die untere dauernd unter Luftdruck steht, während die obere eine Luftschleuse bildet, die von untenher luftdicht abgeschlossen werden kann, und deren Nachfüllung ermöglicht, ohne daß die Arbeit unterbrochen werden muß. Die Betonmasse wird in die obere Kammer eingefüllt, deren Deckel geschlossen, und die Verbindung zwischen beiden Kammern geöffnet, so daß die Masse in die untere Kammer fallen kann. Durch ein Rührwerk wird sie nochmals durchgemischt und der an den Austrittsstutzen angeschlossenen Schlauchleitung zugeführt. Das regelbare Einlaßventil für die Druckluft, sowie das Manometer sind auf der unteren Kammer angeordnet. Der „Tektor“ wird durch eine beliebig lange Rohrleitung mit dem Luftkompressor verbunden, welcher in der Minute 4—6 cbm Druckluft von 2½—3 Atmosphären fördert. Durch eine Schlauchleitung von 30 mm Durchmesser wird die Betonmasse zur Austrittsdüse geblasen, aus welcher sie mit Wasser durchmischt, dessen Menge durch ein kleines Ventil geregelt werden kann, mit etwa 100 m Geschwindigkeit in der Sekunde herausgeschleudert wird. Die Zementmasse bildet an der Fläche, gegen die sie geschleudert wird, eine feste und dichte Kruste. Durch Wiederholen des Vorganges und Bildung mehrerer Lagen übereinander, die sich miteinander verbinden, lassen sich auch größere Wandstärken herstellen. Etwaige Eiseneinlagen werden gut umhüllt. Die Dichtigkeit und Festigkeit ist sehr groß. Das Verfahren findet Anwendung bei der Ausbesserung und Verstärkung bestehender Bauten, der feuersicheren Umkleidung von Eisenbauten, namentlich bei der Herstellung von doppelt gekrümmten Platten, wie sie im Eisenbetonschiffbau vorkommen.

Das Rüttelverfahren (Friesecke) findet in der Betonwarenherstellung vielfache Anwendung. Man erzielt dadurch ein dichtes Gefüge, das durch Stampfer in den engen Formen nicht so gut erreicht werden kann.

Das Schleuderverfahren wird bei der Fabrikation von Masten und Rohren aus Beton benutzt. Die Form sitzt auf einer Achse, die in schnelle Umdrehungen versetzt wird. Der Beton wird durch die Zentrifugalkraft an die Wandungen der Form geschleudert.

Wann das Ausschalen vorzunehmen ist, richtet sich nach der Witterung und der Güte der verwandten Baustoffe. Im allgemeinen ist der Bau bei kalter Witterung länger eingeschalt zu lassen als bei warmer. Seitliche Schalung sowie auch die Schalbretter von kurzgespannten Deckenplatten können schon nach kurzer Zeit entfernt werden. Doch ist als geringste Zeit, innerhalb der überhaupt keine Schalung entfernt werden darf, bei sonst günstigen Verhältnissen 3 bis 8 Tage festzusetzen. Die Stützung der Balken muß aber mindestens 3 Wochen stehen bleiben. Es darf also erst ausgerüstet werden, wenn im Bauwerk für die jeweilige Belastung genügende Sicherheit vorhanden ist. Im übrigen ist beim Entfernen von Schalungen und Stützen jede Erschütterung zu vermeiden. (Siehe amtl. Bestimmungen § 11 und „Zementverarbeitung“ Heft 6.) **Ausschalen**

Die Schalungszeit kann wesentlich abgekürzt werden durch die Verwendung von hochwertigem Zement, der sehr schnell hohe Druckfestigkeiten erreicht. Die Stützung der Balken und weitgespannter Deckenplatten kann hier bereits nach 4 bzw. 8 Tagen entfernt werden.

Hierdurch ergeben sich wirtschaftliche Vorteile, da die Schalung häufiger und schneller umgesetzt werden kann, wodurch der Schalungsbedarf vermindert und der Baufortschritt ein stetigerer wird.

IIa. Erlaß betreffend allgemeine Bezeichnungen in den baupolizeilichen Festigkeitsberechnungen und Zeichnungen.

Berlin, den 25. Februar 1925.

Im Benehmen mit den beteiligten Behörden und den Fachkreisen sind die anliegenden einheitlichen Bezeichnungen für Festigkeitsberechnungen und Zeichnungen aufgestellt worden. Sie sind bereits von den zuständigen Stellen bei den „Grundlagen für das Entwerfen und Berechnen eiserner Eisenbahnbrücken“ und bei den neuen „Bestimmungen über die zulässige Beanspruchung und Berechnung von Konstruktionsteilen aus Flußstahl und hochwertigem Baustahl usw. in Hochbauten“ in Anwendung gebracht und werden auch bei den in Kürze erscheinenden Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton eingeführt werden.

Um eine gleichartige und einheitliche Bezeichnungsweise in der gesamten bautechnischen Praxis und Wissenschaft zu fördern, ist es erforderlich, daß die allgemeinen Bezeichnungen auch auf dem Gebiete der Baupolizei angewendet werden. Ich ersuche, demgemäß die mit der Wahrnehmung der Baupolizei betrauten Behörden und Beamten anzuweisen. Auch bei der Neuaufstellung oder der Neudrucklegung von Bauordnungen sind die neuen Bezeichnungen einzuführen.

Eine ausführliche Angabe der Bezeichnungen, besonders für Werkstoffprüfung sowie für Form- und Stabeisen, befindet sich auf dem vom Normenausschuß der deutschen Industrie herausgegebenen Blatt, DIN 1350 —, das vom Beuth-Verlag, Berlin SW 19, Beuthstraße 8, zum Preise von 0,60 M je Stück bezogen werden kann.

Der Minister für Volkswohlfahrt

In Vertretung

Scheidt.

II. 9. Nr. 155.

Allgemeine Bezeichnungen.

Die nachstehenden Bezeichnungen sind in den Festigkeitsberechnungen und Zeichnungen allgemein anzuwenden.

I. Mathematische Zeichen.

- $=$ gleich
- $\equiv$ identisch mit
- $\neq$ nicht gleich
- $\approx$ nahezu gleich
- $\cong$ kongruent
- $\sim$ ähnlich
- $<$ kleiner als
- $>$ größer als
- ∞ unendlich
- $\parallel$ parallel
- \# gleich und parallel
- $\perp$ rechtwinklig zu
- $\sphericalangle$ Winkel (z. B. $\sphericalangle\,\alpha$)
- $\sqrt{\ }$ Wurzel aus
- Δ endliche Zunahme
- d vollständiges Differential
- δ partielles Differential
- Σ Summe von
- $\int$ Integral
- , Dezimalzeichen (Komma unten!) (Zur Gruppeneinteilung bei größeren Zahlen sind weder Komma noch Punkt, sondern Zwischenräume zu verwenden.)
- $+$ plus, und
- $-$ minus, weniger
- 1. erstens
- / je, z. B. t/m = Tonnen je m
- (1) Numerierung von Formeln. (Die Formelnummern sollen links seitlich von der Formel stehen.)
- % vom Hundert, Prozent
- ‰ vom Tausend, Promille
- $\overline{AB}$ Strecke AB
- $\overset{\frown}{AB}$ Bogen AB
- $2^0\ 3'\ 4''$ 2 Grad 3 Minuten 4 Sekunden (in der 360^0-Teilung)
- $2^0\ 3'\ 4''$ n. T. 2 Grad 3 Minuten (neue Teilung) 4 Sek. (in der 400^0-Teilung)

II. Maßeinheiten.[1])

mm Millimeter
cm Zentimeter
dm Dezimeter
m Meter
km Kilometer
″ englischer Zoll
mm^2 Quadratmillimeter, Millimeterquadrat
cm^2 Quadratzentimeter, Zentimeterquadrat
dm^2 Quadratdezimeter, Dezimeterquadrat
m^2 Quadratmeter, Meterquadrat
m^3 Kubikmeter, Meterwürfel
cm^4 Zentimeter hoch vier
g Gramm
kg Kilogramm
t Tonne
kg/cm^2 Kilogramm je Quadratzentimeter
at Atmosphäre
t/m^2 Tonne je Quadratmeter
km/h Kilometer je Stunde
m/sek Meter je Sekunde
kgcm Kilogrammzentimeter
tm Tonnenmeter
⁰ Celsiusgrad

III. Formelgrößen.[1])

1. Allgemein.

V Rauminhalt
γ Raumeinheitsgewicht
G Gewicht $(G = V \cdot \gamma)$
w Wichte, $w = \dfrac{\text{Körpergewicht}}{\text{Rauminhalt (lückenlos)}}$
g Fallbeschleunigung
m Masse $\left(m = \dfrac{G}{g}\right)$
V Geschwindigkeit
μ Reibungszahl
t Temperatur, Temperaturunterschied
s_t Wärmeausdehnungszahl (linear)
$\Delta l, \Delta s$ Längenänderung (Endlänge weniger Anfangslänge)
ε Verhältnis der Längenänderung Δl zur Anfangslänge $\left(\varepsilon = \dfrac{\Sigma l}{l}\right)$
$\varepsilon +$ Dehnung
$\varepsilon -$ Stauchung
E Elastizitätsmodul, Elastizitätsmaß für Zug und Druck
α Dehnungszahl, (elastische) Dehnbarkeit $\left(\alpha = \dfrac{1}{E} = \dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right)$
γ Gleitung (im Bogenmaß)
G Schubmodul, Gleitmaß
β Schubzahl, (elastische) Schiebbarkeit $\left(\beta = \dfrac{1}{G} = \dfrac{\gamma}{\tau}\right)$
F Querschnitt ohne Nietabzug
F_n Querschnitt mit Nietabzug (nutzbarer Querschnitt)
F_{erf} erforderlicher Querschnitt
J Trägheitsmoment ohne Nietabzug
J_n Trägheitsmoment mit Nietabzug

[1]) In Druckschriften sind Größen, z. B. P (Belastung), in kursiven lateinischen, griechischen oder deutschen (Fraktur-) Buchstaben, die Einheiten, z. B. m (Meter), in geraden lateinischen Buchstaben (Antiqua) zu setzen.

J_p polares Trägheitsmoment ($J_p = J_x + J_y$)

J_{xy} Zentrifugalmoment für die Achsen x und y

S statisches Moment einer Fläche

W Widerstandsmoment ohne Nietabzug

W_n Widerstandsmoment mit Nietabzug

i Trägheitshalbmesser $\left(i = \sqrt{\frac{J}{F}}\right)$

s Länge eines Stabes

s_k Knicklänge eines Druckstabes

λ Schlankheitsgrad $\left(\lambda = \frac{s_k}{i}\right)$

ω Knickzahl $\left(\omega = \frac{\sigma_{zul}}{\sigma_{d\,zul}}\right)$

k Profilwert $\left(k = \frac{F}{i^2} = \frac{F^2}{J}\right)$

ν Knicksicherheit, Sicherheitsgrad

S Stabkraft

$S +$ Zugkraft

$S -$ Druckkraft

M Biegungsmoment

$M +$ positives Biegungsmoment

$M -$ negatives Biegungsmoment

M_D Verdrehungsmoment

Q Querkraft

$Q +$ positive Querkraft

$Q -$ negative Querkraft

N Längskraft

$\mathfrak{A}$ = Arbeit Formänderungsarbeit

σ Zug- oder Druckspannung Normalspannung

$\sigma +$ Zugspannung

$\sigma -$ Druckspannung

τ Scherspannung, Schubspannung

σ_l Lochleibungsdruck

2. Hoch- und Ingenieurbauwerke.

l Stützweite

w Lichtweite

b Breite, z. B. Mittenabstand zweier Hauptträger

h geometrische Trägerhöhe bei Fachwerkträgern: Abstand der Schwerlinien der beiden Gurtungen, bei Blechträgern: Stegblechhöhe, bei Walzträgern: Höhe der Träger

h_l lichte Höhe, Durchfahrtshöhe

f Pfeilhöhe, Durchbiegung

r Halbmesser

d Durchmesser

$\varnothing$ Sinnbild für Durchmesser

a Fachweite

o Länge eines Obergurtstabes

u Länge eines Untergurtstabes

d Länge einer Strebe

v Länge eines Pfostens

G ständige Einzellast

g gleichmäßig verteilte ständige Last je Längeneinheit

P Verkehrseinzellast

p gleichmäßig verteilte Verkehrslast je Längeneinheit

$$q = g + p$$

W Windeinzelkraft

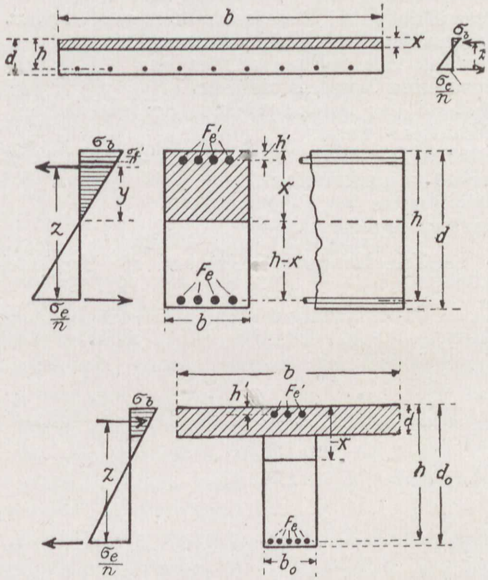
w gleichmäßig verteilter Winddruck je Längeneinheit

$A +$ lotrecht von unten nach oben gerichtete Auflagerkraft

A — lotrecht von oben nach unten gerichtete Auflagerkraft
A, B lotrechte Auflagerkräfte für Endstützen
C_1, C_2 lotrechte Auflagerkräfte für Mittelstützen
H wagerechte Auflagerkraft (Horizontalschub)
R Mittelkraft einer Kraftgruppe
K Knickkraft
H_s Seitenkraft z. B. Schrägzug bei Krahnbahnen
H_b Bremskraft
H_r Reibungswiderstand
S_g Stabkraft aus der ständigen Last
S_p Stabkraft aus der als ruhend angenommenen Verkehrslast
S_t Stabkraft aus Wärmewirkung
S_b Stabkraft aus Bremskraft
S_s Stabkraft aus Seitenstößen
S_r Stabkraft aus Reibungskräften
S_w Stabkraft aus Winddruck
$max S$ größte Zugstabkraft
$min S$ größte Druckstabkraft
S_1, S_2 Stabkraft im Stabe mit der Stabziffer 1, 2, ...
S_{p1} Stabkraft im Stab 1 infolge der Verkehrslast
O Stabkraft in einem Obergurtstabe
U Stabkraft in einem Untergurtstabe
D Stabkraft in einer Strebe
V Stabkraft in einem Pfosten
A_g Auflagerdruck aus der ständigen Last usw., sinngemäß wie bei S
Q_g Querkraft aus der ständigen Last usw., sinngemäß wie bei S
Q_x Querkraft an der Stelle x
M_g Biegungsmoment aus der ständigen Last
M_p Biegungsmoment aus der als ruhend angenommenen Verkehrslast usw., sinngemäß wie bei S
$max M$ größtes positives Biegungsmoment
$min M$ größtes negatives Biegungsmoment
M_x Biegungsmoment an der Stelle x
M_{px} Biegungsmoment an der Stelle x, herrührend von der Verkehrslast
M_1, M_2 Biegungsmoment im Knotenpunkt 1, 2, ...
M_{p1} Biegungsmoment im Knotenpunkt 1, herrührend von der Verkehrslast
σ_{zul} zulässige Zug- oder Biegungsspannung (Normalspannung)
$\sigma_{d\,zul}$ zulässige Spannung bei Druckstäben
τ_{zul} zulässige Scherspannung (Schubspannung)
$\sigma_{l\,zul}$ zulässiger Lochleibungsdruck
φ Stoßzahl

Bemerkung: Bei Festigkeitsberechnungen von Bauwerken werden in der Regel die Kräfte in t, die Flächen, Trägheits-, Widerstandsmomente und statischen Momente der Flächen in cm, die Biegungsmomente in tm, die Spannungen in kg/cm^2 angegeben. Im Eisenbetonbau gelten noch besondere Bezeichnungen, die den neuen Bestimmungen beigegeben sind.

IIb. Einheitliche Bezeichnungen im Eisenbetonbau.



x = Abstand der Nullinie vom gedrückten Rand.

y = Abstand des Druckmittelpunktes von der Nullinie.

z = Abstand des Druckmittelpunktes vom Zugmittelpunkt.

F_b = Betonquerschnitt ohne Abzug der Eiseneinlagen, geo= metrischer Querschnitt.

F_e = Gesamtquerschnitt der Eisen eines Druckgliedes, ins= besondere der Längseisen mittig belasteter Säulen.

F_k = Querschnitt des umschnürten Betonkerns bei umschnür= ten Säulen.

F_s = Querschnitt der in Längseisen umgewandelten Um= schnürung.

E_b = Elastizitätsmaß des Betons.
E_e = Elastizitätsmaß des Eisens.
$n = \frac{E_e}{E_b}$ = Verhältnis der beiden Elastizitätsmaße.
F_e = Querschnitt der Zugeisen bei Biegung.
$F_{e'}$ = Querschnitt der Druckeisen bei Biegung.
σ_b = Druckspannung des Betons bei Biegung und in Säulen.
σ_e = Zugspannung des Eisens bei Biegung } Zustand II (Ausschluß der Betonzugspannungen).
$\sigma_{e'}$ = Druckspannung des Eisens bei Biegung } Zustand II (Ausschluß der Betonzugspannungen).
σ_{bz} = Zugspannung des Betons } im Zustand I (Mitwirkung der Betonzugspannung).
σ_{bd} = Druckspannung des Betons } im Zustand I (Mitwirkung der Betonzugspannung).
σ_{ez} = Zugspannung des Eisens } im Zustand I (Mitwirkung der Betonzugspannung).
σ_{ed} = Druckspannung des Eisens. } im Zustand I (Mitwirkung der Betonzugspannung).
τ_0 = Schubspannung des Betons im Zustand II.
τ_1 = Haftspannung des Betons am Eisen.
d = Gesamthöhe bei Rechteckbalken und Platten.
d_0 = Gesamthöhe bei Plattenbalken.
h = Abstand des Schwerpunktes der gezogenen Eisen vom gedrückten Rand, Nutzhöhe.
h' = Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Eisen vom gedrückten Rand.
b = nutzbare Druckgurtbreite bei Plattenbalken, Breite von Rechteckquerschnitten.
b_0 = Rippenbreite bei Plattenbalken.
u = Umfang der Eisen.
$f_e = \frac{F_e}{b}$ = Zugeisenquerschnitt auf die Breiteneinheit.
$f_{e'} = \frac{F_{e'}}{b}$ = Druckeisenquerschnitt auf die Breiteneinheit.

III. Einführung in die statische Berechnung des Trägers mit gerader Stabachse.

1. Die drei Gleichgewichtsbedingungen.

Die Aufgabe der Berechnung besteht in der Ermittlung der zweckmäßigsten Gestalt, welche einem Konstruktionsteile zu geben ist, damit er bei sparsamstem Materialaufwand die auf ihn wirkenden Belastungen zu übertragen in der Lage ist. **Allgemeine Betrachtungen**

Zur Lösung der Aufgabe ist erforderlich:

1. Die Ermittelung der auf ein Konstruktionsglied wirkenden Belastungen;
2. die Ermittelung der sogenannten Auflager- oder Stützendrücke, welche durch die Belastungen hervorgerufen werden;
3. die Ermittelung der in einem Konstruktionsgliede infolge der Belastungen und der dadurch hervorgerufenen Auflagerkräfte entstehenden inneren Kräfte, der sogenannten Spannungen.

Größe und Wirkungsweise der Belastungen ergeben sich je nach der allgemeinen Anordnung und der Zweckbestimmung eines Bauwerkes. Die Belastungen sind vielfach veränderlich; für die Berechnung müssen deshalb stets diejenigen Lasten gewählt werden, die den ungünstigsten Einfluß auf die Standsicherheit eines Konstruktionsgliedes ausüben.

Auflager- oder Stützendrücke bilden mit den Belastungen die sogenannten äußeren Kräfte. Bei allen Bauwerken müssen sich die äußeren Kräfte unter allen Umständen stets im Zustande des Gleichgewichts befinden.

Die Größe der Auflagerkräfte ist zunächst unbekannt und wird mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen ermittelt, d. h. die Auflager- oder Stützendrücke müssen derart beschaffen sein, daß sie nach Größe und Richtung jede Veränderung der Lage eines Konstruktionsgliedes infolge der Belastungen verhindern können.

Nicht immer reichen die Gleichsgewichtsbedingungen zur Berechnung der Auflagerkräfte aus, sie genügen nur für statisch bestimmte Systeme. Für statisch unbestimmte Systeme sind außerdem je nach dem Grade der Unbestimmtheit sogenannte Formänderungsgleichungen erforderlich, die in einem späteren Abschnitt behandelt werden sollen.

Die durch die äußeren Kräfte hervorgerufenen inneren Kräfte eines Bauteiles werden gleichfalls mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen bestimmt, d. h. an jeder Stelle eines Konstruktionsgliedes müssen die inneren Kräfte, die Spannungen imstande sein, der Wirkung der äußeren Kräfte das Gleichgewicht zu halten.

Statische Aufgaben, d. h. Standfestigkeitsnachweise von Bauteilen können durch Rechnung oder Zeichnung gelöst werden. Beide Methoden sind gleich wertvoll und sollen deshalb nach Möglichkeit gleichzeitig benutzt werden.

Einteilung der Träger

Das bei allen Bauwerken und namentlich im Hochbau weitaus am häufigsten vorkommende Konstruktionsglied ist der Balken oder Träger mit gerader Stabachse, der deshalb in den folgenden Abschnitten eingehend besprochen werden soll. Der Träger heißt Wand-, Deckenträger oder dergleichen, je nachdem er zur Unterstützung einer Wand, einer Decke, oder sonstiger Bauteile herangezogen wird. Solche Lastträger übertragen die Lasten entweder unmittelbar auf Mauern und Stützen, oder sie werden selbst wiederum durch Träger — Unterzüge — unterstützt, die sie als Einzellasten belasten.

Art der Belastung

Die bei den Baukonstruktionen vorkommenden Belastungen bestehen in:

I. Ständiger oder ruhender Belastung.

II. Veränderlicher Belastung (auch zufällige, bewegliche oder wandernde Last oder Nutzlast genannt).

Die ständige oder ruhende Belastung beansprucht eine Konstruktion in stets gleich bleibender Weise und ändert im allgemeinen nur ihr Gewicht.

Die veränderliche Last dagegen belastet bald die ganze Konstruktion, bald diesen oder jenen Teil; sie bewegt sich über einen Balken fort und kann jede beliebige Stellung einnehmen.

Für Hochbauten ist die Ermittelung der ständigen Lasten verhältnismäßig einfach. Die für den einzelnen Fall gültigen Vorschriften vom 24. XII. 19 (Auszüge hiervon im Zementkalender) sind zu beachten, das Eigengewicht der Tragkonstruktion zu ermitteln, das im Eisenbetonbau von Fall zu Fall aus den gewählten Abmessungen zu bestimmen ist. Dazu kommt das Gewicht aller nicht mittragenden Bauteile wie Deckenauffüllung, Fußbodenbelag, Putz, angehängte Rabitzdecken, Gewölbe, Mauern usw. und endlich die sogen. Nutzlast als ein Zuschlag für Menschengedränge oder bewegliche Gegenstände (Möbel, Waren u. a.).

Für Brückenbauten kommt außer dem Eigengewicht als sogenannte Verkehrslast in Frage: Menschengedränge, eine Radlast, gegebenenfalls eine Dampfwalze oder ein Eisenbahnzug.

Für die Angriffsweise der Belastung sind folgende Fälle zu unterscheiden. **Angriffsweise der Belastung**

I. Ständige Belastung.

1. Einzellasten.
2. Die Belastung wirke in jedem Punkt eines Trägers
   a) gleichmäßig stetig verteilte Belastung,
   b) unstetige Belastung.
3. Streckenlast.

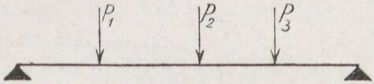


Abb. 10.

Zu 1). Einzellasten sind solche Lasten, die nur in einem bestimmten Punkte einer Tragkonstruktion wirken. So wirken z. B. Deckenträger auf einen Unterzug als Einzellasten. Man stellt sie dar durch einen nach unten gerichteten Pfeil (Abb. 10) und kennzeichnet sie z. B. mit

$$P_1 = 1000 \text{ kg}$$
$$P_2 = 2000 \text{ kg}$$
$$P_3 = 4000 \text{ kg}$$

Zu 2 a). Eine gleichmäßig verteilte Belastung besteht gewissermaßen aus einer unendlich großen Anzahl von Einzellasten; sie erstreckt sich über die ganze Länge eines Trägers und bildet, da der Belastungsgleichwert in allen

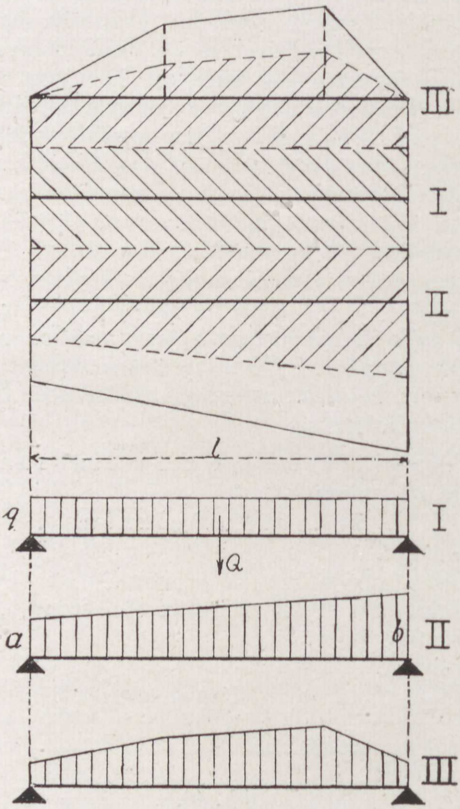


Abb. 11.

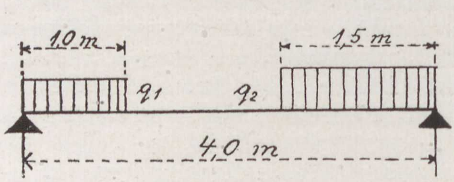


Abb. 12.

Punkten derselbe ist, ein Rechteck von der Länge l des Trägers und der Belastungshöhe q. Ist z. B.

$$q = 1000 \text{ kg/m oder } = 10 \text{ kg/cm}$$
(lies 1000 kg für das laufende m),

dann ist das Gesamtgewicht der gleichmäßig verteilten Belastung:

$$Q = q \cdot l, \text{ und wenn } l = 6{,}0 \text{ m ist,}$$
$$Q = 1000 \text{ kg/m} \cdot 6{,}00 \text{ m} = 10 \text{ kg/cm} \cdot 600 \text{ cm} = 6000 \text{ kg}$$
(siehe Träger I in Abb. 11, Belastung durch Decke).

Zu 2 b). Je nach der Lage der Träger zueinander und der Form des Grundrisses können auch Trapez-, bzw. Trapez- und Dreieckslasten vorkommen, deren Belastungshöhen q für jeden Punkt eines Trägers verschieden unstetig sind (Träger II und III in Abb. 11).

Zu 3). Unter einer Streckenlast versteht man ebenfalls eine gleichmäßig (stetig) verteilte Last, die den Träger jedoch nur auf bestimmte Strecken belastet (Abb. 12).

Für $q_1 = 500$ kg/m und $q_2 = 1000$ kg/m würde sein:

$$Q_1 = q_1 \cdot 1{,}0 = 500 \text{ kg/m} \cdot 1{,}0 = 500 \text{ kg}$$
$$Q_2 = q_2 \cdot 1{,}5 = 1000 \text{ kg/m} \cdot 1{,}5 = 1500 \text{ kg}$$

II. Veränderliche (bewegliche) Belastung.

1. Menschengedränge ist ebenfalls als eine gleichförmig (stetig) verteilte Belastung aufzufassen, die jedoch über den Träger wandert, deren ungünstigste Stellung daher von Fall zu Fall zu ermitteln ist.

Auflagerung von Trägern

2. Radlasten gelten im allgemeinen als wandernde Einzellasten; jedoch ist bei Eisenbetonplatten nach § 17, Abs. 4 der amtlichen Bestimmungen für die Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton eine verteilende Wirkung auf eine Fläche gestattet.

Nach Zahl und Art der Unterstützung unterscheidet man:

1. Freiträger
   a) mit loser Einspannung (Abb. 13),
   b) mit fester Einspannung (Abb. 14).
2. Träger auf zwei Stützen frei aufliegend, mit oder ohne überhängende Enden (Abb. 15).
3. Träger an einem Ende fest eingespannt, am anderen Ende frei aufgelagert (Abb. 16).

4. Träger an beiden Enden fest eingespannt (Abb. 17).
5. Träger, welche über drei und mehr Stützen zusammenhängend fortlaufen (durchlaufende oder kontinuierliche Träger) (Abb. 18).

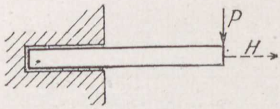


Abb. 13.

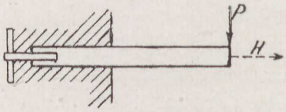


Abb. 14.

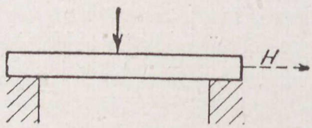


Abb. 15.

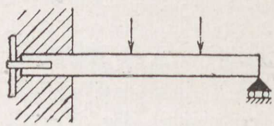


Abb. 16.

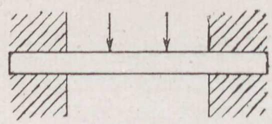


Abb. 17.

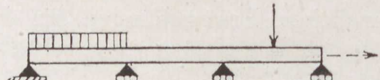


Abb. 18.

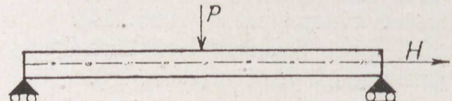


Abb. 19.

Zu 1 a) und 1 b): Unter einem Freiträger versteht man einen Träger, der an einem Ende eingemauert, am anderen Ende dagegen ohne Unterstützung ist. Lose eingespannt überträgt er nur senkrechte Lasten, er ist unbrauchbar zur Uebertragung wagerecht wirkender Kräfte (Abb. 13). Fest vom Mauerwerk umschlossen, besser noch im Mauerwerk verankert, d. h. fest eingespannt kann er senkrechte und wagerechte Kräfte aufnehmen.

Zu 2). Soll ein Träger frei aufliegen, muß er mindestens an zwei Stellen aufgelagert werden. Im allgemeinen überträgt ein solcher Träger den Druck auf das Mauerwerk mit Hilfe von Unterlagsplatten. Bei größeren Konstruktionen genügen solche einfachen Auflagerungen indessen nicht mehr, sogenannte Rollenlager treten an ihre Stelle (Abb. 19), deren Druck stets senkrecht zur Unterlagsbahn anzunehmen ist. Sollen außer senkrechten Lasten auch wagrechte Kräfte übertragen werden, muß eins der Auflager fest sein, während das zweite Auflager beweglich sein darf.

Als Regel merke man sich deshalb: Zur Uebertragung senkrechter und wagerechter Kräfte bedarf ein Balken mindestens zweier Auflager, von denen eins fest ist, während das zweite beweglich sein kann. Das feste Auflagergelenk (gewissermaßen ein Scharnier, um welches der Balken gedreht werden kann) überträgt wagerechte und senkrechte Kräfte, das bewegliche Auflager nur senkrechte Kräfte.

Zu 3) und 4) ist zu bemerken, daß die Träger sozusagen mehr als notwendig aufgelagert sind. Solche Anordnungen bieten indessen, wie wir später sehen werden, mancherlei Vorteile.

Zu 5). Das vorstehend Gesagte gilt auch hierfür. Nur merke man sich, daß zur Uebertragung wagerechter Kräfte mindestens ein festes Auflagergelenk an irgendeiner Stelle angeordnet werden muß. Alle übrigen Auflager dürfen beweglich sein.

Bestimmung einer Kraft

Die G r ö ß e einer beliebig gerichteten Kraft wird ausgedrückt durch das Gewicht, welches die gleiche Wirkung hervorbringen würde. Zeichnerisch wird die Kraft dargestellt durch eine gerade Linie, deren Länge sich nach dem gewählten Maßstabe richtet. Ist z. B. 1 cm = 100 kg, so ist eine Kraft von 500 kg durch eine 5 cm lange, gerade Linie darzustellen.

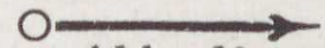


Abb. 20.

E i n e K r a f t i s t b e s t i m m t, wenn ihre G r ö ß e, R i c h t u n g und die L a g e des A n g r i f f s p u n k t e s bekannt ist (Abb. 20).

Krafteck (Kräfte-polygon) Wirken auf einen Punkt A (Abb. 21a) zwei Kräfte P_1 und P_2, so bewegt sich der Punkt A bekanntlich in der

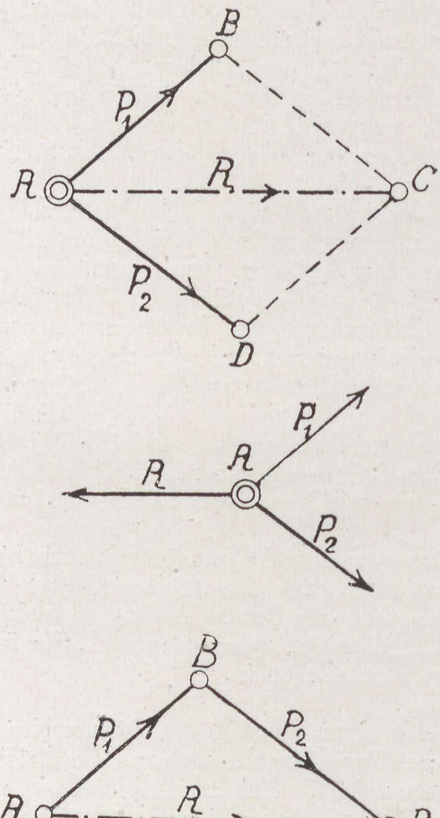


Abb. 21a—c.

Richtung der Diagonale R des aus den nach Größe und Richtung gegebenen Kräften P_1 und P_2 gebildeten Parallelogramms A B C D. Eine in der Richtung der Diagonale wirkende Kraft R von der Größe der Diagonale muß deshalb auf den Punkt A die gleiche Wirkung ausüben wie die Kräfte P_1 und P_2. Würde die Kraft R nun in entgegengesetzter Richtung wirken (Abb. 21 b), dann befindet sich Punkt A, da die Kraft R die Kraftwirkungen P_1 und P_2 aufhebt, im Zustand der Ruhe, d. h. die drei Kräfte R, P_1 und P_2 halten sich das Gleichgewicht.

Da im Parallelogramm A D = B C ist, kann man die Kraft R nach Größe und Richtung auch dadurch erhalten, daß man (Abb. 21 c) die Kraft P_2 nach Größe und Richtung im Punkte B anträgt. Die Kraft R heißt

M i t t e l k r a f t (Resultante, Resultierende),

während P_1 und P_2 S e i t e n k r ä f t e (Komponenten) genannt werden.

Umgekehrt läßt sich eine gegebene Kraft R in zwei Seitenkräfte mit gegebenen Richtungen zerlegen (Abb. 22);

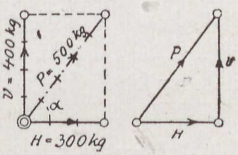


Abb. 22.

eine der Grundaufgaben der Statik, die häufig zur Anwendung gelangt. Stehen die Kraftrichtungen der gesuchten Seitenkräfte senkrecht auf einander, lassen sich letztere auch rechnerisch leicht aus den Dreiecksbeziehungen bestimmen. Man findet

1. $H = P \cdot \cos \alpha$ in kg

2. $V = P \cdot \sin \alpha$ in kg

oder 3. $P = \sqrt{H^2 + V^2}$ in kg.

Ist z. B. $\alpha = 53^0\ 10'$; $P = 500$ kg, dann ist

$$H = P \cdot \cos \alpha = 500\text{ kg} \cdot \cos 53^0\ 10' = 500\text{ kg} \cdot 0{,}6 = \sim 300\text{ kg}$$

$$V = P \cdot \sin \alpha = 500\text{ kg} \cdot \text{sind } 53^0\ 10' = 500\text{ kg} \cdot 0{,}8 = \sim 400\text{ kg.}$$

Die Werte sin 53° 10′ und cos 53° 10′ sucht man in den Winkeltabellen auf (s. Zementkalender).

Sind dagegen V und H gegeben, findet man

$$P = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{(300^2 + 400^2) \cdot kg^2}$$
$$= \sqrt{250\,000 \cdot kg^2} = 500 \text{ kg}.$$

Die Mittelkraft beliebig vieler auf einen Punkt wirkender Kräfte findet man, indem man die gegebenen Kräfte nach Größe und Richtung in beliebiger Reihenfolge aneinander trägt. Die Schlußlinie Ae (Abb. 23) des auf diese

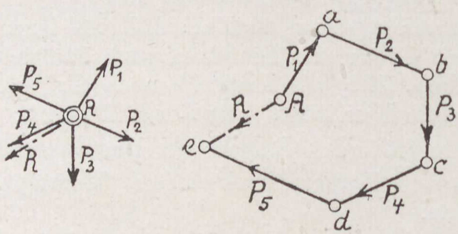


Abb. 23.

Weise gebildeten Kräftezuges (Polygonzuges) liefert die gesuchte Mittelkraft R nach Größe und Richtung. Das Polygon P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 R heißt K r ä f t e p o l y g o n , K r ä f t e p l a n oder K r a f t e c k.

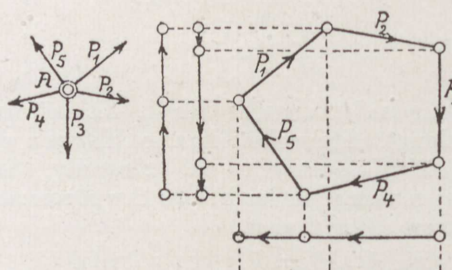


Abb. 24.

Wird nun R = 0, so tritt keine Bewegung des Punktes A (Abb. 24) ein, er bleibt in Ruhe; d. h.: Beliebig viele auf einen Punkt wirkende Kräfte bleiben im Gleichgewicht, wenn sie sich nach Größe und Richtung zu einem geschlossenen Kräfteplan aneinander tragen lassen, die

Mittelkraft R also = Null ist. Projiziert man sämtliche Kräfte auf 2 zu einander senkrechte Richtungen, erkennt man leicht, daß sowohl die Summe der Projektionen in der einen Richtung, als auch die Summe der Projektionen in der dazu senkrechten Richtung jede für sich gleich Null ist.

Erste und zweite Gleichgewichtsbedingung

Wählt man die eine Richtung stets wagerecht, die zweite senkrecht dazu und bedenkt ferner, daß die vorerwähnten Projektionen weiter nichts bedeuten als die bereits bekannte Zerlegung einer nach Größe und Richtung gegebenen Kraft in zwei zueinander senkrechte Seitenkräfte, dann ergibt sich das wichtige, für alle Bauarten geltende Gesetz:

1. Die Summe aller wagerechten Kräfte muß gleich Null sein:

$$\Sigma H = 0,$$

2. Die Summe aller senkrechten Kräfte muß gleich Null sein:

$$\Sigma V = 0,$$

wenn Gleichgewicht vorhanden sein soll.

Beispiel: In einem Punkte A greifen die Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 an. Es soll Gleichgewicht vorhanden sein.

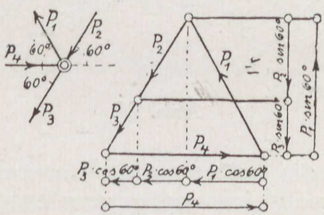


Abb. 25.

Gegeben: $P_1 = 80$ kg; $P_2 = 50$ kg; $P_3 = 30$ kg und $P_4 = 80$ kg.

1. $\Sigma H = 0$.

Alle Kräfte mit dem Pfeil nach rechts seien positiv.

$$-P_1 \cdot \cos 60^0 - P_2 \cdot \cos 60^0 - P_3 \cdot \cos 60^0 + P_4 = 0$$

oder

$$-80 \cdot \tfrac{1}{2} - 50 \cdot \tfrac{1}{2} - 30 \cdot \tfrac{1}{2} + 80 = 0$$

$$-40 - 25 - 15 + 80 = 0$$

$$-80 + 80 = 0.$$

Das Ergebnis stimmt mit der Zeichnung überein (Abb. 25).

$$2.\ \Sigma V = 0.$$

Alle Kräfte mit dem Pfeil nach rechts seien positiv.

$$+ P_1 \cdot \sin 60^0 - P_2 \cdot \sin 60^0 - P_3 \cdot \sin 60^0 = 0,$$

oder

$$+ P_1 - P_2 - P_3 = 0$$

$$80 - 50 - 30 = 0.$$

Das Ergebnis stimmt ebenfalls mit der Zeichnung überein.

Punkt A befindet sich daher im Zustand der Ruhe, die angreifenden Kräfte sind im Gleichgewicht.

Kräftepaar und Moment

Wirkt eine Kraft P auf einen um eine Achse C drehbaren Körper derart, daß ihre Kraftrichtung die Mittellinie der Drehachse schneidet, bleibt der Körper in Ruhe, er wird nur gedrückt. Befindet sich die Richtungslinie der Kraft jedoch außerhalb der Achse, so tritt außerdem eine Drehung des Körpers ein, die um so größer wird, je größer die Kraft und je größer der Abstand a von der Drehachse ist (Abb. 26). Die Wirkung einer solchen

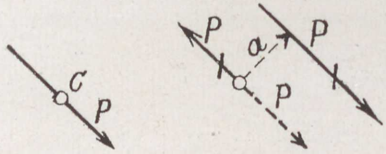


Abb. 26.

Kraft läßt sich am besten darstellen, indem man parallel zur Kraft P zwei gleich große, aber entgegengesetzte gerichtete Kräfte P in der Drehachse anträgt. An dem Kräftezustand ist dadurch nichts geändert, die gestrichenen Kräfte PP (Abb. 26) üben die Drehwirkung aus, die gestrichelte Kraft P gibt den Druck auf den Körper an. Derartige Kräfte PP werden Kräftepaar, ihr senkrechter Abstand wird Hebelarm und die Drehwirkung Moment (auch statisches Moment) genannt. Die Größe der Drehwirkung wird ausgedrückt durch das Produkt aus Kraft und Hebelarm, besser Kraft mal senkrechtem Abstand vom Drehpunkt, und geschrieben

$$M = P \cdot a$$

Die Wirkung des Momentes bleibt dieselbe, wenn der

Hebelarm a vergrößert oder verkleinert und gleichzeitig die Kraft P verkleinert bzw. vergrößert wird.

Ist z. B. $P = 100$ kg; $a = 1{,}0$ m,
so ist $M = 100$ kg; $\cdot$ $1{,}0 = 100$ mkg.
Ist $P = 50$ kg; $a = 2{,}0$ m,
wird $M = 50$ kg $\cdot$ $2{,}0$ m $= 100$ mkg usw.

Gewöhnlich wählt man als Einheiten:

Bei großen Kräften die Tonne (1000 kg), für den Hebelarm das Meter, so daß das Moment ausgedrückt wird in Tonnenmetern (tm);
bei kleineren Kräften für die Kraft kg, für den Hebelarm cm, also Moment in kgcm.

Betreffs des Vorzeichens eines Momentes merke man:

Das Moment einer Kraft ist positiv (+), wenn die Drehung rechts herum im Sinne der Uhrzeiger erfolgt; bei entgegengesetzter Drehung ist es negativ (—) (Abb. 27).

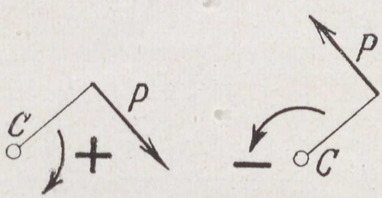


Abb. 27.

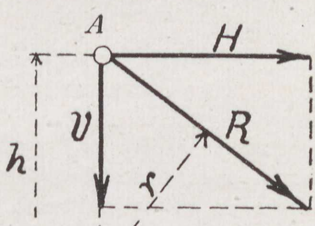


Abb. 28.

Zerlegt man eine Kraft R in die Seitenkräfte H und V (Abb. 28), von denen V in die Richtung AC fällt (also durch den Drehpunkt C geht), während H rechtwinklig dazu steht, so kann nur H eine Drehung um C erzeugen, da der Hebelarm von V in bezug auf C gleich Null ist. Dann ist

$$R \cdot r = H \cdot h,$$

d. h.: Das statische Moment der Mittelkraft R ist ebenso groß wie das statische Moment der Seitenkraft H, die rechtwinklig zu der Verbindungslinie des Angriffspunktes der Kraft mit der Drehachse gerichtet ist.

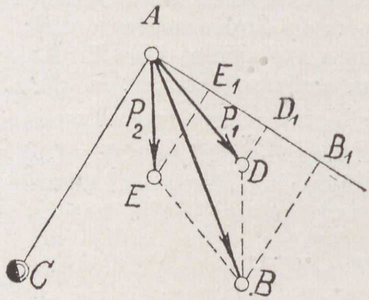


Abb. 29.

Fällt eine der Seitenkräfte P_1 und P_2 (Abb. 29) nicht in die Richtung AC hinein und zerlegt man nun jede der drei Kräfte R_1, P_1 und P_2 für sich nach den Richtungen AC und senkrecht dazu, dann ist nach dem Vorhergehenden das statische Moment

$$\begin{aligned} \text{der Kraft } R &: M = AB_1 \cdot AC \\ \text{„} \quad \text{„} \quad P_1 &: M_1 = AD_1 \cdot AC \\ \text{„} \quad \text{„} \quad P_2 &: M_2 = AE_1 \cdot AC \end{aligned}$$

Da aber $AB_1 = AD_1 + AE_1 = AD_1 + D_1 B_1$, so folgt

$$M = M_1 + M_2,$$

d. h.: Das statische Moment der Mittelkraft zweier oder mehrerer Kräfte in bezug auf eine feste Drehachse ist ebenso groß wie die Summe der statischen Momente zweier oder mehrerer Kräfte auf diese Drehachse.

Parallele Kräfte Wie bereits bekannt, findet man die Mittelkraft R zweier Kräfte P_1 und P_2 nach Größe, Richtung und Angriffspunkt mit Hilfe des Parallelogramms, oder durch ein Krafteck (Abb. 21c). Schneiden sich die Kräfte jedoch nicht mehr in der Blattebene, so versagt das Verfahren.

Mit Hilfe des im Vorigen bewiesenen Satzes, daß das statische Moment der Mittelkraft ebenso groß ist wie die Summe der statischen Momente der Seitenkräfte, kann die Mittelkraft R auch dann bestimmt werden, wenn der Schnittpunkt D der Kräfte P_1 und P_2 außerhalb der Blattebene liegt.

Die Kräfte P_1 und P_2 seien durch eine Stange AB unveränderlich fest miteinander verbunden. Dann muß in bezug auf einen beliebigen Drehpunkt C sein (Abb. 30):

$$R \cdot r = P_1 \cdot p_1 + P_2 \cdot p_2,$$

oder

$$r = \frac{1}{R}(P_1 \cdot p_1 + P_2 \cdot p_2)$$

Die Lage der Mittelkraft R ist also aus der Bedingung gegeben, daß sie den senkrechten Abstand r vom Drehpunkt C haben muß. Größe und Richtung ergeben sich aus dem Krafteck.

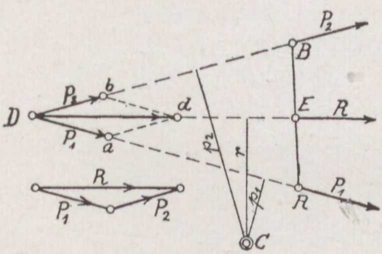


Abb. 30.

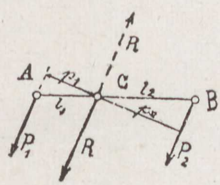


Abb. 31.

Damit ist zugleich die Lösung der Aufgabe, diejenige Kraft R zu finden, die den gegebenen Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht hält, gegeben. Man braucht nur den Richtungssinn der Kraft R umzukehren.

Ganz besonders wichtig für die späteren Untersuchungen ist der Fall, wenn die Kräfte P_1 und P_2 sich im Unendlichen schneiden, also parallel zueinander werden (Abb. 31). Das Krafteck schrumpft dann zu einer Geraden zusammen, und es folgt daraus, daß die Mittelkraft R dieselbe Richtung wie P_1 und P_2 haben und gleich deren Summe sein muß.

$$R = P_1 + P_2.$$

Nimmt man den beliebigen Drehpunkt C im Schnittpunkt C der Mittelkraft R mit der Stange AB an, dann ist

$$-P_1 \cdot p_1 + P_2 \cdot p_2 = 0,$$

oder

$$P_1 \cdot p_1 = P_2 \cdot p_2,$$

oder

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

Da ferner $\frac{p_2}{p_1} = \frac{l_2}{l_1}$ (Aehnlichkeit der Dreiecke),

folgt:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{l_2}{l_1},$$

Hieraus ergibt sich die Lage des Punktes C.

Beispiel: Beachtet man, daß $l = l_1 + l_2$, oder $l_2 = l - l_1$ ist, ist ferner

$$P_1 = 20 \text{ kg}; \; P_2 = 10 \text{ kg}; \; l = 9{,}0 \text{ m},$$

so wird

$$\frac{20}{10} = \frac{l - l_1}{l_1} = \frac{9}{l_1} - 1,$$

oder

$$2 + 1 = \frac{9}{l_1},$$

und hieraus

$$l_1 = \frac{9}{3} = 3{,}0 \text{ m}$$

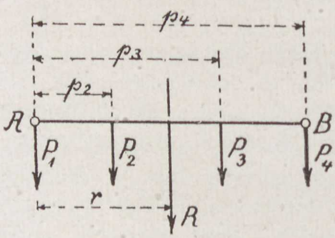


Abb. 32.

Sind mehr als 2 parallele Kräfte gegeben, deren Mittelkraft nach Größe, Richtung und Lage zu bestimmen ist (Abb. 32), wählt man vorteilhaft einen der Punkte A oder

B als Drehpunkt. Da die Mittelkraft $R_2 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$ und den gegebenen Kräften parallel sein muß, findet man leicht (für A als Drehpunkt)

$$R \cdot r = P_2 \cdot p_2 + P_3 \cdot p_3 + P_4 : p_4,$$

und daraus

$$r = \frac{P_2 \cdot p_2 + P_3 \cdot p_3 + P_4 \cdot p_4}{R} = \frac{P_2 \cdot p_2 + P_3 \cdot p_3 + P_4 \cdot p_4}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}$$

damit ist auch die Lage von R gegeben.

Dritte Gleichgewichtsbedingung

Die Lösung nachstehender, für die späteren Untersuchungen grundlegenden Aufgabe ist nunmehr mit Hilfe des statischen Momentes leicht zu finden. Gegeben seien die parallelen Kräfte P_1, P_2, P_3 nach Größe, Richtung und Lage als Belastungen einer Stange von der Länge l (Gewicht der Stange werde vernachlässigt).

Gesucht die in den Endpunkten der Stange wirkenden Kräfte A und B, die den gegebenen Kräften das Gleichgewicht halten.

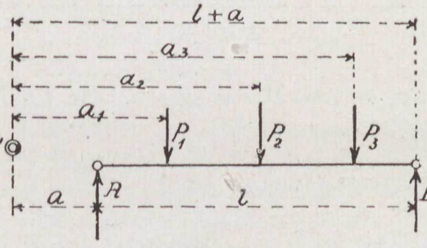


Abb. 33.

L ö s u n g : Es sei C der beliebig anzunehmende Drehpunkt. Mit Beachtung der in Abb. 33 bezeichneten senkrechten Abstände der Kräfte vom Punkte C ist dann $P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3 - A \cdot a - B : b = 0$, d. h. die Summe der statischen Momente, oder der Momente aller Kräfte in bezug auf Drehpunkt C muß gleich Null sein, wenn Gleichgewicht herrschen soll. Man sagt kurz

$$\Sigma M = 0.$$

Die obige Momentengleichung enthält aber beide unbekannten Kräfte A und B. Wählt man jedoch den Drehpunkt derart, daß er entweder mit dem Angriffspunkt der

Kraft A oder mit dem der Kraft B zusammenfällt, enthält die Gleichung nur noch eine Unbekannte, weil der Hebelarm einer der beiden Kräfte in bezug auf den Drehpunkt gleich Null, das Moment der entsprechenden Kraft also ebenfalls Null wird. Gemäß Abb. 34 ergibt sich dann z. B.

1. $A \cdot l - P_1 \cdot b_1 - P_2 \cdot b_2 - P_3 \cdot b_3 = 0,$

2. $- B \cdot l + P_3 \cdot b_3 + P_2 \cdot b_2 + P_1 \cdot b_1 = 0.$

Man hat auf diese Weise den praktischen Vorteil, weniger Rechenarbeit leisten zu müssen, da sich die unbe-

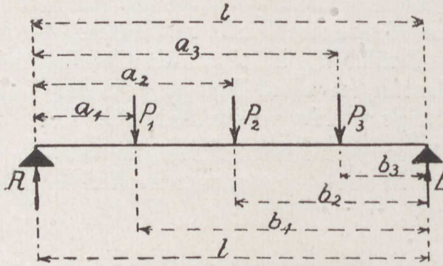


Abb. 34.

kannten Kräfte A und B aus den beiden Gleichungen unmittelbar ergeben.

Unter der Gleichung $\Sigma M = 0$ versteht man die dritte Gleichgewichtsbedingung.

Gleichgewichtsbedingungen für einen Träger

Soll ein Träger sich im Zustande der Ruhe befinden, müssen die auf ihn wirkenden äußeren Kräfte folgende Bedingungen erfüllen:

1. Die algebraische Summe aller wagerechten Seitenkräfte der äußeren Kräfte muß gleich Null sein, d. h.:

$$\Sigma H = 0$$

2. Die algebraische Summe aller senkrechten Seitenkräfte der äußeren Kräfte muß gleich Null sein, d. h.:

$$\Sigma V = 0$$

3. Die Summe der statischen Momente aller äußeren Kräfte in bezug jeden beliebigen Drehpunkt in der Ebene des Blattes muß gleich Null sein, d. h.:

$$\Sigma M = 0$$

2. Der Balken auf zwei Stützen.

Äußere Kräfte

Wird ein Balken auf 2 Stützen durch beliebige lotrechte Lasten beansprucht (Abb. 35), so wird er diese Lasten nach irgendeinem Verteilungsgesetz auf diejenigen Bauteile, auf welchen er ruht, auf die er sich stützt, *Widerlager* oder *Auflager* genannt, übertragen. Die Lasten üben also auf die Widerlager Drücke aus, sie übertragen Kräfte. Nach dem Gesetz von „Wirkung und

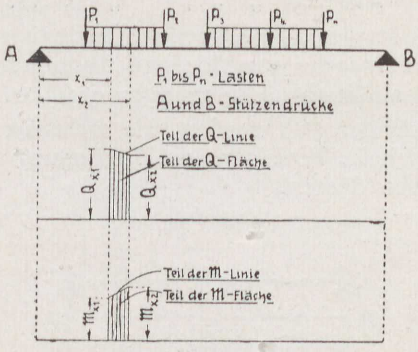


Abb. 35.

Gegenwirkung“ werden die Widerlager entgegengesetzt wirkende Kräfte von gleicher Größe ausüben. Dies sind die sogenannten *Stützendrücke*, auch *Auflagerkräfte* oder Stützenreaktionen genannt. Wir bezeichnen sie mit A und B. Wir unterscheiden also Lasten und Stützendrücke, zusammen die *äußeren Kräfte* genannt.

Stützendrücke

Die Größe der Stützendrücke ist uns nicht ohne weiteres gegeben, sie müssen berechnet werden. Hierzu dienen uns die abgeleiteten drei Gleichgewichtsbedingungen für Kräfte in der Ebene, die lauten:

1. Die Summe aller wagerechten oder horizontalen Kräfte muß Null sein, $\Sigma H = 0$; (1)
2. Die Summe aller senkrechten oder vertikalen Kräfte muß Null sein, $\Sigma V = 0$; (2)
3. Die Summe aller Momente *für jeden beliebigen Punkt* der Ebene muß Null sein, $\Sigma M = 0$; (3)

Im Hochbau haben wir es meist mit lotrechten Lasten zu tun. Wir können beim Balken auf 2 Stützen also die eine der Gleichgewichtsbedingungen $\Sigma H = 0$ nicht verwerten, weil wagerechte Kräfte nicht da sind. Wir haben also an Gleichgewichtsbedingungen:

$$\text{(I)}\quad \Sigma V = 0$$
$$\Sigma M = 0$$

oder auch:

$$\text{(II)}\quad \Sigma M = 0 \text{ für einen Punkt in B}$$
$$\Sigma M = 0 \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \ \text{A.}$$

Es sind nicht vier Gleichgewichtsbedingungen, sondern nur zwei voneinander unabhängige Bedingungen, so daß sich nur 2 unabhängige Gleichungen ergeben.

Die Bedingungen (II) werden wir stets zur Berechnung der Stützendrücke benutzen, die Bedingung $\Sigma V = 0$ soll dann als Probe dienen.

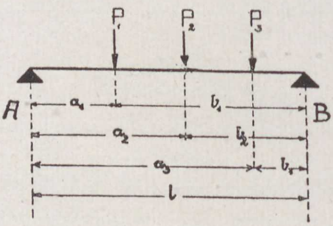


Abb. 36.

Beispiel 1. (Abb. 35.)

Aus Bedingungen (II) folgt:

Für einen Punkt in B:

$$+ A \cdot l - P_1 \cdot b_1 - P_2 \cdot b_2 - P_3 \cdot b_3 = 0.$$
$$A = (P_1 \cdot b_1 + P_2 \cdot b_2 + P_3 \cdot b_3)\frac{1}{l} = \frac{\Sigma P \cdot b}{l}$$

Für einen Punkt in A:

$$- B \cdot l - P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3 = 0.$$
$$B = (P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3)\ \frac{1}{l} = \frac{\Sigma P \cdot a}{l}$$

Probe: nach $\Sigma V = 0$;

Es muß sein: $A + B - \Sigma P = 0;$
$$A + B = \Sigma P.$$

Setze Werte für A und B ein, so ergibt sich:

$$(P_1 \cdot b_1 + P_2 \cdot b_2 + P_3 \cdot b_3)\frac{1}{l} + (P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3)\frac{1}{l}$$

$$= \frac{P_1 \cdot b_1}{l} + \frac{P_2 \cdot b_2}{l} + \frac{P_3 \cdot b_3}{l} + \frac{P_1 \cdot a_1}{l} + \frac{P_2 \cdot a_2}{l} + \frac{P_3 \cdot a_3}{l}$$

$$= \frac{P_1 \cdot (a_1 + b_1)}{l} + \frac{P_2 \cdot (a_2 + b_2)}{l} + \frac{P_3 \cdot (a_3 + b_3)}{l}$$

$$= P_1 + P_2 + P_3 = \Sigma P$$

wie erforderlich war.

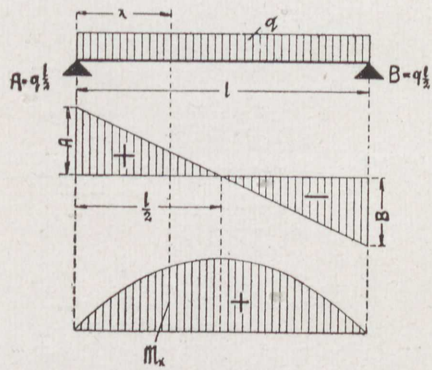


Abb. 37.

Beispiel 2. (Abb. 37.)

Aus Bedingungen (II)

folgt aus $\Sigma M = 0$ für einen Punkt in B:

$$A \cdot l - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0$$

Hierin ist: $q \cdot l$ die Last, $\frac{l}{2}$ der Hebelarm.

$$A = \frac{q \cdot l}{2}$$

Für einen Punkt in A:

$$-B \cdot l + q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$B = \frac{q \cdot l}{2}$$

also $A = B = \frac{q\,l}{2}$, was zu erwarten war. $A \cdot l$ habe die Benennung kgm, dann muß $q \cdot l \frac{l}{2}$ auch diese Benennung haben, weil ich nur Gleichartiges zu Gleichartigem addieren kann.

$$q \text{ hat Benennung } \frac{kg}{m}$$

$$l \quad ,, \qquad ,, \qquad m$$

Es ergibt also: $q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = \frac{kg}{m} \cdot m \cdot m = kgm$ wie vorher. $A = q \frac{l}{2} = \frac{kg}{m} \cdot m = kg$, also ist $\frac{q \cdot l}{2}$ eine Kraft.

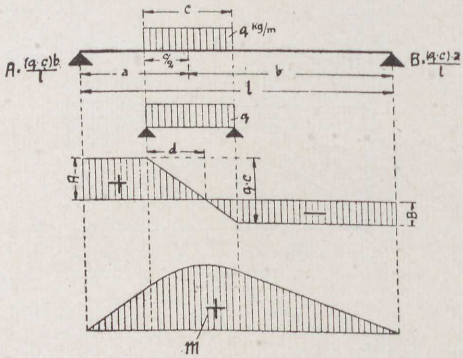


Abb. 38.

Beispiel 3. (Abb. 38.)

Aus Bedingungen (II) folgt für einen Punkt in B:

$$A \cdot l - q \cdot c \cdot b = 0$$

$$A = \frac{q \cdot c \cdot b}{l}$$

für einen Punkt in A:

$$-B \cdot l + q \cdot c \cdot a = O$$

$$B = \frac{q \cdot c \cdot a}{l}$$

(vergleiche mit Formeln bei Beispiel 1 wenn $q \cdot c = P$).

Probe: Es muß sein (wie früher) A + B = q · c.
Setze für A und B Werte ein:

$$A + B = \frac{q \cdot c \cdot b}{l} + \frac{q \cdot c \cdot a}{l} = \frac{q \cdot c}{l}(a + b) = q \cdot c.$$

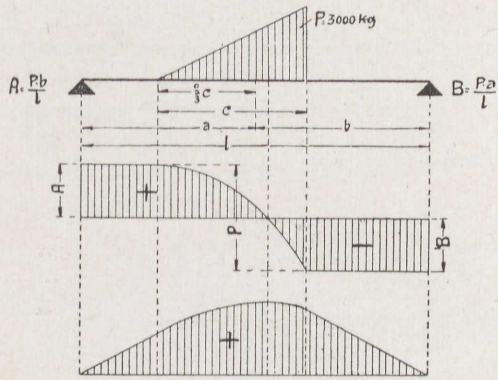


Abb. 39.

Beispiel 4. (Abb. 39.)

Aus Bedingungen (II) folgt für Punkt in B:

$$A \cdot l - P \cdot b = 0 \qquad A = \frac{P \cdot b}{l}$$

und

$$B = \frac{P \cdot a}{l}.$$

Einleitung: Ein Körper wird unter dem Druck der Lasten seine Gestalt verändern, er wird sich durchbiegen, wie man sagt (Abb. 40). Die Skizze läßt erkennen, daß die obere Faser des Balkens hierbei verkürzt, die untere verlängert werden wird. Dieser Formänderung widersetzen sich die Fasern, sie leisten Widerstand, indem sie Gegenkräfte, sogenannte Spannungen, entwickeln. **Innere Kräfte**

Es soll hier nicht die Verteilung dieser inneren Kräfte oder Spannungen über die Querschnitte erläutert werden, im Abschnitt IV wird diese Frage ausführlich behandelt. Lediglich ihre Größe und Angriffsrichtung unter dem Einfluß der gegebenen äußeren Kräfte wollen wir feststellen.

Hierzu dient das sogenannte Schnittverfahren. Hat man einen irgendwie geformten Träger, von irgendwelchen

Kräften beansprucht, und sind die Stützendrücke mit den Lasten im Gleichgewicht, so denkt man sich den Träger an einer beliebigen Stelle, die man untersuchen will, senkrecht zur Trägerachse durchschnitten, so daß z. B. der

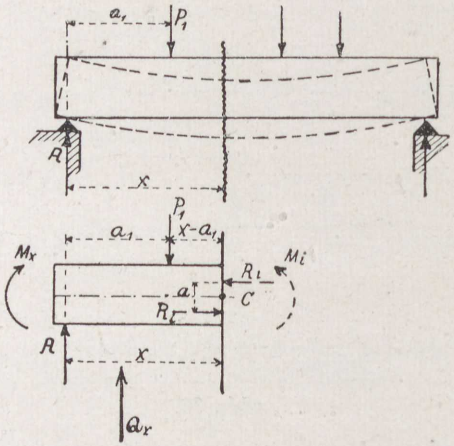


Abb. 40.

linke Trägerteil, Teil I, abgetrennt ist. Weil aber in den meisten Fällen der Wirklichkeit die innerhalb der sogenannten Elastizitätsgrenze liegende Biegung nur gering sein kann, vernachlässigen wir die Formänderungen bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen und nehmen Lage und Richtung der einzelnen Kräfte sowie des Teiles I selbst wie beim ungebogenen Balken an (Abb. 40). Bringt man nun an der Schnittstelle die dort wirkenden inneren Kräfte als äußere Kräfte an, so bleibt Teil I auch für sich allein im Gleichgewicht mit den am linken Teil vorhandenen, gegebenen äußeren Kräften, die 3 Gleichgewichtsbedingungen müssen also erfüllt sein. Die gleiche Ueberlegung gilt, da es sich um denselben Querschnitt handelt, auch für den rechts vom Schnitt gelegenen Trägerteil, Teil II. Aus beiden gegebenen äußeren Kräftegruppen (Stützendrücke als bereits berechnet angenommen) können mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen die ebenfalls als äußere Kräfte gedachten inneren Spannungen zweimal unabhängig von einander berechnet werden, so daß die Anwendung auf die eine Kräftegruppe gewissermaßen eine

Probe für die Anwendung auf die andere Kräftegruppe ist. Das Schnittverfahren eignet sich vorzüglich zur Berechnung der Spannungsvorgänge in allen Konstruktionsgliedern.

Ein Balken auf zwei Stützen sei in der Entfernung x vom linken Auflager durchschnitten, der so abgetrennt gedachte Balkenteil besonders herausgezeichnet. (Abb. 40.)

Die gegebenen äußeren Kräfte A und P_1 erzeugen eine Mittelkraft (mit Q_x bezeichnet)

$$Q_x = A - P_1 \qquad (4)$$

und in bezug auf Punkt C ein Moment (rechts drehend im Sinne des Uhrzeigers)

$$M_x = A \cdot x - P_1 (x - a_1) \qquad (5)$$

Bringen wir die im Schnitt wirksamen inneren Kräfte (Spannungen) als äußere Kräfte an, sind folgende auch im Abschnitt IV näher begründete Erfahrungsgesetze zu beachten: Die Kräfte in den gezogenen Fasern bilden eine Mittelkraft R_i, die ebenso groß ist wie die Mittelkraft der Kräfte in den gedrückten Fasern. Naturgemäß ist der Richtungssinn dieser Mittelkräfte verschieden, sie liegen gleich weit entfernt vom Drehpunkt C parallel zur Mittellinie des Trägers und bilden infolgedessen ein Kräftepaar, dessen Moment in bezug auf Punkt C bekanntlich ist

$$M_i = R_i \cdot a$$

(links drehend, entgegengesetzt zum Uhrzeiger).

Ferner entsteht in der Ebene des Querschnitts liegend noch eine Kraft T_i. Nunmehr können wir die 3 Gleichgewichtsbedingungen anwenden:

1. $\Sigma H = 0$

Die Bedingung ist erfüllt, denn es ist

$$R_i - R_i = 0$$

2. $\Sigma V = 0$

Es war

$$Q_x = A - P_1.$$

Demnach muß sein

$$Q_x - T_i = 0$$

3. $\Sigma M = 0$

Es war $M_x = A \cdot x - P_1 (x - a_1)$. Demnach muß sein

$$M_x - M_i = 0.$$

Ist also

$$R_i = R_i$$
$$T_i = Q_x$$
$$M_i = M_x$$

bleibt der linke abgetrennte Trägerteil im Gleichgewicht, bleibt auch der rechte abgetrennte Trägerteil im Gleichgewicht. Die vorstehenden Werte Q_x und M_x (Q_x ist eine Kraft, M_x ein Moment) geben uns Aufschluß über die Größe und Richtung der inneren Kräfte für einen Schnitt im Abstande x vom linken Auflager.

Je nach der Anzahl der Lasten auf einem abgeschnittenen Trägerteil und deren Richtungssinn können die Ausdrücke Q_x und M_x positiv, bzw. negativ werden, auch den Wert Null annehmen.

Wir führen für Q_x und M_x besondere Namen ein und nennen

Q_x die Querkraft für den Schnitt im Abstand x,
M_x das Querschnittsmoment für den Schnitt im Abstande x

(meist Biegungsmoment oder kurzweg Moment genannt), wobei Q_x nach Gleichung (4) und M_x nach Gleichung (5) mit entsprechender Berücksichtigung der etwa sonst noch links vom Schnitt auftretenden Lasten zu berechnen ist. Ergibt sich aus Gleichung (4) ein positiver Wert, was bedeutet, daß Q_x aufwärts gerichtet ist, wie A, so setzen wir fest, daß dann die Querkraft positiv sein soll, ergibt sich ein negativer Wert, Q_x also abwärts gerichtet, so wäre die Querkraft dann negativ. Aehnliches setzen wir für M_x fest. Ist der Wert aus Gleichung (5) positiv, also M_x rechtsdrehend, wie A, im Sinne des Uhrzeigers wirkend, dann soll M_x positiv angesetzt werden, im entgegengesetzten Falle negativ. (In Abb. 40 ist die Richtung der inneren und äußeren Kräfte angebracht.)

Wir betrachten jetzt die ermittelten Werte, die Querkraft Q_x und das Querschnitts-Moment M_x eingehend für die verschiedenen Belastungsformen.

Querkräfte Es interessiert, für jeden Punkt der Stabachse die Querkraft zu kennen, um einen Ueberblick über den Verlauf und vor allem über die größten Werte der Querkräfte zu haben. Wir wählen die bildliche Darstellung als die anschaulichste, und zwar wie folgt:

Die Querkräfte (Abb. 35) $Q_{x\,1}$ und $Q_{x\,2}$ in den Entfernungen x_1 und x_2 von A seien nach Größe und Richtung bekannt, und es sei angenommen, beide haben sich positiv ergeben, und $Q_{x\,1}$ sei größer als $Q_{x\,2}$. Wir zeichnen die Stabachse besonders unter den Balken (zur besseren Klarheit des Bildes), loten die Querschnitte in x_1 und x_2 auf die Stabachse herab und tragen in diesen Punkten, nachdem wir einen Kräftemaßstab angenommen haben, $Q_{x\,1}$ und $Q_{x\,2}$ nach Größe und Richtung auf. Wir wollen ein für alle Mal festsetzen, positive Werte für Q_x sind oberhalb der Stabachse, negative Werte unterhalb der Stabachse aufzutragen. Wir verbinden dann die Endpunkte der aufgetragenen Querkräfte $Q_{x\,1}$ und $Q_{x\,2}$ miteinander. Führen wir nun für alle Punkte der Stabachse diese Konstruktion durch, verbinden also die Endpunkte aller nach Größe und Richtung aufgetragenen Querkräfte miteinander, so wollen wir diese Linie Querkraftlinie oder kurz Q-Linie nennen und bezeichnen die Fläche zwischen Q-Linie und Stabachse als Querkraft-Fläche, kurz Q-Fläche genannt. In Abb. 35 haben wir also nur einen Teil der Q-Linie bzw. Q-Fläche vor uns.

Aus der Gleichung (4) $Q_x = A - P_1$ folgt als Erläuterung der Querkraft: Die Querkraft für einen Schnitt des Trägers ist gleich der Summe aller äußeren Kräfte links von diesem Schnitt.

Wir setzen bei den folgenden Anwendungen voraus, A und B seien berechnet, wie oben erläutert.

Anwendung 1 (Abb. 41).

Gemäß der Erläuterung der Querkraft gehen wir bei Ermittlung der Q-Linie vor. Wir bestimmen für jeden Querschnitt des Balkens die Querkraft aus der Gleichung $Q_x = A - \Sigma P$ für die äußeren Kräfte links von diesem Schnitt und tragen den sich ergebenden Wert nach Größe und Richtung im entsprechenden Punkt der besonders gezeichneten Stabachse senkrecht zu dieser auf.

Im Abstande x von A vor P ist $Q_x = + A$. Dieser Wert ergibt sich für alle Punkte auf der Strecke a, so daß die Querkraftlinie unter a eine Parallele zur Stabachse im Abstande A ist. Im Abstande x von A hinter P ist $Q_x = A - P$, und zwar ist Q_x auf der ganzen Strecke b konstant gleich $A - P = B$. Da P größer als A, so ist der Wert negativ, und es ergibt sich eine für b unterhalb der Stabachse liegende, im Abstande B parallel zur Stabachse gezogene Gerade als Q-Linie. Wie leicht ersichtlich, sind die einander parallelen Q-Linien um P voneinander entfernt. Die Q-Fläche, die sich aus einem positiven und negativen Rechteck zusammensetzt, ist durch die Q-Linie und Stabachse ohne weiteres gegeben.

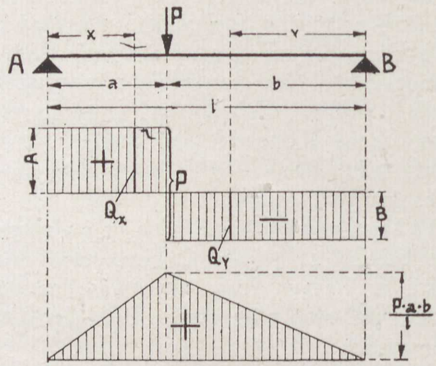


Abb. 41.

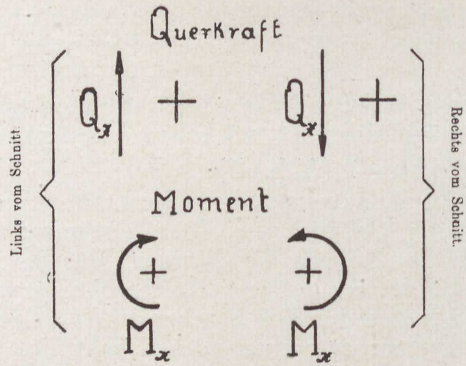


Abb. 42.

Betrachten wir jetzt die Kräfte rechts vom Schnitt, so muß sich gemäß dem Schnittverfahren die gleiche Querkraft ergeben. Wir betrachten einen Schnitt im Abstande y von B und die Kräfte rechts von diesem Schnitt. Aus der ermittelten Querkraftlinie lesen wir ab: $Q_y = -B$. Wir entnehmen hieraus und aus der Vorzeichenfestsetzung für die Kräfte links vom Schnitt gemäß Abb. 17 die Vorzeichenfolgerung für die Kräfte rechts vom Schnitt. Die Vorzeichenfolgerung ergibt sich aus dem Stellungswechsel des Beschauers.

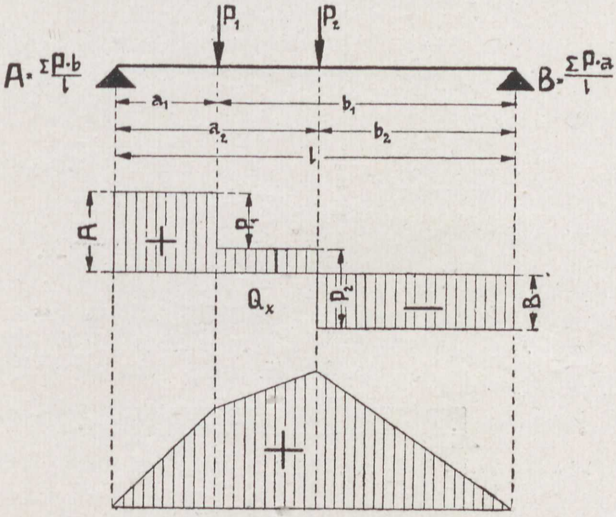


Abb. 43.

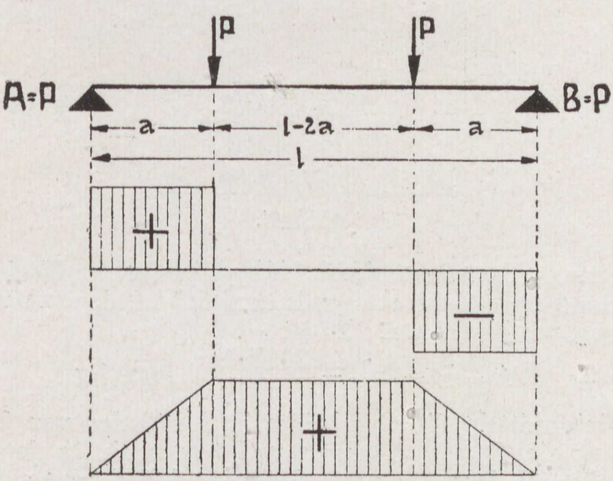


Abb. 44.

Anwendung 2. (Abb. 43 und 44.)
Für Abb. 43 Voraussetzung: $P_1 < A$.
Anwendung 3. (Abb. 45.)
Voraussetzung: $P_1 + P_2 < A < P_1 + P_2 + P_3$.

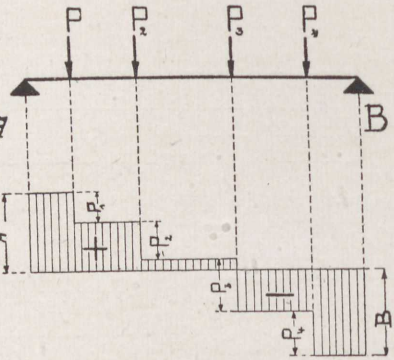


Abb. 45.

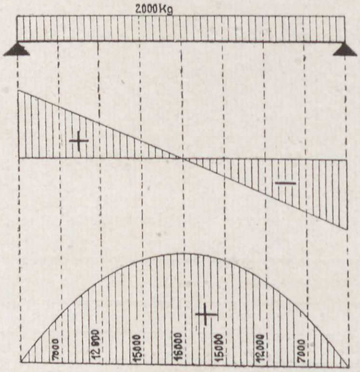


Abb. 46.

Anwendung 4. (Abb. 46.) Die Querkraftlinie soll an Hand eines Zahlenbeispiels ermittelt werden. A und B können wir berechnen. Es ist

$$A = B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{2000 \cdot 8}{2} = 8000 \text{ kg}$$

Wir ermitteln die Querkräfte in Abständen von 1,0 m, nennen sie Q_0, Q_1, Q_2 usw. und tragen sie in den entsprechenden Punkten nach Größe und Richtung auf; gewählter Kräftemaßstab: 1 Teilstrich = 2000 kg. Wir betrachten durchweg die Kräfte links vom Schnitt und ermitteln zunächst die Querkräfte in den einzelnen Querschnitten. Wir haben bereits bei den vorhergehenden Anwendungen gesehen, daß die Querkräfte unter den Stützenreaktionen gleich den Stützenreaktionen sind. Es folgt:

$$\begin{array}{llllll}
Q_0 = +A & & & & = & +8000 \text{ kg} \\
Q_1 = +A - q \cdot x = & & +8000 & -2000 \cdot 1{,}0 = & & +6000 \text{ ,,} \\
Q_2 = & \text{,,} \quad = & \text{,,} & -2000 \cdot 2{,}0 = & & +4000 \text{ ,,} \\
Q_3 = & \text{,,} \quad = & \text{,,} & -2000 \cdot 3{,}0 = & & +2000 \text{ ,,} \\
Q_4 = & \text{,,} \quad = & \text{,,} & -2000 \cdot 4{,}0 = & & 0 \text{ ,,} \\
Q_5 = & \text{,,} \quad = & \text{,,} & -2000 \cdot 5{,}0 = & & -2000 \text{ ,,} \\
Q_6 = & \text{,,} \quad = & \text{,,} & -2000 \cdot 6{,}0 = & & -4000 \text{ ,,} \\
Q_7 = & \text{,,} \quad = & \text{,,} & -2000 \cdot 7{,}0 = & & -6000 \text{ ,,} \\
Q_8 = & \text{,,} \quad = -B = & \text{,,} & -2000 \cdot 8{,}0 = & & -8000 \text{ ,,}
\end{array}$$

Wir tragen die ermittelten Werte nach Größe und Richtung auf und stellen aus Proportionen fest, daß die Endpunkte auf einer geraden Linie liegen, welche die Stabachse in der Mitte schneidet und an den Endpunkten $\frac{q \cdot l}{2}$ über bzw. unter der Stabachse liegt.

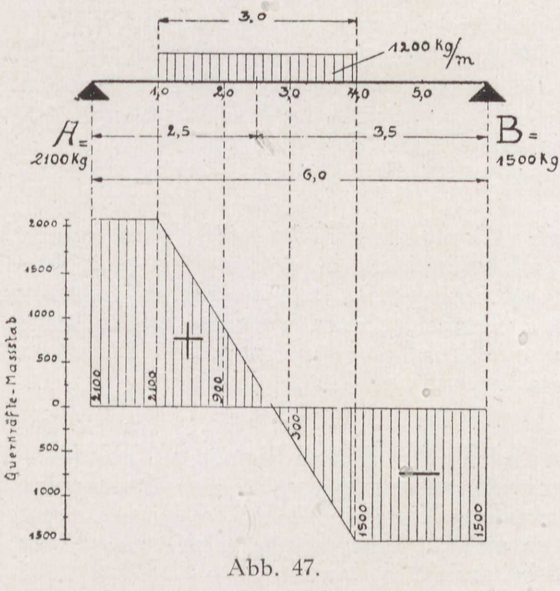


Abb. 47.

Als Probe seien entsprechend den Vorzeichen, festgesetzt nach Abb. 42, für Punkt 6 auch die Kräfte rechts vom Schnitt betrachtet. Es ist:

$$Q_6 = -B + q \cdot y = -8000 + 2000 \cdot 2 = -4000 \text{ kg}$$

wie vorher.

Die Form der Q-Linie und Q-Fläche für die Last q kg/m folgt aus vorstehendem ohne weiteres gemäß Abb. 37.

Anwendung 5. (Abb. 47.) Wie früher ermittelt ist:

$$A = \frac{q \cdot c \cdot b}{l} = \frac{1200 \cdot 3 \cdot 3{,}5}{6{,}0} = 2100 \text{ kg}$$

$$B = \frac{q \cdot c \cdot a}{l} = \frac{1200 \cdot 3 \cdot 2.5}{6{,}0} = 1500 \text{ kg}$$

$$\text{Probe: } \Sigma V = 0;\ A + B - q \cdot c = 0$$

$$2100 + 1500 - 3 \cdot 1200 = 0$$

$$0 = 0$$

Wir ermitteln die Q-Linie genau wie bei Anwendung 4.

Für Kräfte links vom Schnitt:

$$Q_0 = +A = +2100 \text{ kg}$$

$$Q_1 = +A = +2100 \text{ kg}$$

$$Q_2 = +A - q \cdot 1{,}0 = +2100 - 1200 \cdot 1{,}0 = +\ 900 \text{ kg}$$

$$Q_3 = +A - q \cdot 2{,}0 = +2100 - 1200 \cdot 2{,}0 = -\ 300 \text{ kg}$$

$$Q_4 = +A - q \cdot 3{,}0 = +2100 - 1200 \cdot 3{,}0 = -1500 \text{ kg}$$

$$Q_5 \text{ und } Q_6 = +A - q \cdot 3{,}0 = Q_4 = -1500 \text{ kg}$$

Für Kräfte rechts vom Schnitt in Punkt 3,0 von A:

$$Q_3 = -B + q \cdot 1{,}0 = -1500 + 1200 \cdot 1{,}0 = -\ 300 \text{ kg}$$

wie vor. Allgemeiner Fall wie Abb. 38.

Bemerkung: Nullpunkt liegt nicht unter der Mitte von c.

Anwendung 6. (Abb. 48.) Aus vorstehendem wird geschlossen, daß die Q-Linie bei gleichförmig verteilter Last eine schräg zur Stabachse verlaufende ungeknickte Gerade ist, dort, wo keine Lasten liegen, ist die Q-Linie eine Parallele zur Stabachse. Für die so eingezeichnete Q-Linie ist Voraussetzung:

$$q_1 \cdot c_1 < A.$$

Anwendung 7: Eine beliebige Vieleckslast läßt sich auffassen als zusammengesetzt aus Streckenlasten und Dreieckslasten, deren eine Belastungsgrenze senkrecht zur Stabachse steht. Eine solche Dreieckslast ist gemäß Abb. 49 behandelt.

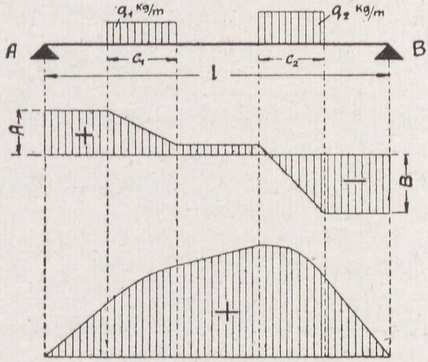


Abb. 48.

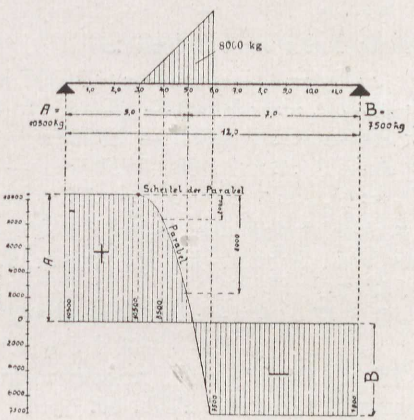
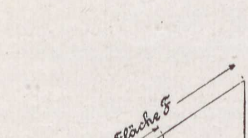


Abb. 49.



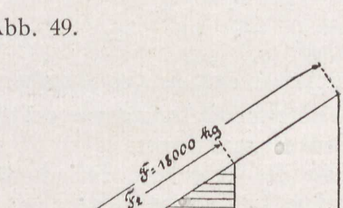


Abb. 50a. Abb. 50b.

Ermittelung der Q-Linie wie früher. Gemäß Abb. 50a ist: $\frac{F_1}{F} = \frac{x_1^2}{x^2}$, wo F_1 und F Lasten (Kräfte) sind.

Es ergibt sich also bei Anwendung auf Abb. 49 unter Benutzung von Abb. 50 b:

$$F_1 = \frac{x_1^2}{x_2^2} \cdot F = \frac{1,00^2}{3,00^2} \cdot 18000 = 2000 \text{ kg}$$

$$F_2 = \frac{2,0^2}{3,0^2} \cdot 18000 = 8000 \text{ kg}$$

$$A = \frac{P \cdot b}{l} = \frac{18000 \cdot 7}{12} = 10500 \text{ kg}$$

$$B = \frac{P \cdot a}{l} = \frac{18000 \cdot 5}{12} = 7500 \text{ kg.}$$

Für die Kräfte links vom Schnitt:

$$Q_0 = Q_1 = Q_2 = Q_3 = + A = + 10500 \text{ kg}$$
$$Q_4 = + A - F_1 = + 10500 - 2000 = + 8500 \text{ kg}$$
$$Q_5 = + A - F_2 = + 10500 - 8000 = + 2500 \text{ kg}$$
$$Q_6 = + A - F = + 10500 - 18000 = - 7500 \text{ kg}$$
$$Q_7 = Q_8 = Q_{12} = + A - F = - 7500 \text{ kg.}$$

Für Kräfte rechts vom Schnitt in Punkt 5,0 von A: Rechts vom Schnitt in 5,0 liegen B und $(F-F_2)$ (Abb. 50b)

$$Q_5 = - B + (F - F_2) = - 7500 + (18000 - 8000)$$
$$= - 2500 \text{ kg wie vor.}$$

Die Q-Linie ist **keine** Gerade, sondern eine Parabel.

Den allgemeinen Fall zeigt Abb. 39.

Ergebnis.

Wir lesen aus den ermittelten Q-Linien ab:

1. Unter den Auflagern ist die Querkraft gleich den Stützenreaktionen.
2. Für die Strecken, bei denen sich auf der Stabachse keine Lasten befinden, ist die Q-Linie eine Parallele zur Stabachse.
3. Unter Einzellasten nimmt die Q-Linie stets sprungweise um den Betrag der darüber stehenden Einzellast ab.
4. Bei einer gleichförmig verteilten Last ist die Q-Linie, soweit die Last pro m in gleicher Größe vorhanden

ist, eine schräg zur Stabachse verlaufende ungeknickte Gerade. (Zur Festlegung einer Geraden gehören 2 Punkte, so daß es genügt, die Querkräfte an zwei Stellen der in gleicher Höhe vorhandenen gleichförmigen Last zu berechnen, um die Q-Linie unter dieser Last zeichnen zu können.)

5. Bei Dreieckslasten ist die Q-Linie eine Parabel, deren Scheitel unter dem Nullpunkte der Dreieckslast liegt.

Genau wie bei der Querkraft Q_x wollen wir auch für das Moment M_x Linien und Flächen ermitteln, welche für eine bestimmte Belastungsform den Verlauf der Momente und insbesondere das größte Moment erkennen lassen. Wir nennen hier diese Linien entsprechend Momenten-Linien oder kurz M-Linien und die Flächen zwischen M-Linien und der Stabachse Moment-Flächen oder kurz M-Flächen. **Momente**

Wir gehen genau so vor wie bei der Querkraft. Die Momente (Abb. 35) M_{x1} und M_{x2} in den Querschnitten x_1 und x_2 von A seien bekannt nach Größe und Richtung. Angenommen beide haben sich positiv ergeben und $M_{x\,2}$ sei größer als $M_{x\,1}$. Wir tragen die beiden Werte oberhalb der besonders herausgezeichneten Stabachse in den betreffenden Punkten und senkrecht zu ihr entsprechend dem gewählten Momentenmaßstab auf und verbinden die Endpunkte der aufgetragenen Momente $M_{x\,1}$ und $M_{x\,2}$ miteinander. Führen wir nun für alle Punkte der Stabachse diese Konstruktion durch, verbinden also die Endpunkte aller nach Größe und Richtung aufgetragenen Momente miteinander, so heißt diese Linie die Momentenlinie oder M-Linie, und die Fläche zwischen Stabachse und M-Linie heißt Momentenfläche oder M-Fläche. In Abb. 35 haben wir also nur einen Teil der M-Linie bzw. M-Fläche vor uns.

Aus der Gleichung (5)

$$M_1 = A \cdot x - P_1\,(x - a_1)$$

folgt als Erklärung des (Querschnitts-) Momentes: Das Moment für einen Schnitt des Trägers ist gleich der Summe der Momente aller äußeren Kräfte links von diesem Schnitt. (Anmerkung: Ist das Moment rechtsdrehend, im Sinne des Uhrzeigers wirkend, so ist es positiv, im entgegengesetzten Falle negativ.)

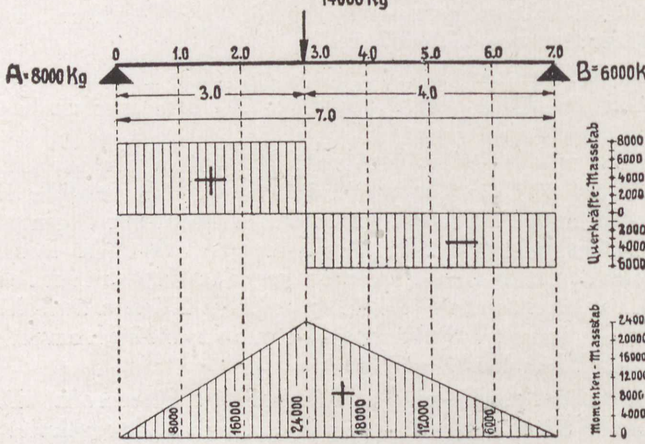


Abb. 51.

Anwendung 1. (Abb. 51.)

Die Lagerdrücke betragen:

$$A = \frac{P \cdot b}{l} = \frac{14000 \cdot 4{,}0}{7{,}0} = 8000 \text{ kg}$$

$$B = \frac{P \cdot a}{l} = \frac{14000 \cdot 3{,}0}{7{,}0} = 6000 \text{ kg}$$

Probe:

$$A + B = P;\ 8000 + 6000 = 14000 \text{ kg.}$$

Wir berechnen in den einzelnen Punkten in gewählten Abständen von 1 m die Momente:

$$\begin{array}{llll}
M_0 = A \cdot 0 & & = & 0 \text{ mkg} \\
M_1 = A \cdot 1{,}0 & = 8000 \cdot 1 & = + & 8000 \quad ,, \\
M_2 = A \cdot 2{,}0 & = 8000 \cdot 2 & = + & 16000 \quad ,, \\
M_3 = A \cdot 3{,}0 & = 8000 \cdot 3 & = + & 24000 \quad ,, \\
M_4 = A \cdot 4{,}0 - P \cdot 1{,}0 & = 8000 \cdot 4 - 14000 \cdot 1 & = + & 18000 \quad ,, \\
M_5 = A \cdot 5{,}0 - P \cdot 2{,}0 & = 8000 \cdot 5 - 14000 \cdot 2 & = + & 12000 \quad ,, \\
M_6 = A \cdot 6{,}0 - P \cdot 3{,}0 & = 8000 \cdot 6 - 14000 \cdot 3 & = + & 6000 \quad ,, \\
M_7 = A \cdot 7{,}0 - P \cdot 4{,}0 & = 8000 \cdot 7 - 14000 \cdot 4 & = + & 0 \quad ,,
\end{array}$$

Trägt man diese Momente in dem gewählten Momentenmaßstab auf, und zwar nach oben, da alle positiv sind, so folgt aus den aufstellbaren Proportionen der Momentenwerte und ihren Abständen von A bzw. B, daß die Momentenlinie aus zwei geraden Linien besteht, und die M-Fläche ein Dreieck mit der Spitze unter der Einzellast ist. Hier tritt also auch M_{max} auf.

Untersucht man die Wirkung der Kräfte r e c h t s vom Schnitt, so ergibt sich für Punkt 2 von A aus gerechnet:

$$M = B \cdot 5 - P \cdot 1 = 6000 \cdot 5 - 14000 \cdot 1 = +16000 \text{ mkg}$$

Daraus folgt, daß die Momente der K r ä f t e r e c h t s vom Schnitt p o s i t i v sind, wenn sie l i n k s d r e h e n d sind. (Abb. 42.)

Diese Tatsache kann man sich auch durch folgende Betrachtung erklären: Denkt man sich eine Glasscheibe, deren Ebene senkrecht zur Richtung des Stabes ist, zwischen P und B aufgestellt und stellt man sich so, daß man von A aus durch die Scheibe nach B sieht, so möge man die rechtsdrehenden Momente auf der Scheibe durch einen gekrümmten Pfeil andeuten. Stellt man sich dann so auf, daß man von B aus durch die Scheibe nach A sieht, ohne die Scheibe in ihrer Lage verändert zu haben, so wird derselbe eben rechtsdrehende Pfeil dann linksdrehend erscheinen. Die Scheibe ist in ihrer ursprünglichen Lage unverändert geblieben, das Moment hat also auch nicht seinen Sinn gewechselt, nur der Beschauer hat einen Stellungswechsel vorgenommen. Also diese Folgerung der Vorzeichenrichtung für Kräfte und Momente rechts vom Schnitt ist lediglich durch den Stellungswechsel des Beschauers bedingt. Tatsächlich wirken natürlich die Momente in der Ebene der Kräfte, in der Bildebene, n i c h t senkrecht dazu. Letztere Annahme soll nur eine Vorstellung geben, daß der Vorzeichenwechsel eine Folge des Stellungswechsels des Betrachtenden ist.

Eine weitere Ueberlegung führt zu gleichem Ergebnis: Die Erfahrung lehrt, daß ein Balken auf 2 Stützen mit vertikalen Lasten sich nur nach unten durchbiegt. Diese gleichartige Erscheinung des Durchbiegens nach nur einer Seite kann aber auch nur von gleichartigen Ursachen herrühren, so daß also die biegenden Momente für den ganzen Balken gleichen Sinn (wir hatten diesen als positiv festgesetzt) haben müssen.

Den allgemeinen Fall zeigt Abb. 41. Es ist:

$$A = \frac{P \cdot b}{l}; \; B = \frac{P \cdot a}{l}$$

Das Maximalmoment, das unter der Einzellast auftritt, ist:

für die Kräfte links vom Schnitt: $M_a = A \cdot a = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$

für die Kräfte rechts vom Schnitt: $M_b = B \cdot b = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$

$M_a = M_b = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$ = Höhe des Momentenflächendreiecks.

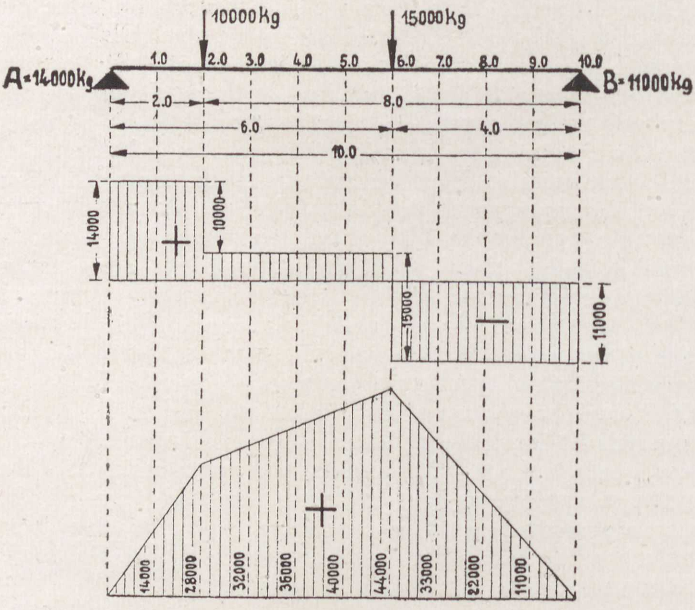


Abb. 52.

A n w e n d u n g 2. (Abb. 52.) Man berechnet zunächst die Auflagerkräfte und dann in Punkten von 1 m Abstand die Momente.

$$A = \frac{\Sigma P \cdot b}{l} = \frac{10\,000 \cdot 8 + 15\,000 \cdot 4}{10} = 14\,000 \text{ kg}$$

$$B = \frac{\Sigma P \cdot a}{l} = \frac{10\,000 \cdot 2 + 15\,000 \cdot 6}{10} = 11\,000 \text{ kg}$$

Probe: $A + B = \Sigma P$

$$14000 + 11000 = 10000 + 15000$$
$$25000 = 25000$$

Berechnung der Momente (für die Kräfte links vom Schnitt):

$$M_0 = 14000 \cdot 0 = 0 \text{ mkg}$$
$$M_{1,0} = 14000 \cdot 1{,}0 = +14000 \text{ „}$$
$$M_{2,0} = 14000 \cdot 2{,}0 = +28000 \text{ mkg}$$
$$M_{3,0} = 14000 \cdot 3{,}0 - 10000 \cdot 1{,}0 = +32000 \text{ „}$$
$$M_{4,0} = 14000 \cdot 4{,}0 - 10000 \cdot 2{,}0 = +36000 \text{ „}$$
$$M_{5,0} = 14000 \cdot 5{,}0 - 15000 \cdot 3{,}0 = +40000 \text{ „}$$
$$M_{6,0} = 14000 \cdot 6{,}0 - 10000 \cdot 4{,}0 = +44000 \text{ „}$$
$$M_{7,0} = 14000 \cdot 7{,}0 - 10000 \cdot 5{,}0 - 15000 \cdot 1{,}0 = +33000 \text{ „}$$
$$M_{8,0} = 14000 \cdot 8{,}0 - 10000 \cdot 6{,}0 - 15009 \cdot 2{,}0 = +22000 \text{ „}$$
$$M_{9,0} = 14000 \cdot 9{,}0 - 10000 \cdot 7{,}0 - 15000 \cdot 3{,}0 = +11000 \text{ „}$$
$$M_{10,0} = 14000 \cdot 10{,}0 - 10000 \cdot 8{,}0 - 15000 \cdot 4{,}0 = 0 \text{ „}$$

Zur Probe werde für den Punkt 5,0 m von A für Kräfte rechts vom Schnitt das Moment berechnet:

$$M_{5,0} = +11\,000 \cdot 5{,}0 - 15000 \cdot 1{,}0 = 40\,000 \text{ mkg}$$

wie vorher.

Die Aufstellung von Proportionen zwischen Momentenordinaten und ihren Abständen zeigt wiederum, daß die Momentenlinie sich aus geraden Linien zusammensetzt. Die Knicke befinden sich jeweilig unter den Einzellasten. Es ist also nicht notwendig, so viele Momente wie vorstehend zu berechnen, sondern es genügt die Ermittelung der Momente unter den Einzellasten. Diese werden nach Größe und Richtung aufgetragen und die Endpunkte geradlinig untereinander verbunden.

In derselben Weise ist der allgemeine Fall (Abb. 43) hergeleitet.

Anwendung 3. (Abb. 44.)

Wie früher ermittelt, ist

$$A = B = P$$

Die Momente unter den Einzellasten sind beide gleich P · a; denn es ist:

$$M_1 = + A \cdot a = + P \cdot a$$
$$M_2 = + B \cdot a = + P \cdot a$$

Probe: Unter der Einzellast zunächst B ergibt sich für Kräfte links vom Schnitt:

$$\begin{aligned} M_2 &= + A\,(l - a) - P\,(l - 2a) \\ &= + P\,(l - a) - P\,(l - 2a) \\ &= P \cdot l - P \cdot a - P \cdot l + P \cdot 2a = Pa \end{aligned}$$

Die M-Fläche ist also ein Trapez.

Anwendung 4. (Abb. 46.)

Es ist $A = B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{2000 \cdot 8{,}0}{2} = 8000$ kg

$$\begin{aligned}
M_0 &= 8000 \cdot 0 &&= 0 \text{ mkg} \\
M_1 &= 8000 \cdot 1{,}0 - \frac{2000 \cdot 1{,}0^2}{2} &&= + 7000 \text{ „} \\
M_2 &= 8000 \cdot 2{,}0 - \frac{2000 \cdot 2{,}0^2}{2} &&= + 12000 \text{ „} \\
M_3 &= 8000 \cdot 3{,}0 - \frac{2000 \cdot 3{,}0^2}{2} &&= + 15000 \text{ „} \\
M_4 &= 8000 \cdot 4{,}0 - \frac{2000 \cdot 4{,}0^2}{2} &&= + 16000 \text{ „} \\
M_5 &= 8000 \cdot 5{,}0 - \frac{2000 \cdot 5{,}0^2}{2} &&= + 15000 \text{ „} \\
M_6 &= 8000 \cdot 6{,}0 - \frac{2000 \cdot 6{,}0^2}{2} &&= + 12000 \text{ „} \\
M_7 &= 8000 \cdot 7{,}0 - \frac{2000 \cdot 7{,}0^2}{2} &&= + 7000 \text{ „} \\
M_8 &= 8000 \cdot 8.0 - \frac{2000 \cdot 8{,}0^2}{2} &&= 0 \text{ „}
\end{aligned}$$

Zur Probe in Punkt 3,0 von A für Kräfte rechts vom Schnitt :

$$M_{3,0} = B \cdot 5{,}0 - \frac{2000 \cdot 5{,}0^2}{2} = 8000 \cdot 5{,}0 - \frac{2000 \cdot 5{,}0^2}{2}$$
$$= 40000 - 25000 = 15000 \text{ mkg}$$

wie vorher.

Die Verbindungslinie der Endpunkte der Momentenordinaten ist keine gerade, sondern eine gekrümmte Linie, und zwar eine Parabel mit dem Scheitel in der Mitte. Der Beweis hierfür läßt sich durch Einschalten beliebig vieler Zwischenpunkte und Zeichnen der Parabel führen.

Der allgemeine Fall ist in Abb. 37 dargestellt. An beliebiger Stelle x von A ist:

$$M_x = A \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = A\,x - \frac{qx^2}{2}$$

in der Mitte ergibt sich:

$$M_{max} = A\frac{l}{2} - q\frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{q \cdot l^2}{4} - \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{q \cdot l^2}{8}.$$

A n w e n d u n g 5 (Abb. 38). Wir haben bei Ermittlung der M-Linien gesehen, daß für diejenigen Strecken, auf welchen sich keine Lasten auf dem Balken befinden, die Momentenlinie eine Gerade ist. Für die gleichförmig verteilte Last ergab sich eine Parabel. Für den vorliegenden Fall einer Streckenlast q · c kg ergibt sich die M-Linie in folgender Weise: Läge eine Einzellast von der Größe q · c kg vor, so wäre die M-Linie ein Dreieck von der Höhe $(q \cdot c) \cdot \frac{a \cdot b}{l}$ unter der Mitte der Streckenlast. Lotet man Anfangs- und Endpunkt der Streckenlast bis zum Schnitt mit den beiden Dreieckseiten, so schneidet die Verbindungslinie der beiden Schnittpunkte von der Höhe des Dreiecks einen Teil ab, der gleich $\frac{q \cdot c^2}{8}$ ist. Durch die Mitte dieser Teilhöhe und durch die beiden Schnittpunkte auf den Dreieckseiten geht dann die eigentliche Momentenlinie. Diese ist eine Parabel, deren Scheitel in der Entfernung $\frac{q \cdot c^2}{8}$ vom oberen Endpunkt der Höhe $(q \cdot c) \cdot \frac{a \cdot b}{l}$ liegt. Diese Parabel ist also gewissermaßen die M-Linie für einen Balken auf zwei Stützen mit der Last q kg/m und der Stützweite c m, für den das Moment in der Mitte bekanntlich $\frac{q \cdot c^2}{8}$ ist.

Für einen Punkt dieser M-Linie soll die Richtigkeit bewiesen werden, nämlich für den Punkt im Abstande a von A.

Wir lesen aus der Abb. 38 ab:

$$M_a = \frac{q \cdot c \cdot a \cdot b}{l} - \frac{q \cdot c^2}{8}$$

Die Momentengleichung für die Kräfte links vom Schnitt in a ist:

$$M_a = A \cdot a - \frac{q \cdot c}{2} \cdot \frac{c}{4} = \frac{q \cdot c \cdot b}{l} \cdot a - \frac{q \cdot c^2}{8}$$

wie vorher.

Bemerkung: M_{max} liegt nicht, wie man aus der Abb. sieht, unter der Mitte von c, sondern etwas seitwärts, und zwar am Berührungspunkt der Tangente parallel zur Schlußlinie (hier die Stabachse).

Anwendung 6. Aus den vorstehenden Erläuterungen ergibt sich ohne weiteres der Verlauf der M-Linie in Abb. 48. Man zeichnet die M-Linie, welche entstehen würde, wenn an Stelle der Streckenlasten gleich große Einzellasten vorhanden wären. Dann lotet man die Anfangs- und Endpunkte der Streckenlasten bis zum Schnitt mit dieser M-Linie, verbindet die Schnittpunkte und zeichnet in die abgeschnittenen Dreiecksflächen Parabeln hinein, welche die anschließenden geraden M-Linien berühren und zum Scheitel die jeweiligen Mitten der abgetrennten Teilhöhen haben.

Anwendung 7 (Abb. 39). Hier ergibt sich die Konstruktion der M-Linie folgendermaßen: Nimmt man wieder an, statt der Dreieckslast greife im Schwerpunkt der Belastungsfläche eine Einzellast an, so ist diese $^2/_3$ c vom Nullpunkte der P-Fläche entfernt. Die M-Linie wäre dann ein Dreieck von der Höhe $\frac{P \cdot a \cdot b}{l}$. Man lotet den Anfangs- und Endpunkt der Dreieckslast bis zum Schnitt mit den Dreieckseiten herab und verbindet die Schnittpunkte miteinander. Dann zeichnet man die Kurve hinein, die vorhanden wäre, wenn ein Balken auf 2 Stützen mit der Last P und der Stützweite c und den Stützendrücken A_1 und B_1 vorhanden wäre.

Es ist nun bei dieser Annahme:

$$A_1 \cdot c - P \cdot \frac{c}{3} = 0$$

$$A_1 = \frac{P}{3}$$

$$B_1 = P - A_1 = P - \frac{P}{3} = \frac{2}{3} P$$

Das Moment im Abstande $\frac{2}{3}$ c von der linken Seite unter der Annahme einer Einzellast P ist:

$$M_1 = A_1 \cdot \frac{2}{3} c = \frac{P}{3} \cdot \frac{2}{3} c = \frac{2}{3} P \cdot c$$

Das Moment der tatsächlich vorhandenen Dreieckslast (für Kräfte von links vom Schnitt) ist:

$$M = A_1 \cdot \frac{2}{3} c - P_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} c$$

worin P_1 die über $\frac{2}{3}$c befindliche Last ist. Da nun $P_1 = \frac{4}{9} P$ ist, so ergibt sich als Moment:

$$M = A_1 \cdot \frac{2}{3} c - \frac{4}{9} P \cdot \frac{2}{9} \cdot c$$

$$= \frac{P}{3} \cdot \frac{2}{3} c - \frac{8}{81} P \cdot c$$

$$= P \cdot c \left(\frac{18}{81} - \frac{8}{81}\right) = \frac{10}{81} P \cdot c$$

Die Kurve schneidet also die Teilhöhe nicht in der Mitte, die auf $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} P \cdot c = \frac{9}{81} P \cdot c$ liegt. Wir haben daher auch keine Parabel, sondern eine andere gekrümmte Linie vor uns. M_{max} tritt in einer Entfernung von 0,5774 c von A_1 auf und ist gleich 0.128 P · c.

Es ergibt sich hiernach für Abb. 39 die dort eingetragene M-Linie, deren Richtigkeit wir bei der Streckenlast für einen Punkt im Abstande a von A beweisen wollen.

Wir lesen aus der Figur 39 ab:

$$M_a = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} - \frac{8}{81} \cdot P \cdot c$$

Aus der Momentengleichung ergibt sich für einen Schnitt im Abstande a von A für Kräfte links vom Schnitt unter Berücksichtigung dessen, daß der über $^2/_3$ c stehende Lastteil von P gemäß den Ermittelungen

gleich $\frac{4}{9}$ P ist:

$$M_a = A \cdot a - \frac{4}{9} P \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} c$$

$$= \frac{P \cdot b \cdot a}{l} - \frac{8}{81} P \cdot c$$

also genau wie oben.

Ergebnis.

Aus vorstehenden Entwicklungen ergeben sich für die M-Linien beim Balken auf 2 Stützen folgende Sätze:

1. An den Auflagern ist das Moment gleich Null.
2. Für die Strecken des Balkens, auf denen sich keine Lasten befinden, ist die Momentenlinie eine gerade Linie.
3. Unter Einzellasten erleidet die M-Linie einen Knick; es tritt eine Richtungsänderung der Momentenlinie auf.
4. Unter gleichmäßig verteilten Lasten erleidet die M-Linie eine stetige Richtungsänderung; die so entstehende Kurve ist eine Parabel, deren Scheitel stets unter der Resultierenden dieser Last, also in der Mitte liegt.
5. Für die Dreieckslasten ergeben sich andere, ähnlich gekrümmte Kurven, deren Scheitel seitlich der Resultierenden liegen.

Beziehungen zwischen Q-Linien und M-Linien

Aus den bisher ermittelten und zusammengestellten Q- und M-Linien stellen wir folgende Beziehungen fest, die dann bewiesen werden sollen.

Satz 1. Dort, wo die Q-Linie die Stabachse schneidet (Uebergang der positiven Q-Fläche in die negative), tritt stets das größte Biegungsmoment auf. Hier ist der sogenannte gefährdete Querschnitt des Balkens.

Satz 2. Für einen beliebigen Querschnitt des Balkens werde eine Trennung der Q=Fläche durch das Lot in diesem Querschnitt herbeigeführt. Dann ist der Inhalt der Q=Fläche links vom Schnitt gleich dem Inhalt der Q=Fläche rechts vom Schnitt (unter Berücksichtigung nachfolgender Vorzeichen=Festsetzung und Folgerung), gleich dem Moment in diesem Querschnitt.

Für den gefährdeten Querschnitt insbesondere (Schnitt der Q=Linie mit der Stabachse) ist der Inhalt der positiven Q=Fläche gleich dem Inhalt der negativen Q=Fläche, gleich dem größten Biegungsmoment (M_{max}).

In bezug auf die Vorzeichen wird folgendes festgesetzt: Für die Berechnung des Momentes aus dem Inhalt der Q=Fläche links vom Schnitt ist die positive Q=Fläche (oberhalb Stabachse) positiv, die negative Q=Fläche (unterhalb Stabachse) negativ in die Momentengleichung einzusetzen. Berechnet man das Moment aus dem Inhalte der Q=Fläche rechts vom Schnitt, so ist die positive Q=Fläche negativ und die negative Q=Fläche positiv einzusetzen.

Bemerkung: Diese Vorzeichenfestsetzung für links vom Schnitt und Folgerung für rechts vom Schnitt ergibt sich analog der für die Querkraft und das Moment.

Beweis für Satz 1. Gemäß Abb. 37 und 41, welche wir genauer ermittelten, ersehen wir, daß obiger Satz 1 zutrifft. Wir schließen hieraus, daß er die im Satz 1 ausgesprochene allgemeine Gültigkeit hat.

Aus Abb. 44 ersieht man, daß die Q=Linie für die Strecke zwischen den Einzellasten mit der Stabachse zusammenfällt, die Stabachse überdeckt, sie also gewissermaßen dauernd auf dieser Strecke schneidet. Entsprechend tritt auf dieser Strecke M_{max} in gleicher Größe $P \cdot a$ auf. Wir haben hier den Fall der reinen Biegung, eine konstante Biegung ohne Q=Wirkung, was bei keiner anderen Belastungsform vorkommt. Dieser Belastungsfall wird daher auch stets bei wissenschaftlichen Untersuchungen der Wirkungen des Momentes verwandt.

Beweis für Satz 2. Im folgenden werden wir den Satz für Abb. 41 und für Abb. 37 beweisen, und zwar beide Male für einen beliebigen Schnitt und für den gefährdeten Querschnitt, der ja besonderes Interesse hat.

A) Gemäß Abb. 41

a) für einen Schnitt im Abstande x von A

1. Aus der Momentengleichung folgt für Kräfte links vom Schnitt:

$$M_x = + A \cdot x = \frac{P \cdot b}{l} x$$

2. Aus der Q-Fläche folgt
für die Q-Fläche links vom Schnitt:

$$M_x = + A \cdot x \text{ wie vor,}$$

für die Q-Fläche rechts vom Schnitt;

$$M_x = + B \cdot b - A (a - x) = \frac{P \cdot a}{l} b - \frac{P \cdot b}{l} a + \frac{P \cdot b}{l} x$$

$$M_x = \frac{P \cdot b}{l} x \text{ wie vor.}$$

b) für den gefährdeten Querschnitt

1. Aus der M-Gleichung folgt:

$$M_{max} = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$$

2. Aus der Q-Fläche folgt
für Q-Fläche links vom gefährdeten Querschnitt:

$$M_{max} = + A \cdot a = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} \text{ wie vor.}$$

Für Q-Fläche rechts vom gefährdeten Querschnitt:

$$M_{max} = + B \cdot b = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} \text{ wie vor.}$$

B) Gemäß Abb. 37

a) für einen Schnitt im Abstande x von A

Aus der Mom.-Gleichung folgt (für Kräfte links):

$$M_x = A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = \frac{q \cdot l}{2} x - \frac{q \cdot x^2}{2}$$

Aus der Q-Fläche folgt:

$$Q_x = A - q \cdot x = \frac{q \cdot l}{2} - q\,x$$

Für die Q-Fläche rechts vom Schnitt:

$$M_x = B \cdot \frac{l}{2} \cdot {}^1/_2 - Q_x \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right) {}^1/_2$$

$$= \frac{q \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot {}^1/_2 - \left(\frac{q \cdot l}{2} - q \cdot x\right)\left(\frac{l}{2} - x\right){}^1/_2$$

$$= \frac{q \cdot l^2}{8} - \frac{q\,l^2}{8} + \frac{q\,l}{4} \cdot x - \frac{q\,x^2}{2}$$

$$= \frac{q \cdot l}{2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \text{ wie vor.}$$

Für die Q-Fläche links vom Schnitt:

$$M_x = {}^1/_2\,(A + Q_x) \cdot x = {}^1/_2\left(\frac{q \cdot l}{2} + \frac{q\,l}{2} - q\,x\right)x$$

$$= \frac{q \cdot l}{2}\,x - \frac{q x^2}{2} \text{ wie vor.}$$

b) für den gefährdeten Querschnitt.

Aus der Mom.-Gleichung:

$$M_{max} = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

Aus der Q-Oberfläche (links vom Schnitt):

$$M_{max} = + A\,\frac{l}{2} \cdot {}^1/_2 = \frac{q \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot {}^1/_2 = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

wie vor.

Unter Umständen kann die Berechnung von M_{max} aus der Q-Fläche schneller erfolgen (wenn die Q-Linie bekannt ist) als aus der Momentengleichung. Außerdem ist diese Berechnungsart eine willkommene unabhängige Probe.

Man kann M_{max} noch auf folgende Weise bestimmen. Da diese nachfolgend erläuterte Methode hauptsächlich Wert hat für solche Belastungsformen, bei denen die Querkraft an einer Stelle gleich Null wird (z. B. bei Abb. 37—39, bei Abb. 41, 43 und 45 dagegen im allgemeinen nicht), so werden wir nur diese Belastungsformen behandeln. Wir zeichnen uns z. B. in Abb. 38 den Balkenteil, der bis zum gefährdeten Querschnitt reicht, besonders heraus, müssen dann aber, damit die Gleichsgewichtsbedingungen angewandt werden können, gemäß dem Schnittverfahren die inneren Kräfte anbringen. Da im vorliegenden Falle die Querkraft gleich Null ist, ist die einzige innere Kraftgröße das Querschnittsmoment M_{max}. Jetzt können wir auf den so vervollständigten Balkenteil die Gleichgewichtsbedingungen anwenden. Wir sehen, es ist praktisch, den Momentendrehpunkt zur Berechnung von M_{max}

nicht wie bisher in den Querschnitt zu legen (damit war das Moment bei vorhandener Querkraft infolge dieser inneren Kraft gleich Null), sondern wir legen hier, wo die Querkraft gleich Null ist, den Momentendrehpunkt in A hinein. Ferner folgt aus der Q-Linie, daß die Last, über d liegend, gleich A ist. Wenden wir also für einen Drehpunkt in A die Bedingung $\Sigma M = 0$ an, so folgt:

$$-M_{max} + A \cdot \left(a - \frac{c}{2} + \frac{d}{2}\right) = 0$$

oder

$$M_{max} = A \cdot \left(a - \frac{c}{2} + \frac{d}{2}\right)$$

Diese Berechnungsart empfiehlt sich also hauptsächlich dann, wenn in dem betreffenden Querschnitt Q gleich Null ist.

Aus vorstehenden Entwickelungen folgt, daß man bei jedem Balken der Reihe nach bestimmen muß:

1. Die Lasten.
2. Die Stützendrücke.
3. Die Q-Linie und die Lage des gefährdeten Querschnittes.
4. Die M-Linie und M_{max}.

M_{max} berechnet man entweder:

a) aus der Mom.-Gleichung für Drehpunkt im Querschnitt oder
b) aus der Q-Fläche oder
c) aus der Mom.-Gleichung für den Drehpunkt in A; praktisch für den Schnitt, in dem Q gleich Null ist.

3. Der auskragende Balken und der Balken auf zwei Stützen mit einem auskragenden Ende und mit zwei auskragenden Enden.

Der auskragende Balken Trägt der auskragende Balken eine Einzellast am Ende (Abb. 53), so bestimmen wir zunächst die Auflagerreaktionen aus den beiden Gleichgewichtsbedingungen:

$$(1.)\ \Sigma V = 0;$$

$$(3.)\ \Sigma M = 0;$$

Aus (1) folgt: $+ A - P = 0;\ A = P$
„ (3) „ für einen Punkt in A zunächst $- P \cdot 1$

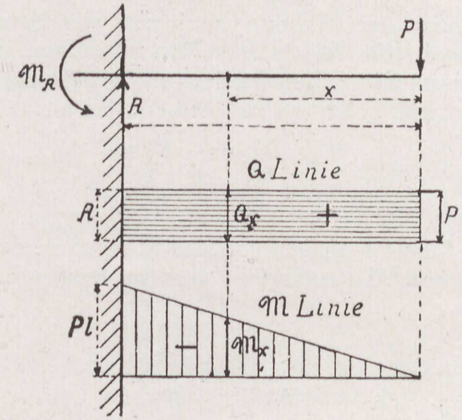


Abb. 53.

Dieses Produkt kann niemals Null werden, sobald eine Last in einem bestimmten Abstande von A vorhanden ist. Damit also die Bedingung $\Sigma M = 0$ erfüllt werden kann, muß eine Auflagerreaktion in Gestalt eines Momentes (da $P \cdot 1$ ein Moment) von entgegengesetztem Sinn als $P \cdot 1$ vorhanden sein. Ich bezeichne es mit M_A, es ist das Auflagermoment bei A. Dann folgt aus $\Sigma M = 0$:

$$- P \cdot 1 + M_A = 0;\quad M_A = P \cdot 1$$

Wir sehen also, hier bestehen die Auflagerreaktionen aus einer Auflagerkraft A und einem Auflagermoment M_A. Damit der Balken im Gleichgewicht bleiben kann, in Ruhe bleibt, also nicht kippt, muß er eingespannt sein. Wir sehen, im statischen Sinne charakterisiert sich die Einspannung eines Trägers mit gerader Stabachse und vertikalen Lasten durch eine vertikale Auflagerkraft und ein Einspannmoment.

Zur Bestimmung der Q-Linie denke ich mir den Balken an der beliebigen Stelle x vom auskragenden Ende durchschnitten. Dann ist die Summe aller äußeren Kräfte rechts vom Schnitt:

$$Q_x = + P.$$

Diesen Wert behält die Querkraft für die ganze Strecke l bei, so daß die Q-Linie eine Parallele zur Stabachse im Abstande P ist.

Zur Ermittlung der M-Linie benutzen wir Satz 3 der Zusammenfassung für M-Linien. Wir brauchen das Moment nur an zwei beliebigen Stellen zu berechnen, um die geradlinige M-Linie zeichnen zu können. Es ist:

$$M_x = -P \cdot x$$
$$\text{für } x = 0\colon\ M_0 = 0$$
$$\text{„} \quad x = l\colon\ M_l = -P \cdot l.$$

Die Indices 0 und l bezeichnen die Stellen, an denen die Momente M_0 und M_l auftreten, vom auskragenden Ende an gerechnet.

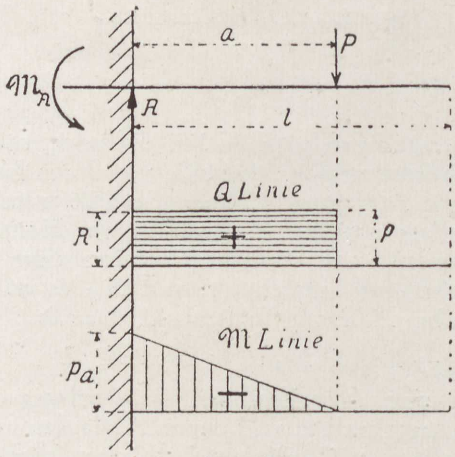


Abb. 54.

Das negative Vorzeichen der Querschnitts-Momente besagt, daß im Gegensatz zum Balken auf 2 Stützen an Oberkante Balken die Zugfaser liegt und an Unterkante die Druckfaser.

Wirkt die Einzellast an beliebiger Stelle (Abb. 54), so ist:

$$A = P$$
$$M_A = P \cdot a$$

Bei Belastung durch mehrere Einzellasten (Abb. 55) wird:

$$A = \Sigma P$$
$$M_A = \Sigma(P \cdot a)$$

M_1, M_2 und $\Sigma(P \cdot a)$ sind zu berechnen und die Endpunkte geradlinig zu verbinden.

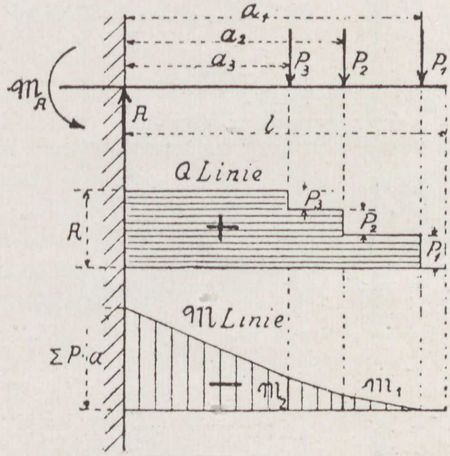


Abb. 55.

Die Abb. 54 und 55 ergeben sich leicht gemäß früheren Erläuterungen.

Bei Auftreten einer gleichförmig verteilten Last über den ganzen Balken hin (Abb. 56) werden Auflagerreaktionen, Q-Linie und M-Linie wie folgt ermittelt:

Aus $\Sigma V = 0$ folgt: $+ A - q \cdot l = 0$; $A = q \cdot l$

„ $\Sigma M = 0$ für Punkt in A folgt:

$$- q \cdot l \cdot \frac{l}{2} + M_A = 0: \qquad M_A = \frac{q \cdot l^2}{2}$$

Die Querkraft ist:

$$Q_x = + q \cdot x$$
$$\text{für } x = 0 \text{ ist: } Q_0 = 0$$
$$\text{„ } x = l \text{ „ } Q_l = q \cdot l = A$$

Gemäß Satz 4 des Ergebnisses für Q=Linien ist die Q=Linie eine gerade Linie, so daß also durch Auftragung der beiden errechneten Querkräfte die Q=Linie zu zeichnen ist.

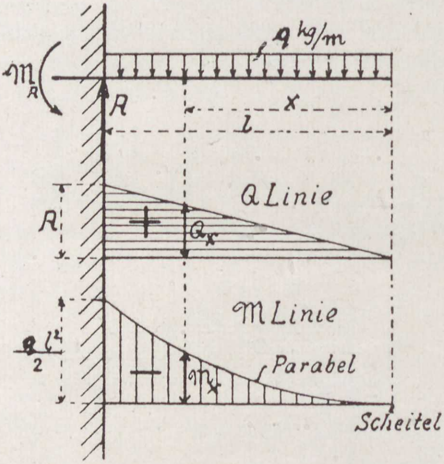


Abb. 56.

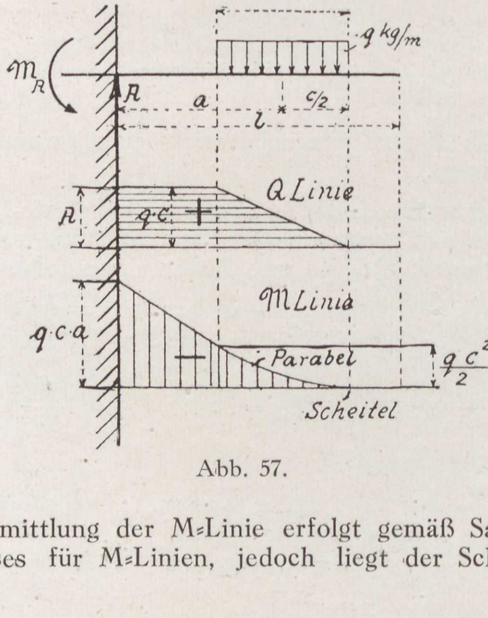


Abb. 57.

Die Ermittlung der M=Linie erfolgt gemäß Satz 4 des Ergebnisses für M=Linien, jedoch liegt der Scheitel der

Parabel am Beginn der Last, vom auskragenden Ende an gerechnet.

$$M_x = -\frac{q \cdot x^2}{2}$$

$$\text{für } x = 0: \quad M_0 = 0$$

$$\text{„} \quad x = l: \quad M_l = -\frac{q \cdot l^2}{2}.$$

Ist die Belastung eine S t r e c k e n l a s t (Abb. 57), so wird:

$$A = q \cdot c$$
$$M_A = q \cdot c \cdot a$$

Einspannung im Mauerwerk

Es bleibt noch zu untersuchen, welche Wirkung die Auskragung auf das die Einspannung leistende Mauerwerk ausübt. Es müssen zwei Bedingungen erfüllt werden:

1. Die Auskragung darf nicht kippen; es muß unter Berücksichtigung einer gewissen Sicherheit eine ausreichende Gegenlast vorhanden sein.
2. Die Beanspruchungen im Mauerwerk müssen innerhalb der zulässigen Grenzen sein.

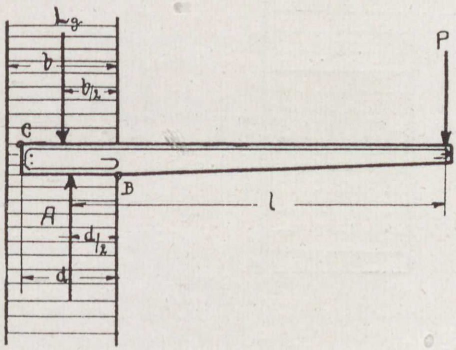


Abb. 58.

Zu Bedingung 1. Ein Kippen würde um den Punkt B eintreten. Wenn für diesen Punkt die Summe aller Momente gleich Null, ist gerade Gleichgewicht vorhanden (Abb. 58).

L_g = vorhandene, s t ä n d i g e Auflast

L_1 = erforderliche Auflast

Es muß sein:

$$P \cdot \left(1 - \frac{d}{2}\right) + A \cdot \frac{d}{2} - L_1 \cdot \frac{b}{2} = 0$$

Da $A = P$:

$$P \cdot l - P \cdot \frac{d}{2} + P \cdot \frac{d}{2} - L_1 \cdot \frac{b}{2} = 0; P \cdot l = L_1 \cdot \frac{b}{2}.$$

Da $P \cdot l = M_A$, so folgt:

$$L_1 = \frac{2 \cdot M_A}{b}.$$

Die vorhandene Sicherheit soll mindestens gleich 2 sein, so folgt, daß die Auflast L_g mindestens doppelt so groß sein muß, wie die Ausrechnung der Gleichung für L_1 ergibt. (Für andere Lastformen ergibt sich dieselbe Gleichung. Es tritt für M_A stets der entsprechende Wert ein.)

Allgemein folgt also:

$$L_g \geqq 2 \cdot L_1$$

$$L_g \geqq \frac{4 \cdot M_A}{b}$$

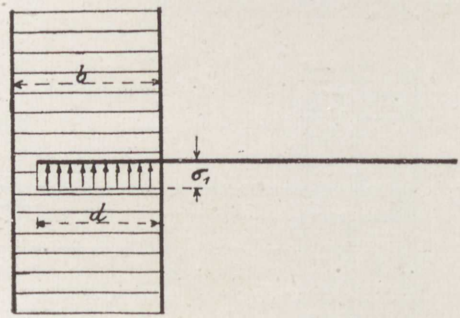


Abb. 59.

Zu Bedingung 2. Die Beanspruchungen im Mauerwerk rühren her:

a) von der vertikalen Auflast $L_t + A$, wobei unter L die vorhandene t o t a l e Auflast zu verstehen ist.

Die Breite der Konstruktion senkrecht zur Zeichenebene sei c. Dann ist (Abb. 59):

$$\sigma_1 = \frac{1}{c}\left(\frac{L_t}{b} + \frac{A}{d}\right).$$

b) von der Einspannung. Es ist naturgemäß, daß die Kanten B und C (Abb. 58 und 60) die stärksten Beanspruchungen erleiden. Die Verteilung der Spannungen wird wie gezeichnet angenommen.

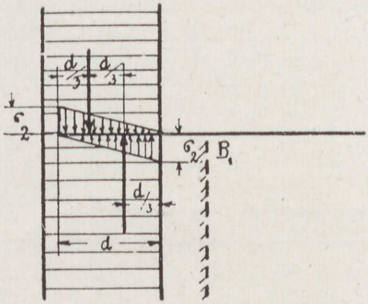


Abb. 60.

Die Gesamtheit der Spannungen an Unter= bzw. Oberkante Balken beträgt auf die Tiefe c:

$$\sigma_2 \cdot \frac{d}{2} \cdot c$$

Das Moment der Spannungen ist:

$$\sigma_2 \cdot \frac{d}{2} \cdot c \cdot \frac{d}{3} = \frac{1}{6} \cdot \sigma_2 \cdot d^2 \cdot c = M_A.$$

Es folgt:

$$\sigma_2 = \frac{6 \cdot M_A}{d^2 \cdot c}$$

Es muß also nach Bedingung 2 die Summe $\sigma_1 + \sigma_2 \leqq$ zulässiger Beanspruchung im Mauerwerk sein.

Ein Mauervorsatz (an Stelle der Kante B dann B_1) ist günstig für die Sicherheit gegen Kippen und für die Beanspruchungen im Mauerwerk.

Der Balken auf zwei Stützen mit einem auskragenden Ende

Unter gleichförmig verteilter Last sind die Momentenlinien bekannt, falls eine Trennung über der Stütze B und der auskragende Teil eingespannt ist. Für den Teil auf 2 Stützen seien die dann entstehenden Momente M_o. Die positiven wie auch negativen Momente sind aus besonderen Gründen beide oberhalb der Stab=

achse aufgetragen (Abb. 61,b). Beide M=Linien sind im vorliegenden Fall Parabeln.

$$M_{o\,max} = +\frac{q_1 \cdot l_1^2}{8}; \quad M_B = -\frac{q_2 , q_2^2}{2}.$$

Die für den Fall der Trennung vorhandenen Biegelinien sind in Abb. 61, c in übertriebenem Maßstabe gezeichnet. Dadurch, daß die Balkenteile aber über B zusammen=hängen, wird der Teil auf 2 Stützen auf ein Stück hin von

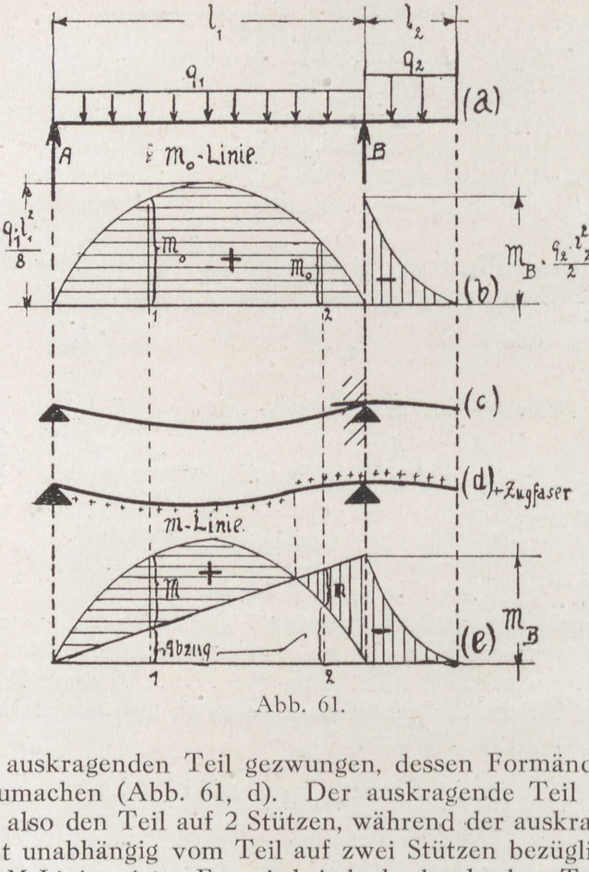


Abb. 61.

dem auskragenden Teil gezwungen, dessen Formänderung mitzumachen (Abb. 61, d). Der auskragende Teil beein=flußt also den Teil auf 2 Stützen, während der auskragende selbst unabhängig vom Teil auf zwei Stützen bezüglich Q= und M=Linien ist. Er wird jedoch durch den Teil auf 2 Stützen gegen Kippen gesichert. Bei der M=Linie erhält man den Einfluß des auskragenden Teils auf die M_o=Linie, indem man die Endpunkte der Momente über den Auflagern A und B geradlinig verbindet. Ueber A ist $M = 0$, über B $M = M_B$. Die Verbindungslinie ist in Abb. 61, e eingetragen. Die Fläche zwischen dieser Verbindungslinie, der sogenannten Schlußlinie, und der M_0-Linie ist dann die tatsächliche M-Fläche, was an zwei Stellen 1 und 2 des Balkens ersichtlich gemacht ist. Da M_B negativ ist, so wirkt der Einfluß der Auskragung vermindernd auf die M_0-Momente ein, was vom wirtschaftlichen Standpunkte aus zu begrüßen ist, da meist hierdurch ein geringerer Materialaufwand erzielt wird. Dort, wo das Moment Null, ist der Wendepunkt in der Biegelinie (Abb. 61 d). Es tritt ein Wechsel im Vorzeichen der Momente ein.

Unter Einzellasten ergibt sich die M-Fläche ohne weiteres: Man zeichnet die M_0-Linie für den Teil auf zwei Stützen, trägt M_B auf und zieht die Schlußlinie (Abb. 62).

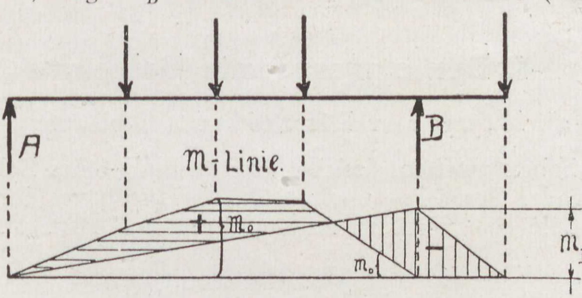


Abb. 62.

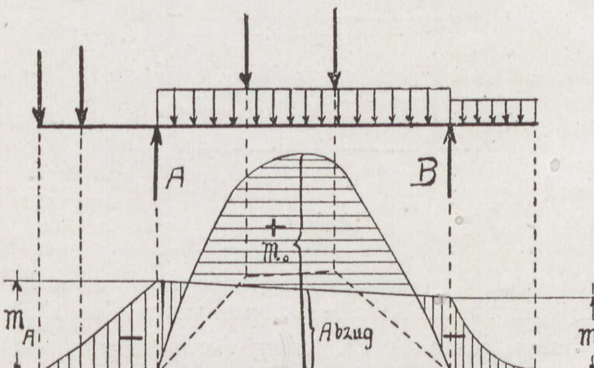


Abb. 63.

Der Balken auf zwei Stützen mit zwei auskragenden Enden

Anleitung: Man zeichnet die M_0-Linie für den Teil auf zwei Stützen, trägt unter A und B die negativen Momente M_A und M_B auf und verbindet deren Endpunkte, zieht also die Schlußlinie. Die Fläche zwischen dieser Schlußlinie und der M_0-Linie ist die M-Fläche.

Anmerkung: Beim Balken auf 2 Stützen mit einem auskragenden Ende und mit zwei auskragenden Enden treten als äußere Kräfte neben den Lasten noch zwei vertikale Auflagerdrücke A und B auf. Wir haben zu ihrer Bestimmung die beiden Gleichgewichtsbedingungen:

$$\Sigma V = 0$$

$$\text{und: } \Sigma M = 0$$

Die Anzahl der Gleichungen stimmt also mit der Anzahl der zu berechnenden Größen überein. Wir können also A und B berechnen.

4. Der eingespannte Balken.

a) Mit einer Einzellast (Abb. 64).

Der eingespannte Balken

Wir haben gesehen, daß bei Einspannung eines Balkens, mit gerader Stabachse und vertikalen Lasten, an der Einspannstelle eine vertikale Auflagerkraft und ein Auflager-

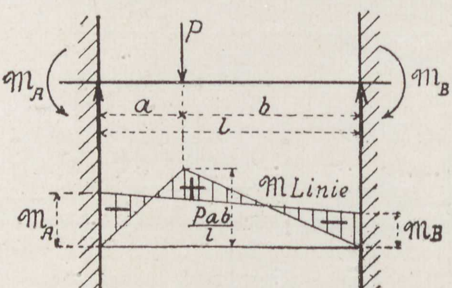


Abb. 64.

moment, welches das eingespannte Ende des Balkens niederdrückt, als Auflagerreaktionen vorhanden sind.

Wir haben hiernach an jedem Auflager eine vertikale Auflagerkraft und ein Auflagermoment. Es soll versucht werden, die Auflagerreaktionen zu berechnen.

$$\text{Aus } \Sigma V = 0 \text{ folgt: } \mathbf{A} + \mathbf{B} - P = 0$$

$$\text{„ } \Sigma M = 0 \text{ für Punkt in A folgt:}$$

$$-\mathbf{M_A} + P \cdot a - B \cdot l + \mathbf{M_B} = 0.$$

Weitere Bedingungen stehen nicht zur Verfügung.
Wir haben 4 unbekannte Größen (fett gedruckt),
„ „ 2 Gleichungen
also 2 unbekannte Größen mehr als Gleichungen.

Wir könnnen also die Auflagerreaktionen mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen allein nicht berechnen. Es liegt eins der sogenannten statisch unbestimmten Systeme vor, die ja im Eisenbetonbau eine große Rolle spielen (kontinuierlicher Balken, Rahmen, viele Bogenbrücken usw.). Man versteht also unter einem statisch unbestimmten System ein solches Kräftesystem, bei dem man die äußeren und inneren Kräfte mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen (im allgemeinen drei, bei vertikalen Lasten und gerader Stabachse zwei) allein nicht bestimmen kann. Im vorliegenden Fall fehlen uns 2 Gleichungen, daher heißt das System 2-fach statisch unbestimmt. Zu bestimmen sind die Kräfte wohl; man muß zur Gewinnung weiterer Gleichungen die Formänderung des Balkens benutzen, was außerhalb des Rahmens dieses Buches fällt und daher fortgelassen ist.

Die M_0-Linie können wir zeichnen. Sie ist ein Dreieck mit der Spitze unter der Einzellast und der Höhe $\frac{P \cdot a \cdot b}{l}$. Angenommen, wir hätten die Auflagermomente M_A und M_B berechnet. Sie werden sich hier negativ ergeben und $M_A > M_B$, weil P näher an A liegt. Wir würden diese Momente ebenfalls oberhalb der Stabachse unter A und B auftragen und wie beim Balken mit 2 auskragenden Enden die Schlußlinie ziehen. Die Fläche zwischen der Schlußlinie und der M_0-Linie ist dann wieder die M-Fläche.

Für eine Einzellast P in der Mitte von l würde sich ergeben:

$$A = B = \frac{P}{2}$$

$$M_A = M_B = -\frac{P \cdot l}{8}.$$

Unter der Einzellast: $+ M_{max} = + \frac{P \cdot l}{8}$ (gegen $\frac{P \cdot l}{4}$ beim Balken auf 2 Stützen).

b) M i t g l e i c h f ö r m i g v e r t e i l t e r L a s t (Abb. 65).

Infolge symmetrischer Lage aller Kräfte in bezug auf die Mittelsenkrechte der Stabachse wird:

$$A = B = \frac{q \cdot l}{2}$$
$$M_A = M_B.$$

Mit Berücksichtigung der Formänderung würde sich ergeben:

$$M_A = M_B = -\frac{q\, l^2}{12}.$$

Wir können jetzt die M-Linie zeichnen. Die M_o-Linie ist eine Parabel vom Pfeil $\frac{q\, l^2}{8}$. Die Schlußlinie ist im vorliegenden Fall eine Parallele zur Stabachse im Abstande $\frac{q\, l^2}{12}$ von der Stabachse. Wir wollen das größte positive Moment bestimmen. Es folgt ohne weiteres aus der Abb. 65:

$$+ M_{max} = \frac{q\, l^2}{8} - \frac{q\, l^2}{12} = \frac{3 \cdot q\, l^2}{3 \cdot 8} - \frac{2 \cdot q\, l^2}{2 \cdot 12} = + \frac{q\, l^2}{24}.$$

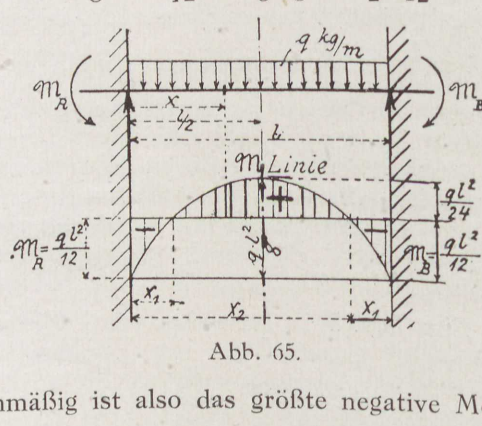


Abb. 65.

Zahlenmäßig ist also das größte negative Moment $\frac{q\, l^2}{12}$ doppelt so groß wie das größte positive Moment $\frac{q\, l^2}{24}$.

Das Moment des Balkens auf 2 Stützen $\frac{q\,l^2}{8}$ ist also zu $\frac{q\,l^2}{24}$ geworden, also nur ein Drittel des Betrages. Bei diesen Werten ist vollkommene Einspannung vorausgesetzt; das Material, welches die Einspannung bewirkt, muß also im Vergleich zum Baustoff des Balkens sehr fest sein oder die Last, welche die Einspannung bewirkt, muß sehr groß sein (vergleiche Ermittelung von L_g unter 3).

Denkt man sich den Balken im Abstande x von A durchschnitten, so folgt als Summe der Momente der äußeren Kräfte (für das Querschnittsmoment) links vom Schnitt:

$$M_x = A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_A.$$

Da $A = \frac{q\,l}{2}$ und $M_A = \frac{q\,l^2}{12}$, folgt:

$$M_x = \frac{q\,l}{2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - \frac{q\,l^2}{12}.$$

Wir wollen die Punkte bestimmen, bei denen $M_x = 0$ wird. Setzen wir also in der Gleichung $M_x = 0$, so können wir aus der entstehenden Gleichung die Lage dieser Punkte berechnen.

$$0 = \frac{q\,l}{2} \cdot x - \frac{q\,x^2}{2} - \frac{q\,l^2}{12}.$$

Dividiert man durch $\frac{q}{2}$ und ordnet die Gleichung, so folgt:

$$x^2 - l\,x + \frac{l^2}{6} = 0$$

$$x = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - \frac{l^2}{6}} = \frac{l}{2} \pm \frac{l}{6}\sqrt{3} = l \cdot (0{,}5 \pm 0{,}29)$$

$$x_1 = 0{,}21 \cdot l - \text{rd.}\ \frac{1}{5}\,l;\quad x_2 = 0.79 \cdot l = \text{rd.}\ \frac{4}{5} = l.$$

$$\text{Probe:}\ x_1 + x_2 = \frac{1}{5}\,l + \frac{4}{5}\,l = l.$$

Im Abstande $\frac{1}{5}\,l$ von den Enden findet also der Wechsel in den Vorzeichen der Momente statt.

Die amtlichen Bestimmungen sagen unter § 14, Ziffer 4, daß bei **B a l k e n** ein Einspannmoment nur bei besonderen baulichen Vorkehrungen in Rechnung gestellt werden darf. Balken wird man daher wegen ihrer schmalen Breite (20 bis 40 cm) und ihres verhältnismäßig großen Momentes auch ohne Einspannung, also frei aufliegend, rechnen. Aber auch bei Decken wird selten eine vollkommene Einspannung vorhanden sein. Die Werte $+\frac{q\,l^2}{24}$ und $-\frac{q\,l^2}{12}$ sind daher nur in seltenen Fällen anwendbar, so daß man meist nur mit sogenannter halber oder Teileinspannung rechnet, das positive Maximalmoment also größer annimmt als $\frac{q\,l^2}{24}$. Ueber die anzunehmende Größe der Einspannung ist von Fall zu Fall zu entscheiden. Oft haben die zuständigen Behörden hierüber besondere Bestimmungen. Sind bei beiden Auflagern größere Oeffnungen in den Mauern vorhanden, so sind jedenfalls stets besondere Vorkehrungen bei angenommener Teileinspannung zu treffen.

5. Der kontinuierliche Balken.

Der kontinuierliche Balken

Es liege ein kontinuierlicher Balken mit einer Anzahl Felder und verschiedenen Lastformen wie gezeichnet vor. Die M_0-Momente jedes einzelnen Feldes, also unter Annahme der Trennung über den Stützen, können wir zeichnen. Es ergeben sich die M_0-Linien für die einzelnen Lastformen, wie sie unter 2 ausführlich ermittelt und besprochen sind. Durch den Zusammenhang der Balken über den Stützen ergeben sich ähnliche wie beim Balken mit auskragenden Enden über den Stützen negative Momente, Auflager- oder Stützenmomente genannt.

Sie erzeugen an der Balkenoberkante Zug. An den Endauflagern sind unter Voraussetzung freier Auflagerung die Momente wie beim Balken auf 2 Stützen gleich Null. Angenommen, die negativen Stützmomente seien mit Hilfe der Formänderung des Balkens berechnet. Dann trage man sie unter den entsprechenden Auflagern oberhalb der Stabachse auf und ziehe genau wie früher die Schlußlinien. Die Flächen zwischen den M_o-Linien und den Schlußlinien sind dann die M-Flächen des kontinuierlichen Balkens (Abb. 66).

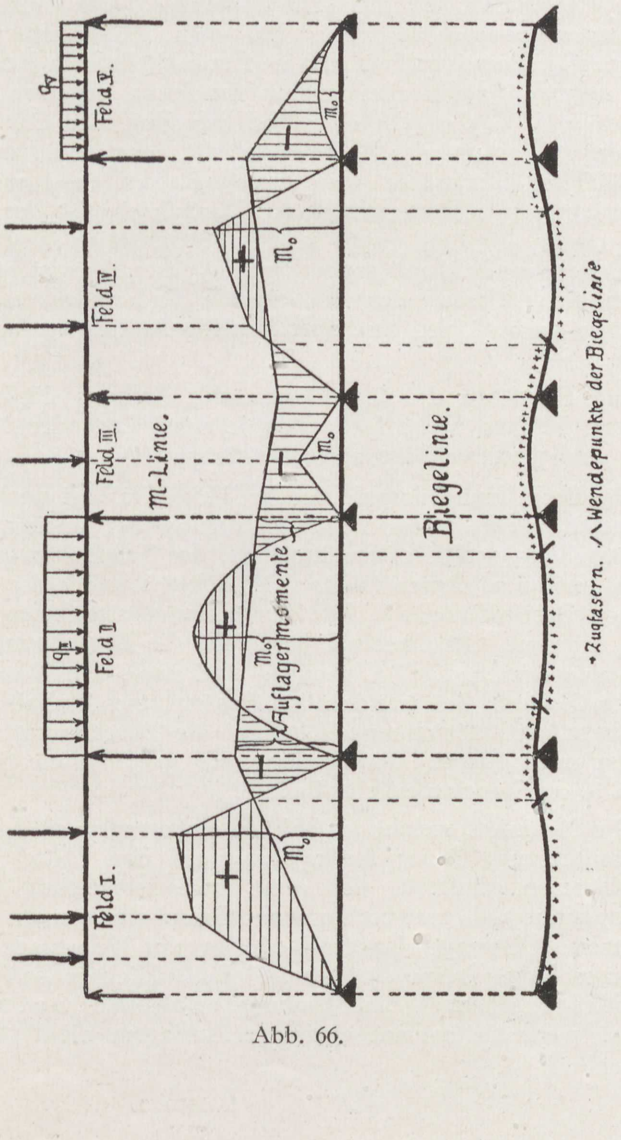


Abb. 66.

Die Skizze zeigt, wie bei Berechnung unter Berücksichtigung der Kontinuität die Momente teilweise erheblich kleiner werden, also meist bedeutende wirtschaftliche Vorteile erreicht werden.

Sie zeigt ferner, daß es oft mit Rücksicht auf die Sicherheit erforderlich ist, den Zusammenhang der einzelnen Felder zu berücksichtigen. Bei dem Mittelfelde mit kleiner Spannweite (Feld III) und anschließenden Feldern mit großen Spannweiten treten durchweg negative Momente auf. Da der Beton gegen den Zug, der also hier an der Oberkante des Balkens auftritt, sehr wenig widerstandsfähig ist, müßte man diesen Balken auch an der Oberkante mit Eisen versehen. Das gleiche ist der Fall bei einem Endfeld von kleiner Spannweite und anschließendem Feld mit großer Spannweite. Hier ist weiter noch ein Abheben des Balkens am Endauflager zu erwarten, es muß also eine ausreichende Auflast vorhanden sein.

Die Eisen an der Unterkante des Balkens dürfen in diesen Feldern nicht fehlen, da je nach Lage der Nutzlast auch positive Biegungsmomente auftreten.

Die Berechnung durchlaufender Träger erfolgt nach der Elastizitätslehre unter Berücksichtigung der ungünstigen Laststellung, wobei es angängig ist, das Trägheitsmoment konstant anzunehmen (siehe § 17 Ziffer 1 und 7 der amtlichen Bestimmungen). Die Berechnungsarten seien hier nur erwähnt. Rechnerisch geschieht die Berechnung für ruhende Lasten nach Clapeyron und nach den Winklerschen Zahlen; bei wandernden Lasten sind Einflußlinien zu benutzen. Zeichnerisch erfolgt die Berechnung wohl meist nach Ritter. Anwendung der graphischen Statik Teil 3, der kontinuierliche Balken.

Die M-Linien, welche in Abb. 66 eingetragen, sind unter Voraussetzung freier Auflagerung auf den Mittel- und Endstützen ermittelt, also ohne Berücksichtigung einer Einspannung in etwa vorhandenen Eisenbetonmauern oder Stützen. Geringe Unterschiede in der Höhenlage der Stützen haben keine Bedeutung. Bedenklich jedoch sind nachträgliche, nach Ausschalung erfolgende S e t z u n g e n , wenn sie bei den einzelnen Auflagern nicht gleichmäßig erfolgen. Sie können erhebliche Aenderungen in der Größe der Momente und Querkräfte hervorrufen. Man wird deshalb bei unsicherem Baugrunde besondere Sorgfalt auf die Ausbildung der Stützenfundamente legen, um ein möglichst gleichmäßiges Setzen zu erzielen, oder Träger auf zwei Stützen ausbilden, die durch ungleichmäßiges Setzen nicht beeinflußt werden. § 17 der amtlichen Bestimmungen bemerkt ferner: Bei durchgehenden Balken und Platten gilt als Stützweite die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen. Ist bei Hochbauten die Stützenbreite D gleich oder größer als der fünfte Teil der Stockwerkhöhe, so sind durchgehend ausgebildete Balken nicht mehr als durchgehend, sondern als an der Stütze voll eingespannt zu berechnen (Abb. 67). Hierbei ist vorausgesetzt, daß die Balken entweder mit der Stütze biegungsfest verbunden sind, oder daß eine entsprechende Auflast über den Stützen vorhanden ist, wobei als Stützweite die um 5% vergrößerte Lichtweite zu rechnen ist.

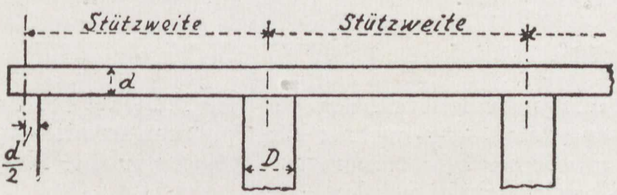


Abb. 67.

Der Vorteil dieser Rechnungsweise besteht darin, daß z. B. in den Endfeldern eines Balkens auf 4 Stützen mit gleichmäßig verteilter Eigenlast und Verkehrslast die positiven Momente um 20% kleiner werden, gleiche Felderteilung vorausgesetzt und stets die ungünstigste Stellung der Nutzlast berücksichtigt.

Wenn nur ständige Belastung vorkommt, darf das Feldmoment bei gleichen Stützweiten in den Mittelfeldern nicht unter $\frac{q \cdot l^2}{24}$ angenommen werden. Dies gilt auch für die Berechnung durchgehender Platten.

Nach § 17 der amtlichen Bestimmungen kann bei durchgehenden Balken zur Aufnahme des Stützenmomentes die durch Verlängerung der flachen Balkenschrägen bis zur Stützenmitte sich ergebende Balkenhöhe d als wirksam angenommen werden (Abb. 68); dabei ist zu beachten, daß der am stärksten beanspruchte Querschnitt nicht immer über der Stützenmitte liegt.

Die in Rechnung zu stellende Neigung der Schrägen soll nicht steiler sein als 1 : 3; das Maß b (s. Abb. 68) ist so zu wählen, daß der Momentennullpunkt außerhalb der Schräge zu liegen kommt.

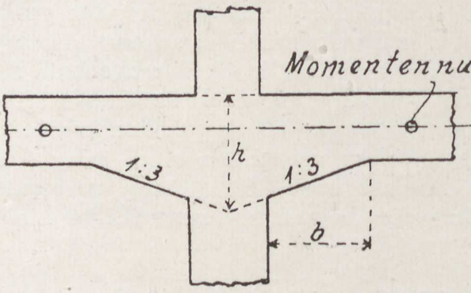


Abb. 68.

Ordnet man dennoch eine stärkere Neigung der Schrä-gen an, darf diese nur für die Spannungsermittlung im Balken, für das Stützenmoment dagegen nur eine Neigung 1 : 3 berücksichtigt werden.

In Abb. 69 ist die Auflagerung eines kontinuierlichen Trägers auf einer Mittelstütze dargestellt. Auch wenn man mit freier Auflagerung rechnet, pflegt man dennoch

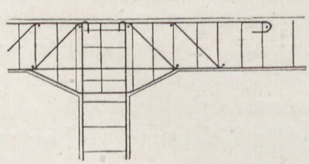


Abb. 69.

stets eine feste Verbindung von Eisenbetonstütze und Balken auszuführen und eine solche Einspannung nur zu berücksichtigen bei starken Säulen, z. B. in den unteren Geschossen von Lagerhäusern. In den oberen Geschossen sind die Konstruktionsabmessungen wesentlich geringer und eine Einspannung daher nicht immer zutreffend.

Nach § 17 darf ferner bei Berechnung des Momentes in den Feldmitten eine Einspannung an den Balken und Plattenenden nur soweit berücksichtigt werden, wie sie durch bauliche Maßnahmen gesichert und rechnerisch nachweisbar ist. Bei Beton= oder Mauerwiderlagern trifft eine solche Einspannung häufig zu und ist leicht nachweis=bar (siehe unter 3). In Verbindung mit Säulen da=gegen können in gewissen Fällen Zweifel bestehen. Aber auch bei freier Auflagerung verlangen die amtlichen Vor=schriften gleichwohl durch obere Eiseneinlagen und einen ausreichenden Betonquerschnitt an der Unterseite, daß einer doch vorhandenen, unbeabsichtigten Einspannung Rechnung getragen wird. Ebenso sollen mit Rücksicht auf die Querkräfte auch bei freier Auflagerung der Balken einige abgebogene Eisen bis über das Auflager hinweg führen.

Platten in Hochbauten, die einerseits oder beiderseits mit Eisenbetonrippen starr verbunden sind, können bei annähernd gleicher Feldweite und gleichmäßiger Belastung zur Vereinfachung der Rechnung derart als eingespannt berechnet werden, daß die größten Feldmomente der Mittelfelder zu $\frac{p \cdot l^2}{15}$, der Endfelder zu $\frac{p \cdot l^2}{11}$ angenommen werden; dabei ist l der Achsabstand der Rippen. Bei wesentlich verschiedenen Feldweiten sind die Feldmomen=te bei ungünstigster Laststellung unter Annahme eines durchgehenden Trägers nachzuweisen, aufwärts biegende Momente in den Feldmitten zu berücksichtigen. Die Verstärkung von Deckenplatten durch Kehlen oder Schrä=gen darf nur mit einer Neigung 1 : 3 in Rechnung gestellt werden. Sind die Auflageverstärkungen so groß, daß ihre Breite mindestens $^1/_{10}$ l und ihre Höhe $^1/_{30}$ l beträgt, so dürfen die oben angegebenen Momente auf $\frac{p\, l^2}{18}$ und $\frac{p\, l^2}{12}$ verringert werden (S. § 17, Ziff. 3, d. amtl. Best.)

Berechnungsgrundlagen für einen Träger auf mehreren Stützen.

Grundlegende Annahmen.

Allgemeines Bei einem über mehrere Oeffnungen durchgehenden Balken sind die Momente und Auflagerdrücke nicht mehr mit den einfachen Hebelgesetzen zu bestimmen. Es sind Unbekannte vorhanden, die sich nur mit Hilfe von Gesetzen der Elastizitätstheorie ergeben. Die Anzahl der Unbekannten ist von der Anzahl der Oeffnungen und von der Art der Auflagerung abhängig, und es müssen für die Berechnung bestimmte Annahmen gemacht werden.

1. Die Träger liegen wagerecht auf gleich hohen Stützen und die Stabachse ist eine Gerade.
2. Von den Auflagern ist nur eins fest, die anderen sind beweglich.
3. Der Balken hat in seiner ganzen Länge gleiche Trägheitsmomente. $J =$ konstant. (Kleine Abweichungen, wie verschiedene Eiseneinlagen, geringe Unterschiede in der Höhe, im Verhältnis zur Stützweite kleine Vouten werden vernachlässigt.)
4. Das Elastizitätsmaß des Baustoffes, also $E =$ konstant.

Treten im Balken Risse auf, so wird das elastische Verhalten des Baustoffes gestört, und die Grundlagen für die Berechnung treffen nicht mehr zu.

Es sollen zuerst an einem einfachen Balken die Formänderungen betrachtet werden, die unter einer beliebigen Belastung entstehen.

Ordinaten der Biegungslinie.

Ordinaten

Ein Träger, der auf zwei Stützen liegt, biegt sich unter seiner Last durch. Die Stabachse, die vorher eine Gerade war, ist jetzt gekrümmt. (s. Abb. 70a.) Die Senkungen der einzelnen Punkte lassen sich nach einem von Mohr gegebenen Verfahren ermitteln.

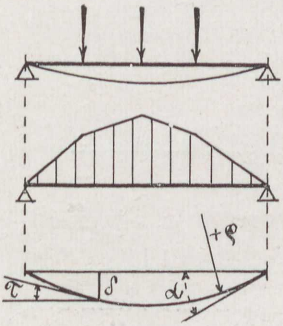


Abb. 70.

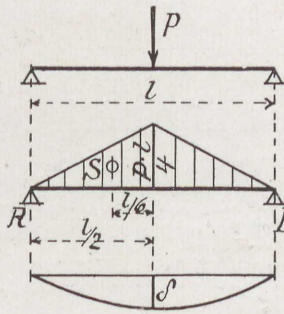


Abb. 71.

„Zu einer gegebenen Belastung berechnet man die Momente und trägt sie von einer Geraden aus auf. (s. Abb. 70b.) Dann faßt man diese Momentenfläche als Belastungsfläche auf, und bestimmt aufs neue hieraus die Biegungsmomente. Trägt man letztere ebenfalls von einer Geraden aus als Ordinaten auf, so ergeben diese Ordinaten nach Division mit E · J die Durchbiegungen δ des Balkens an den betreffenden Punkten.“ (s. Abb 70c.)

$$\delta = \frac{\mathfrak{M}}{E \cdot J}$$

Die ermittelte Kurve ist die Biegungslinie des Trägers.

Neigungswinkel der Biegungslinie.

Neigungswinkel

Die Biegungslinie des Trägers ist eine stetige Kurve und der Neigungswinkel τ oder α (Abb. 70c) ist der Winkel den die Tangente an dieser Kurve mit der Wagerechten bildet. ϱ ist der Krümmungsradius der Biegungslinie in einem bestimmten Punkt. Allgemein werden die Momente und der Neigungswinkel positiv bezeichnet, wenn der Krümmungsmittelpunkt der Biegungslinie oberhalb der Stabachse liegt.

Der Neigungswinkel bestimmt sich nach Mohr wie folgt:

Benutzt man (wie oben) die Momentenfläche als Belastungsfläche, so ergibt die Querkraft aus dieser Belastung nach Division mit E · J den Neigungswinkel der Biegungslinie gegen die Stabachse."

$$\tau = \frac{\mathfrak{Q}}{E \cdot J}$$

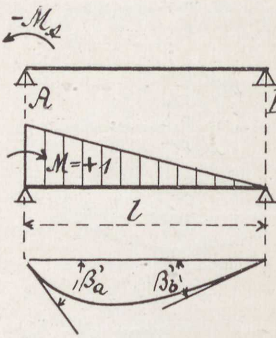


Abb. 72.

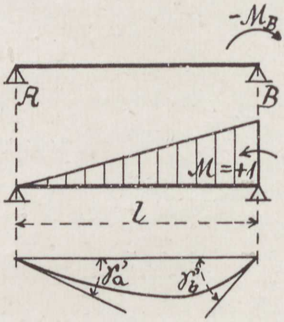


Abb. 73.

Zur Berechnung des Neigungswinkels der Biegungslinie in den Auflagerpunkten kehren wir den negativen Sinn des Momentes M_a in einen positiven um, und nehmen die Größe des Momentes $= + 1$ an. Faßt man die Momentenfläche wieder als Belastungsfläche auf, und bezeichnet das Moment um B als Drehpunkt, als das statische Moment der Momentenfläche,

$$\mathfrak{R} = \frac{1 \cdot l}{2} \cdot \frac{2}{3} l = \frac{l^2}{3},$$

so wird der Auflagerdruck

$$\mathfrak{A} = \frac{l^2}{3 \cdot l} = \frac{1}{3}$$

und der Neigungswinkel der Biegungslinie im Punkte A für $M = + 1$

$$\beta'_a = \frac{1}{3\,E\,J}$$

Nun wirkt aber nicht das Moment + 1, sondern $-M_a$ folglich ist

$$\beta_a = -M_a \cdot \frac{l}{3EJ}.$$

Für den Auflagerpunkt B wird das statische Moment der Momentfläche mit A als Drehpunkt

$$\mathfrak{L} = \frac{1 \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{3} = \frac{l^2}{6},$$

und der Auflagerdruck

$$\mathfrak{B} = \frac{l^2}{6 \cdot l} = \frac{l}{6}$$

und für $-M_a$ der Neigungswinkel der Biegungslinie in B

$$\beta_b = -M_a \cdot \frac{l}{6 \cdot E \cdot J}.$$

Für ein Moment $-M_b$ in B wird nach Abb. 73

$$\gamma_a = -M_b \cdot \frac{l}{6EJ}$$

und

$$\gamma_b = -M_b \cdot \frac{l}{3 \cdot EJ}.$$

Nach dem Satz vom Neigungswinkel der Biegungslinie kann man die Berechnung der Träger auf mehreren Stützen durchführen.

Ableitung des Dreimomentensatzes

(auch Clapeyronsche Gleichung genannt).

Schneidet man aus einem Träger auf mehreren Stützen zwei nebeneinander liegende Oeffnungen über den Stützen A und C heraus, so ist der Zusammenhang des Trägers mit den Nebenfeldern gelöst, das Gleichgewicht ist gestört. Da nun die Querschnitte über den Stützen A und C Momente erhalten, muß man zur Wiederherstellung des Gleichgewichtes über den Stützen Momente anbringen, deren Größen hier als bekannt vorausgesetzt werden. Das Moment M_B über der Stütze B ist unbekannt. Für dieses Moment M_B soll nun eine Gleichung abgeleitet werden. **Dreimomentensatz**

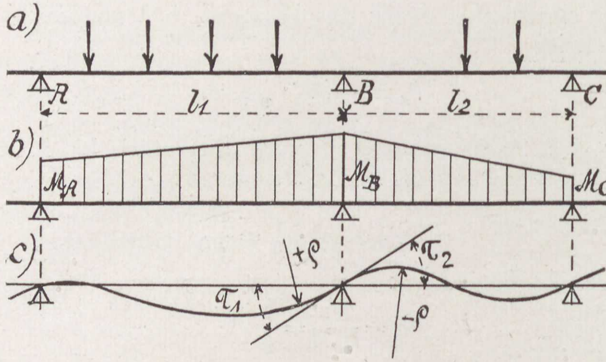


Abb. 74.

Löst man durch einen Schnitt über B den Zusammenhang des Trägers und bringt das Moment M_B an, so herrscht wieder Gleichgewicht. Man erhält dann zwei Balken mit den Stützweiten l_1 und l_2, die durch äußere Lasten beliebig belastet sind. Außerdem wirken die Stützmomente M_A, M_B und M_e.

Für das Balkenfeld l_1 ist der Neigungswinkel der Biegungslinie bei B zu berechnen, die äußere Belastung ist

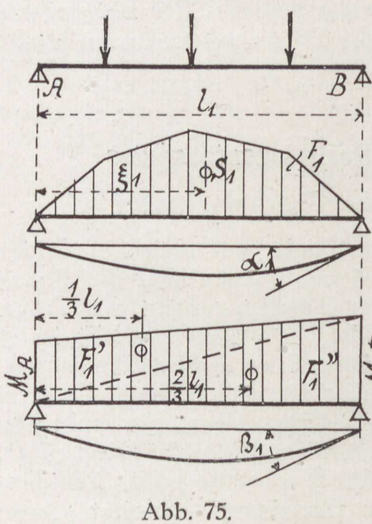


Abb. 75.

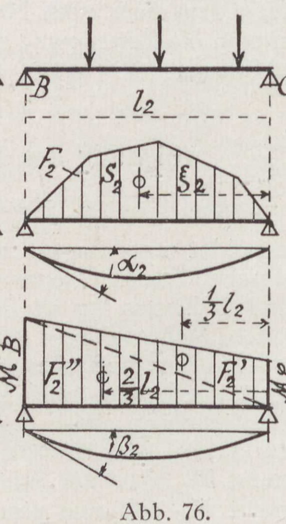


Abb. 76.

beliebig. Die Momentenfläche aus dieser Belastung soll mit F_1 bezeichnet werden. Der Schwerpunkt der Fläche sei S_1 im Abstand ξ_1 von A. Bezeichnet man das Moment aus der Momentenfläche bezogen auf A mit L_1, so wird (s. Abb. 75)

$$\mathfrak{L}_1 = F_1 \cdot \xi_1$$

und der Auflagerdruck

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{L}_1}{l_1}$$

mithin der Neigungswinkel der Biegungslinie in B aus der äußeren Belastung

$$\alpha_1 = \frac{\mathfrak{L}_1}{l_1 \cdot E J}$$

Zur Berechnung der Neigungswinkel der Biegungslinie in B durch die Momentenfläche der Stützmomente, die positiv angenommen werden, wird die Fläche in zwei Dreiecke mit den Höhen M_A und M_B zerlegt, und es wird bei Belastung durch F_1'

$$\beta'_1 = \frac{M_A \cdot l_1}{2} \cdot \frac{l_1}{3} \cdot \frac{1}{l_1 \cdot E \cdot J} = M_A \frac{l_1}{6 E J}$$

bei Belastung durch F″

$$\beta''_1 = \frac{M_B \cdot l_1}{2} \cdot \frac{2}{3} l_1 \cdot \frac{1}{l_1 E \cdot J} = M_B \frac{l_1}{3 E J}$$

Bezeichnet man den wirklichen Biegungswinkel bei B durch die Belastung im Balkenfeld l_1 mit τ_1, so wird

$$\tau_1 = \alpha_1 + \beta'_1 + \beta''_1$$

$$= \frac{\mathfrak{L}_1}{l_1 E J} + M_A \frac{l_1}{6 E J} + M_B \frac{l_1}{3 E J}$$

Für das Balkenfeld l_2 wird durch die äußere Belastung, wenn man das statische Moment der Momentenfläche auf C bezieht und $\mathfrak{R}_2$ nennt

$$\mathfrak{R}_2 = F_2 \cdot \xi_2.$$

Der Auflagerdruck in B ist dann

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{R}_2}{l_2}$$

und

$$\alpha_2 = \frac{\mathfrak{R}_2}{l_2 E J}$$

Durch die Momentenfläche der Stützmomente wird

$$\beta'_2 = M_C \frac{l_2}{6 E J}$$

$$\beta''_2 = M_B \frac{l_2}{3 E J}$$

folglich wird $\qquad \tau_2 = \alpha_2 + \beta'_2 + \beta''_2$

$$= \frac{\mathfrak{R}_2}{l_2 E J} + M_C \frac{l_2}{6 E J} + M_B \frac{l_2}{3 E J}$$

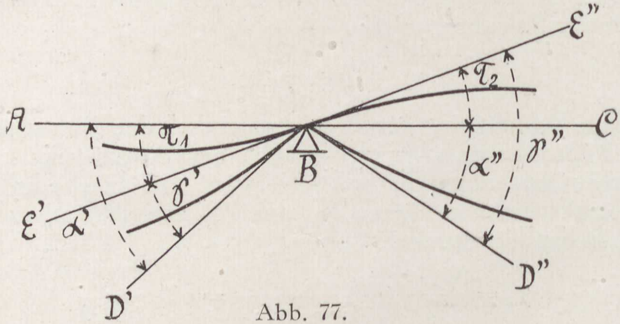


Abb. 77.

Nach Abb. 77 sind B D′ und B D″ die Tangenten an die Biegungslinien der frei aufliegend gedachten Träger, E′ E″ die Tangente an die Biegungslinie des kontinuierlichen Trägers, A C (die Wagerechte durch B); es fallen bei dem durchlaufenden Träger die Tangenten B D′ und B D″ mit der Tangente E′ E″ zusammen, die Winkel γ' und γ'' werden gleich Null, mithin

$$\alpha' = \tau_1 \text{ und } \alpha'' = -\tau_2.$$

Die Biegungslinie des kontinuierlichen Trägers ist in B eine stetige Kurve, die Tangentenwinkel mit der Wagerechten sind gleich, also

$$\tau_1 = -\tau_2.$$

Die Werte für τ eingesetzt, ergibt

$$\frac{\mathfrak{L}_1}{l_1 E J} + M_A \frac{l_1}{6 E J} + M_B \frac{l_1}{3 E J}$$

$$= - \frac{\mathfrak{R}_2}{l_2 E J} - M_C \frac{l_2}{6 E J} - M_B \frac{l_2}{3 E J}.$$

Da E J = konstant angenommen ist, so wird

$$M_A \cdot l_1 + 2\,M_B\,(l_1 + l_2) + Mc \cdot l_2$$
$$= -6\left(\frac{\mathfrak{L}_1}{l_1} + \frac{\mathfrak{R}_2}{l_2}\right)$$

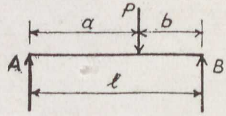
Aus dieser Gleichung läßt sich M_B berechnen.

Diese Gleichung kann auch in anderer Form geschrieben werden:

$$M_A\, l_1 + 2\,M_B\,(l_1 + l_2) + Mc \cdot l_2 = -K_{l1}\, l_1 - K_{r2}\, l_2.$$

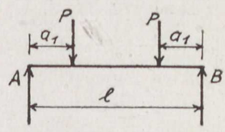
$K_{l\,1}$ und $K_{r\,2}$ heißen Kreuzlinienabschnitte, die, nur von der Belastung abhängig, für die graphische Ermittlung der Stützenmomente wichtig sind.

Kreuzlinienabschnitte für die wichtigsten Belastungsfälle (Pedersen, Armierter Beton 1918 S. 11):

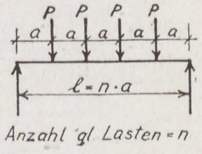


$$K_A = \frac{P \cdot a \cdot b}{l^2}\,(l + a);\; K_B = \frac{P \cdot a \cdot b}{l^2}\,(l + b)$$

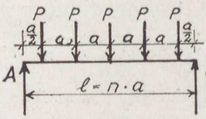
$$\text{für } a = b = \frac{1}{2} \text{ ist } K_A = K_B = \frac{3}{8} P \cdot l$$



$$K_A = K_B = \frac{3 \cdot P \cdot a}{l}\,(l - a)$$

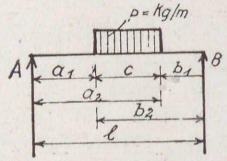


$$K_A = K_B = \frac{P \cdot a}{4}\,(n^2 - 1) = \frac{n^2 - 1}{4\,n}\,P \cdot l$$



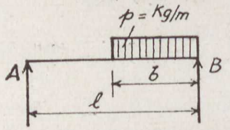
Anzahl gl. Lasten = n

$$K_A = K_B = \frac{P \cdot a}{4} (n^2 + 0{,}5) = \frac{n^2 + 0{,}5}{4\,n} P \cdot l$$



$$K_A = \frac{p \cdot c}{4\,l^2} (a_1 + a_2)\,(2\,l^2 - a_1{}^2 - a_2{}^2)$$

$$K_B = \frac{p \cdot c}{4\,l^2} (b_1 + b_2)\,(2 l^2 - b_1{}^2 - b_2{}^2)$$



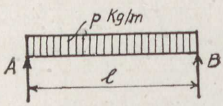
$$K_A = \frac{p \cdot b^2}{4\,l^2} (2\,l - b)^2$$

$$K_B = \frac{p \cdot b^2}{4\,l^2} (2\,l^2 - b^2)$$

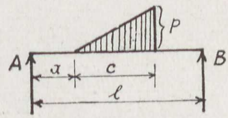
für $b = \frac{l}{2}$

$$K_A = \frac{9}{64} p\,l^2$$

$$K_B = \frac{7}{64} p\,l^2$$

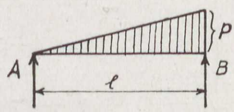


$$K_A = K_B = \frac{p\,l^2}{4}$$

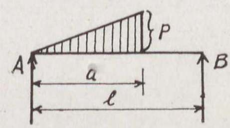


$$K_A = \frac{p\,c}{l^2}\left(\frac{l^2\,a}{2} + \frac{l^2\,c}{3} - \frac{a^3}{2} - a^2\,c - \frac{3q\,c^2}{4} - \frac{c^3}{5}\right)$$

$$K_B = \frac{p\,c}{l^2}\left(l^2\,a + 2\,\frac{l^2 c}{3} - 3\,\frac{l\,a^2}{2} - 2\,l\,a\,c - \frac{3}{4}\,l\,c^2 + \frac{a^3}{2}\right.$$
$$\left. + a^2\,c + \frac{3\,a\,c^2}{4} + \frac{c^3}{5}\right)$$



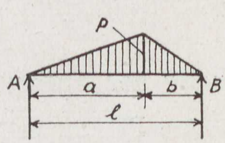
$$K_A = \frac{2}{15}\,p\,l^2 \qquad K_B = \frac{7}{60}\,p\,l^2$$



$$K_A = \frac{p\,a^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{3} - \frac{a^2}{5}\right); \quad K_B = \frac{p\,a^2}{l^2}\left(\frac{2\,l^2}{3} - \frac{3\,l\,a}{4} + \frac{a^2}{5}\right);$$

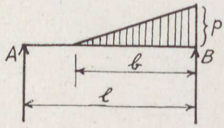
für $a = \frac{1}{2}$ ist

$$K_a = \frac{17}{240}\,p\,l^2 \qquad K_B = \frac{41}{480}\,p\,l^2$$



$$K_A = \frac{p\,(l + a)}{60\,l}(7\,l^2 - 3\,a^2) \quad K_B = \frac{p\,(l + b)}{60\,l}\,(7\,l^2 - 3\,b^2)$$

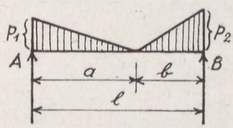
für $a = b = \frac{1}{2}$ ist $K_A = K_B = \frac{5}{32}\,p\,l^2$



$$K_A = \frac{p\,b^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{3} - \frac{l\,b}{4} + \frac{b^2}{20}\right) \qquad K_B = \frac{p\,b^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{6} - \frac{b^2}{20}\right)$$

$$\text{für } b = \frac{1}{2} \text{ ist}$$

$$K_a = \frac{53}{960}\,p\,l^2 \qquad K_B = \frac{37}{960}\,p\,l^2$$



$$K_A = \frac{p_1\,a^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{6} - \frac{a^2}{20}\right) + \frac{p_2\,b^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{3} - \frac{l\,b}{4} + \frac{b^2}{20}\right)$$

$$K_B = \frac{p_1\,a^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{3} - \frac{l\,a}{4} + \frac{a^2}{20}\right) = \frac{p_2\,b^2}{l^2}\left(\frac{l^2}{6} - \frac{b^2}{20}\right)$$

$$\text{für } a = b = \frac{1}{2} \text{ ist}$$

$$K_A = \frac{l^2}{960}\,(37\,p_1 + 53\,p_2) \quad K_B = \frac{l^2}{960}\,(53\,p_1 + 37\,p_2)$$

$$\text{für } a = b = \frac{1}{2} \text{ u. } p_1 = p_2$$

$$K_A = K_B = \frac{3}{32}\,p\,l^2$$

Bestimmung der Auflagerdrücke.

Auflager-drücke

Es soll der allgemeine Belastungsfall vorliegen, wie er in Abb. 74 dargestellt ist. Löst man auch hier wie bei der Ableitung des Dreimomentensatzes durch einen Schnitt über B den Zusammenhang des Balkens und führt das Stützmoment M_B für jede Oeffnung ein, so hat man auch hier zwei freiaufliegende Balken mit den Oeffnungen l_1

und l_2. Zuerst soll das Balkenfeld l_1 betrachtet werden. Hier sind die äußere Belastung und die Stützenmomente M_A und M_B vorhanden.

Die Auflagerdrucke aus der äußeren Belastung innerhalb der Stützen A und B werden nach dem Hebelgesetz ermittelt. Wir wollen sie mit A_o und B_o bezeichnen (Abb. 78a), und es bleibt, da diese bekannt sind, nur noch der Einfluß der Momente auf die Stützen zu untersuchen.

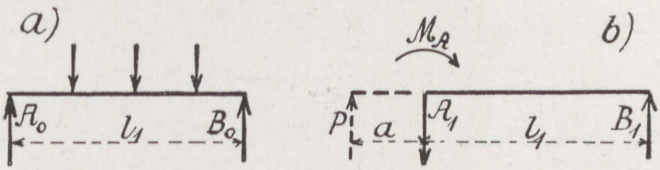


Abb. 78.

Ein positiv wirkendes Moment im Punkt A kann entstanden sein durch eine Kraft (P) im Abstand a von A. Wie aus Abb. 78 b zu ersehen ist, bewirkt die Kraft P eine Entlastung von A und Belastung von B in der Größe

$$A_1 = -\frac{M_A}{l_1}$$

$$B_1 = +\frac{M_A}{l_1}$$

Ein positives Moment in B belastet die Stütze

$$A_1 = +\frac{M_B}{l_1}$$

$$B_1 = -\frac{M_B}{l_1}$$

so daß die Drucke aus der Belastung der Oeffnung l_1 sind

$$B_1 = B_{01} + \frac{1}{l_1}(M_A - M_B).$$

In gleicher Weise wird durch die Belastung der Oeffnung l_2

$$B_2 = B_{02} + \frac{1}{l_2}(M_C - M_B).$$

Die Gesamtbelastung der Stütze B ist dann

$$B = B_0 - M_B\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right) + \frac{M_A}{l_1} + \frac{M_C}{l_2}$$

Für die Entwickelung dieser Formel sind positive Momente angenommen. Wirken nun negative Momente, so sind die betreffenden Vorzeichen negativ einzusetzen. Auch in den folgenden Formeln sind die Momente mit ihrem wirklichen Wert positiv oder negativ einzusetzen.

Die Belastung der Stütze A ist

$$A = A_0 + \frac{M_B - M_A}{l_1}$$

und die der Stütze

$$C = C_0 + \frac{M_B - M_C}{l_2}$$

Bestimmung der Feldmomente.

Feldmomente Die Fläche der wirklich auftretenden Biegungsmomente setzt sich zusammen aus der Fläche der Stützmomente (Abb. 79d) und der Momentenfläche für den einfachen Balken (Abb. 79c). Letztere bezeichnet man mit M_0 und das Moment im Abstand x ist gleich M_{0x}. Es bleibt noch der Einfluß der Stützmomente im Abstand x zu untersuchen.

Nach Abb. 79d verhält sich

$$\frac{M_B}{l_1} = \frac{M'_B}{x_1} \text{ und}$$

$$\frac{M_A}{l_1} = \frac{M'_A}{l_1 - x_1}, \text{ also}$$

$$M'_x = M'_B + M'_A = \frac{M_B}{l_1} \cdot x_1 + \frac{M_A}{l_1}(l_1 - x_1).$$

Das wirklich vorhandene Moment im Abstand x_1 ist dann allgemein

$$M_{x1} = M_{0x} + \frac{x_1}{l_1}(M_B - M_A) + M_A$$

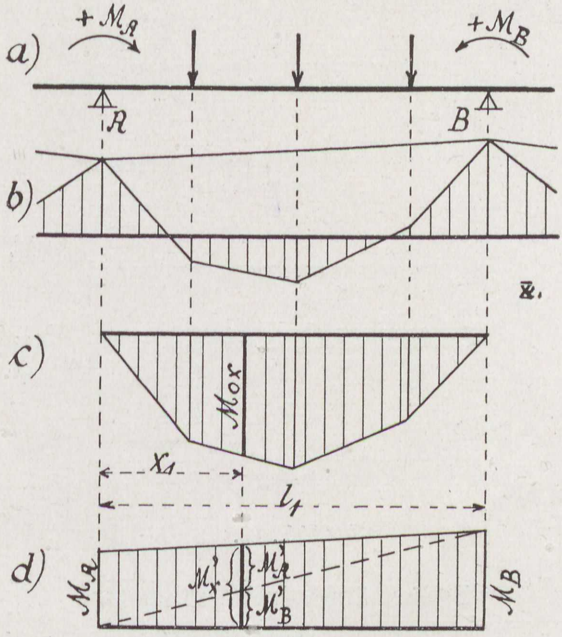


Abb. 79.

Auch in dieser Formel sind die Momente mit + oder — ihrem wirklichen Wert nach einzusetzen.

M_x wird am größten für den Querschnitt, dessen Querkraft = 0 ist.

Bestimmung der Querkräfte.

Die Querkraftsfläche setzt sich zusammen aus der Querkraft der Belastung des einfachen Balkens Q_0 und des Einflusses der Stützmomente. Letztere haben über eine Oeffnung hinweg denselben Wert und sind gleich dem Auflagerdruck aus der Differenz der Stützmomente. In Abb. 80b ist die Querkraftfläche bei positiven Momenten für den Fall dargestellt, daß $M_B > M_A$ ist. Querkräfte

Es ist also einfach anzuschreiben

$$Q_{x1} = Q_{0x} + \frac{1}{l_1}(M_B - M_A)$$

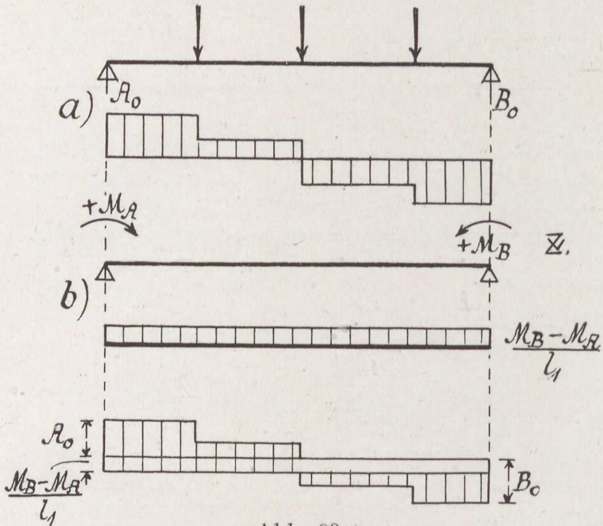


Abb. 80.

Drei Oeffnungen

Balken über drei Oeffnungen.

Bei einem über zwei Oeffnungen frei aufliegenden Balken sind die Momente über den Außenstützen gleich Null und das Moment über der Mittelstütze ist das einzig unbekannte. Es genügt also zu seiner Berechnung eine Gleichung. Liegt nun ein über drei Oeffnungen frei aufliegender Balken vor, so sind die Momente über den zwei Mittel stützen unbekannt, zu deren Berechnung zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten aufgestellt werden müssen. Der Dreimomentensatz bietet auch hier einen gangbaren Weg, der nachstehend gezeigt werden soll.

Es liege ein frei aufliegender Balken über drei verschiedenen Oeffnungen vor.

Dann sind die Stützmomente

$$M_A = M_D = 0,$$

unbekannt sind die Momente M_B und M_C. Ein solches System ist also zweifach statisch unbestimmt.

Nutzlasten

Die Belastung ist beliebig, und es sollen mehrere Belastungsfälle untersucht werden. Zur Aufstellung der notwendigen zwei Gleichungen wird für Gleichung 1 der

Balken von A bis C und für Gleichung 2 der Balken von B bis D betrachtet.

Belastungsfall a.

Fall a

Feld 1 belastet.

Nach Gleichung (1) wird:

$$1.\quad 2\,M_B\,(l_1+l_2)+M_C\cdot l_2 = N_1$$
$$2.\quad M_B\,l_2+2\,M_C\,(l_2+l_3)=0.$$

Wird Gleichung 1 mit $2+2\dfrac{l_3}{l_2}$ multipliziert und Gleichung 2 abgezogen, so ist

$$M_{Ba}\left[2\,(l_1+l_2)\,\left(2+2\frac{l_3}{l_2}\right)-l_2\right]=N_1\,\left(2+2\frac{l_1}{l_2}\right).$$

Mit l_2 erweitert wird

$$M_{Ba}\,[4\,(l_1+l_2)\,(l_2+l_3)-l_2^2]=N_1\cdot 2\,(l_1+l_2).$$

Wird Gleichung 2 mit $2+2\dfrac{l_1}{l_2}$ multipliziert und Gleichung 1 abgezogen, so wird

$$M_{Ca}\left[2\,(l_2+l_3)\,\left(2+2\frac{l_1}{l_2}\right)-l_2\right]=-N_1.$$

Ebenfalls mit l_2 erweitert

$$M_{Ca}\,[4\,(l_1+l_2)\,(l_2+l_3)-l_2^2]=-N_1\cdot l_2,$$

Belastungsfall b.

Fall b

Feld 2 belastet.

$$1.\quad 2\,M_B\,(l_1+l_2)+M_C\cdot l_2 = N_2$$
$$2.\quad M_B\cdot l_2+2\,M_C\,(l_2+l_3)=N_2.$$
$$M_{Bb}\,[4\,(l_1+l_2)\,(l_2+l_3)-l_2^2]=N_2\,(l_2+2\,l_3)$$
$$M_{Cb}\,[4\,(l_1+l_2)\,(l_2+l_3)-l_2^2]=N_2\,(l_2+2\,l_1).$$

Belastungsfall c.

Fall c

Feld 3 belastet.

$$1.\quad 2\,M_B\,(l_1+l_2)+M_C\cdot l_2 = 0$$
$$2.\quad M_B\cdot l_2+2\,M_C\,(l_2+l_3)=N_3.$$
$$M_{Bc}\,[4\,(l_1+l_2)\,(l_2+l_3)-l_2^2]=-N_3\cdot l_3$$
$$M_{Cc}\,[4\,(l_1+l_2)\,(l_2+l_3)-l_2^2]=N_3\cdot 2\,(l_1+l_2).$$

Für alle vorkommenden Belastungsfälle lassen sich jetzt die Stützmomente durch Addition der einzelnen Fälle ermitteln. N ist nach Gleichung (2) zu bestimmen.

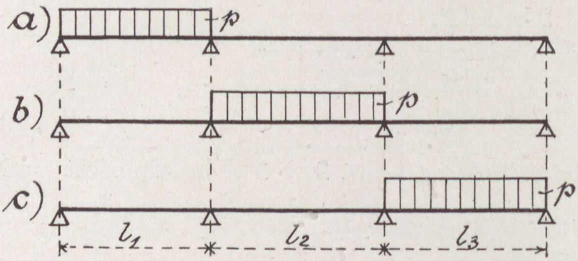


Abb. 81.

Erhält der Balken nur gleichmäßige Last in den einzelnen Feldern, so ermitteln sich die einzelnen Werte für

N_1 nach Abb. 81a
N_2 „ „ 81b
N_3 „ „ 81c zu

$$N_1 = -\frac{6}{l_1}\mathfrak{L}_1 = -\frac{6}{l_1}\frac{p \cdot l_1^3}{24} = -\frac{p\, l_1^3}{4}$$

$$N_2 = -\frac{6}{l_2}\mathfrak{R}_2 = -\frac{6}{l_2}\mathfrak{L}_2 = -\frac{p\, l_2^3}{4}$$

$$N_3 = -\frac{6}{l_3}\mathfrak{R}_3 = -\frac{p\, l_3^3}{4}.$$

IV. Der einfach bewehrte rechteckige Querschnitt. (Betonplatte und Balken).

Berechnungsweise.

Während im vorigen Abschnitt III Betrachtungen an= gestellt wurden, mit deren Hilfe es möglich ist, die an einem Träger wirkenden äußeren Kräfte ihrer Größe und ihrem Sinne nach zu ermitteln, ohne daß dabei auf das Material, aus dem der Konstruktionsteil bestand, und auf seine Abmessungen Rücksicht genommen wurde, soll nun= mehr erläutert werden, welche Wirkungen diese äußeren Kräfte auf Eisenbetonbauteile hervorgerufen und wie die Berechnung der Abmessungen erfolgt. **Rechteckiger Querschnitt**

Die zuerst folgenden Kapitel beschäftigen sich mit der Wirkung und Aufnahme des Biegungsmomentes, das nächstfolgende erörtert das gleiche bezüglich der Quer= kraft.

Bevor zur Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen übergegangen wird, soll zunächst, nach kurzer Wieder= holung einiger Begriffe und Sätze der Festigkeitslehre, die Wirkung des Biegungsmomentes auf einen Träger aus ho= mogenem Baustoff erörtert werden, um die Möglichkeit unmittelbarer Vergleiche für den Beton= und Eisenbeton= Baustoff zu haben.

Ein Stab aus homogenem Baustoff von der Länge l und dem Querschnitt F werde durch eine im Schwerpunkt des Querschnittes angreifende Kraft P auf Zug oder Druck be= ansprucht (Abb. 82). Nimmt man an, daß sich die Kraft **Homogener Baustoff**

P gleichmäßig über die Fläche F verteilt (wozu man einigermaßen berechtigt ist, weil P im Schwerpunkte von F angreift), daß also jeder gleiche Flächenteil von F den gleichen Teilbetrag der Kraft P aufnehme, so ergibt sich pro Flächeneinheit die Kraft $\frac{P}{F}$. Diese Kraft pro Flächeneinheit nennen wir Spannung und bezeichnen sie mit σ. Dann ist also:

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2$$

σ hat also die Benennung oder Dimension kg/cm^2.

Jede Faser des Stabes von der Flächeneinheit erfährt also die gleiche Kraftbeanspruchung σ. Da nach unserer Voraussetzung gleichartiger Baustoff vorliegt, muß jede dieser Fasern daher auch die gleiche Verlängerung oder Verkürzung λ erfahren, es findet also lediglich eine Verschiebung des ursprünglich ebenen Endquerschnittes parallel sich selbst um das Stück λ statt, wie in Abb. 82 in stark übertriebenem Maßstabe gezeichnet. (Tatsächlich

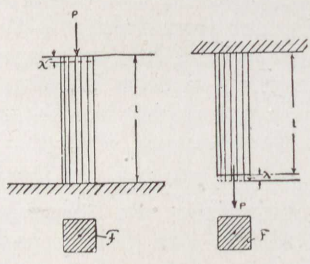


Abb. 82.

sind diese Formänderungen so klein, daß sie nur mit Feinmeßinstrumenten festgestellt werden können). Jede Faser von der ursprünglichen Länge l ändert also ihre Länge um das Stück λ. Die Einheit der Länge l ändert sich also um $\frac{\lambda}{l}$. Wir nennen diese Längenänderung der Einheit der ursprünglichen Länge (spezifische) Dehnung und bezeichnen sie mit ε. Es ist also:

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l}$$

Zwischen ε und σ besteht folgender Zusammenhang. Wird derselbe Stab nacheinander durch 2 Kräfte von verschiedener Größe beansprucht, so ist ersichtlich, daß die größere Kraft, welche größere Spannungen erzeugt, auch größere Dehnungen hervorrufen muß als die kleinere Kraft, und zwar sind Dehnungen und Spannungen direkt proportional zueinander. In mathematischem Gewande würde dieser Satz durch Gleichsetzen der Werte ε und σ bezeichnet werden. Nun können diese beiden Werte nicht ohne weiteres einander gleichgesetzt werden, weil z. B. ein Gummistab ganz andere Dehnungen erleiden wird als ein Eisenstab bei gleicher Spannung. Es muß also in die Gleichung für ε und σ noch ein Faktor hinein, der dieses verschiedene (elastische) Verhalten der verschiedenen homogenen Körper berücksichtigt. Man pflegt demgemäß σ noch mit $\frac{1}{E}$ zu multiplizieren, wobei $\frac{1}{E}$ einen Faktor bedeutet, der das elastische Verhalten der verschiedenen Körper berücksichtigt und durch Versuche festgestellt wird. $\frac{1}{E}$ ist also ein Erfahrungsfaktor.

Wir haben demnach zwischen ε und σ die Beziehung:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Diese Beziehung wird das Hookesche Gesetz genannt. E heißt Elastizitätsmaß oder Formänderungszahl.

Es ist nun nicht ersichtlich, warum man σ gerade mit $\frac{1}{E}$ einem Quotienten, multipliziert. Näher läge zweifellos die Multiplikation mit einer Zahl im Zähler. Hiernach hat Bach das Hookesche Gesetz umgeformt in:

$$\varepsilon = \sigma \cdot \alpha$$

α heißt Dehnungskoeffizient. Es ist:

$$\alpha = \frac{1}{E}$$

Beide Bezeichnungen, α und E, werden nebeneinander gebraucht.

Die bisherigen Ermittlungen sind für Zug= und Druck=beanspruchung gültig, da für beide Fälle E gemäß ange=stellten Versuchen den gleichen Wert hat. Die Span=nungen unterscheiden sich nur durch ihr Vorzeichen. Sie führen den gemeinsamen Namen N o r m a l s p a n n u n=g e n , weil sie normal zur Querschnittsfläche gerichtet sind.

Das Hookesche Gesetz, nach dem die Dehnungen den Spannungen direkt proportional sind, soll nun mit Hilfe einiger weiterer Beziehungen dazu dienen, die Art und Größe der inneren Kräfte für den Fall der Biegung zu er=mitteln.

In Abb. 83 ist ein Belastungsfall dargestellt, bei dem auf der Strecke zwischen den Einzellasten bekanntlich keine Querkräfte, sondern nur Biegungsmomente von kon=stanter Größe auftreten; es liegt der Fall der reinen Bie=gung vor.

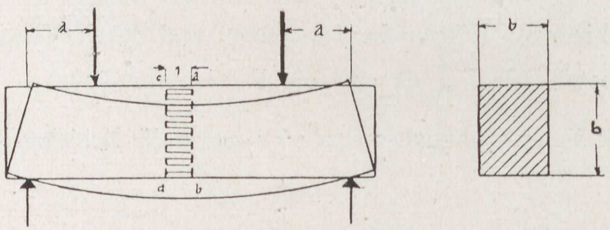
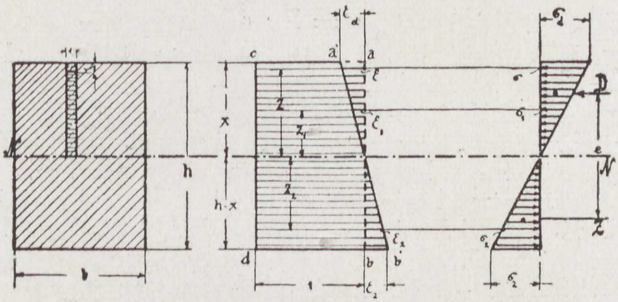


Abb. 83.

Aus Abb. 83 ist zu ersehen, daß der Balken bei der Durchbiegung eine Formänderung erleidet, bei welcher die obere Faser verkürzt und die untere Faser verlängert wird. Nach der Mitte des Querschnittes zu nehmen die Verkürzungen und Verlängerungen ab, sie werden an einer Stelle den Wert 0 erreichen; an dieser Stelle wird die dort liegende Faser in ihrer Länge keine Aenderung erfahren. Man nennt sie die „neutrale Faser", „neutrale Achse" oder „Nullinie", weil dort Dehnungen und dann naturgemäß auch die Spannungen gleich Null sind. Nach welchem Gesetze die Abnahme der Verlängerungen und Verkürzungen stattfindet, ist ohne weiteres nicht ersicht=lich. Dieses Gesetz kann nur auf Grund von Versuchen, von genauen Beobachtungen und Messungen festgestellt werden. Man nimmt nun an, daß die Endpunkte der Dehnungen auf einer geraden Linie liegen. Diese Annahme, die durch viele Versuche den tatsächlichen Verhältnissen ausreichend entsprechend bestätigt wurde, dient wesentlich zur Vereinfachung der Rechnung.

Zeichnet man also ein Stück des Balkens a b c d von der Länge 1 (in Abb. 83 horizontal schraffiert) in größerem Maßstabe besonders heraus (Abb. 84 b), so sind die Längenänderungen der einzelnen Fasern dieses Balkenstücks, da es die Länge 1 hat, ohne weiteres die Dehnungen gemäß früherer Definition. Trägt man demnach die



a b c

Abb. 84.

größten Dehnungen der äußersten Fasern, $\varepsilon_d = aa' =$ größte Verkürzung und $\varepsilon_z = bb' =$ größte Verlängerung pro Längeneinheit dieser Fasern, gemäß Abb. 84 b entsprechend ihrem Sinne auf, verbindet die Endpunkte a′ und b′ dieser Dehnungen geradlinig miteinander, so gibt der Schnittpunkt dieser Verbindungslinie mit dem Querschnitt a b die Lage der neutralen Achse „N—N“ an. Der ursprünglich e b e n e Querschnitt a b hat sich lediglich um die neutrale Achse des Querschnittes (Abb. 84a) gedreht, um in die Lage a′ b′ zu kommen, aber e b e n ist er geblieben. Es ist also damit die Annahme, daß die Endpunkte der Dehnungen auf einer geraden Linie liegen, zeichnerisch zum Ausdruck gebracht. An jeder Stelle des Balkens im Abstande z von der neutralen Achse gibt die dort vorhandene Linie ε (in Abb. 84b stärker hervorgehoben) die Dehnung der betreffenden Faser an, so daß wir in Abb. 84b das Dehnungsbild vor uns haben.

Wir lesen aus den ähnlichen Dreiecken ab:

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = z_1 : z_2$$

in Worten: Die Dehnungen verhalten sich wie ihre Abstände von der Nullinie, ein Satz, der die vorige Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte in anderer Form bringt.

Nach dem Gesetze, daß Dehnungen und Spannungen direkt proportional sind, ist nun:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

oder:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Wir sehen, wir müssen jede Dehnung mit derselben Zahl E, da E für Verlängerungen und Verkürzungen gleiche Größe hat, multiplizieren, um die Spannungen zu erhalten. Die Spannungen der einzelnen Fasern liegen daher mit ihren Endpunkten auf einer der Linie a′ b′ gleichgestalteten Linie, also auf einer Geraden, wie in Abb. 84 c gezeichnet. Oberhalb der neutralen Achse treten entsprechend den Verkürzungen Druckspannungen auf, unterhalb gemäß den Verlängerungen Zugspannungen. An den äußersten Fasern treten die größten Spannungen auf, σ_d = größte Druckspannung, σ_z = größte Zugspannung, beide Spannungsarten sind Normalspannungen.

Wir lesen aus dem Spannungsbild ab:

$$\sigma_1 : \sigma_2 = z_1 : z_2$$

Das Gesetz, welches in dieser Gleichung zum Ausdruck gebracht wird, heißt das „Geradliniengesetz“ (Gesetz von Navier). Es wurde aufgestellt auf Grund der Annahme, daß die Dehnungen sich verhalten wie ihre Abstände von der Nullinie und nach dem Gesetze, Dehnungen und Spannungen sind direkt proportional. In Worten heißt das Gesetz: Die Spannungen verhalten sich wie ihre Abstände von der Nullinie.

Es muß zunächst die Lage der neutralen Achse berechnet werden, deren Abstand von der gedrückten Faser mit x bezeichnet werden möge. Es folgt dann aus dem Dehnungsbild:

$$\varepsilon_z : \varepsilon_d = (h-x) : x.$$

Da $$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \text{ und } \varepsilon_d = \frac{\sigma_d}{E},$$

so folgt: $$\frac{\sigma_z}{E} : \frac{\sigma_d}{E} = (h - x) : x,$$

oder auch, da die Elastizitätsmodule sich fortheben, weil sie einander gleich sind:

$$\sigma_z : \sigma_d = (h-x) : x$$

eine Proportion, welche auch ohne weiteres gemäß dem Geradliniengesetz aus dem Spannungsbild abgelesen werden konnte, aber aus besonderen Gründen auf diesem Wege hergeleitet wurde.

In dieser Gleichung treten drei Unbekannte σ_z, σ_d und x auf, von denen σ_z und σ_d wie folgt ermittelt werden.

Bezeichnet man die Resultierende der Druckspannungen mit D und die der Zugspannungen mit Z (siehe Abb. 84c), so sind diese inneren Kräfte D und Z die einzigen horizontalen Kräfte beim Balken, da horizontale äußere Kräfte gemäß Abb. 83 und Abschnitt III nicht auftreten. Es folgt daher aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma H = 0$:

$$D - Z = 0$$
$$D = Z.$$

D ist zunächst gleich dem Inhalt der Druckspannungsfläche, also $\sigma_d \cdot x \cdot \frac{1}{2}$. Da σ_d eine Kraft pro Flächeneinheit ist, so stellt dieser Ausdruck die Summe der Spannungen für eine Fläche von der Höhe x und der Breite 1 dar. Für die Breite b (vgl. Abb. 84a) ergibt sich daher:

$$D = \sigma_d \cdot \frac{x}{2} \cdot b$$

Ferner:

$$Z = \sigma_z \cdot \frac{h-x}{2} \cdot b$$

Da D = Z ist, wird $\sigma_d \cdot \frac{x}{2} \cdot b = \sigma_z \cdot \frac{h-x}{2} \cdot b$

$$\sigma_d \cdot x = \sigma_z \cdot (h - x)$$

$$\sigma_d = \sigma_z \cdot \frac{h - x}{x}.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung für σ_d ein, so folgt:

$$\sigma_z : \sigma_z \frac{h - x}{x} = (h - x) : x$$

$$x : (h - x) = (h - x) : x$$

$$x^2 = (h - x)^2 = h^2 - 2\,h\,x + x^2$$

$$2\,h\,x = h^2$$

$$x = \frac{h}{2}.$$

Die neutrale Achse liegt also in der Mitte der Querschnittshöhe bei homogenem Baustoff. Nach dem Satze, daß die Dehnungen sich verhalten wie ihre Abstände von der Nullinie und nach dem Geradliniengesetz folgt dann:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_d = \varepsilon_{max},$$

$$\sigma_z = \sigma_d = \sigma_{max}.$$

Es ergibt sich eine bekannte Beziehung; denn man pflegt bei homogenem Baustoff nur eine Spannung σ_{max} auszurechnen, die dann sowohl die größte Druckspannung als auch größte Zugspannung ist.

Wir wollen noch eine bekannte Formel ableiten. Z und D in Abb. 84c sind die inneren Kräfte, die einander gleich sind, parallele und entgegengesetzte Richtung haben, die also ein Kräftepaar bilden und den Wert eines Momentes haben der Art Kraft mal Hebelarm. Man pflegt daher den *Abstand als Hebelarm der inneren* Kräfte zu bezeichnen.

Aus der Gleichung $D = \sigma_d \cdot \frac{x}{2} \cdot b$ folgt für $x = \frac{h}{2}$ und $\sigma_d = \sigma_{max}$:

$$D = \sigma_{max} \frac{h \cdot b}{4} = Z.$$

D und Z sind die Resultierenden der Spannungsflächen, greifen daher in deren Schwerpunkten an, also jede im Abstande von $\frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{h}{6}$ von der stärkst gedrückten bzw. gezogenen Faser.

Für e ergibt sich also: $e = h - \frac{2 \cdot h}{6} = \frac{2}{3}$ h. Das Moment der inneren Kräfte ist Z · e oder auch D · e. Da $\Sigma M = 0$ erfüllt sein muß, muß das Biegungsmoment M der äußeren Kräfte (vgl. Abschnitt III) gleich dem Moment der inneren Kräfte sein, also:

$$D \cdot e = M \text{ oder auch: } Z \cdot e = M.$$

Setzt man für D und e die Werte ein, so folgt:

$$\sigma_{max} \cdot \frac{b \cdot h}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot h = M,$$

$$\sigma_{max} \cdot \frac{b h^2}{6} = M,$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{M}{W},$$

bekannte Formel für Biegungsbeanspruchung bei homogenem Baustoff.

Wir haben zur Berechnung der Spannungen die Formänderungen des Balkens benützen müssen; die Lösung dieser Aufgabe ist also eine statisch unbestimmte Berechnung (nach Abschnitt III).

Beim Beton haben die Gleichungen $\sigma = \frac{P}{F}$ u. $\varepsilon = \frac{\lambda}{l}$ dieselbe Gültigkeit wie bei homogenen Baustoffen. Bei der letzten Gleichung treten aber auf Grund von Versuchen Unterschiede auf. Zunächst nimmt die Formänderungszahl für jede andere Betonqualität (die ihrerseits beeinflußt wird von der Güte und dem Mengenverhältnis des Zementes und der Zuschlagstoffe, dem Wasserzusatz, der Art des Mischens und Stampfens, den Bedingungen, unter denen der Beton erhärtet) und jede Art (ob Zug oder Druck) und Größe der Beanspruchung verschiedene Werte an. Diese vielen und verschiedenartigen Einflüsse sind in einer Formel, welche praktischen Wert haben soll, nicht zu berücksichtigen. Auf Grund vieler Versuche haben Bach und Schüle folgende Gesetze an Stelle des Hookeschen Gesetzes aufgestellt, welche in Anbetracht der oben aufgezählten Einflüsse einfache Beziehungen darstellen: **Betonbaustoff**

Für Beton auf Druck beansprucht:

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma_d^{\,m}}{E_d}$$

Für Beton auf Zug beansprucht:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z^{\,m}}{E_z}$$

Hierin ist E_d die Formänderungszahl für Beton auf Druck beansprucht, und E_z die entsprechende für auf Zug beanspruchten Beton. m ist eine Zahl größer als 1, die nach der Betonart zwischen 1 und 2 schwankt. (Beim Hookeschen Gesetz ist m = 1; das Hookesche Gesetz ist also ein Sonderfall des Bach-Schüle'schen Gesetzes.)

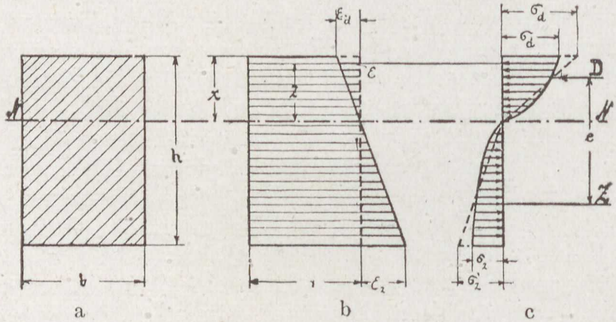
Bei auf Biegung beanspruchten Beton-Balken ist die Annahme, daß die Dehnungen sich verhalten wie ihre Abstände von der Nullinie, in ähnlicher Weise erfüllt wie bei homogenem Baustoff. Wir haben also ein gleiches Dehnungsbild für Beton wie bei homogenem Baustoff. (Abb. 85 b.)

Es besteht hier zwischen Spannung und Dehnung aber gemäß der beiden letzten Gleichungen die Beziehung für Zugspannungen:

$$\sigma_z = \sqrt[m]{\varepsilon_z \cdot E_z}$$

für Druckspannungen:

$$\sigma_d = \sqrt[m]{\varepsilon_d \cdot E_d}$$



a b c

Abb. 85.

Die Begrenzungslinie der Spannungen kann also gemäß diesen Gleichungen keine gerade Linie sein, das Geradliniengesetz von Navier hat also beim Beton keine Gültigkeit. Es ergibt sich ein Spannungsbild, wie in Abb. 85c gezeichnet. Die Bedingung: D = Z muß hier natürlich auch erfüllt sein.

Man setzt nun zur Vereinfachung der Rechnung m gleich 1. Dann folgt:

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma_d}{E_d}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_z}$$

Diese Vereinfachung ist gleichbedeutend mit Ersetzung der krummlinigen Spannungsbegrenzung durch eine geradlinige (vgl. Abb. 85c die gestrichelte Linie). Da D = Z bleiben muß, so müssen die krummlinig begrenzten Spannungsflächen den geradlinig begrenzten inhaltsgleich sein. Es ist ersichtlich, daß also die Gleichungen eine Vereinfachung treffen, die zugunsten der Sicherheit ist; denn die errechneten Spannungen σ_d' und σ_z' sind größer als die tatsächlich auftretenden σ_d und σ_z. Das Geradliniengesetz ist aber nicht erfüllt. Es verhalten sich lediglich die Betondruckspannungen unter sich und die Betonzugspannungen unter sich wie ihre Abstände von der Nullinie.

Eisenbeton-baustoff

Die amtlichen Bestimmungen über Eisenbeton schreiben nur in § 18, 1 vor, daß 1. die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung beanspruchten Körpers unter der Annahme zu berechnen sind, daß sich die Dehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und daß 2. die sämtlichen Zugkräfte von den Eiseneinlagen aufzunehmen sind.

Der Beton ist gegen Zug bekanntlich verhältnismäßig wenig widerstandsfähig. Man baut deshalb zu seiner Unterstützung Eisen ein und soll gemäß obiger Vorschrift rechnen, als ob der auf Zug beanspruchte Beton gar nicht vorhanden wäre. Diese Vorschrift ist zweifellos notwendig; denn Risse können aus verschiedenartigen Gründen (statische Risse, Schwindrisse und sonstige Ausführungsfehler) auftreten; dann muß das Eisen für sich allein imstande sein, den auftretenden Zug aufnehmen zu können unter Wahrung der erforderlichen Sicherheit.

In § 18, 2 wird vorgeschrieben, daß der Quotient der Elastizitätsmaße (Formänderungszahlen) von Beton zu Eisen gleich einer konstanten Zahl n gesetzt werden soll. Es soll also Gleichung $\varepsilon_d = \frac{\sigma_d}{E_d}$ angewandt werden, was ja nach vorhergehenden Erörterungen zugunsten der Sicherheit ist.

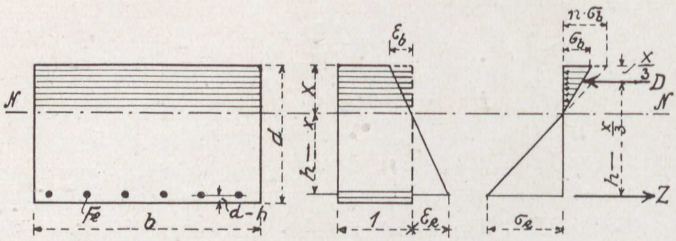


Abb. 86.

Es ergeben sich gemäß diesen Vorschriften die Abbildungen 86.

Für die Bestimmung der größten Beanspruchungen im Beton und Eisen ist es zunächst erforderlich, die Lage der Nullinie zu ermitteln (Abb. 86). Es sei:

d die Gesamtstärke der Platte in cm,

b die Plattenbreite in cm (zweckmäßig bei Decken 100 cm),

Fe der gesamte in b cm Breite vorhandene Eisenquerschnitt in qcm,

h′ der Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Eisen vom gedrückten Rand in cm,

σ_b bzw. σ_e die größten Spannungen im Beton und im Eisen, ausgedrückt in kg/cm²,

x der Abstand der Nullinie von der gedrückten Faser in cm,

E_b Elastizitätsmaß des Betons (für Druckbeanspruchung),

E_e Elastizitätsmaß des Eisens.

Die oberhalb der Nullinie wirkende Druckkraft-Resultierende ist:

$$D = \frac{\sigma_b}{2} \cdot b \cdot x$$

und die auf den Eisenquerschnitt wirkende Zugkraft-Resultierende:

$$Z = \sigma_e \cdot F_e.$$

Da $D = Z$ ist, so folgt:

$$\frac{\sigma_b}{2} \cdot x \cdot b = \sigma_e \cdot F_e$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot \sigma_e \cdot F_e}{x \cdot b}$$

Es verhalten sich die Dehnungen wie die Abstände von der Nullinie (Abb. ~~85b~~ 86), es ist also:

$$\varepsilon_b : x = \varepsilon_e : (h - x).$$

Nach dem Hookeschen Gesetze folgt:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} \text{ und } \varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E_e}$$

so daß sich ergibt:

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x)$$

oder:

$$\frac{E_e}{E_b} \cdot \sigma_b : x = \sigma_e : (h - x)$$

Setzt man:

$$\frac{E_e}{E_b} = n$$

so folgt:

$$n \cdot \sigma_b : \sigma_e = x : (h - x)$$

Der dem Geradliniengesetz entsprechende Grundsatz hat also beim Eisenbetonbaustoff die Form:

Der n-fache Wert der Betonspannung verhält sich zur Eisenspannung wie die Abstände von der Nullinie.

Setzt man den Wert $\sigma_b = \dfrac{2\,\sigma_e \cdot F_e}{x \cdot b}$ in vorstehende Gleichung ein, so folgt:

$$\sigma_e \cdot \frac{2n \cdot F_e (h - x)}{b \cdot x} = \sigma_e \cdot x$$

$$\frac{2 \cdot n \cdot F_e \cdot (h - x)}{b} = x^2$$

$$x^2 + \frac{2\,F_e \cdot n}{b} \cdot x = \frac{2\,F_e \cdot n}{b} \cdot h$$

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad \mathbf{x} = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{F}_e}{\mathbf{b}} \left\{ \sqrt{\mathbf{1} + \frac{\mathbf{2b} \cdot \mathbf{h}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{F}_e}} - \mathbf{1} \right\}$$

Aus vorstehender Formel kann x berechnet werden, wenn die Abmessungen bekannt sind. Bei gleich bleibendem Eisenquerschnitt F_e wird x um so größer, je größer die wirksame Querschnittshöhe h ist. Der Wert x nimmt auch zu bei gleich bleibendem h und wachsendem F_e. Man erzielt also durch eine größere Eisenmenge eine Verschiebung der Nullinie nach den Eiseneinlagen hin, wodurch der auf Druck beanspruchte Teil des Betonquerschnittes vergrößert, die Druckspannung σ_b also verringert wird.

Mit Hilfe des Wertes x können nunmehr die größten Beton- und Eisenspannungen errechnet werden.

Zu diesem Zwecke setzt man das Biegungsmoment M, das nach den Angaben in Kapitel III berechnet wird, gleich dem Moment der inneren Kräfte.

Der Hebelarm der inneren Kräfte ist $h - \frac{x}{3}$.

Es ist also:

$$M = D \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)$$

$$M = \frac{\sigma_b}{2} \cdot b \cdot x \left(h - \frac{x}{3}\right)$$

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sigma_b = \frac{\mathbf{2\,M}}{\mathbf{b} \cdot \mathbf{x} \cdot \left(\mathbf{h} - \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{3}}\right)}$$

Ebenso findet man die Zugspannung des Eisens durch Gleichsetzung der Momente der äußeren und inneren Kräfte:

$$M = Z \left(h - \frac{x}{3}\right)$$

$$M = \sigma_e \cdot F_e \left(h - \frac{x}{3}\right)$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e \left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_e = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{F}_e\left(\mathbf{h} - \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{3}}\right)}$$

Aus Formel 3 folgt

$$F_e = \frac{M}{\sigma_e \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

Daraus erhellt, daß der erforderliche Eisenquerschnitt F_e um so kleiner ist, je größer die zulässige Eisenspannung σ_e wird. Dasselbe ist der Fall, je größer der Hebelarm $\left(h - \frac{x}{3}\right)$ der inneren Kräfte wird. Dieser wird aber für einen bestimmten Querschnitt um so größer, je kleiner der Wert d—h ist.

Man wird deshalb, um aus wirtschaftlichen Gründen möglichst kleine Eisenmengen zu erhalten, die Eisen so nahe an die gezogene, äußerste Faser legen, als mit Rücksicht auf ausreichende Ueberdeckung gegen Witterungs- und Feuereinflüsse angängig ist. Diese Mindestüberdeckung ist durch ministerielle Bestimmung für Balken auf mindestens 2 cm, für Platten (da hier geringere Eisenstärken, für normale Decken bis etwa 12 mm, verwendet werden) auf mindestens 1 cm festgelegt. Aber auch aus statischen Gründen wird man das Eisen nahe der gezogenen äußersten Faser einbauen, um eine möglichste Entlastung dieser Faser zu erreichen und damit das Auftreten von Zugrissen zu verhüten.

Beispiel 1. Eine Deckenplatte habe bei freier Auflagerung eine lichte Weite von 3 m. Die Nutzlast betrage 250 kg/m², für Belag und Putz sollen 50 kg/m² gerechnet werden. Die Berechnung wird für einen Streifen von der Breite b = 100 cm ausgeführt. Die Gesamtdeckenstärke d sei zu 15 cm angenommen. Nach den amtlichen Bestimmungen § 17, 2 ist die in die Rechnung einzuführende Stützweite gleich der lichten Weite vermehrt um die Plattenstärke in der Mitte. In unserem Falle wird: **Beispiele**

$$l = 3{,}00 + 0{,}15 = 3{,}15 \text{ m.}$$

Belastung: (Abb. 86)

Nutzlast $1{,}00 \cdot 250 \cdot 3{,}15 =$	787,50 kg
Belag und Putz $1{,}00 \cdot 50 \cdot 3{,}15 =$	157,50 „
Eigengewicht $1{,}00 \cdot 0{,}15 \cdot 2400 \cdot 3{,}15 =$	1134,00 „
Gesamtlast Q $=$	2079,00 kg
rund	2080,00 kg

Das Moment berechnet sich zu:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{(q \cdot l) \cdot l}{8} = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{2080 \cdot 315}{8} = 81\,900 \text{ cmkg.}$$

Als Bewehrung sollen auf 100 cm Breite 10 $\varnothing$ 10 mm mit einem Eisenquerschnitt von Fe $= 7{,}85$ cm^2 verlegt werden. Der Abstand von Eisenaußenkante bis Beton=außenkante, d. h. die Ueberdeckung der Eiseneinlage mit Beton muß nach den amtlichen Bestimmungen bei Platten

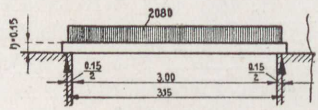


Abb. 86

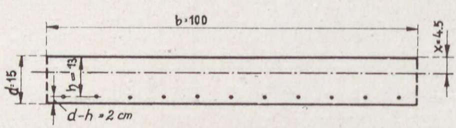


Abb. 87.

mindestens 1 cm betragen. In unserem Falle soll der Abstand vom Eisenschwerpunkt 2 cm sein, so daß die Ueberdeckung also noch 1,5 cm beträgt (Abb. 87).

Nach Formel (1) ist der Abstand der Nullinie von Plattenoberkante:

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left\{\sqrt{1 + \frac{2\,b\,h}{n \cdot F_e}} - 1\right\}$$

$$= \frac{15 \cdot 7{,}85}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot (15 - 2)}{15 \cdot 7{,}85}} - 1\right] = \sim 4{,}5 \text{ cm.}$$

Alsdann folgt nach (2) und (3):

$$\sigma_b = \frac{2\ M}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 \cdot 81\,900}{100 \cdot 4{,}5\left(15 - 2 - \frac{4{,}5}{3}\right)}$$

$$= \sim 32\ \text{kg/cm}^2.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{81\,900}{7{,}85\left(15 - 2 - \frac{4{,}5}{3}\right)}$$

$$= \sim 910\ \text{kg/cm}^2.$$

Nehmen wir für den Beton eine Druckfestigkeit von 240 kg/cm² an, so bleibt die Spannung unter dem von den amtlichen Bestimmungen (§ 19, 4) vorgeschriebenen Betrag von 40 kg/cm². Ebenso wird auch die im Eisen zugelassene Spannung von 1000 bzw. 1200 kg/cm² nicht erreicht.

Für Platten und Balken von rechteckigem Querschnitt mit Eiseneinlagen nur auf der Zugseite lassen sich Vereinfachungen der Formeln 1—3 auf folgende Weise erzielen. Ist das Moment sowie der Querschnitt des Betons und der Eiseneinlagen gegeben und will man hiernach die auftretenden Spannungen ermitteln, so werde zur Vereinfachung $F_e = \frac{b \cdot h}{m}$ gesetzt, wobei $m = \frac{F_e}{b \cdot h}$ aus den gegebenen Abmessungen zu erhalten ist.

Für die verschiedenen Werte m läßt sich hiernach die im Zement-Kalender stehende Zusammenstellung I der zugehörigen Werte von x, σ_b und σ_e benutzen.

Beispiel 2. Bei einer 2 m weit freiliegenden Wohnhausdecke von 10 cm Stärke, mit Eiseneinlagen von F_e = 5,02 cm² Querschnitt auf 1 m Deckenbreite (10 Rundeisen von je 8 mm Durchmesser) und mit 1,5 cm Abstand von der Plattenunterkante sollen die auftretenden größten Spannungen im Beton und Eisen ermittelt werden (Abb. 88).

Eigengewicht der Decke: $0{,}10 \cdot 2400 =$	240 kg/m²
Ueberschüttung:	60 „
Holzfußboden mit Lagerhölzern:	20 „
Putz:	20 „
Nutzlast:	250 „
zusammen:	590 kg/m²

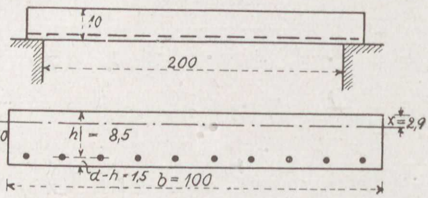


Abb. 88.

Dann ist:

$$M = \frac{590 \cdot 2{,}1 \cdot 210}{8} = 32\,500 \text{ cmkg.}$$

Nach Tafel II des Zementkalenders

$$m = \frac{100 \cdot 8{,}5}{5{,}02} = \sim 170$$

$$\sigma_b = \frac{6{,}617 \cdot 32\,500}{100 \cdot 8{,}5^2} = 29{,}8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 79{,}016 \cdot 29{,}8 = 865 \text{ kg/cm}^2.$$

2. Entwurfsformeln.

Rechteckiger Querschnitt

Die vorstehend abgeleiteten Formeln dienen nur zum Nachrechnen der auftretenden Spannungen, wenn die Abmessungen (insbesondere d und F_e) der Eisenbetonkonstruktion bekannt sind.

Es müssen nun noch Gleichungen gefunden werden, mit deren Hilfe man aus den bekannten Größen, den Lasten und den sich ergebenden Biegungsmomenten, sowie aus den zulässigen Spannungen die unbekannten Abmessungen findet.

Wie schon im Kapitel IV abgeleitet, ist:

$$x \cdot \sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot h - n \cdot \sigma_b\, x.$$

$$x \left\{ \sigma_e + n \cdot \sigma_b \right\} = n \cdot \sigma_b \cdot h$$

also

$$(4) \quad \ldots \quad \mathbf{x} = \frac{\mathbf{n} \cdot \sigma_b}{\sigma_e + \mathbf{n} \cdot \sigma_b}\, \mathbf{h} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{h},$$

wenn man

$$\frac{n \cdot \sigma_b}{\sigma_e + n \cdot \sigma_b} = s \text{ setzt.}$$

Setzt man den aus (4) gefundenen Wert für x in Gleichung (2) ein, so erhält man:

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b \cdot s\,h^2 \cdot \left(1 - \frac{s}{3}\right)}$$

$$(5) \quad . \quad . \ \mathbf{h} = \sqrt{\frac{\mathbf{2}}{\left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{3}}\right) \cdot \mathbf{s} \cdot \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{b}}} = \mathbf{r} \sqrt{\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{b}}}$$

wenn man den Wert der ersten Wurzel mit r bezeichnet.

Mit dem Werte h haben wir die Nutzhöhe der betreffenden Platte oder des rechteckigen Balkens auch statische Höhe genannt.

Setzt man den aus (4) gefundenen Wert nun auch in (3) ein, so ergibt sich:

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\, h \left(1 - \frac{s}{3}\right)}$$

und es wird, da

$$h = r \sqrt{\frac{M}{b}} \text{ ist,}$$

$$(6) \quad . \ \mathbf{F}_e = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{r}\left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{3}}\right) \cdot \sigma_e} \cdot \sqrt{\mathbf{M} \cdot \mathbf{b}} = \mathbf{t} \cdot \sqrt{\mathbf{M} \cdot \mathbf{b}},$$

wo

$$\frac{1}{r\left(1 - \frac{s}{3}\right) \sigma_e} = t \text{ gesetzt ist.}$$

Die Gleichung (6) soll umgeformt werden, um eine für den Benutzer des Rechenschiebers bequeme Form zu geben

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$x = s\,h$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{1}{3}\right) \cdot s\,h}$$

$$h = r\sqrt{\frac{M}{b}} : h^2 = r^2\frac{M}{b}$$

$$M = \frac{h^2}{r^2}\,b$$

$$\sigma_e = \frac{h^2\,b}{F_e\,r^2\left(1 - \frac{s}{3}\right)}$$

$$F_e = \frac{1}{\sigma_e \cdot r^2\left(1 - \frac{s}{3}\right)} \cdot h\,b$$

$$\gamma = \frac{1}{\sigma_e \cdot r^2\left(1 - \frac{s}{3}\right)}$$

(7) . . . . . . $\mathbf{F_e = \gamma\, h \cdot b}$

Nach dieser Form sind auch die im Anhang befindlichen Geyerschen Tabellen eingerichtet.

Zweckmäßig ist es, den gesamten Eisenquerschnitt folgendermaßen zu bestimmen.

F_e = rechnerisch bestimmter Eisenquerschnitt.
f_e = Querschnitt eines gewählten Eisens.
e = Abstand des Eisens.

(8) . . . . $\mathbf{e = \frac{f_e \cdot b}{F_e}}$

Die in den Gleichungen (4), (5) und (6) mit s, r und t bezeichneten Ausdrücke sind nur von den Spannungen σ_b,

σ_e und der Zahl n abhängig und können deshalb im voraus berechnet werden, wie dies in der Tafel I (Zementkalender) für eine Reihe von zulässigen Spannungswerten geschehen ist.

So ergibt sich z. B. für die üblichen Grenzwerte $\sigma_b = 40$ kg/cm², $\sigma_e = 1200$ kg/cm² und für n = 15 aus (4):

$$x = \frac{15 \cdot 40}{1200 + 15 \cdot 40} h$$

$$= \frac{1}{3} h = 0{,}333\, h,$$

aus (5), wenn s = 0,333 eingesetzt wird:

$$h = 0{,}411 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

und aus (6)

$$F_e = 0{,}00228 \sqrt{M \cdot b} \text{ (M in cmkg, b in cm).}$$

Aus den Tabellen ist ersichtlich: Je kleiner die Betonspannung σ_b bei gleichbleibender Eisenspannung ist, um so größer ist r und damit die Querschnittshöhe d, gleichzeitig wird t kleiner und damit die Eisenmenge F_e. Man ersieht hieraus, daß man bei billigem Beton und teuerem Eisen eine geringe Betonspannung und damit weniger fette Mischung, d. h. also eine größere Plattenstärke und einen geringeren Eisenquerschnitt anstreben soll, bei umgekehrten Verhältnissen wird eine hohe Betonspannung und damit fettere Mischung zu wählen sein. Eine Entscheidung kann naturgemäß nur von Fall zu Fall an Hand einer eingehenden Kalkulation, die alle Umstände berücksichtigt, getroffen werden. Für normale Verhältnisse hat die Erfahrung gelehrt, daß eine Eisenbetonplatte dann am wirtschaftlichsten konstruiert ist, wenn sowohl das Eisen wie der Beton mit ihren höchst zulässigen Spannungen beansprucht werden. Es ist hierbei maßgebend, daß das große Eigengewicht des Eisenbetons einen verhältnismäßig hohen Beitrag zur Gesamtheit liefert und damit eine Erhöhung der Querschnittsabmessungen zur Folge hat, und zwar nicht allein mit Bezug auf die Decke selbst, sondern auch im Hinblick auf die Konstruktionen, auf denen meist die Decke ruht (Balken, Unterzüge, Stützen, Fundamente). Bei ausgenutzter Betonspannung wird nämlich die Querschnittshöhe und damit das Eigengewicht am kleinsten.

Beispiele

Beispiel 1. Eine an den Enden frei aufliegende Decke von 2,40 m lichter Spannweite habe eine Nutzlast von 250 kg/m² zu tragen. Außer dem Eigengewicht sind in Rechnung zu setzen

für Putz	20 kg/m²		
Estrich, 2 cm st.	44 „		
Linoleum	5 „		
Zusammen	69 rd.	70 kg/m²	
dazu Nutzlast		250 „	
Gesamtauflast:		320 kg/m²	

Schätzt man die Deckenhöhe zunächst auf 10 cm, so wird die Eigenlast 0,10 · 2400 = 240 kg/m²,

mithin Gesamtlast 320 + 240 560 kg/m².

Die Stützweite ist dann 2,40 + 0,10 = 2,50 m.

Demnach:

$$M_{max} = \frac{560 \cdot 2{,}5^2 \cdot 100}{8} = 43\,650 \text{ cmkg.}$$

Nun sucht man in Tafel I des Zementkalenders diejenigen Spannungen auf, mit welchen man Eisen und Beton beanspruchen will, z. B. bei voller Ausnutzung des Eisens mit $\sigma_e = 1200$ und bei einer zulässigen Betonspannung von $\sigma_b = \frac{240}{6} = 40$ findet man als zugehörige Werte:

$$r = 0{,}411,\ t = 0{,}00228 \text{ und } s = 0{,}333.$$

In der Tafel ist der Wert t mit 0,228 für ein Moment in *mkg* und für eine Plattenbreite in *m* angegeben. Rechnet man mit *cmkg* bzw. *cm*, so ist 0,00228 einzusetzen.

kgm

Für einen Deckenstreifen von 100 cm Breite wird demnach:

$$h = 0{,}411 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0{,}411 \sqrt{\frac{43650}{100}} = 8{,}35 \text{ cm.}$$

Da h′ = 1,5 cm sein muß, so wird

$$d = \text{rd. } 10 \text{ cm.}$$

Der Wert für x wird:

$$x = 0{,}333 : h = 0{,}333 : 8{,}5 = 2{,}91 \text{ cm.}$$

Der erforderliche Eisenquerschnitt ist:
$F_e = 0{,}00228 \sqrt{M \cdot b} = 0{,}00228 \sqrt{43\,650 \cdot 100} = 4{,}76 \text{ cm}^2$. Wählt man 10 Rundeisen 8 mm Durchmesser mit zusammen $F_e = 5{,}03 \text{ cm}^2$, so wird infolge des etwas vergrößerten Eisenquerschnittes die Spannung im Eisen kleiner werden als 1200 kg, die Nullinie herabsinken (nach Erläuterung zu Gleichung [1]), infolgedessen der gedrückte Betonquerschnitt größer und die Betondruckspannung dadurch etwas kleiner werden.

N a c h w e i s.

Es ist:

$$x = \frac{n F_e}{b}\left\{\sqrt{1 + \frac{2 b h}{n \cdot F_e}} - 1\right\}.$$

Unter Einsetzung obiger Werte also:

$$x = \frac{15 \cdot 5{,}03}{100}\left\{\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 8{,}5}{15 \cdot 5{,}03}} - 1\right\} = 2{,}91 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{2\ M}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 \cdot 43\,650}{100 \cdot 2{,}91\left(8{,}5 - \frac{2{,}91}{3}\right)}$$

$$= 39{,}9 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{43650}{5{,}03 \cdot 7{,}53} = 1155 \text{ kg/cm}^2$$

Die Verminderung der Betonspannung beträgt also $40 - 39{,}9 = 0{,}1 \text{ kg/cm}^2$, mithin

$$\frac{0{,}1}{40} \text{ oder } 0{,}25\,\%.$$

40 kg/cm² .... = 100%
0,1 " .... ?% (x)
0,1 : 40 = x : 100 ; $x = \frac{0{,}1 \cdot 100}{40}$ = 0,25%

Die Verminderung der Eisenspannung jedoch $1200 - 1155 = 45 \text{ kg/cm}^2$, demnach

$$\frac{45}{1200} \text{ oder } 3{,}75\,\%.$$

Man sieht, daß beide nicht gleichen Schritt halten und befolge deshalb stets die Grundregel:

Zur Verminderung der Eisenspannung vermehre man das Eisen, zur Verminderung der Betonspannung den Beton.

1200 kg/cm² —— 100%
45 " -- ?% (x)
45 : 1200 = x : 100

Beispiel 2. Eine über mehrere Stützen durchgehende Decke hat bei gleicher Belastung wie in Beispiel 1 eine Stützweite von 3,50 m. Die Deckenstärke muß also größer gewählt werden. Schätzt man sie zunächst auf 11 cm, so findet man

$$\text{Eigenlast: } 0{,}11 \cdot 2400 = 264 \text{ kg/m}^2$$
$$\text{Gesamtlast: } 264 + 320 = 584 \quad ,,$$

$$M = \frac{4}{5} \cdot \frac{584 \cdot 3{,}5^2 \cdot 100}{8} = 71\,540 \text{ cmkg}$$

Wählt man in diesem Fall $\sigma_e = 1000$ kg/cm² und σ_b wieder $= 40$ kg/cm², so erhält man:

$$h = 0{,}390 \cdot \sqrt{\frac{71\,540}{100}} = 0{,}390 \cdot 26{,}75 = 10{,}43 \text{ cm}$$

$$d—h = 1{,}50 \text{ cm}$$
$$d = 11{,}93 \text{ cm}$$

Man sieht also, daß man mit einer Deckenstärke von 11 cm nicht auskommt, sondern mindestens 12 cm wählen muß. Dann aber ändert sich die Eigenlast und damit die Gesamtlast, bei nicht durchlaufenden Decken auch die Stützweite, mithin das Biegungsmoment, so daß man nicht sicher weiß, ob man mit 12 cm Deckenstärke schon auskommen wird.

Versuch:	Traglast	320 kg/m²
	Eigenlast 0,12 · 2400 =	288 ,,
	Zusammen	608 kg/m²

$$M = \frac{4}{5} \cdot \frac{608 \cdot 3{,}5^2 \cdot 100}{8} = 74\,480 \text{ cmkg}$$

$$h = 0{,}390 \sqrt{\frac{74\,480}{100}} = 0{,}390 \cdot 27{,}29 = 10{,}64 \text{ cm}$$

$$d—h = 12—10{,}64 = 1{,}36 \text{ cm}$$

Da hiervon 1 cm reine Betonumhüllung sein muß, so verbleibt für den Radius des Eisens nur r = 0,36, mithin d = 0,72 cm, d. h. man darf nur 7 mm starke Eisen, also ein etwas dünnes Eisen für vorliegenden Fall verwenden. Durch einen Zuwachs im Eisen d u r c h m e s s e r aber wird d—h größer, mithin h kleiner, was nicht angängig scheint. Andererseits wird man den erforderlichen Eisen=

querschnitt mit den üblichen Rundeisen nur selten genau treffen, sondern meist etwas mehr an Eisen einbauen müssen als notwendig. Durch einen Zuwachs im Eisenquerschnitt aber wird x größer wie bewiesen, mithin σ_b kleiner, während σ_e durch den größeren Eisenquerschnitt schon kleiner wird, so daß man trotz geringerem h möglicherweise noch zulässige Spannungen erhält. Erforderlich:

$$F_e = 0{,}00293 \sqrt{7\,448\,000} = 0{,}00293 \cdot 27{,}29 = 8 \text{ cm}^2$$

Gewählte Eiseneinlage 11 Rundeisen zu 10 mm ⌀ mit zusammen: $F_e = 8{,}64$ cm².

Dann ist: d—h = 1,5 cm

h = 10,5 cm und

$$x = \frac{15 \cdot 8{,}64}{100} \left\{ \sqrt{1 + \frac{200 \cdot 10{,}5}{15 \cdot 8{,}64}} - 1 \right\} = 4{,}07 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 74\,480}{100 \cdot 4{,}07 \cdot \left(10{,}5 - \frac{4{,}07}{3}\right)} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = \frac{74\,480}{8{,}64 \cdot \left(10{,}5 - \frac{4{,}07}{3}\right)} = 943 \text{ kg/cm}^2.$$

Beispiel 3. Eine Decke kann in dem gleichen Querschnitt durch positive und negative Momente beansprucht werden. Für das zahlenmäßig größere Moment habe sich bei einer zulässigen Betonspannung $\sigma_b = 40$ kg/cm² und ausgenutzter Eisenspannung $\sigma_e = 1000$ kg/cm² eine Deckenstärke d = 15 cm und eine Eiseneinlage von 13 ⌀ 10 mm ergeben.

Das zahlenmäßig kleinere Moment sei 90 000 cmkg. Es sind die hierfür erforderlichen Eisen zu bestimmen.

Bei dem größeren Moment sind σ_b und σ_e ausgenutzt worden. Bei dem kleineren Moment, für das eine größere Deckenstärke vorhanden, als das Moment bei Ausnutzung der Spannungen erfordert, werden nicht mehr beide Spannungen ausgenutzt. Da die Plattenstärke d durch das größere Moment festgelegt ist, kann nur noch der

Eisenquerschnitt so bemessen werden, daß er möglichst mit seiner zulässigen Spannung beansprucht wird.

Es ist also gegeben:

$$d = 15 \text{ cm und } \sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

Zu bestimmen ist F_e.

Für Rundeisen 10 mm ∅ ist $h' = 1,5$ cm.

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{15 - 1,5}{\sqrt{\frac{90000}{100}}} = 0,447; \text{ dieses r gehört}$$

zu einem Wert von σ_b zwischen 34 und 33 kg/cm². Es genügt, den näherliegenden Wert $\sigma_b = 34$ kg/cm² für die weitere Berechnung zugrunde zu legen.

Dann wird: $t = 0,00254$, also:

$$F_e = 0,00254 \sqrt{90000 \cdot 100} = 7,62 \text{ cm}^2.$$

Gewählt 10 ∅ 10 mm, $F_e = 7,85$ cm².

Beispiel 4: Gegeben ist bei einer kontinuierlichen Decke das negative Moment: $M = 160\,000$ cmkg. Der erforderliche Eisenquerschnitt für das kleinere Feldmoment hat sich zu 9 ∅ 12 mm = 10,17 cm² ergeben. Die Deckenstärke über den Stützen ist unter Beibehaltung dieses Eisenquerschnitts zu berechnen. $\sigma_e = 1000$ kg/cm².

$$t = \frac{10,17}{\sqrt{160\,000 \cdot 100}} = 0,00254 \text{ cm}.$$

Dieser Wert gehört zu einer Betonspannung $\sigma_b = 34$ kg/cm² und zu dem Wert $r = 0,443$; also:

$$h = 0,443 \sqrt{\frac{160\,000}{100}} = 17,72 \text{ cm}.$$

Gewählt: $d = 17,72 + 1,6 =$ rd. 19,5 cm.

Auf die Wirkung der Querkraft wird erst später eingegangen werden.

V. Der einfach bewehrte Plattenbalken.

1. Berechnungsweise.

Allgemeines

Schon bei den in den vorhergehenden Kapiteln besprochenen Beispielen für die Berechnung von Eisenbetonplatten nimmt das Eigengewicht einen bedeutenden Prozentsatz der Gesamtbelastung ein. Mit Zunahme der Spannweite wächst die Deckenstärke sehr schnell, so daß der Anteil des Eigengewichts an der Gesamtbelastung immer größer, die Konstruktion also immer unwirtschaftlicher wird. Daher wird in solchen Fällen von dem unausgenutzten Beton der Zugzone ein Teil fortgelassen und es bleiben nur einzelne Rippen oder Stege von solcher Breite stehen, daß eine genügende Umhüllung der Eisen und ein einwandfreies Zusammenwirken der Zug- und Druckzone gewährleistet ist. Zur Vereinfachung der Schalung und Erzielung einer ebenen Deckenuntersicht werden die Zwischenräume der Stege bisweilen mit Leicht- oder Hohlsteinen ausgefüllt. Gewöhnlich wird ein größerer Teil der Eiseneinlagen in eine Rippe zusammengezogen, so daß man verhältnismäßig wenig Stege und damit ebenfalls eine einfache Schalung erhält. Diese Konstruktion ist aber nicht als einfacher rechteckiger Balken, sondern als ein aus Platte und Steg bestehender, sogenannter Plattenbalken mit T-förmigem Querschnitt zu behandeln. Die Platte, die zwischen den Rippen frei trägt, muß dann durch Eiseneinlagen biegungsfest gemacht, d. h. als eine in den Stegen aufgelagerte Platte berechnet werden. Bei großen Stegabständen kann die Platte zweckmäßig wiederum als Plattenbalken ausgebildet werden, wodurch man eine Plattenbalkenkonstruktion mit Haupt- und Nebenträgern erhält. Für die Berechnung eines Plattenbalkens wird folgendes festgesetzt: Als

Breite b des in Rechnung zu ziehenden Druckquerschnitts ist die zu dem Steg gehörende nutzbare Plattenbreite einzusetzen, deren Größe jedoch nach den amtlichen Bestimmungen an folgende Höchstwerte gebunden ist. Sie darf nicht größer sein, als der Abstand der Feldmitten, die halbe Balkenstützweite, die 12-fache Plattendicke, diese vermehrt um die Balkenbreite $= b_0$ und die horizontalen Breiten der beiden Schrägen $= 2b_s$, wobei die Deckenverstärkungen mit keiner flacheren Neigung als 1 : 3 und ihre Breite b_s mit höchstens 3d in Rechnung gestellt werden dürfen. Bei einseitigen Plattenbalken sind die maßgebenden Werte ein Viertel der Balkenstützweite, die halbe lichte Rippenentfernung und die 4½-fache Plattendicke, vermehrt um die Breite der Schräge b_s, die Balkenbreite b_0 und die am freien Ende überkragende Plattenlänge.

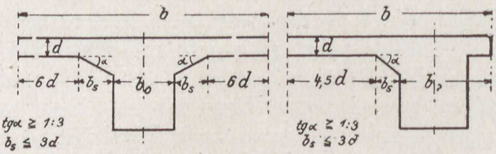


Abb. 89.

Falls die Trageisen der Platte parallel zu dem Steg liegen, sind rechtwinklig zu diesem besondere Eisen (Konsoleisen) anzuordnen, die die Mitwirkung der Platte auf die angerechnete Breite sichern, und zwar mindestens 8 Rundeisen 7 mm ∅ auf 1 m Steglänge.

Weiterhin ist:

d die Plattenstärke in cm,
d_0 die Gesamthöhe von Platte und Steg in cm,
x der Abstand der Nullinie von der gedrückten Kante in cm,
d_0—h der Abstand der Eisenschwerlinie vom unteren Stegrande in cm,
F_e der Querschnitt der Zugeisen im Steg in cm²,
σ_e die Beanspruchung des Eisens in kg/cm²,
σ_b die größte Beanspruchung des Betons in kg/cm².

Dann sind bei der Berechnung eines Plattenbalkens nach der Lage der Nullinie 3 Fälle zu unterscheiden:

1. die Nullinie geht durch die Platte,
2. die Nullinie fällt mit Plattenunterkante zusammen,
3. die Nullinie geht durch den Steg.

Nullinie in der Platte

In den ersten beiden Fällen müssen in der Spannungsverteilung die gleichen Beziehungen herrschen wie bei einer gewöhnlichen armierten Platte; denn die Außerachtlassung der Zugfestigkeit des Betons läßt jedmögliche Gestaltung desselben in der Zugzone zu (Abb. 90).

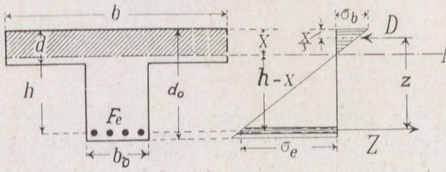


Abb. 90.

Es gelten also die gleichen Beziehungen wie bei den einfach bewehrten Platten, Formeln (1), (2), (3):

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2b\ h}{n \cdot F_e}} - 1\right]$$

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}.$$

$$\sigma_b = \frac{2\ M}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$F_e = t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{x}{3}\right)}.$$

Das gleiche gilt für den Grenzfall, wenn nämlich die Nullinie mit der Plattenunterkante zusammenfällt.

Auch hier gelten die genannten Formeln, nur wird x gleich der Plattenstärke d, es kommt also die Platte in ihrer ganzen Stärke zur statischen Wirkung (Abb. 91).

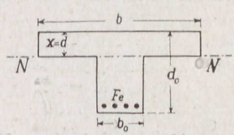


Abb. 91.

Nullinie im Steg

Geht jedoch die Nullinie durch den Steg, so können die Formeln (1) bis (3) nicht mehr Verwendung finden, weil diese Formeln den Betondruckgurt auf der Breite b bis zur neutralen Achse voraussetzen. Dieser ist im vorliegenden Falle unterhalb d nur auf der Breite b_0

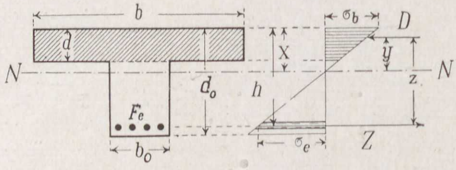


Abb. 92.

vorhanden. Es kommen also andere Formeln in Frage. Zur Vereinfachung pflegt man die geringen im Steg auftretenden Druckspannungen zu vernachlässigen, so daß von dem Druckdreieck der unterhalb d befindliche Teil wegfällt (Abb. 92). Die Druckkraft ist nun:

$$D = \frac{\sigma_b + \sigma_u}{2} \cdot d \cdot b,$$

während die Zugkraft bleibt:

$$Z = F_e \cdot \sigma_e$$

und da D = Z ist,

$$\frac{\sigma_b + \sigma_u}{2} \cdot d \cdot b = F_e \cdot \sigma_e.$$

Aus dem Verhältnis

$$\sigma_b : \sigma_u = x : (x - d)$$

folgt:

$$\sigma_u = \sigma_b \cdot \frac{(x - d)}{x}$$

Unter der gleichen Voraussetzung wie bei den Platten, daß sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und das Hookesche Gesetz gültig ist, folgt:

$$\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_e} = \frac{x}{h - x}$$

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x).$$

Setzt man:

$$\frac{E_b}{E_e} = n,$$

so ist

$$\frac{\sigma_b}{x} = \frac{\sigma_e}{n\,(h - x)}$$

und

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$$

Die für σ_u und σ_e gefundenen Werte setzt man in die Gleichung $\frac{\sigma_b + \sigma_u}{2} \cdot d \cdot b = F_e \cdot \sigma_e$ ein und erhält dann:

$$\frac{\sigma_b + \sigma_b \frac{x - d}{x}}{2} \cdot d \cdot b = F_e \cdot n \cdot \sigma_b \frac{h - x}{x}.$$

Um die Lage der Nullinie, das heißt x aus dieser Gleichung bestimmen zu können, formt man sie um:

$$\frac{2 \cdot x - d}{2} \cdot d \cdot b = n \cdot F_e \cdot (h - x)$$

$$b \cdot d \cdot x - \frac{bd^2}{2} = n \,.\, F_e\, h - n \cdot F_e \cdot x$$

$$x \cdot (b \cdot d + n \cdot F_e) = \frac{b \cdot d^2}{2} + n \cdot F_e \cdot h$$

$$(9) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \mathbf{x} = \frac{\mathbf{n \cdot F_e \cdot h} + \frac{\mathbf{d^2 \cdot b}}{\mathbf{2}}}{\mathbf{d \cdot b + n \cdot F_e}}$$

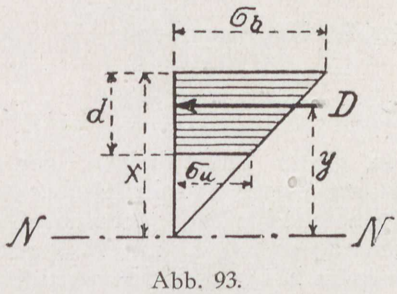


Abb. 93.

Die Kraft D geht durch den Schwerpunkt des Drucktrapezes, der sich im Abstande y von der Nullinie befinden möge. Dann wird (Abb. 93):

$$x - y = \frac{d}{3} \cdot \frac{\sigma_b + 2\sigma_u}{\sigma_b + \sigma_u}$$

und, σ_u durch den oben gefundenen Wert ersetzt,

$$x - y = \frac{d}{3} \cdot \frac{3x - 2d}{2x - d} = \frac{d}{2} - \frac{d}{2} + \frac{3x \cdot d - 2d^2}{3\,(2x - d)}$$

$$= \frac{d}{2} - \frac{6x \cdot d - 3d^2 - 6d \cdot x + 4d^2}{6\,(2x - d)}$$

(10a) . . . . . $\mathbf{y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2x - d)}}$

(10b) . . oder $y = \mathbf{\frac{2}{3}\left(x + \frac{(x - d)^2}{2x - d}\right)}$

(10c) . . . . . $\mathbf{z = h - x + y}$

Durch Gleichsetzung der Momente der äußeren und inneren Kräfte wird auch hier die im Eisen auftretende Spannung σ_e gefunden.

$$M = Z\,(h - x + y)$$

$$= \sigma_e \cdot F_e\,(h - x + y)$$

(11) . . . . . $\sigma_e = \mathbf{\frac{M}{F_e \cdot (h - x + y)}}$

Nach der oben entwickelten Formel $\sigma_e = n\,\sigma_b \cdot \frac{h\ x\ -}{x}$ ist dann die größte Betonspannung:

(12) . . . . . . $\sigma_b = \sigma_e \mathbf{\frac{x}{n \cdot (h - x)}}$

Beispiel: In einem Plattenbalken, der zu einer Erschütterungen ausgesetzten Fabrikdecke gehören möge, sollen bei einer gleichmäßig verteilten Gesamtlast von 13 200 kg die Spannungen im Eisenquerschnitt von 31,64 cm² sowie im Beton ermittelt werden:

$b = 12 d + b_0 + 2 \cdot b_s$

Stützweite l . . . . 6,25 m
Mittragende Plattenbreite b = 12 · 0,10 +
0,25 ~~+ 20,75~~ = 2 · 0,075 . . . . 1,60 m
Deckenstärke d . . . . 0,10 m
Balkenhöhe d_0 . . . . 0,42 m
Untere Stegbreite b_0 . . . . 0,25 m
Schwerpunktabstand a der Eisen rd. . . 0,05 m
Länge der Schrägen . . . . 0,075 m

Es ist zunächst nicht ersichtlich, ob die Nullinie in die Platte oder in den Steg fällt. Berechnet man x unter ersterer Voraussetzung, so findet man nach (1)

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{n \cdot F_e}{2b\,h}} - 1\right]$$

$$= \frac{15 \cdot 31{,}64}{160}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 160\,(42 - 5)}{15 \cdot 31{,}64}} - 1\right] = 12{,}1 \text{ cm}$$

d. h. die Nullinie fällt in den Steg.

Der Plattenbalken ist also nach den Formeln (9) bis (12) zu berechnen. Dann ist:

$$M = \frac{13200 \cdot 625}{8} = 1\,031\,250 \text{ cmkg}$$

$$x = \frac{15 \cdot 31{,}64 \cdot 37 + \frac{10^2 \cdot 160}{2}}{10 \cdot 160 + 15 \cdot 31{,}64} = 12{,}3 \text{ cm}$$

$$y = 12{,}3 - 5 + \frac{10^2}{6\,(2 \cdot 12{,}3 - 10)} = 8{,}44 \text{ cm}$$

$$\sigma_e = \frac{1\,031\,250}{31{,}64 \cdot (37 - 12{,}3 + 8{,}44)} = 985 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = 985 \cdot \frac{12{,}3}{15 \cdot (37 - 12{,}3)} = 32{,}7 \text{ kg/cm}^2$$

Man ist also bei Plattenbalken gezwungen, durch Berechnung festzustellen, ob die Nullinie in die Platte oder in den Steg fällt. Erst dann kann man entscheiden, ob die Formeln (1) bis (3) oder (9) bis (12) anzuwenden sind.

2. Entwurfsformeln.

Allgemeines über die Abmessungen

Beim Entwerfen eines Plattenbalkens gilt es — im Gegensatz zur Platte — als Hauptregel, die Konstruktionshöhe, d. h. die Steghöhe, verhältnismäßig groß zu machen. Denn das geringen ~~größere~~ Eigengewicht des Steges verschwindet im Verhältnis zu dem Gewichte der Platte und der Nutzlast, hat also keine bedeutende Erhöhung der Kosten zur Folge. Andererseits werden die inneren Zug- und Druckkräfte bei Vergrößerung der Konstruktionshöhe unter sonst gleichen Verhältnissen geringer, so daß bei gleichbleibendem Zug- und Druckquerschnitt die inneren Spannungen abnehmen oder bei Beibehaltung der Spannungen der Querschnitt verringert werden kann. An die Druckgurtabmessungen eines Plattenbalkens, d. h. seine Platten-Breite und -Stärke, ist man im allgemeinen durch die Berechnung der Platte gebunden. Jedoch kann man den Eisenquerschnitt durch Erhöhung der Konstruktion herabsetzen und so eine Verbilligung erzielen. Es ist daher aus wirtschaftlichen Gründen zu empfehlen, die Druckspannung des Betons nicht voll auszunutzen, wohl aber die Zugspannung des Eisens. Man kommt auf eine zweckmäßige Konstruktionshöhe, wenn man σ_b nicht größer werden läßt als 25—30 kg/cm².

Da die Einschalungsarbeit infolge der Stege erheblich vermehrt und erschwert wird, empfiehlt es sich, die Decke durch Plattenbalken erst dann unterzuteilen, wenn die Deckenspannweite je nach Nutzlast 2,0 bis 4,0 m und damit eine Plattenstärke von etwa 15 cm überschreitet. Nimmt die Stützweite der Plattenbalken zu große Werte an, so kann man sie durch Innenstützen oder Unterzüge verringern, so daß man eine Deckenauflösung in Haupt- und Nebenbalken erhält (beide sind im Sinne der Eisenbetonstatik Plattenbalken). Eine einwandfreie Beurteilung für die größere Wirtschaftlichkeit verschiedener Grundrißlösungen kann unter Beachtung aller Vor- und Nachteile naturgemäß nur eine eingehende Veranschlagung ermöglichen.

Bei der Anordnung von Haupt- und Nebenträgern wird der plattenförmige Teil des Unterzuges einmal als Druckgurt des letzteren und zweitens als selbsttragende Platte in gleichem Sinne beansprucht. Es würde also theoretisch eine Erhöhung der Spannungen eintreten. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse jedoch so, daß der Deckenteil in der Nähe des Balkens gar nicht als Träger auf zwei Stützen beansprucht wird, sondern als Konsole wirkt, besonders wenn man die Decken voutenförmig an den Unterzug anschließt und den als Druckgurt wirkenden Deckenstreifen durch senkrecht zu dem Träger in der oberen Faser liegenden Rundeisen als Kragplatte ausbildet.

Für die Größe der Stegbreite b_0 des Plattenbalkens ist die Querkraft sowie die ausreichende Umhüllung der Eisen maßgebend. Nach den amtlichen Bestimmungen soll der lichte Abstand der Eiseneinlagen voneinander nach jeder Richtung in der Regel mindestens gleich dem Eisendurchmesser, aber niemals kleiner als 2 cm sein. Wenn sich jedoch geringere Abstände aus konstruktiven Gründen nicht vermeiden lassen, so muß durch einen feinen und fetten Mörtel für eine dichte Umhüllung der einzelnen Eisen gesorgt werden.

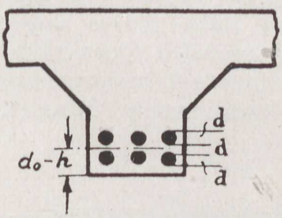


Abb. 94.

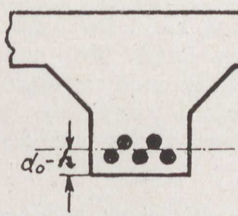


Abb. 95.

1,5 bzw.

Die Stärke der Betondeckung der Eiseneinlagen an den Balkenaußenseiten wähle man ebenfalls gleich dem Eisendurchmesser, mindestens aber gleich 2 cm. Die Stegbreite muß auch so bemessen sein, daß der Schwerpunktsabstand a der Eisenschwerlinie keine zu großen Werte annimmt (etwa 3—6 cm). Bei mehreren Eisenlagen erhält man d_0—h, indem man die Summe der Produkte aus dem Eisenquerschnitt der einzelnen Lagen und ihren zugehörigen Abständen von der äußersten Zugfaser durch den gesamten Eisenquerschnitt dividiert. Für den Entwurf ist bei normalen Hochbaukonstruktionen zweckmäßig $b_0 = \frac{2}{3}$ h bis ½ h, bei ganz schweren Konstruktionen entsprechend kleiner zu wählen, so daß Abmessungen von 15 bis 40 cm entstehen. Die Eisen müssen über die Stegbreite gleichmäßig verteilt sein. Bei mehreren Eiseneinlagen übereinander ist die in Abb. 95 gezeigte versetzte Anordnung vorzuziehen, weil dann der Abstand d_0—h wesentlich geringer als bei der Anordnung übereinander wird, der Schwerpunkt des Eisens tiefer sinkt und dadurch die Nutzhöhe des Balkens erhöht wird.

Die Eisenstäbe wähle man nicht zu dünn; zweckmäßig sind Durchmesser von 12 bis 20 mm, in schweren Unterzügen bis 30 mm und mehr.

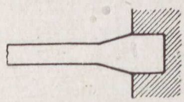


Abb. 96.

Die Platte pflegt man an den Steg mit Vouten anzuschließen, um den auftretenden, nicht zu unterschätzenden Scherspannungen Rechnung zu tragen. Am Auflager des Balkens kann man den Steg nach rechts und links verbreitern (Abb. 96), sowohl um den Querkräften zu begegnen, als auch um eine geringere Beanspruchung der Auflagerfläche und des unterstützenden Mauerwerks, Pfeilers usw. herbeizuführen.

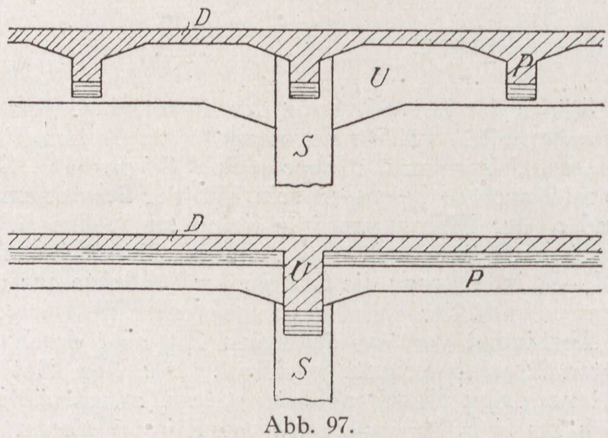


Abb. 97.

Schubspannungen sind für Plattenbalken von ganz besonderer Bedeutung. Sie müssen schon beim Entwerfen berücksichtigt werden, und zwar nicht bloß bei Bestimmung der Stegbreite und -höhe, sondern auch bei Anordnung der Eiseneinlagen.

Der Anschluß von Plattenbalken P an Unterzüge U, die selbst wieder plattenbalkenartig ausgebildet sind, erfolgt infolge des Auftretens von großen negativen Momenten meistens zur Vergrößerung der Konstruktionshöhe voutenförmig; ebenso derjenige der Unterzüge an der Stütze S, eine Ausbildung, durch die gleichzeitig eine steife Verspannung erzielt wird (Abb. 97).

Nullinie in der Platte

Bei der Berechnung der Querschnittsabmessungen h und F_e müssen wiederum die beiden Fälle $x \leqq d$ und $x > d$ unterschieden werden. Für die erste Bedingung finden, wie bereits im vorhergehenden Kapitel erörtert ist, die Entwurfsformeln der einfach bewehrten Platte uneingeschränkt Anwendung, so daß man nach Festsetzung der beabsichtigten Betonspannungen (gewöhnlich 25 bis 30 kg/cm²) und der zulässigen Eisenspannung:

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$F_e = t \cdot \sqrt{M \cdot b}$$

$$x = s \cdot h$$

erhält. Durch Auflösung der letzten der drei Formeln beweist man, daß die Nullinie tatsächlich in die Platte fällt, die Benutzung der Formeln also berechtigt war.

Nullinie im Steg

Wenn die Nullinie in den Steg fällt, lassen sich theoretisch genaue und zugleich einfache Formeln nicht aufstellen, so daß man sich mit einer Näherungsrechnung begnügen muß. Diese besteht darin, daß man zunächst unter Vernachlässigung der Lage der Nullinie mit Hilfe der Formeln für die einfach bewehrte Platte die Querschnittsabmessungen festlegt. Die Berechnung ist dann jedoch nicht genau, da der Fortfall der in der Nähe der Nullinie auftretenden Druckspannungen vernachlässigt ist. Diese sind jedoch, solange die Nullinie wenig aus der Platte herausfällt, nur gering und damit ist der gemachte

Fehler von wenig Bedeutung, zumal die der Berechnung zugrunde gelegte Betonspannung gewöhnlich bedeutend kleiner als die zulässige Spannung gewählt wird. Wenn allerdings x erheblich größer als d ist, müssen die fortfallenden Spannungen durch eine entsprechende Erhöhung der Konstruktion ausgeglichen werden. Ein Beispiel diene zur Erläuterung:

Ein Plattenbalken von der Breite $b = 200$ cm werde durch ein Biegungsmoment von 6 000 000 cmkg beansprucht. Es werde der Berechnung $\sigma_b = 26$ und $\sigma_e = 1000$ kg/cm² zugrunde gelegt. Nach den Entwurfformeln der einfach bewehrten Platte wird dann $h = 95$ cm, $d_0 - h = 5$ cm, $d_0 = 100$ cm und $F_e = 69{,}6$ cm². Wenn man nach Festlegung dieser Abmessungen auf Grund des Näherungsverfahrens die genaue Spannungsberechnung bei den verschiedenen Plattenstärken von 12,5, 15 und 18 cm durchführt, so ergeben sich folgende zusammengestellte Werte.

für: $d_0 = 100$ cm $h = 95$ „ $b = 200$ „ $M = 6000000$ cm kg	$d_0 = 12{,}5$ cm nach		$d_0 = 15$ cm nach		$d_0 = 18$ cm nach	
	$x < d$	$x > d$	$x < d$	$x > d$	$x < d$	$x > d$
$\frac{d_0}{d} =$	8		6,7		5,5	
$F_e =$	69,6	(67,2)		(68,3)		(68,5)
$x =$	26,6	32,4		30		28,4
$\frac{x}{d} =$	**2,1**	2,6	**1,8**	2	**1,5**	1,6
$e =$	86,1	89,3	sonst wie vorher	88,3	sonst wie vorher	87,4
$\sigma_e =$	1000	965		980		985
$\sigma_b =$	**26**	33,3		**30,4**		**28**

In Spalte: $x > d$ „Fall 5" ist noch in Klammern der Eisenquerschnitt angegeben, für den bei genauer Berechnung $\sigma_e = 1000$ kg/cm² wird.

Die Tafel zeigt:

Die Eisenmengen, die die Entwurfsberechnung ergeben, sind s t e t s a u s r e i c h e n d und können sogar wenig eingeschränkt werden.

Die auftretende Betonbeanspruchung überschreitet die dem Entwurf zugrunde gelegte erst in erheblicherem

Maße, wenn x größer als etwa 1,8 d wird, bei geringerem x wird die Spannungszunahme nur gering.

Man ersieht also, daß man bei Plattenbalken zunächst ohne Rücksicht auf die Größe von x gegenüber d die einfachen Entwurfs-Formeln anwenden kann. Allerdings muß man aber stets die Größe von x = s h feststellen. Wird x erheblich (erheblich im Sinne vorstehender Ermittlungen) größer als d, so muß eine genaue Nachprüfung von σ_b eintreten. Wenn σ_b für die Entwurfsberechnung nahe der zulässigen Grenze gewählt war, wird man zur Vorsicht die genaue Berechnung von σ_b auch dann durchführen, wenn x nur wenig größer als d ist.

Eine weitere Vereinfachung gibt folgende Betrachtung. Man findet bei einem Plattenbalken von b = 192 cm, d_0 = 60 cm, d = 12 cm, b_0 = 28 cm Abmessung, einem Biegungsmoment M = 1 430 000 cmkg und einer Eiseneinlage F_e = 30,8 cm² die Spannungen σ_e = 923 kg/cm², σ_b = 21,4 kg/cm², bei Verdoppelung des Momentes und gleichzeitig des Eisenquerschnittes σ_e = 927 kg/cm², σ_b = 35,5 kg/cm².

Man sieht, die Eisenspannung nimmt nur unerheblich zu, sie bleibt infolge entsprechender Vermehrung des Eisenquerschnittes annähernd gleich, σ_b beträgt jedoch statt 2 · 21,4 = 42,8 nur 35,3 kg/cm². Es liegt dies daran, daß, wie früher erläutert, x bei konstantem d_0 erheblich von der Größe des Eisenquerschnittes F_e abhängt. Je größer F_e, um so größer wird x und um so günstiger ist die Spannungsverteilung im Beton.

Hiernach kann man bei Konstruktionen von gleichem Betonquerschnitte schätzungsweise feststellen, ob die tatsächliche Betonspannung bei Zunahme des Momentes noch innerhalb zulässiger Grenzen liegt. Der Eisenquerschnitt kann dann nach folgender Formel errechnet werden, die sich unter der der Wirklichkeit annähernd entsprechende Annahme, daß die Druckkraft des Betons in Plattenmitte angreift, zu:

$$(13) \quad . \; . \; . \; . \; . \; F_e = \frac{M}{\sigma_e \left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

ergibt.

Dann ist

$$(14) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sigma_b = \frac{\sigma_e}{n} \cdot \frac{\frac{1}{2} b\, d^2 + n F_e h}{b d \left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

Ist von dem zu berechnenden Plattenbalken der Betonquerschnitt gegeben und damit h, ist also nur noch F_e zu bestimmen, so berechnet man sich aus der Beziehung:

$$h = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

den Wert:

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

Stimmt der Wert mit einem in der Tafel verzeichneten Werte genau überein, so findet man unmittelbar in der links daneben stehenden Reihe einen zugehörigen Wert s und damit die Lage der Nullinie durch

$$x = s \cdot h$$

und

$$F_e = t \cdot \sqrt{M \cdot b}$$

Für gewöhnlich liegt r zwischen zwei Tafelwerten. Man ermittelt dann s und t proportional, muß aber wohl darauf achten, daß diese Koeffizienten t und s mit fallendem r steigen, und umgekehrt.

Hat man jedoch eine Tafel zur Verfügung, in der die Betonspannungen von 1 zu 1 kg/cm² abnehmen, so kann man sich die Zwischenrechnung sparen und ohne nachteilige Beschränkung der Genauigkeit die zunächstliegenden Werte der Tafel benutzen.

Einige Zahlenbeispiele mögen zur näheren Erläuterung dienen.

Beispiele *Beispiel 1.* Ein durchlaufender Plattenbalken von 6,50 m Stützweite und 2,43 m Balkenabstand von Mitte zu Mitte wird durch eine Decke von 11,5 cm Stärke gleichmäßig belastet. Gewicht der Decke einschließlich Nutzlast usw. 1026 kg/m². Balkenquerschnitt und erfor-

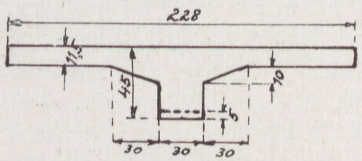


Abb. 98.

derlicher Eisenquerschnitt sind zu ermitteln. Man rechnet (vgl. Abb. 98):

Stützweite 6,50 m.

Mittragende Platte ist bestimmt durch $b = 12 \cdot 11{,}5 + 30 + 2 \cdot 30 = 228$ cm.

Gleichm. Belastung durch Decke $6{,}5 \cdot 2{,}43 \cdot 1026 = 16\,200$ kg

Geschätztes Gewicht des Steges 1 000 „

zusammen 17 200 kg

Daraus:

$$M = \frac{17\,200 \cdot 650}{10} = 1\,120\,000 \text{ cmkg.}$$

Bei $\sigma_b = 28$ und $\sigma_e = 1200$ kg/cm² erhält man angenähert

$$h = 0{,}55 \sqrt{\frac{1\,120\,000}{228}} = 38{,}5 \text{ cm}$$

$$d_o = 38{,}5 + 5 = 43{,}5 \text{ cm} \sim 45 \text{ cm.}$$

Die genaue Belastung ergibt sich nun wie folgt:

Steghöhe: $45 - 11{,}5 = 38{,}5$ cm

Gewicht des Steges: $6{,}5 \cdot 0{,}335 \cdot 0{,}3 \cdot 2400 = 1600$ kg

Gesamtlast: $16\,200 + 1600 = 17\,800$ kg

$$M = \frac{17\,800 \cdot 650}{8} \cdot = 1\,160\,000 \text{ cmkg.}$$

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{45-5}{\sqrt{\frac{1\,160\,000}{228}}} = 0{,}560$$

Durch Vergleich mit Tafel I im Zementkalender findet man, daß das diesem Werte am nächsten kommende $r = 0{,}567$, einem $s = 0{,}252$ und einem $t = 0{,}00160$ entspricht. Deshalb:

$$x = s \cdot h = 0{,}252 \cdot 40 = 10{,}1 \text{ cm}$$

mithin Nullinie innerhalb der Platte (11,50 cm); also ergibt $F_e = t \cdot \sqrt{M \cdot b} = 0{,}00160 \cdot \sqrt{1\,160\,000 \cdot 228} = 26{,}05$ cm².

Gewählt 6 Stück ∅ 24 mm mit zusammen 27,12 cm².

Den Zahlen 0,549 und 0,567 entsprechen die Betonspannungen 28 und 27 kg/cm², dem Zwischenwert 0,560 eine Betonspannung zwischen 28 und 27 kg/cm².

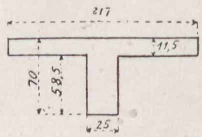


Abb. 99.

Beispiel 2. Für einen Balken sei das in Abb. 99 dargestellte Profil vorgeschrieben. Welche Eiseneinlage ist unter der Voraussetzung, daß er einer Brückenkonstruktion angehört, das Eisen also nur mit 1000 kg/cm² beansprucht werden darf, erforderlich? Wie groß sind die Spannungen?

Steghöhe: 70 — 11,5 = 58,5 cm.

Gewicht des Steges: $6{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}585 \cdot 2400 =$	2 280 kg
Gleichmäßige Belastung angenommen	16 200 „
Gesamtlast	18 480 kg

$$M = \frac{18\,480 \cdot 650}{10} = 1\,202\,000 \text{ cmkg,}$$

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{70 - 5}{\sqrt{\frac{1\,202\,000}{217}}} = 0{,}873.$$

Diesem Wert am nächsten kommt in der Tafel I des Zementkalenders ein $r = 0{,}880$, dem ein $\sigma_b = 15$ kg/cm², ein $s = 0{,}184$ und ein $t = 0{,}00121$ entspricht. Daraus folgt:

$$F_e = t \cdot \sqrt{M \cdot b}$$
$$= 0{,}00121 \sqrt{1\,202\,000 \cdot 217} = 19{,}8 \text{ cm}^2$$

und $x = s\,h = 0{,}184 \cdot 65 = 12{,}00$ cm, d. h. die Nullinie fällt in den Steg. Infolgedessen stimmt die Berechnung der Dimensionen nur annähernd. Bei dem geringen Unterschied x und d jedoch ist eine genaue Berechnung nicht notwendig, da gefährliche Beanspruchungen sicher nicht auftreten. Nur zum Beweis dieser Behauptung sind im folgenden die wirklich auftretenden Spannungen ermittelt.

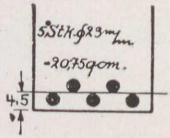


Abb. 100.

$$x = \frac{n F_e h + \frac{b d^2}{2}}{b d + n F_e}$$

$$x = \frac{15 \cdot 19{,}8 \cdot 65 + \frac{217 \cdot 11{,}5^2}{2}}{217 \cdot 11{,}5 + 15 \cdot 19{,}8} = 12{,}21 \text{ cm}$$

$$y = \frac{2}{3} \left\{ x + \frac{(x - d)^2}{2x - d} \right\}$$

$$y = \frac{2}{3} \left\{ 12.21 + \frac{(12{,}21 - 11{,}50)^2}{2 \cdot 12{,}21 - 11{,}50} = 8{,}17 \text{ cm} \right.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e (h - x + y)}$$

$$\sigma_e = \frac{1\,202\,000}{19{,}8\,(70 - 5 - 12{,}21 + 8{,}17)} = 968 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{x}{n (h - x)} \cdot \sigma_e$$

$$\sigma_b = \frac{12{,}21 \cdot 968}{15\,(70 - 5 - 12{,}21)} = 15 \text{ kg/cm}^2.$$

Verwendet 5 ⌀ 23 mm mit zusammen 20,75 cm². (Anordnung siehe Abb. 100 mit d h = 4,5 cm.)

Da das Eisen noch 1000 — 968 = 32 kg/cm² Spannung mehr vertragen und d_0—h annähernd wie im Beispiel 1 = 4,5 cm gewählt werden kann, so fühlt man sich leicht veranlaßt, 5 ⌀ 22 mm mit zusammen 19 cm² Querschnitt zu verwenden. Der Versuch zeigt jedoch, daß das Eisen alsdann mit 1033 kg überanstrengt wird.

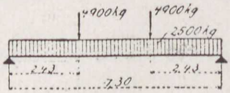


Abb. 101.

Beispiel 3. Ein als Unterzug dienender Wandbalken von 7,30 m Stützweite nehme die halben Lasten zweier Plattenbalken von je $\frac{9800}{2} = 4900$ kg auf. Die Abmessungen sind aus Abb. 101 und 102 zu ersehen. Wo liegt die Nullinie, welche Berechnungsart trifft zu, wie groß wählt man F_e, welches sind die Spannungen σ_e und σ_b?

Der Unterzug werde als frei aufliegender Balken berechnet. Das größte Moment ist alsdann

$$M = 4900 \cdot 243 + \frac{2500 \cdot 730}{8} = \text{rd. } 1\,418\,800 \text{ cmkg.}$$

Angenommen d_0—h = 5 cm.

Ferner ist $b = {}^1/_4 \cdot 730 = 182{,}5$ cm

$b = 4{,}5 \cdot 15 + 0 + 35 = 102{,}5$ cm.

Gewählt b = 102 cm als kleinstes Maß.

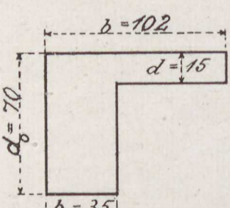


Abb. 102.

$$r = \frac{70 - 5}{\sqrt{\frac{1\,418\,800}{102}}} = 0{,}552$$

Diesem r entspricht ein s = 0,259 und ein t = 0,00166; mithin

$$x = 0{,}259 \cdot 65 = 16{,}9 \text{ cm}.$$

Die Nullinie liegt also im Steg, folglich wird, wenn

$$F_e = \frac{M}{\sigma_e\left(h - \frac{d}{2}\right)} = \frac{1\,418\,800}{1200\,(65 - 7{,}5)} = \text{rd. } 20{,}6 \text{ cm}^2$$

gesetzt wird,

$$x = \frac{\frac{b\,d^2}{2} + n\,F_e\,h}{b\,d + n\,F\,e}$$

$$x = \frac{\frac{102 \cdot 15^2}{2} + 15 \cdot 20{,}6 \cdot 65}{102 \cdot 15 + 15 \cdot 20{,}6} = 17{,}2 \text{ cm}$$

$$y = \frac{2}{3}\left(x + \frac{(x - d)^2}{2\,x - d}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\left(17{,}2 + \frac{(17{,}2 - 15)^2}{2 \cdot 17{,}2 - 15}\right) = \text{rd. } 11{,}3 \text{ cm}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x + y)} = \frac{1\,418\,800}{20{,}6\,(65 - 17{,}2 + 11{,}3)} = \text{rd. } 1170 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{x}{n\,(h - x} \cdot \sigma_e = \frac{17{,}2}{15 \cdot (65 - 17{,}2)} \cdot 1170 = 28 \text{ kg/cm}^2$$

VI. Die doppelte Bewehrung.

Anwendung der Doppelbewehrung

Wir hatten gesehen, daß bisweilen der Beton allein nicht imstande ist, den vorhandenen Druck aufzunehmen. Alsdann verstärkt man ihn durch *Eisen* in der *Druckzone*, so daß eine doppelte Bewehrung des Balkens eintritt. Diese kommt sowohl bei Deckenplatten als bei Plattenbalken und rechteckigen Balken vor. Vom wirtschaftlichen Standpunkt ist die doppelte Bewehrung nicht zu empfehlen und nur als ein Notbehelf anzusehen, da die in der Druckzone liegenden Eisen niemals mit ihrer zulässigen Spannung beansprucht werden können. Wenn aber z. B. über einem Saale derselbe Raum durch Scheidewände geteilt werden soll, so wird man aus ästhetischen Rücksichten die Gleichmäßigkeit der Deckenbalken im Saale beibehalten müssen; wenn ferner in einem Kellerraum oder Dachgeschoß die lichte Höhe beschränkt ist, so ist es ebenfalls nicht immer angängig, die Balkenhöhe nach Belieben zu wählen; ein gleiches zeigt sich bei Konstruktionsteilen sehr schwer belasteter Gebäude wie Fabriken, Theater, Kirchen u. dgl. Ferner empfiehlt sich die doppelte Bewehrung in der Nähe der Stützen der durchlaufenden Plattenbalken zur Aufnahme der negativen Momente. Da hier die Druckzone in den unteren Teil des Plattenbalkens übertrifft, wo ihre Breite nicht mehr b, sondern nur b_0 ist, ordnet man dort gern Verstärkungseisen zur Unterstützung des Betons an, wodurch man wiederum den Stegen geringere Abmessungen geben kann.

Die Berechnung erfolgt, wie früher, für Platten und Plattenbalken in gleicher Weise, solange die Nullinie in die Platte fällt. Tritt sie hingegen bei Plattenbalken in den Steg, so wird, ähnlich wie beim einfach bewehrten

Plattenbalken, die Berechnungsart eine andere. In beiden Fällen hat man wiederum zu unterscheiden zwischen dem Nachweis der zulässigen Spannungen und den Entwurfsformeln, die zur Ermittlung zweckmäßiger Abmessungen und günstiger Eisenbewehrung führen.

Nachweisformeln

Die Formeln für den Nachweis der zulässigen Spannungen sind im Zementkalender entwickelt. Sind Höhe und Breite des Plattenbalkens, die Größen der Eisenquerschnitte F_e und F_e' in der Zug- und Druckzone sowie ihr Schwerpunktsabstand h_z' bzw. h_d' bereits bekannt, so wird, solange die Nullinie in die Platte oder deren Unterkante fällt, nach Formel 17 der Berechnungsbeispiele im Zementkalender

$$(15) \qquad x = -\frac{n(F_e + F_e')}{b} + \sqrt{\left\{\frac{n(F_e + F_e')}{b}\right\}^2 + \frac{2n}{b}\{F_e' \cdot h' + F_e h\}}$$

$$(16) \qquad \sigma_b = \frac{M}{\frac{b \cdot x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) + n F_e' \frac{x - h'}{x}(h - h')}$$

$$(17) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_e = \frac{n(h - x)}{x} \cdot \sigma_b \text{ und}$$

$$(18) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_e' = \frac{n(x - h')}{x} \cdot \sigma_b$$

Moment einer Summe gleich Summe der Momente der Summanden (in bezug auf die Schwerachse von F_e):

$$D_b \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) + D_e (h - h') = D_z$$

$$\frac{\sigma_b \cdot x}{2} b \left(h - \frac{x}{3}\right) + F_e' \sigma_e' (h - h') = \frac{\sigma_b \cdot x}{2} b + F_e' \sigma_e') z$$

$$(19) \quad \ldots \quad z = \frac{\sigma_b \frac{x \cdot b}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) = F_e' \sigma_e' (h - h')}{\sigma_b \frac{b \cdot x}{2} + F_e' \sigma_e'}$$

Geht die Nullinie durch den Steg, so wird bei Vernachlässigung der Druckspannungen im Steg nach den Formeln 26 der Berechnungsbeispiele im Zementkalender

$$(20) \quad . \; . \; . \quad x = \frac{b \cdot d^2 + 2 \cdot n \{F_e\, h + F_e' \cdot h'\}}{2\{n\,(F_e + F_e') + b \cdot d\}}$$

$$(21) \quad . \; . \; . \; y_1 = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)}$$

Aus den Formeln der Berechnungsbeispiele im Zementkalender:

$$(22a) \quad \sigma_b = \frac{M x}{b\,d\left[x^2 - d\,x + \frac{d^2}{3}\right] + n\left[F_e (h - x)^2 + F_e' (x - h')^2\right]}$$

$$(22b) \quad . \; . \; . \quad \sigma_e = \frac{\sigma_b \cdot n\,(h - x)}{x}$$

$$(22c) \quad . \; . \; . \quad \sigma_e' = \frac{\sigma_b \cdot n\,(x - h')}{x}$$

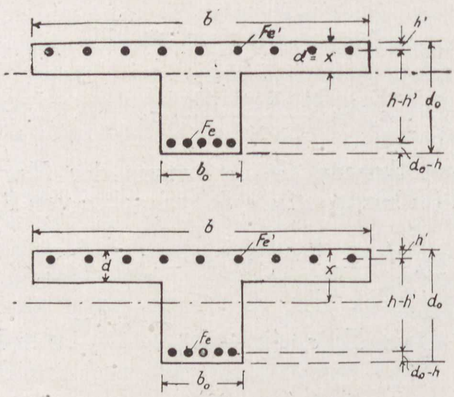


Abb. 103.

Will man die erforderliche Bewehrung berechnen, so unterscheidet man wieder zwei Fälle.

1. Fall.

Nullinie in der Platte oder deren Unterkante.

Man rechnet wie bei einfacher Bewehrung das Biegungsmoment M aus. Dieses M ist im Verhältnis zur Balkenhöhe zu groß. Mithin sucht man dasjenige Moment M_o auf, durch welches σ_b bei einfacher Armierung und bei zulässiger Beanspruchung der Zugeisen mit 1200 kg/cm² gerade die Spannung 40 kg/cm² erreichen würde. Dieses höchste zulässige Biegungsmoment könnte aber als zugehörigen Wert r nur den Koeffizienten 0,411 haben. Demnach mit Beibehaltung der Abmessungen: **Nullinie in der Platte**

$$h = 0{,}411 \sqrt{\frac{M_o}{b}}.$$

Hieraus:

$$M_o = \left(\frac{h}{0{,}411}\right)^2 \cdot b$$

Dem so gefundenen M_o entspricht ein zugehöriges F_{eo}, welches man ebenfalls mit Hilfe von Tafel I im Zementkalender zahlenmäßig ermittelt. Man erhält dann die zur Aufnahme des gesamten Momentes erforderlichen Zug- und Druckeinlagen des Eisens durch die Formeln:

$$\text{Zugeinlage } F_e = \frac{M}{M_o} \cdot F_{eo}$$

und unter der Voraussetzung, daß die Druckeinlage mit der Resultierenden der Betondruckkraft zusammenfällt und daß $\sigma_b = 40$ kg/cm², $\sigma_e = 1200$ kg/cm² beträgt, als

$$\text{Druckeinlage } F_e' = 3\left(\frac{M}{M_o} - 1\right) F_{eo}$$

(Zement und Beton 1907 S. 139.)

Will man die Anstrengung des Betons nicht bis auf 40 kg/cm² treiben, so kann man selbstverständlich auch jeden über 0,411 liegenden Koeffizienten für die Berechnung von M_o zugrunde legen. Man erhält dann M_o und F_{eo} kleiner, F_e und F_e' hingegen größer.

2. Fall.

Nullinie im Steg.

Nullinie im Steg

Ein in seinen äußeren Abmessungen gegebener Plattenbalken möge ein Moment aufzunehmen haben, durch das er mehr als zulässig beansprucht wird. Man ermittele nach Formel (22b):

$$x = \frac{n \cdot \sigma_b h}{\sigma_e + n \sigma_b}$$

Ist nun $x > d$, so findet man:

$$y_1 = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)} = \frac{2}{3}\left(x + \frac{(x - d)^2}{2x - d}\right),$$

setzt dann die Betondruckkraft:

$$D_2 = \frac{\sigma_b + \sigma_b \frac{x - d}{x}}{2} \cdot b \cdot d$$

und die Eisendruckkraft:

$$D_1 = \frac{M - D_2 (h - x + y)}{h - h'}$$

dann ist die Zugkraft $Z = D_1 + D_2$ und schließlich der erforderliche Eisenquerschnitt in der Zugzone:

$$F_e = \frac{Z}{\sigma_e}$$

sowie in der Druckzone

$$F_e' = \frac{D_1}{\sigma_e'}$$

worin σ'_e den in Formel (22c) errechneten Wert annimmt.

Man erhält so g e n a u e Ergebnisse der unteren und oberen Eiseneinlage.

Will man nur eine Näherungsrechnung ausführen, so ermittelt man einen Hilfswert:

$$e = h - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)}$$

und setzt:

$$F_e = \frac{M}{e \cdot \sigma_e}$$

als Eisenzugquerschnitt.

Der erforderliche Eisendruckquerschnitt ist dann:

$$F_e' = \frac{15\,F_e\,(h - x) - b\,d\left(x - \frac{d}{2}\right)}{15\,(x - h')}$$

B e i s p i e l : Von einer Anzahl sonst gleicher Plattenbalken trage einer in seiner Längsrichtung über der Rippe eine 4 m hohe, 25 cm starke, gemauerte Wand. Sein Betonquerschnitt soll jedoch nicht geändert werden. Es sei:

Plattenbreite	$b = 150$	cm
Stegbreite	$b_o = 30$	„
Plattenstärke	$d = 10$	„
Gesamthöhe	$d_o = 45$	„
Nutzhöhe	$h = 36$	„
Stützweite	$l = 780$	„

Wie ist der Träger zu bewehren:

Gewicht von 1 m Mauer 1,0 · 0,25 · 4,0 · 1800 =	1800 kg/m
Sonstige Belastung	1200 kg/m
zusammen:	3000 kg/m

$$M = \frac{3000 \cdot 7{,}8^2 \cdot 100}{8} = 2\,280\,000 \text{ cmkg}$$

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{36}{\sqrt{\frac{2\,280\,000}{150}}} = 0{,}293$$

Man sieht hieraus, daß die Spannung im Beton das zulässige Maß weit übersteigt. Es ist daher doppelte Bewehrung erforderlich. Man schätzt zweckmäßig die obere Eiseneinlage auf $\sim$ 90 cm², bei 70 cm² unterer Eisenbewehrung. Dann wird

$$x = \frac{15000 + 30\,(70 \cdot 36 + 90 \cdot 6)}{2\,(15 \cdot 160 + 1500)} = 13{,}7 \text{ cm}$$

$$y = 13{,}7 - 5 + \frac{100}{6 \cdot (27{,}4 - 10)} = 9{,}7 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{2\,280\,000 \cdot 13{,}7}{(13{,}7 - 5)\,150 \cdot 10 \cdot 9{,}7 + 15\left\{70\,(36 - 13{,}7)^2 + 90\,(13{,}7 - 6)^2\right\}}$$
$$= 43 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = \frac{43 \cdot 15 \cdot (36 - 13{,}7}{13{,}7} = 1050 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e' = \frac{43 \cdot 15 \cdot (13{,}7 - 6)}{13{,}7} = 363 \text{ kg/cm}^2.$$

Man sieht aus dem Beispiel, daß trotz der starken Druckeiseneinlage die zulässige Betonspannung noch überschritten ist. Es sind nun in der Zugzone 11 ⌀ 29 mm = 72,7 cm² Eisen vorgesehen. Diese Eisen erfordern ein h' von ∾ 7 cm. Da in der Berechnung d — h' = 9 cm eingesetzt war, kann man für h ohne Aenderung des Balkenquerschnitts 2 cm gewinnen. Durch diese Vergrößerung der Konstruktionshöhe sinken die Spannungen, so daß auf diese Weise zulässige Werte für σ_b und σ_e erreicht werden.

VII. Schub- und Haftspannungen.

1. Schubspannungen.

Im Abschnitt III, Einführung in die Berechnung des Trägers mit gerader Stabachse, war festgestellt worden, daß ein solcher Balken sich unter der Einwirkung äußerer Kräfte (Lasten und Stützenwiderstände) im Gleichgewicht befindet, wenn alle Teile desselben im Gleichgewicht sind. Wir setzen ferner voraus, daß die Kräfte senkrecht ge- **Allgemeines**

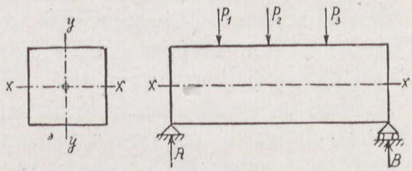


Abb. 104.

richtet seien zur Stabachse x — x und die Kräfteebene mit der y — y Achse des Querschnittes zusammenfalle (siehe Abb. 104). Diese Annahme soll auch für die weiteren Untersuchungen beibehalten werden.

In jedem Querschnitt eines Balkens rufen die äußeren Kräfte ein Biegungsmoment und eine Querkraft hervor. Das Biegungsmoment, M genannt, hat die Normalspannungen σ zur Folge, von denen die vorhergehenden Abschnitte handelten. Im vorliegenden sollen dagegen die für alle Eisenbetonbauten überaus wichtigen sogenannten Schubspannungen ausführlich behandelt werden.

Senkrechte Scherkräfte

Ist ein Körper fest eingespannt und wird auf den auskragenden Teil mittels eines schneidenartigen Körpers ein Druck P ausgeübt (s. Abb. 105), so hat diese Kraft P das Bestreben, den auskragenden Körperteil abzuschieben oder abzuscheren. Der Vorgang ist dem Schneiden mit einer Schere ganz ähnlich (Abb. 105).

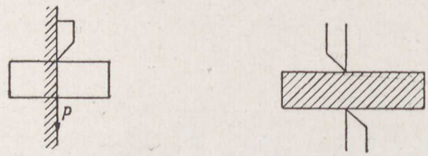


Abb. 105.

Es liegt hier der Fall der reinen Scher= oder Schubbeanspruchung vor, und man darf annehmen, daß sich bei dieser Beanspruchung die im Querschnitt hervorgerufenen Spannungen gleichmäßig über denselben verteilen. Man erkennt sofort, daß eine solche reine Schubbeanspruchung bei den Baukonstruktionen kaum vorkommen kann. Schubspannungen in einem auf Biegung beanspruchten Balken mit gerader Stabachse werden jedoch nicht nur durch die Querkraft in den einzelnen Querschnitten, sondern auch infolge der Differenz der Normalkräfte in den Fasern parallel zur Trägerachse hervorgerufen. Gerade diese, parallel zur Achse gelegenen Schubkräfte tragen bei fehlerhaften Konstruktionen am meisten zur Zerstörung bei, ihre Untersuchung ist deshalb besonders wichtig.

Wagerechte Scherkräfte

Zu dem Zwecke wenden wir entsprechend Abschnitt III das Schnittverfahren an.

Bekanntlich ist dann:

1. $D = Z$ $(\Sigma H = 0)$
2. $Q = T_i$ $(\Sigma V = 0)$
3. $M_x = Q \cdot x = D \cdot f$ oder $= Z \cdot f$ $(\Sigma M = 0)$.

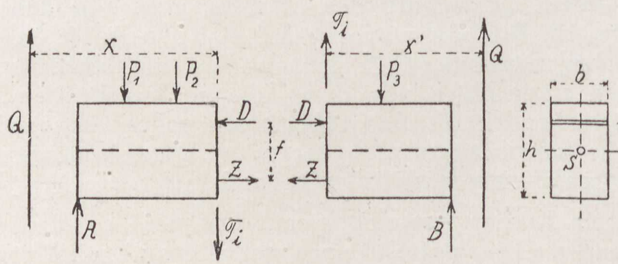


Abb. 106.

Die Kräfte D und Z sind aber nach Abschnitt IV gleich den Resultierenden aller in den Längsfasern wirkenden Druck= und Zugspannungen, welche durch die Formel

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W} = \pm \frac{M_x \cdot \frac{h}{2}}{J}$$

ausgedrückt werden, worin (Abb. 106)

σ = Spannung in kg/cm² der äußersten Fasern,
M_x = Moment der äußeren Kräfte in der Entfernung x vom linken Auflager,
W ein konstanter Wert = Widerstandsmoment des ganzen rechteckigen Querschnittes,
J ein konstanter Wert = Trägheitsmoment des ganzen rechteckigen Querschnitts,
$\frac{h}{2}$ = halbe Höhe des Rechtecks (Abstand der äußersten Fasern vom Schwerpunkt S).

Je nach der Größe des Momentes M_x sind diese Spannungen σ für die einzelnen Querschnitte verschieden; sie werden in der neutralen Faser gleich Null, so daß im Abstande v von derselben die Spannung ist:

$$\sigma_v = \pm \frac{M_x}{J} \cdot v \text{ (Abb. 106).}$$

J bleibt demnach stets konstant, während M_x wechselt entsprechend dem Abstand des Schnittes vom Auflager bzw. von der Querkraft. Die Größe v kann die Werte von Null bis $\frac{h}{2}$ annehmen.

Alle Schubspannungen werden mit dem Buchstaben τ (lies tau) bezeichnet.

Schneidet man nun aus dem Träger ein Längenteilchen von der Länge Δl (lies Delta l), aus diesem wieder ein Höhenteilchen von der Länge Δh und ein Tiefenteilchen von der Länge Δb, so erhalten wir ein unendlich klein zu denkendes Parallelepiped (Abb. 107a, b und c), das nur im Gleichgewicht sein kann unter der Einwirkung der an ihm als äußere Kräfte angebrachten Spannungen τ und σ, wobei diese derart angeordnet sind, daß in den Schnitten parallel zur Kräfteebene keine Spannungen auftreten.

Trotz der sehr kleinen Längenteilchen Δl, Δh und Δb sind natürlich die in parallelen Flächen wirkenden Kräfte nicht einander gleich, weil ja auch die Momente zweier ganz nahe beieinander liegenden Querschnitte sich um einen, wenn auch nur geringen, Betrag unterscheiden. Es wäre demnach z. B.

$$\sigma_1{}' = \sigma_1 + \Delta\sigma_1 \text{ (}\Delta\text{ lies Delta)},$$

worin $\Delta\sigma_1$ den unendlich kleinen Zuwachs der Spannung in der Fläche III gegenüber derjenigen in der Fläche I bedeutet. Vernachlässigen wir diesen unendlich kleinen Zuwachs, setzen wir also für unsere Betrachtung

$$\sigma_1{}' = \sigma_1 \text{ und ebenso}$$
$$\sigma_2{}' = \sigma_2$$
$$\tau_1{}' = \tau_1$$
$$\tau_2{}' = \tau_2$$

ist der dadurch begangene Fehler ohne Belang, solange es sich nur um ein unendlich kleines Parallelepiped oder Körperteilchen handelt.

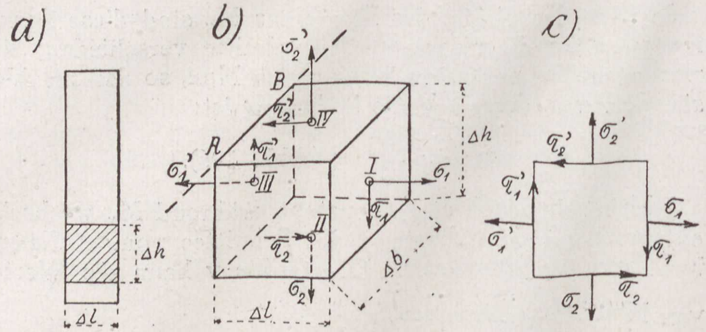


Abb. 107.

Die Kräfte σ_2 sind unbedeutende Druckspannungen, die durch das Aufeinanderpressen der wagerechten Schichten des Trägers infolge der oben auf ihm lagernden Lasten und der unten an ihm wirkenden Auflagerdrücke entstehen. Die Kräfte σ_1 dagegen sind Zugspannungen, da die unteren Fasern bei einem Balken auf 2 Stützen gezogen werden.

Aehnliche Ueberlegungen gelten auch für die Schubspannungen τ_1 und τ_2, deren Richtungssinn wie in Abb. 107 gezeichnet vorhanden sein muß. Wie ersichtlich, treten infolge der Schubkräfte 2 Kräftepaare auf, die das Körperteilchen zu drehen versuchen. Ist nun τ_1 die Kraft für die Flächeneinheit, die Gesamtheit der Schubspannung in den Flächen I und III demnach

$$\tau_1 \cdot \Delta b \cdot \Delta h,$$

ferner der Hebelarm des Kräftepaares gleich Δl, dann ist das Moment

$$+ (\tau_1 \cdot \Delta b \cdot \Delta h) \Delta l, \text{ (+) weil rechts drehend).}$$

Ebenso ergibt sich

$$-(\tau_2 \cdot \Delta l \cdot \Delta b) \Delta h, \text{ (—) weil links drehend).}$$

Soll das Körperteilchen im Zustand der Ruhe bleiben, muß $\Sigma M = 0$ sein, d. h.

$$(\tau_1 \cdot \Delta b \cdot \Delta h) \Delta l, - (\tau_2 \cdot \Delta l \cdot \Delta b) \cdot \Delta h = 0.$$

Hieraus folgt:

$$\tau_1 = \tau_2$$

oder der wichtige Satz: Diejenigen Schubspannungen, die dieselbe Kante des unendlich kleinen Körperteilchens rechtwinklig schneiden, sind einander gleich und haben gegen diese Kante den gleichen Richtungssinn; sie sind einander zugeordnet, ihre Richtungen im Sinne der Pfeile überschneiden sich.

Schubspannungen treten immer paarweise auf, denn sonst wäre Gleichgewicht nicht denkbar.

Hauptspannungen

Wie bereits bemerkt, spielen die Spannungen σ_2 eine so untergeordnete Rolle, daß wir sie für die weiteren Erörterungen vernachlässigen dürfen. Man kann dann die übrig bleibenden

$$\tau \text{ und } \sigma$$

an irgend einem beliebigen Punkte eines Querschnittes wie bekannt zu einer Resultanten zusammensetzen und erhält auf diese Weise die

schiefen Hauptspannungen,

wenn man diejenige Richtung aufsucht, die die größte Resultierende ergibt. Gelten die Spannungen σ', τ', σ und τ für die Flächeneinheit, ist ferner die Länge der Hypothenuse gleich s und sind deren Projektionen auf die Richtungen I und II (Abb. 108) gleich $s \cdot \sin\varphi$ bzw. gleich $s \cdot \cos\varphi$, so wird

$$\Sigma H = 0$$

$$\sigma' \cdot s \cdot \sin\varphi + \tau' \cdot s \cdot \cos\varphi - \sigma \cdot s \cdot \sin\varphi - \tau \cdot s \cdot \cos\varphi = 0$$

oder

$$\sigma' \cdot \sin \varphi + \tau' \cdot \cos \varphi - \sigma \cdot \sin \varphi - \tau \cdot \cos \varphi = 0,$$

da sich s forthebt.

$$\Sigma V = 0$$

$$\sigma' \cdot \cos \varphi - \tau' \cdot \sin \varphi - \tau \cdot \sin \varphi = 0$$

Aus den Gleichungen folgen nach Auflösung, Umformung und Bestimmung der größten und kleinsten Werte, wobei τ' gleich Null gesetzt wird:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \pm \frac{2 \cdot \tau}{\sigma}$$

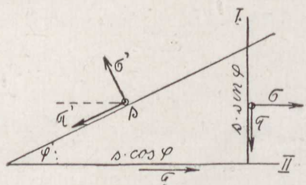


Abb. 108.

als Bedingung für die Neigung der beiden, rechtwinklig zu einander stehenden Ebenen, an denen Hauptspannungen auftreten. Ferner

$$\sigma'_{max} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

$$\sigma'_{min} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

Ergibt sich eine negative Zahl, ist σ'_{min} eine Druckspannung.

Um die Hauptspannungen, die senkrecht zur Fläche stehen, also Normalspannungen sind, berechnen zu können, müssen σ und τ bekannt sein.

Die größten Hauptschubspannungen haben im vorliegenden Falle keine Bedeutung und werden deshalb außer acht gelassen.

Schubspannungen, Homogener Baustoff

Jeder Teil eines auf Biegung beanspruchten Trägers muß unter dem Einfluß der äußeren und inneren Kräfte, die von dem angrenzenden Material ausgeübt werden, im Gleichgewicht sein. Betrachten wir jetzt die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma H = 0$, so fallen die äußeren Kräfte aus, da sie senkrecht zur Stabachse stehen sollen. Auf die Elemente der Endfläche eines Trägerteils (Abb. 109) wirken infolge der Biegungsmomente Normalspannungen, deren Resultante gleich N sei. Außerdem werden Schubspannungen auftreten, die aber keine Komponente parallel zur Stabachse haben, also senkrecht zu ihr stehen.

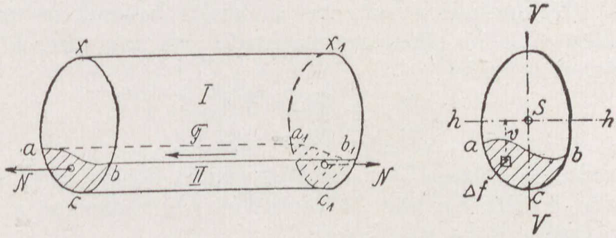


Abb. 109.

Die Momente M_x und M_{x_1} und damit die Normalspannungen N und N_1 sind für den betrachteten Trägerteil im allgemeinen nicht gleich, dann ist

$$T = N_1 - N$$

die Resultante der tangentialen Schubkräfte in der Zylinderfläche a b a_1 b_1.

Für ein Flächenteilchen Δf im Abstande v von der wagerechten Schwerpunktachse h—h (Abb. 109), ist nun

$$\Delta N = \sigma \cdot \Delta f$$

$$\sigma = \frac{M_x}{J} \cdot v,$$

folglich wird

$$\Delta N = \frac{M_x}{J} \cdot v \cdot \Delta f,$$

demnach die Resultante aller ΔN:

$$N = \Sigma \Delta N = \frac{M_x}{J} \cdot \Sigma (v \cdot \Delta f).$$

$\Sigma (\Delta f \cdot v)$ ist weiter nichts als das statische Moment der schraffierten Fläche a b c, bezogen auf die wagerechte Schwerpunktachse h—h und werde mit S bezeichnet. Dann ist

$$N = \frac{M_x}{J} \cdot S$$

und dementsprechend

$$N_1 = \frac{M_{x1}}{J} \cdot S,$$

folglich wird

$$T = \frac{(M_{x1} - M_x)}{J} \cdot S.$$

Denken wir uns jetzt die Querschnitte x und x_1 (Abb. 109) unendlich nahe bei einander liegend, so unterscheiden sich die Biegungsmomente nur um eine kleine Größe, d. h. es ist

$$M_{x1} = M_x + \Delta M_x,$$

oder

$$M_{x1} - M_x = \Delta M_x.$$

Ist ferner Q_x bzw. Q_{x1} die Resultante (Querkraft) aller äußeren Kräfte für die betrachteten Querschnitte x und x_1, so mußte bekanntlich sein

$$M_{x1} = Q_{x1} \cdot x_1,$$
$$M_x = Q_x \cdot x,$$

dann wird bei unendlich benachbarten Querschnitten

$$Q_{x1} = Q_x$$

folglich:

$$\Delta M_x = Q_x (x_1 - x) = Q_x \cdot \Delta x$$

wenn Δx gleich dem Abstand der Flächen.

Die Formel für T lautet nunmehr

$$T = \frac{Q_x \cdot S \cdot \Delta x}{J}.$$

Nach Abb.110 ist der Inhalt der Fläche a b a_1 b_1 bei dem Abstand Δx:

$$\text{Inhalt} = w \cdot \Delta x.$$

Ueber diese Fläche soll sich T gleichmäßig verteilen. Dann ist

$$\tau = \frac{T}{w \cdot \Delta x}$$

die Schubkraft für die Flächeneinheit. Setzen wir in diese Gleichung den obigen Wert für T ein, erhalten wir

$$\tau = \frac{T}{w \cdot \Delta x} = \frac{Q_x \cdot S \cdot \Delta x}{J \cdot w \cdot \Delta x}$$

oder

$$\tau = \frac{Q_x \cdot S}{J \cdot w}$$

Mit τ tritt aber, wie wir wissen, gleichzeitig stets τ_1 auf (Abb. 110), und beide Spannungen müssen einander gleich sein. Also ist auch die senkrecht wirkende Schubspannung τ_1 zu berechnen.

Sind die Biegungsmomente in benachbarten Querschnitten einander gleich, bzw. wird Q_x gleich Null, so treten keine Schubspannungen auf.

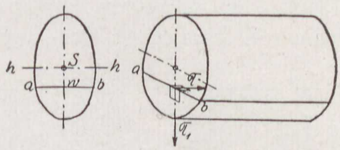


Abb. 110.

Die Werte S, w und J hängen von der Form des Querschnitts ab. Für einen rechteckigen Querschnitt folgt z. B.

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12};$$

$$S = b \left(\frac{h}{2} - c\right) \cdot \left[c + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - c\right)\right] = b\left(\frac{h^2}{8} - \frac{c^2}{2}\right) \text{ und}$$

$$w = b.$$

Folglich

$$\tau = \frac{Q_x \cdot b\left(\frac{h^2}{8} - \frac{c^2}{2}\right)}{\frac{b \cdot h^3}{12} \cdot b} = \frac{Q_x \cdot 6\left(\frac{h^2}{4} - c^2\right)}{b \cdot h^3}.$$

Für $c = 0$, also in der neutralen Faser, folgt

$$\tau_0 = \frac{6 \cdot Q_z \cdot h^2}{4b \cdot h^3} = \frac{Q_x}{b \cdot {}^2/_3 \cdot h}$$

oder

$$\tau_0 = \frac{Q}{b \cdot z}$$

Für $c = \frac{h}{2}$, also an der oberen Faser, folgt

$$\tau = \frac{Q \cdot 6\left(\frac{h^2}{4} - \frac{h^2}{4}\right)}{b \cdot h^3} = 0.$$

Handelt es sich um die Berechnung des statischen Momentes der einfach schraffierten Fläche, wobei c unterhalb der Schwerpunktachse liegt, also negativ wird (Abb. 111), beachte man, daß das statische Moment des doppelt schraffierten Teiles oberhalb der Achse positiv, dasjenige des unterhalb der neutralen Achse liegenden Teiles negativ wird, im übrigen aber beide entgegengesetzt einander gleich sind (wohl bemerkt, handelt es sich stets um die statischen Momente in bezug auf die neutrale Achse). Die statischen Momente der doppelt schraffierten Flächen heben sich auf, so daß nur das positive statische Moment der obersten Fläche übrig bleibt, dasselbe also, das auch für die Schubspannung im Abstande c der neutralen Achse maßgebend war, d. h. die Schubspannungen oberhalb und unterhalb der neutralen Achse sind einander gleich. Die Schubspannungsfigur ist eine Parabel.

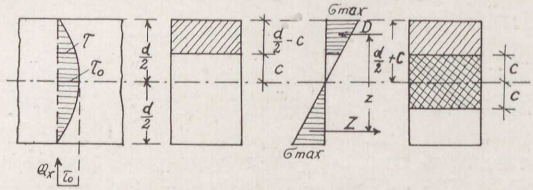


Abb. 111.

Die Ermittelung der Hauptspannungen für homogene Baustoffe hat für normale Konstruktionen keinen Zweck, da sie im allgemeinen kleiner sind als die Normalspannungen.

Dagegen werden die wagerechten Schubspannungen z. B. benutzt bei der Berechnung verdübelter Holzbalken und zur Ermittelung der Nietteilungen zusammengesetzter Blechträger.

Die Zerstörungen homogener Baustoffe durch Schubspannungen bestehen im Auftreten lotrechter und wagerechter Risse (Abb. 112). Letztere werden naturgemäß in der neutralen Achse zuerst auftreten, da dort die Schubspannung τ_0 am größten ist.

Die wagerechten Schubspannungen sind im allgemeinen bei längeren und schwach belasteten Balken von weniger Bedeutung als bei kürzeren, stark belasteten.

Die senkrechten Schubspannungen spielen nur eine untergeordnete Rolle.

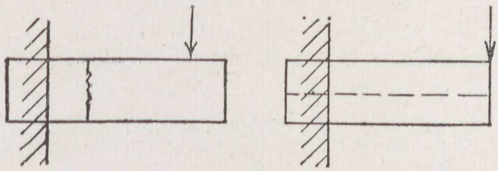


Abb. 112.

Schubspannungen im Eisenbeton

Auch im Eisenbetonbau werden die Schubspannungen im allgemeinen am größten in der neutralen Achse.

Einseitig bewehrte Platten

Bei einseitig bewehrten Platten setzt sich das Trägheitsmoment aus der Fläche b · x und der n-fachen Eisenfläche n · F_e in bezug auf die neutrale Achse zusammen zu

$$J = J_b + n \cdot J_e = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot F_e \, (h - x)^2$$

wobei das geringe Eigenträgheitsmoment der Eisenfläche vernachlässigt werden darf. (Abb. 113.) Es möge ferner nochmals daran erinnert werden, daß die Eiseneinlage

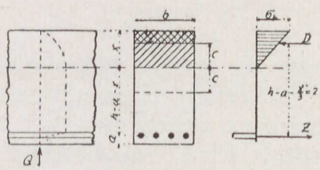


Abb. 113.

nach den amtlichen Bestimmungen sämtliche Zugspannungen unterhalb der neutralen Achse aufzunehmen hat und so gerechnet werden muß, als ob der auf Zug beanspruchte Beton gar nicht vorhanden wäre.

Beachtet man weiter, daß nach Abb. 111 die statischen Momente der Flächen oberhalb und unterhalb der neutralen Achsen bezogen auf die letztere entgegengesetzt einander gleich sind, so wird

$$S = \frac{b \cdot x^2}{2} = \cdot n \cdot F_e (h - x)$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung für J ein, so folgt

$$J = \frac{b \cdot x^3}{3} + \frac{b \cdot x^2}{2} (h - x) = \frac{b \cdot x^2}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right) = \frac{b \cdot x^2}{2} \cdot z$$

Es ist also $\frac{J}{S} = z$ gleich dem Abstand des Druckmittelpunktes von der Eiseneinlage in der Zugzone.

Für einen Punkt des Querschnitts in der obersten Faser ist

$$S = 0; \text{ also auch } \tau = 0;$$

für einen Punkt in der neutralen Achse folgt

$$S = b \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{b \cdot x^2}{2};$$

Demnach $$\tau = \frac{Q_x S}{J \cdot w} = \frac{Q_x \frac{b \cdot x^2}{2}}{\frac{b \cdot x^2}{2} \cdot z \cdot b} = \frac{Q_x}{b \cdot z}.$$

Daher $$\tau_0 = \frac{Q_x}{b \cdot z}.$$

τ_o bezeichnet wieder die größte Schubspannung im Querschnitt. Bis zur neutralen Achse wachsen die Schubspannungen wie bei homogenem Baustoff rasch nach einer Parabel an. Für einen Punkt im Abstand c unterhalb der neutralen Achse liefert die unterhalb der Achse liegende Fläche keinen Beitrag, da diese Betonfläche rechnungsmäßig nicht berücksichtigt wird. S und τ_o behalten also den vorstehenden Wert für τ_o bis zur Oberkante Eiseneinlage bei.

Aus Gleichung für S folgt, daß S und τ der Unterkante der Eiseneinlage ebenfalls Null werden müssen. Die Abnahme von τ_o innerhalb des Eisenquerschnitts verläuft deshalb auch nach einer Parabel.

Bei doppelt bewehrten Platten ist: **Doppelt bewehrte Platten**

$$S = \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot F_e' \, (x-h') = n \cdot F_e \cdot (h-x)$$

$$J = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot F_e' \, (x-h')^2 + n \cdot F_e \cdot (h-x)^2,$$

oder mit Beachtung von S:

$$J = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot F_e' \, (x-h')^2$$

$$+ \left[\frac{b \cdot x^2}{3} + n \cdot F_e' \, (x-h')\right] \cdot (h-x), \text{ oder}$$

$$J = \frac{b \cdot x^2}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) + n \cdot F_e' \, (x-h') \cdot (h-h').$$

Setzt man wieder $\frac{J}{S} = z$, so gilt auch hier die Formel

$$\tau_o = \frac{Q_x}{b \cdot z'}$$

hierin ist aber

$$z = h - x + y,$$

weil y gleich dem Abstand des gemeinsamen Schwerpunktes des Betons und der Eiseneinlage in der Druckzone von der neutralen Achse ist (Abb. 114). y findet

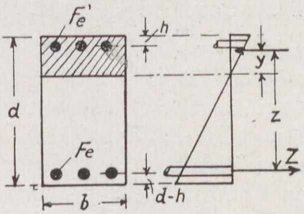


Abb. 114.

man auch einfach durch Ermittlung des Abstandes der Resultante der Beton- und Eisendruckkraft von der neutralen Achse. Dann wird

$$y = \frac{\sigma_b \cdot \frac{x}{2} \cdot b \cdot \frac{2}{3} x + \sigma_e' \cdot F_e' \, (x-h')}{\sigma_b \cdot \frac{x}{2} \cdot b + \sigma_e' \cdot F_e'}$$

oder

$$y = \frac{\frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot F_e' (x - h')^2}{\frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot F_e' (x - h')}$$

mit Beachtung der Beziehung $\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{x - h'}{h'}$.

Für den Fall, daß das Moment der äußeren Kräfte M gegeben und die Größen σ_e und F_e bereits bekannt sind, läßt sich z leicht ermitteln aus

$$M - Z \cdot z = 0,$$

oder

$$z = \frac{M}{Z}.$$

Setzt man $Z = \sigma_e \cdot F_e$, so folgt

(23) . . . . . . $z = \frac{M}{\sigma_e \cdot F_e}$

Nach Prof. Dr.-Ing. Birkenstock empfehlen sich folgende Näherungswerte:

(24) $z = 0{,}9\ h$ für einfach und doppelt bewehrte Platten, Balken und Plattenbalken mit $x < d$

(25) $z = h - 0{,}4\ d$ für einfach und doppelt bewehrte Plattenbalken (25) mit $x > d$.

Der hier behandelte Fall doppelter Bewehrung kommt häufig vor bei der Berechnung von durchgehenden Platten und Balken infolge negativer Momente über den Mittelstützen. Da diese auch bei durchgehenden Plattenbalken auftreten und alsdann nur der rechteckige balkenförmige Teil des Querschnitts in Betracht kommt (weil der Beton keine Zugspannungen aufnehmen soll), gelten auch hier die Formeln für doppelte Bewehrung.

Plattenbalken Bei Plattenbalken kommt es wieder darauf an, festzustellen, ob die Nullinie in die Platte oder den Steg fällt.

Nullinie in der Platte Fällt die neutrale Achse (Nullinie) in die Platte oder mit Unterkante Platte zusammen, ist die Rechnung für S, J und z ebenso wie bei den Platten. Zur Berechnung der größten Schubspannung ist aber die

Stegbreite b_0

einzuführen. Wir erhalten demnach

$$\tau_o = \frac{Q_x \cdot S}{b_0 \cdot J} = \frac{Q_x}{b_0 \cdot z}$$

Die Formel gilt auch für den Fall, daß die Nullinie in den Steg fällt. Jedoch ändern sich S und J bzw. z je nach Lage der Bewehrung. **Nullinie im Steg**

Mit Beachtung der Abb. 113 findet man:

a) Eisen nur auf der Zugseite (einfache Bewehrung) **Einfach bewehrte Plattenbalken**

$$S = b \cdot d \left(x - \frac{d}{2}\right) = n \cdot F_e (h - x)$$

$$J = \frac{b}{3} [x^3 - (x - d)^3] + n \cdot F_e (h - x)^2,$$

oder
$$J = \frac{b \cdot d}{2} (2\,x - d) \cdot \left(h - \frac{d}{3} \cdot \frac{3x - 2d}{2\,x - d}\right).$$

Es ist aber wie oben ausgeführt

$$x - y = \frac{d}{3} \cdot \frac{3x - 2d}{2\,x - d}$$

daher wird

$$J = b \cdot d \cdot \left(x - \frac{2}{d}\right) (h - x + y),$$

oder
$$J = b \cdot d \left(x - \frac{d}{2}\right) \cdot z$$

wenn $z = h - x + y$ gesetzt wird. Der Wert z ist leicht zu finden entweder aus

$$z = \frac{J}{S}$$

oder

$$z = \frac{J}{b \cdot d \left(x - \frac{d}{2}\right)}$$

oder

$$z = \frac{M}{\sigma_e \cdot F_e}$$

Doppelt bewehrte Plattenbalken

b) Eisen auf der Zug- und Druckseite (doppelte Bewehrung).

Hierbei ist

$$S = b \cdot d \cdot \left(x - \frac{d}{2}\right) + e \cdot F_e' \,(x - h')$$

$$= n \cdot Fe \cdot (h - x)$$

$$J = b\left[\frac{x^3}{3} - \frac{(x-d)^3}{3}\right] + n \cdot \left[F_e' \,(x - h')^2 + F_e \,(h - x)^2\right]$$

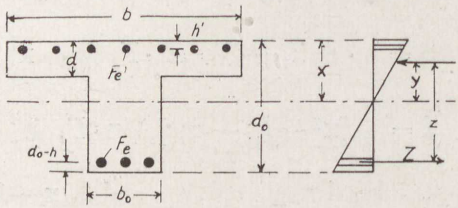


Abb. 115.

Dann wird
$$z = \frac{J}{S},$$

bzw.
$$z = \frac{M}{\sigma_e \cdot F_e}$$

2. Hauptspannungen.

Hauptspannungen

Zur Ermittlung der Größe und Richtung der Hauptspannung gelten die Gleichungen auf Seite 180.

An der Oberkante eines rechteckigen Balkenquerschnittes (Abb. 113) ist zunächst

$$\tau = 0$$

und $\sigma = -\sigma_b$ (negativ, da Druckspannung).

Daraus folgt:

$$\sigma'_{max} = -\frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4}} = 0$$

$$\sigma'_{min} = -\frac{\sigma_b}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4}} = -\sigma_b$$

$$\text{tg}\, 2\,\varphi = \pm \frac{2 \cdot 0}{\sigma} = \pm 0$$

und damit $\qquad 2\varphi = 0$ oder $\varphi = 0,$

d. h. an der Oberkante des Querschnitts stimmt die Hauptspannung mit der Betonspannung σ_b überein.

An der Unterkante Eisenfläche ergibt sich ein entsprechendes Resultat.

In der neutralen Faser (Nullinie) ist $\sigma_b = 0$ und $\tau = \tau_0$. Daraus folgt

$$\sigma'_{max} = +\sqrt{\tau_0^2} = \tau_0$$

$$\sigma'_{min} = -\sqrt{\tau_0^2} = -\tau_0$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \pm \frac{2\tau_0}{2} = \pm \infty$$

Hauptdruck- und Hauptzugspannungen sind demnach entgegengesetzt einander gleich und nehmen die Größe τ_0 an.

Aus $\operatorname{tg} 2\varphi = \pm \infty$ folgt

$$2\varphi = 90^0 \text{ und } 2\varphi = 270^0,$$

demnach $\qquad \varphi = 45^0$ und $\varphi = \frac{270}{2} = 135^0.$

Damit sind die Richtungen der beiden Hauptspannungen gegeben. Die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchungen sind in Abb. 116 eingetragen.

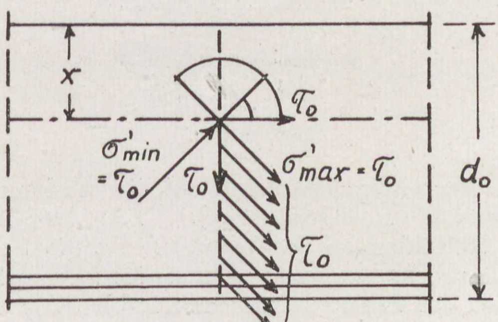


Abb. 116.

Da von der neutralen Achse (Nullinie) abwärts keine Normalspannungen wirken, die Schubspannungen aber konstant gleich τ_0 bleiben, so sind hier die Hauptspannungen stets

$$\sigma' = \pm \tau_0.$$

Bei den üblichen Ausführungen erreicht die Schubspannung τ_0 selten den Wert 10 kg/cm².

Die Größe τ_0 hängt ab von den Betonabmessungen z, h und b bzw. b_0, wobei z hauptsächlich durch h beeinflußt wird. Nach den amtlichen Bestimmungen (§ 18, Ziffer 4) sollen die Betonabmessungen derart gewählt werden, daß τ_0 nicht größer als 14 kg/cm² (in der Nähe des Auflagers beim Balken auf zwei Stützen). Dann bleibt die Hauptdruckspannung $\sigma'_{min} = - \tau_0$ für unsere Betrachtungen ohne Bedeutung, da die zulässige Betondruckspannung erheblich größer ist. Um so gefährlicher sind die Hauptspannungen

$$\sigma'_{max} = + \tau_0,$$

da der Beton gegenüber Zugspannungen sehr empfindlich und nicht verläßlich ist.

Wirkung und Aufnahme der Hauptspannungen

Man könnte zunächst vermuten, daß infolge der Spannungen τ_0 Zerstörungen eintreten könnten ähnlich Abb. 112. Bruchversuche zeigten jedoch solche Risse nicht, sondern schräge Risse in der Nähe der Auflager (Abb. 117). (Die außerdem ungefähr in Feldmitte auf-

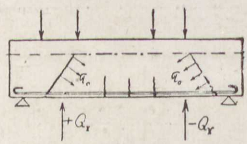


Abb. 117.

tretenden lotrechten Risse sind auf die Wirkung der Biegungsmomente zurückzuführen). Die Erklärung der schrägen Rißbildungen ist folgende: Da die Schubfestigkeit meistens etwa doppelt so groß ist als die Zugfestigkeit, so ist der Beton naturgemäß infolge der Hauptzugspannungen längst zerrissen und zerstört, ehe die Schubfestigkeit erreicht wird, während es bei den homogenen Baustoffen vielfach umgekehrt ist, da deren Schubfestigkeit meist kleiner ist als die Zugfestigkeit.

Wenn im vorliegenden Falle also die Schubspannungen bzw. Hauptzugspannungen zu große Werte annehmen, so treten Hauptzugrisse auf (Abb. 117), die, wie leicht verständlich, sich zuerst an den Auflagern zeigen müssen, weil dort Q und damit auch τ_0 ihre größten Werte erreichen.

Das natürliche Mittel zur Aufnahme der unzulässigen Hauptzugspannungen ist in der Anordnung von Eisen in Richtung dieser Spannungen gegeben. Zu dem Zwecke biegt man diejenigen Längsstäbe ab, die zur Uebertragung der Biegungsmomente in der Zugzone nicht mehr erforderlich sind, und zwar in Richtung der Hauptzugspannungen, demnach unter 45^0 gegen Unterkante des Balkens ansteigend (Abb. 128). Ein weiteres Mittel sind die Bügel. Da diese lotrecht zur Richtung der Eisen eingebaut werden müssen, um ein Gleiten an den Längsstäben zu verhüten, so ist ersichtlich, daß Bügel nicht in so wirksamer Weise die Hauptzugspannungen aufnehmen können wie Stabbiegungen, abgesehen davon, daß sie auch unwirtschaftlich für diesen Zweck sind; durch Versuche des deutschen Ausschusses für Eisenbeton wurde erwiesen, daß die Bügel Bewegungen lotrecht abwärts gerichtet vollführen, also offenbar in dieser Richtung gezogen und nicht auf Abscheren infolge der Schubspannungen beansprucht werden.

Wenn die Bügel auch für die Aufnahme der Hauptspannung weniger geeignet sind, so können sie doch nicht entbehrt werden, wie weiter unten gezeigt werden wird.

Bevor die Berechnung der Stababbiegungen und Bügel erfolgt, sollen zunächst die **τ_0-Linien**

τ_0-Linien

behandelt werden.

a) b_0 und z konstant.

Bei konstantem b_0 und z ähneln die τ_0-Linien durchaus den Querkraftlinien oder Flächen, wie sie im Abschnitt III besprochen worden sind. Man braucht z. B. bei einem Balken auf 2 Stützen die Werte Q_x nur mit dem Werte **Gleichmäßiger Querschnitt**

$\frac{1}{b_0 \cdot z}$ malzunehmen, um die Schubspannungen τ_0 an jeder Stelle des Balkens zu erhalten. Offenbar wird dieselbe in der Nähe des Auflagers am größten sein, da hier Q_x gleich dem Auflagerdruck A wird. Man erhält

$$\tau_{0max} = \frac{A}{b_0 \cdot z},$$

ein Wert, der nach § 18 Ziffer 4 der amtlichen Bestimmungen nicht größer als 14 kg/cm² sein darf.

α) Gleichmäßig verteilte Belastung.

Für gleichmäßig verteilte Belastung ist das Verfahren recht einfach, da die Schubspannungen proportional mit der Zunahme der Querkraft wachsen, und zwar von der Mitte aus nach beiden Seiten hin. Man berechnet einfach τ_{0max} und zeichnet das Schubkraftdreieck $\alpha\ \beta\ \gamma$ für die linke Trägerhälfte (Abb. 118).

Nach § 18 Ziffer 4 müssen aber in denjenigen Trägerteilen, in denen die zulässige Schubspannung von 4 kg/cm² bei Handelszement und 5,5 kg/cm² bei hochwertigem

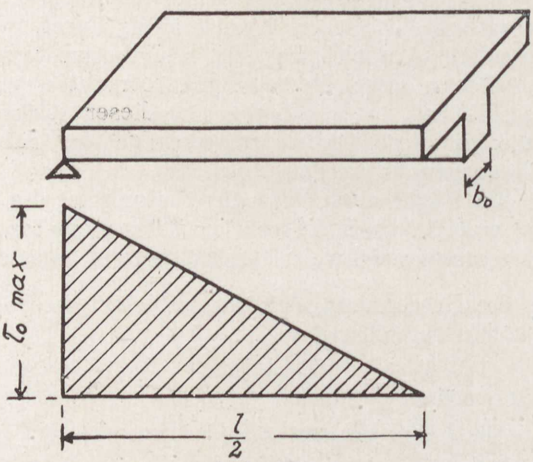


Abb. 118.

Zement überschritten wird, sämtliche Schubspannungen auf der betreffenden Feldseite entweder durch Bügel allein, oder durch Stababbiegungen allein, oder aber durch beide zusammen übertragen werden, so daß demnach die Mitwirkung des Betons völlig ausgeschaltet wird. Ist nun in der Entfernung x vom linken Auflager die Schubspannung in der neutralen Faser gerade gleich 4 kg/cm², also

$$\tau_{0x} = 4\ \text{kg/cm}^2 = \frac{Q_x}{b_0 \cdot z}$$

und daraus

$$Q_x = 4 \cdot b_0 \cdot z,$$

so läßt sich x leicht aus der Proportion berechnen:

$$x : (\tau_{0max} - \tau_{0x}) = \frac{1}{2} : \tau_{0max},$$

oder

$$x = \frac{(\tau_{0\,max} - \tau_{0x})}{\tau_{0max}} \cdot \frac{1}{2}$$

oder

$$x = \frac{A - Q_x}{A} \cdot \frac{1}{2}.$$

Setzt man im Nenner $A = g \cdot \frac{1}{2}$, wobei g die gleichmäßig verteilte Belastung in kg für das laufende Meter bedeutet, wird schließlich

$$x = \frac{A - Q_x}{g}$$

die gesamte Schubkraft auf der Strecke x und der Breite b_0 des Trägers

Die gesamte Schubkraft auf der behandelten Feldseite

$$T = \frac{b_0 \cdot l}{4} \tau_{0\,max}$$

muß wie oben erwähnt durch Bügel bzw. durch Bügel und Stababbiegungen aufgenommen werden. Die erste Aufbiegung wird praktisch an der Stelle für $\tau = 4$ kg/cm² vorgenommen, weswegen oben die Berechnung von x durchgeführt ist.

β) Beliebige Belastung.

Bei ganz beliebiger Belastung geht man in derselben Weise vor wie bei gleichmäßig verteilter Belastung. Nur muß man hier τ_0 für die verschiedenen Werte Q_x berechnen.

Trägt man die τ_0-Werte senkrecht zur Stabachse in den betreffenden Querschnitten in einem beliebigen Maßstabe auf (Abb. 119), so ist die Verbindungslinie der Endpunkte der τ_0-Größen die τ_0-Linie und die Fläche zwischen der τ_0-Linie und Stabachse die τ_0-Fläche. Die Stabachse teilt die τ_0-Fläche in gleich oder ungleich große Flächenteile, je nach Verteilung der Lasten auf dem Träger.

b) b_0 und z veränderlich.

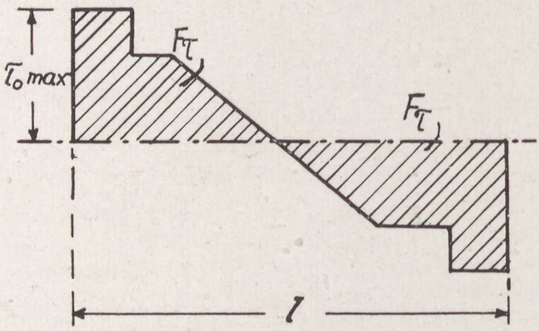


Abb. 118a

Veränderlicher Querschnitt

Im Eisenbetonbau macht man häufig davon Gebrauch, die Balkenhöhe in der Nähe der Aufleger konsolartig zu= nehmen zu lassen. Bei dieser Aenderung von h und da= mit z ist folgendes zu beachten.

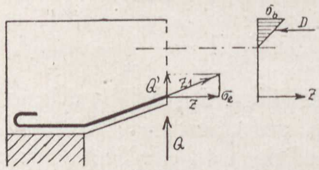


Abb. 119

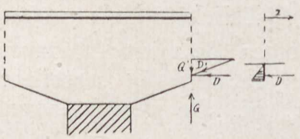


Abb. 120.

Abb. 119 und 120 mögen solche Konsolteile darstellen, und in den Schnitten seien entsprechend dem Sinn des Momentes die Resultierenden der Zug= und Druckspan= nungen eingetragen. Nach Abb. 119 hat die lotrechte Komponente von Z_1 gleiche Richtung und gleichen Sinn wie Q, während nach Abb. 120 die lotrechte Komponente von D_1 entgegengesetzten Sinn wie Q hat. Im ersteren Falle tritt also eine Verminderung der Schubspannungen ein. Professor Mörsch hat diese Verhältnisse eingehend untersucht und kommt zu dem Ergebnis, daß eine Quer⸗schnittsvergrößerung durch Konsolanordnung bei der Be⸗rechnung der Schubspannung τ_0 nur dann von günstigem Einfluß ist, wenn mit der Zunahme der Höhe h gleich⸗zeitig auch eine Zunahme des Biegungsmomentes verbun⸗den ist.

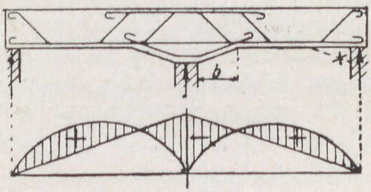


Abb. 121.

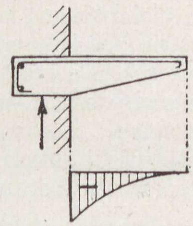


Abb. 122.

Nach Abb. 121 wächst die Querschnittshöhe nach der Mittelstütze zu gleichzeitig mit dem Moment. Hier wirkt also eine Konsolausbildung günstig, deren Neigung nach § 17 Ziffer 14 der amtlichen Bestimmungen nicht steiler als 1 : 3 sein soll, wobei das Maß b so zu wählen ist, daß der Momentennullpunkt außerhalb der Schräge zu liegen kommt. An den Endauflagern (wie bei den Auflagern des Balkens auf zwei Stützen) ist eine Konsole mit Rück⸗sicht auf die Querkraft zwecklos, da hier eine Abnahme des Momentes erfolgt. Eine Verbreiterung des Steges nach den Auflagern hin erweist sich weit vorteilhafter (Abb. 123).

In Abb. 122 wirkt die Vergrößerung der Balkenhöhe d_0 nur günstig, weil sie mit der Zunahme des Biegungs⸗momentes wächst.

Eine Querschnittsverbreiterung (Abb. 123) hat auf die Richtung von Z oder D überhaupt keinen Einfluß, kann also stets berücksichtigt werden.

Bei der Berechnung der Schubspannungen beachte man deshalb die vorstehenden Ausführungen.

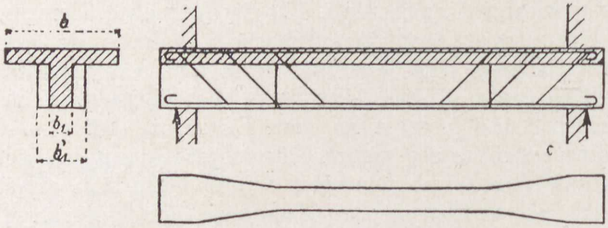


Abb. 123.

Bei gleichförmig verteilter Belastung ermittelt sich nunmehr die τ_0-Linie wie folgt:

Man zeichne zunächst (Abb. 123) die τ_0-Linie unter der Annahme, daß b_0 bzw. h konstant für die ganze Balkenlänge seien. Die τ_0-Linie ist in diesem Falle bekanntlich der Q-Linie ähnlich und die größte Schubspannung wäre an der Stelle B etwa $\tau_0{}'_{max}$. Da nun aber die Konsole

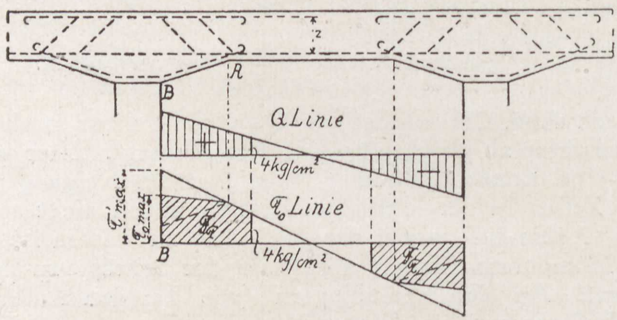


Abb. 124.

eine Verringerung der Schubspannung herbeiführt, Querschnittsvergrößerung und Q-Linie gradlinig verlaufen, muß auch die Abnahme der Schubspannungen im Bereich der Konsole geradlinig erfolgen, so daß unter B nur noch der Wert τ_{0max} vorhanden ist. (Bei gebrochener Form der Q-Linie oder bogenförmig gestalteten Konsolen müßte man je nach dem gewünschten Grade der Genauigkeit Zwischenwerte errechnen.)

Damit ist der tatsächliche Verlauf der Schubspannungen für die neutrale Achse unter Berücksichtigung der Konsolen (d. h. h veränderlich) bekannt.

Bei Einzellasten ist sinngemäß zu verfahren. Sind von A ab die Werte h und b_0 gleichzeitig veränderlich, so ist darauf zu achten, daß die τ_0-Linie im Bereich der Konsole auch wie gestrichelt angegeben verlaufen, unter B demnach eine zulässige Schubspannung vorhanden sein kann. Es empfiehlt sich deshalb, die Schubspannungen sowohl am Beginn als auch am Ende einer Konsole zu berechnen.

3. Berechnung der Stababbiegungen und Bügel.

Für die Berechnung der Stababbiegungen und Bügel geht man praktisch so vor, daß man zuerst die Bügelbewehrung errechnet, wenn man sie an der Aufnahme der schrägen Zugspannungen teilnehmen lassen will.

Die gesamte aufzunehmende horizontale Schubkraft T zerlegt man in die Richtungen der Hauptzug- bzw. Hauptdruckspannungen (s. Abb. 125). Dann wird

$$Z = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

d. i. die Zugkraft, die von den Schrägeisen aufgenommen wird.

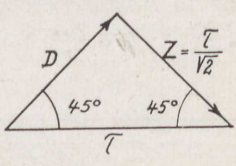


Abb. 125.

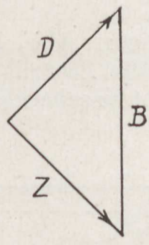


Abb. 126.

Wenn die Bügel allein die Hauptzugkraft aufnehmen sollen, zerlegt man Z in eine lotrechte Komponente, die der lotrechten Stellung der Bügel entspricht und in eine unter 45° geneigte Komponente. Die Gesamtzugkraft B ergibt sich zu

$$B = Z\sqrt{2} = \frac{T}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}, \text{ d. h. } B = T$$

Gewöhnlich wird den Bügeln nur ein kleiner Teil der Hauptzugkraft zugewiesen, während der große Teil von den Schrägeisen aufgenommen wird.

Angenähert nimmt ein doppelschnittiger Bügel die Schubspannung

$$\tau_B = \frac{2\,P}{F} \text{ auf.}$$

Hier bedeutet

$P = f_e\ \sigma_e =$ Bügelquerschnitt × zul. Spannung

$F = be =$ Querschnittsbreite × Bügelabstand

also

$$(26a) \quad \ldots\ldots \quad \tau_B = \frac{2\,f_e \cdot \sigma_e}{b\,e}\ \text{kg/cm}^2$$

Auf die Schrägeisen entfällt nur der Rest der Zugspannung; $Ts = T - T_B$; der erforderliche Querschnitt für die Schrägeisen ist dann

$$(26b) \quad \ldots\ldots \quad F_e = \frac{T_s}{\sigma_e}$$

Anordnung der Schrägeisen Die Verteilung der aufzubiegenden Eisen muß so sein, daß sich die Eisen möglichst gleichmäßig an der Aufnahme der Hauptzugkraft Z beteiligen. Man zerlegt also die Schubspannungsfläche in soviel gleiche Teile, wie Eisen aufzubiegen sind.

Bei rechteckiger (Abb. 127) Form der Schubspannungsfläche erfolgt die Einteilung in inhaltsgleiche Teilflächen leicht durch entsprechende Einteilung der Grundlinie.

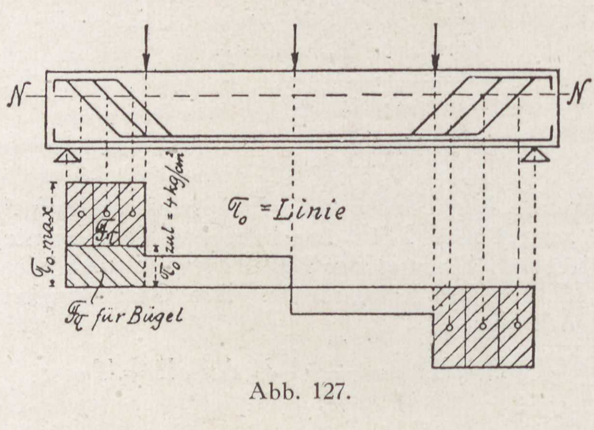


Abb. 127.

Sämtliche Schubspannungen müssen entweder ganz von den Schrägstäben (Abb. 127 rechter Teil) übernommen, oder aber (linker Teil) bis zu 4 kg/cm² den Bügeln, der Rest dagegen den Stababbiegungen zugewiesen werden.

Bei gleichmäßig verteilter Belastung (Abb. 128) zeichnet man zunächst wieder wie bekannt das Schubkraftdreieck $\alpha\beta\gamma$ und bestimmt durch die zulässige Schubspannung $\tau_0 = 4\text{kg/cm}^2$ die Entfernung x. Jetzt teilt man x in so=viel gleiche Teile, wie Eisen aufzubiegen sind, schlägt über x einen Halbkreis und überträgt die Kreisschnittpunkte 1, 2 usw. durch Drehung um Punkt γ_1 nach x. Auf diese Weise wird die in Betracht kommende Schubspannungsfläche in eine Anzahl flächengleicher Lamellen zerlegt und durch deren Schwerpunkt s_1, s_2 usw. die Lage der Schrägeisen festgestellt.

Man kann die τ_0=Werte auch in Richtung der Schräg=eisen (also unter 45°) auftragen, das Verfahren bleibt das=selbe wie vorher.

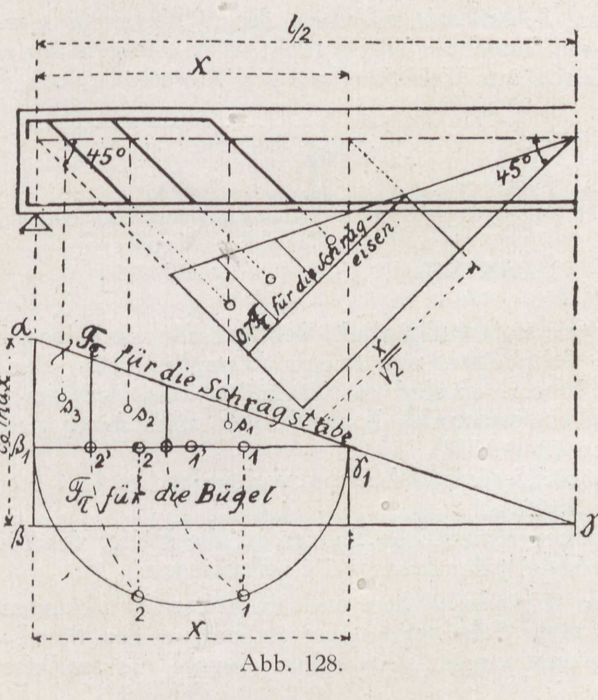


Abb. 128.

Bezüglich der Verankerung der unter 45° abgebogenen Eisen im Beton durch eine wagerechte Weiterführung von beliebiger Länge sei bemerkt, daß ein solche Weiterführung bis ans Auflager unbedingt vorzuziehen ist. Durch Versuche ist nachgewiesen, daß derartige Konstruktionen gegenüber anderen Bauweisen erheblich tragfähiger sind. Nach § 14 Ziffer 1 der amtlichen Bestimmungen sind Zugeiseneinlagen an ihren Enden mit runden oder spitzwinkligen Haken zu versehen, deren lichter Durchmesser gleich dem 2,5 fachen des Eisendurchmessers ist. Der lichte Krümmungshalbmesser soll bei abgebogenen Eisen das 10 bis 15=fache des Eisendurchmessers betragen.

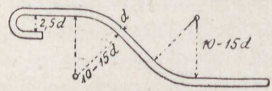


Abb. 129.

Zum Schluß soll nochmals darauf hingewiesen werden, daß die Stababbiegungen nicht dort erfolgen dürfen, wo die Eisen zur Uebertragung des Momentes noch in der

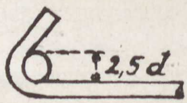


Abb. 130.

Abb. 131.

Zugzone notwendig sind. Nötigenfalls sind dann besondere Schubeisen mit langen Verankerungen einzulegen oder besser, es sind die Eisen bis zum Auflager durchzuführen, senkrecht hochzubiegen und dann zurückzubiegen (Abb. 131).

Ist nicht genügend Eisen vorhanden, so legt man einzelne Stäbe zu.

Bei kontinuierlichen Platten ist die Hälfte der Eisen in etwa $^1/_5$—$^1/_4$ der Spannweite aufzubiegen.

Aus wirtschaftlichen und statischen Erwägungen wird man stets Schrägstäbe zur Aufnahme der Schub= bzw. Hauptspannungen verwenden, obwohl die amtlichen Be=

stimmungen ausdrücklich Bügel allein zur Uebertragung zulassen. Andererseits dürfen die Bügel nicht fortgelassen werden, sie haben wichtige Funktionen zu erfüllen.

Zunächst übernehmen sie die Schub- und Hauptspannungen in Feldmitte bei teilweiser Nutzbelastung (Abb. 132), da hier Stababbiegungen der Eiseneinlagen mit Rücksicht auf das Biegungsmoment nicht erfolgen können. Sie stellen ferner eine wirksame Verbindung zwischen

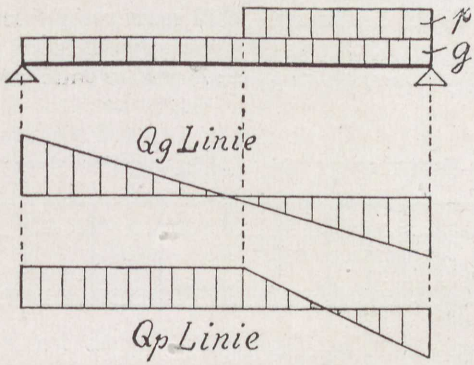


Abb. 132.

Druck- und Zugzone oder Platte und Steg her und sichern somit die Voraussetzungen, die bei Berechnung der Normalspannungen gemacht wurden. Bei Bruchversuchen hat man ein Herabdrücken der Längseisen, ein Loslösen in senkrechter Richtung nach unten beobachtet. Diese Zerstörung wird ebenfalls durch Bügel wirksam verhindert. Bei ihrer Verwendung ist ein Balken erheblich besser geeignet, dynamische Wirkungen, Erschütterungen aufzunehmen.

Nach § 9 Ziffer 2 und 4 der amtlichen Bestimmungen ist auf eine gute Verknüpfung der durchlaufenden Zug- oder Druckeisen mit Verteilungseisen und Bügeln besondere Sorgfalt zu verwenden, und es wird ausdrücklich betont, daß in Plattenbalken stets Bügel anzuordnen sind, um den Zusammenhang zwischen Steg und Platte zu gewährleisten.

Aus Vorstehendem erhellt, daß die Bügel bis in die Druckzone des Querschnittes zu führen sind und dort durch Umbiegen, besser noch durch Umfassen von Verteilungseisen verankert werden müssen.

Anordnung der Bügel

Sollen die Bügel die gesamte Schubspannung übernehmen, was nach den amtlichen Vorschriften erlaubt ist, verfährt man ähnlich wie bei der Berechnung der Stababbiegungen (Abb. 133). Man ermittelt die Anzahl i der Eisen und teilt die Schubspannungsfläche in eine Anzahl i flächengleicher Lamellen; durch ihre Schwerpunkte ist die Lage der Bügel bestimmt. Will man zur größeren Sicherheit die ganze Schubkraft von den Bügeln aufnehmen lassen, so setze man $\tau_{o\,zul} = 0$ und wende nunmehr zur

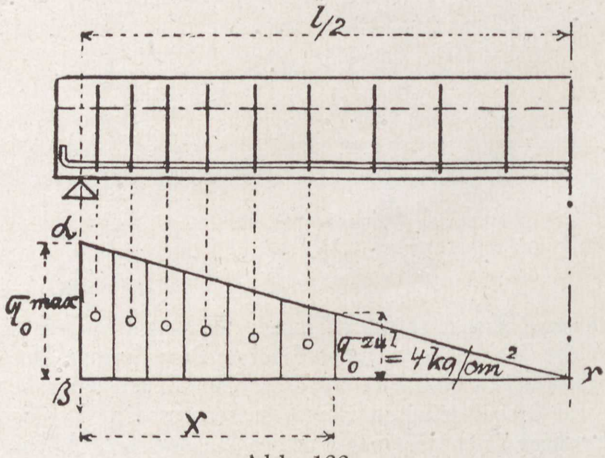


Abb. 133

Herstellung der flächenreichen Lamellen das nach Abb. 133 erläuterte Verfahren an.

Wie bereits bemerkt, kommen Bügel allein nur selten zur Uebertragung der Schubspannungen in Betracht; es werden stets auch Schrägstäbe herangezogen. Weist man alsdann den Bügeln die Schubspannungen bis 4 kg/cm² (= τ_o zulässig) zu, den Rest dagegen den Schrägstäben wie in Abb. 128 bereits angedeutet, gestaltet sich die ganze Berechnung wie vorstehend gezeigt ist.

4. Haftspannungen.

Haft-spannungen

Bei einem reinen Betonbalken sind die Schubspannungen in den oberen und unteren Fasern gleich Null und erreichen in der neutralen Faser ihren größten Wert (Abb. 111). Bei einem Eisenbetonbalken sind nach den amtlichen Bestimmungen Zugspannungen im Beton als nicht vorhanden anzunehmen, so daß die Schubspannung τ_0 von der neutralen Faser nach unten einen konstanten Wert bis zur Eiseneinlage beibehält. An dieser Stelle wird die Schubspannung τ_0 durch die Eisenzugkraft ausgeschaltet. Hierzu ist erforderlich, daß die Schubspannung durch die Haftspannung τ_1 in das Eisen übergeleitet wird. Diese Haftspannung darf natürlich nicht kleiner sein als die Schubspannung des Betons. $\tau_0\, b_0\, z = \tau_1\, u\, z$ (27). Andernfalls würden sich infolge dieser die Eisen lösen bzw. in ihrer Längsrichtung durch den Betonkörper hindurchdrücken. Es muß also für den Fall des Gleichgewichts die Adhäsion zwischen Beton und Eisen mindestens ebenso groß sein wie die Kohäsion zwischen den einzelnen Betonteilchen.

Die Berechnung der Haftspannung in einem auf Biegung beanspruchten Querschnitt werde unter der Voraussetzung durchgeführt, daß die in der Zugzone befindliche Eiseneinlage ausschließlich die auftretenden Zugkräfte aufnehme (Abb. 134). Bedeutet U die Gesamtober-

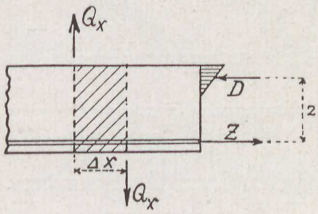


Abb. 134.

fläche der Eiseneinlage und τ_1 die auf dem Umfang sich gleichmäßig verteilende Haftspannung in kg/cm², so kann nur Gleichgewicht vorhanden sein, wenn

$$\tau_1 \cdot U \cdot \Delta x = Z = \frac{Q_x \cdot \Delta x}{z} \text{ ist.}$$

Daraus folgt

$$\tau_1 = \frac{Q_x}{z \cdot U},$$

oder da $\tau_0 = \frac{Q_x}{b_0 \cdot z}$ ist,

$$\tau_1 = \frac{b_1 \cdot \tau_0}{U}$$

Die zulässige Haftspannung τ_1 (Gleitwiderstand) beträgt nach den amtlichen Bestimmungen 5 kg/cm² unter der Voraussetzung, daß sie für auf Biegung beanspruchte Platten und Balken ermittelt wird, wenn nur gerade Eisen mit oder ohne Bügel vorhanden sind.

Sind dagegen Eisen nach der einfachen oder mehrfachen Strebenanordnung abgebogen (wobei die schraffierten Betonstreifen die Druckstreben darstellen), so daß sie imstande sind, die gesamten schrägen Zugspannungen allein aufzunehmen, braucht nach den amtlichen Bestimmungen für die Berechnung der Haftspannung an den unteren gerade geführten Eisen nur die halbe Querkraft in Ansatz gebracht zu werden.

Wird der zulässige Wert von 5 kg/qcm überschritten, so kann man den Umfang der Eisen vergrößern, indem man bei gleichem Querschnitt die Anzahl der Stäbe vermehrt. Doch ist hierbei wohl zu beachten, daß der Be-

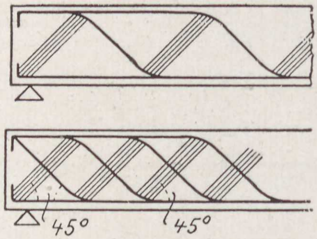


Abb. 135

tonquerschnitt zwischen den Eisen nicht zu sehr geschwächt wird. Es erfolgt sonst ein Absprengen der unterhalb der Eiseneinlage liegenden Betonschicht, wie Versuche im Materialprüfungsamt zu Berlin dargetan haben. Uebrigens ist durch vielfache Versuche festgestellt worden, daß die Haftfestigkeit des Eisens im Beton größer ist als die Schubfestigkeit. Gewaltsam herausgezogene Eisenstäbe haben die sie umgebende Betonmasse mit fortgerissen. Kleinlogel weist darauf hin, daß die Haftspannung eine Funktion der Zugkräfte im Eisen sei. Sie wird zuerst dort in Anspruch genommen, wo die ersten Betonzugrisse entstehen, also im Gebiete der größten Biegungsmomente. Beim frei aufliegenden Träger nimmt somit die Haftspannung im Gegensatz zu den Schubspannungen nach den Auflagern hin ab. Verankert man die Zugeisen im Beton durch kräftige Endhaken oder Stabaufbiegungen (Abb. 135), so wird eine viel größere Haftfestigkeit erreicht als durch Vermehrung des Eisenumfanges, so daß hiernach eine Berechnung derselben überhaupt entbehrlich erscheint. In § 18 Ziffer 5 der amtlichen Bestimmungen heißt es deshalb:

Verankerung der Eisen

Die Haftspannungen brauchen nicht berechnet zu werden, wenn die Enden der Eisen mit runden oder spitzwinkligen Haken versehen und dabei die Eisen nicht stärker als 25 mm sind.

Die letzte Bedingung soll bezwecken, daß der Druck auf den Beton bei nur einzelnen starken Eisen nicht zu groß wird, da sonst leicht eine Zerstörung des Betons eintritt. Bei Plattenbalken empfiehlt sich, namentlich bei schweren Konstruktionen, eine Verankerung durch besondere Ankereisen (Splinte), um welche die Zugstäbe herumgebogen werden (Abb. 136), während das Ankereisen in der Ebene der Stäbe, also horizontal und rechtwinklig

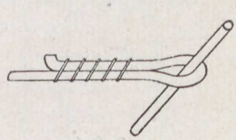


Abb. 136.

zu diesen verlegt wird und satt anliegen muß. Versuche haben erwiesen, daß bei geraden, nicht verankerten Stäben der Bruch gewöhnlich mit den ersten Rissen eintrat, während er bei verankerten Stäben erst bei einer 70—95 Prozent höheren Last erfolgte.

Bei der oben erwähnten Verankerung durch Quereisen erfolgte der Bruch überhaupt nicht, solange die Fließgrenze des Eisens nicht erreicht war. Erst mit dem Nachgeben des Eisens selbst trat die Zerstörung des Balkens ein.

Schließlich möge noch erwähnt werden, daß außer den Schrägstäben auch die Bügel zur Erhöhung der Haftfestigkeit an den geraden Eisen beitragen. Man erkennt, daß bei einer gut durchgeführten Konstruktion Sicherheitsfaktoren vorhanden sind, ohne daß diese in Rechnung gestellt werden.

5. Materialverteilung.

Materialverteilung

Sind nach den gegebenen Formeln und Regeln die Eisen und ihre Querschnitte berechnet, ordne man die Längsstäbe symmetrisch in bezug auf die Kräfteebene. Bei einem kontinuierlichen Träger (z. B. Balken auf 3 Stützen, Abb. 121) werden die über dem gemeinsamen Auflager an Oberkante Balken erforderlichen Eisen durch Stababbiegungen aus den benachbarten Feldern I und II gewonnen und die Anordnung der Eisen daselbst so getroffen, daß sie über die Mittelstütze (Abb. 137) aneinander ohne Störung vorbeikommen können. In den Abb. 135 bezeichnen die Eisen mit gleichem Buchstaben solche von gleicher Form, mit der Kennziffer 1 bzw. 2 die Lage in

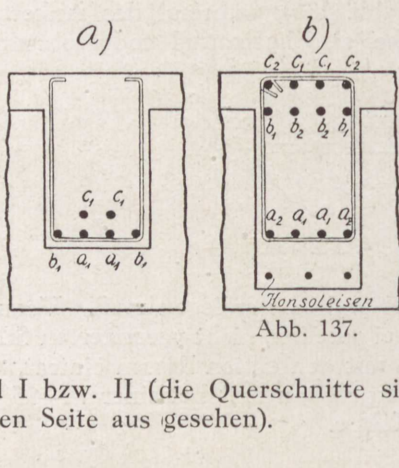


Abb. 137.

Feld I bzw. II (die Querschnitte sind sämtlich von derselben Seite aus gesehen).

Die Berechnung der Stababbiegungen nach den ermittelten Formeln gibt den statisch erforderlichen Mindestbedarf an. Aus konstruktiven Gründen soll etwa 50 Prozent der Längseisenquerschnitte hochgebogen werden.

Biegt man etwa 70 Prozent ab, so ist eine genaue Berechnung nicht mehr notwendig.

Aber auch bei rechnerischer Festlegung ist das Ergebnis daraufhin zu prüfen, daß die Stababbiegungen gemäß Abb. 138 erfolgen. Hiernach soll die erste Abbiegung die lotrechte Verlängerung der äußeren Kante des Auflagers schneiden und die wagerechte Entfernung der Abbiegun-

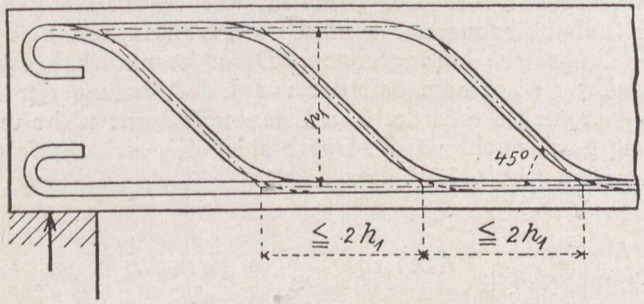


Abb. 138.

gen von einander gleich oder kleiner, jedoch nicht größer als der doppelte lotrechte Abstand h_1 der Schwerpunkte der an Ober- und Unterkante liegenden Eisen sein (siehe auch Abb. 135, doppelte Strebenanordnung).

Es empfiehlt sich, den oberen wagerechten Teil der Schrägstäbe stets bis zum Auflager durchzuführen und ihn mittels Haken gewissermaßen im Beton zu verankern. Die Sicherheit der Konstruktion wird dadurch wesentlich erhöht. Die Richtungsänderung darf nur allmählich erfolgen und ist entsprechend Abb. 129 auszuführen.

Für die einfacheren Eisenbetonkonstruktionen im Hochbau dürfen die Bügel ohne Berechnung nach folgenden Regeln eingelegt werden:

In der Nähe der Auflager sind die Bügel dicht anzuordnen in Entfernungen von

etwa 15 cm bei 7 m/m ⌀,
„ 20 cm „ 9 oder 10 m/m ⌀.

14

Nach der Mitte hin darf der Abstand größer werden, etwa gleich der Stegbreite b_0 bei Plattenbalken, jedoch nicht über 30 cm.

Bügel sollen niemals fehlen und am besten nach Abb. 131 geformt werden, indem sie z. B. bei Plattenbalken die Längsstäbe umschließen, an Außenseite Steg hochgehen und im Druckgurt verankert werden.

Die vorstehend gegebenen Regeln bezüglich Stababbiegungen und Bügeln gelten nur für Balken, Plattenbalken, schwer belastete Decken und Fundamentplatten.

Wie bereits mehrfach bemerkt, werden zur Herstellung der Stababbiegungen die im Untergurt (Zugzone) liegenden Längseisen herangezogen. Dann ist natürlich darauf Bedacht zu nehmen, daß der zur Uebertragung der Biegungsmomente erforderliche Eisenquerschnitt nicht unzulässig geschwächt wird. Der Nachweis geschieht folgendermaßen (Abb. 139).

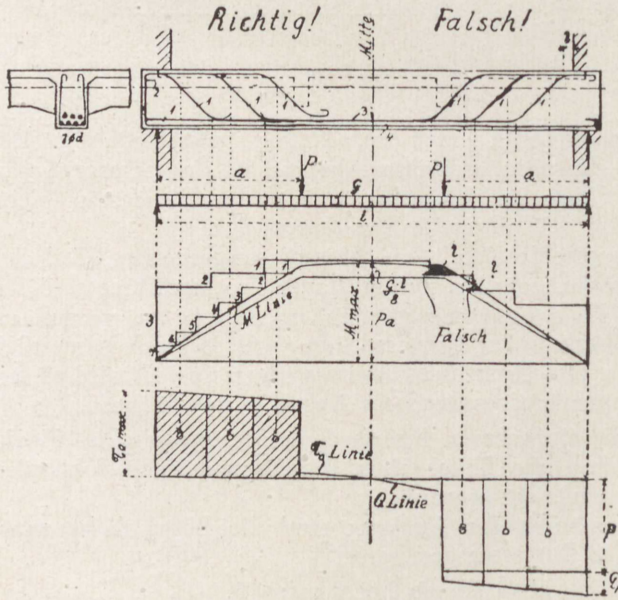


Abb. 139.

Es bedeutet G die gesamte Eigenlast der Rippe, P die von den Nebenbalken übertragenen Auflagerdrücke (G im Verhältnis zu P also verhältnismäßig klein).

Die erforderlichen Linien, M⸗Linie, τ_0⸗Linie für die linke Balkenhälfte, Q⸗Linie für die rechte Balkenhälfte, sind in Abb. 139 maßstäblich dargestellt. Da b_0 und z konstant angenommen worden sind, ist die τ_0⸗Linie der Q⸗Linie ähnlich. Die Berechnung habe nun ergeben:

Für $M_{max} = P \cdot a + \frac{G \cdot 1}{8}$ an Eisen erforderlich 6½ $\varnothing$ δ mm vom Querschnitt F_e cm² bei einer zulässigen Spannung σ_e kg/cm².

Eingebaut seien:

$$7 \varnothing \delta \text{ mm mit } F_{e1} \text{ cm}^2 \; (F_{e1} > F_e)$$

Für $F\tau$ seien abzubiegen:

$$3 \varnothing \delta \text{ m/m.}$$

Die rechnerische Ermittlung habe die theoretische Lage der Abbiegungen in der linken Balkenhälfte durch kurze Striche angedeutet ergeben. Dann sind die Schrägstäbe mit Rücksicht auf konstruktiv⸗praktische Erwägungen so einzulegen, wie es in der linken Balkenhälfte geschehen ist. (Die mittlere Abbiegung liegt in der Mitte der benachbarten Abbiegungen). An Hand der M⸗Linie möge nun die Zulässigkeit der Stababbiegung nachgewiesen werden.

Infolge des größer eingebauten Eisenquerschnittes kann der Balken ein größeres Moment als das erforderliche M_{max} aufnehmen. Es ist

$$M_{vorhanden} = Z \cdot z = \sigma_e \cdot F_{e1} \cdot z;$$

hierin ist für σ_e die zulässige Spannung in kg/cm² gemäß den amtlichen Bestimmungen,

für F_e der Querschnitt der 7 $\varnothing$ δ mm in cm²,

für z der Abstand der Größen Z und D (Abb. 113) in cm zu setzen.

Entsprechend der Anzahl der vorhandenen Eisen teile man $M_{vorh.}$ in 7 gleiche Teile und übertrage die Teilpunkte durch Parallele zur Basis der M_{erf}⸗Linie an die $M_{erf.}$⸗Linie. Die Setzstufen der unteren Staffellinie geben dann diejenigen Stellen an, wo jedesmal eins der für das Biegungsmoment erforderlichen Eisen entbehrt, d. h. abge⸗

zweigt werden kann. Man erkennt sofort, daß zunächst der Einzellast P mit Rücksicht auf das Biegungsmoment kein Eisen abgebogen werden darf. Hier tritt der Fall ein, wonach eins der Eisen entsprechend Abb. 131 auszubilden ist.

Die obere Staffellinie ($M_{vorh.}$-Linie) darf nicht in die $M_{erf.}$-Linie einschneiden.

Die rechte Hälfte der Abb. 139 zeigt, wie die Materialverteilung nicht aussehen soll.

In der Gleichung

$$M_{vorh} = \sigma_e \cdot F_e \cdot z$$

darf ein und derselbe Wert z unbekümmert um die Anzahl der Eisen beibehalten werden, solange die Balkenhöhe d für alle Querschnitte gleich ist. σ_e und z sind also konstante Größen, nur F_e ist je nach Zahl der Eisen veränderlich.

Wechselt jedoch die Querschnittshöhe des Balkens, wird auch z veränderlich, so daß für eine Reihe von Querschnitten die erforderlichen Eisen ausgerechnet werden müssen.

Im übrigen bleibt das Verfahren der Materialverteilung bestehen.

Im 2. Bande dieses Werkes sind Aufgaben aus der Praxis unter Berücksichtigung der Wirkungen der Verkehrsbelastung (gleichmäßig verteilt und Einzellasten) ausführlich behandelt worden.

VIII. Die mittig belastete Stütze.

Wird eine Stütze oder Säule mittig oder gleichmäßig belastet, so tritt eine Beanspruchung auf Druck und auf Knicken auf. Letztere wird weiter unten behandelt werden; hier sollen zunächst die Druckspannungen und ihre Wirkungen untersucht werden. **Berechnung der Druckspannungen**

Handelt es sich um einen homogenen Körper, etwa um eine Betonsäule, ohne Eiseneinlagen (Abb. 140), so setzt man voraus, daß eine senkrecht wirkende Kraft P sich in ihrer Wirkung gleichmäßig über die ganze Querschnittsfläche verteilt, und ein Zusammendrücken des Körpers, d. h. ein Näherrücken der ebenen Querschnittsflächen F verursacht. Die Druckspannung würde dann $\sigma_b = \frac{P}{F}$ sein.

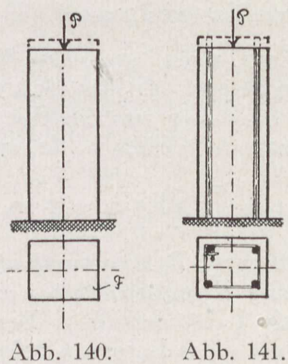


Abb. 140. Abb. 141.

Nach den amtlichen Bestimmungen vom September 1925 für Ausführung von Bauwerken aus Beton ist gemäß § 4 Ziffer 2 bei Stützen und Pfeilern die Druckbeanspruchung oder Druckspannung σ_b mit zunehmendem Ver=

hältnis von Höhe (Länge) zur kleinsten Dicke abzumindern und höchstens anzunehmen:

für das Verhältnis	1 : 1	zu $^1/_1$	der Druckfestigkeit,
„ „ „	5 : 1	„ $^1/_2$	„ „
„ „ „	10 : 1	„ $^1/_4$	„ „

wobei Zwischenwerte geradlinig einzuschalten sind.

Unter Druckfestigkeit ist stets die Druckfestigkeit von Würfeln zu verstehen die nach Maßgabe der „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton“ angefertigt und geprüft worden sind.

Erhalten nun die Säulen durch Eiseneinlagen eine Längsarmierung (Abb. 141), so nimmt man an, daß die Druckwirkung der Kraft P sich gleichmäßig auf den ganzen Querschnitt, also auch auf die Eisen, verteilt und daß die letzteren wegen der Haftfestigkeit des Eisens im Beton die Verkürzung der Säule mitmachen. Dann ist:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_e$$

oder

$$\frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_e}{E_e},$$

d. h. die Spannungen von Beton und Eisen verhalten sich zueinander wie ihre Elastizitätsmaße. Da nun $\frac{E_e}{E_b} = n$ ist, das Eisen also einen n mal größeren Widerstand gegen Zusammendrücken leistet, als der Beton, so müßte die Kraft P n-mal so groß sein, um dieselbe Wirkung hervorzurufen. Führt man die Größe n ein, so ergibt sich

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e}{n} \text{ oder } \sigma_e = n \cdot \sigma_b$$

Nach den amtlichen Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton ist n = 15 zu nehmen; ferner gelten nach § 19 derselben Bestimmung als zulässige Druckspannung des Betons σ_b folgende Werte:

Bei Stützen ohne Knickgefahr im Hochbau bei Verwendung von Handelszement 35 kg/cm², bei Verwendung von hochwertigem Zement 45 kg/cm² unter der Voraussetzung, daß bei Handelszement die Würfelfestigkeit des erdfeucht angemachten Betons nach 28 Tagen $W_{e28} \geq$

200 kg/cm² und die Würfelfestigkeit von Beton in der gleichen Beschaffenheit, wie er im Bauwerk verarbeitet wird, nach 28 Tagen $W_{b28} \geqq 100$ kg/cm$_2$ ist. Für hochwertigen Zement gelten die Bedingungen $W_{e28} \geqq 275$ kg/cm² und $W_{b28} \geqq 120$ kg/cm². In besonderen Fällen bei Nachweis der Würfelfestigkeit $W_{e28} \geqq 250$ kg/cm² darf das $\sigma_{zul} = \frac{W_{b28}}{3}$ angenommen werden, jedoch nicht mehr 60 kg/cm². Bei Stützen ohne Knickgefahr in Brücken dürfen als zulässige Beanspruchungen folgende Werte angenommen werden:

Handelszement	30 kg/cm²
hochwertiger Zement	40 kg/cm²

in besonderen Fällen ($W_{e28} \geqq 250$ kg/cm² $\frac{W_{e28}}{4}$ $\leqq 50$ kg/cm². Ist z. B. $\sigma_b = 50$ kg/cm² (die Würfelfestigkeit $W_{e28} \geqq 250$ kg/cm² und $W_{b28} = 3 \cdot 50 = 150$ kg/cm² nachgewiesen), kann die Beanspruchung der Eiseneinlage höchstens betragen:

$$\sigma_e = n\sigma_b = 15 \cdot \frac{150}{3} = 750 \text{ kg/cm}^2.$$

Das Eisen kann also nicht wie sonst mit 1200 kg/cm² ausgenutzt werden, vielmehr ist bei der Berechnung lediglich die Spannung des Betons maßgebend.

Ist F der Querschnitt des Betons, wobei auf die Verminderung durch den kleinen Querschnitt der eingelegten Eisen keine Rücksicht genommen wird, und F_e der gesamte Eisenquerschnitt, so ist:

$$P = \sigma_b \cdot F_b + \sigma_e \cdot F_e$$
$$= \sigma_b \cdot F_b + n \cdot \sigma_b \cdot F_e = \sigma_b (F_b + n \cdot F_e)$$

(28) $$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n \cdot F_e}, \text{ wenn } \frac{h}{s} \leqq 15$$

(29) $$\sigma_b = \frac{\omega P}{F_b + n \cdot F_e}, \text{ wenn } \frac{h}{s} > 15 \text{ (Knickbeanspruchung)}$$

Die Größe von ω ist aus Tabelle § 19, Tafel III der amtlichen Bestimmungen zu entnehmen

(30) $$\sigma_b = n\,\sigma_b$$

In diesen Formeln bedeutet $F_b + n \cdot F_e$ den gesamten Stützenquerschnitt. Dadurch, daß die Eisenquerschnittsfläche mit n multipliziert wird, wird sie gewissermaßen in einen Betonquerschnitt verwandelt, der imstande ist, den gleichen Druck aufzunehmen. Man hat es bei der Berechnung daher nur noch mit gleichartigem Stoff zu tun.

Jedoch soll man beim Entwerfen nicht, um geringe Stützabmessungen zu erhalten, die Eiseneinlagen unverhältnismäßig hoch wählen. Versuche haben ergeben, daß die wirkliche Bruchfestigkeit sich nicht in demselben Maße vergrößert, wie man nach der Formel annehmen sollte. Auch ist eine zu starke Armierung der Stütze unwirtschaftlich, weil die Festigkeit des Eisens nicht ausgenutzt wird.

Nach § 14, Ziffer 11 der amtlichen Bestimmungen ist die Anwendung der Formel $P = \sigma_b (F_b + n \cdot F_e)$ nur gestattet, wenn die Längseisen zusammen nicht mehr als 3 Prozent des Betonquerschnitts ausmachen und außerdem durch wagerecht liegende Bügel verbunden sind (Abb. 141). Außerdem soll die Mindestlängsbewehrung sein bei einem Verhältnis von Säulenhöhe zur kleinsten Dicke der Säule $\frac{h}{s} \geqq 10$ 0,8 Prozent, bei einem Verhältnis $\frac{h}{s} = 5$ 0,5 Prozent des Betonquerschnittes, wobei Zwischenwerte entsprechend einzuschalten sind. Wird die Säule mit einem größeren Betonquerschnitt ausgeführt, als statisch erforderlich ist, so braucht das Bewehrungsverhältnis nur auf den statisch erforderlichen Betonquerschnitt bezogen zu werden.

Bei umschnürten Säulen und andern umschnürten Druckgliedern mit kreisförmigem Kernquerschnitt soll die zulässige zentrische Last aus der Formel

$$P = \sigma_b (F_k + 15\,F_e + 45\,F_s)$$

berechnet werden. Hierin bedeutet F_k den Querschnitt (Abb. 142) des umschnürten Kerns (durch die Mitte der Querbewehrungseisen begrenzt); ferner $F_s = \frac{\pi \cdot D \cdot f}{s}$, wenn D den mittleren Krümmungsdurchmesser der Querbewehrungseisen, f den Querschnitt der letzteren und s

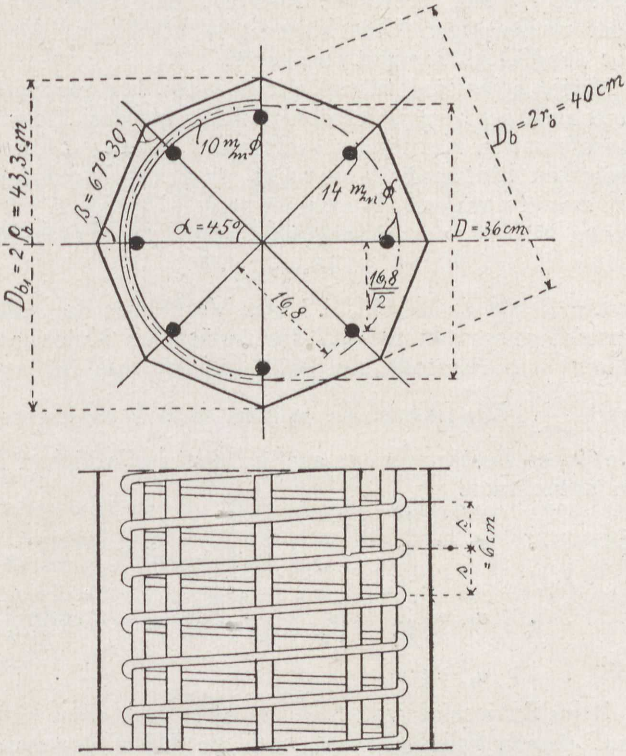


Abb. 142.

ihren Abstand in Richtung der Säulenachse (von Mitte bis Mitte) bezeichnet. Dabei muß sein

$$(F_k + 15\,F_e + 45\,F_s) \leqq 2 \cdot F_b$$

Als umschnürte Säulen sind solche mit Querbewehrung nach der Schraubenlinie (Spiralbewehrung) und gleich- wertigen Wicklungen oder mit Ringbewehrung versehene Säulen mit kreisförmigem Querschnitt anzusehen, bei denen das Verhältnis der Ganghöhe der Schraubenlinie oder des Abstandes der Ringe zum Durchmesser des Kern- querschnittes kleiner als $^1/_5$ ist. Der Abstand der Schraubenwindungen oder der Ringe soll nicht über 8 cm hinausgehen. Ferner soll die Längsbewehrung (F_e) mindestens $^1/_3$ der Querbewehrung (F_s) sein. Quadratischen oder rechteckigen Umschnürungen wird eine Erhöhung der Tragfähigkeit nicht zuerkannt.

Mittig belastete Stützen, deren Höhe bei quadratischem und rechteckigem Querschnitt mehr als das 15=fache, bei umschnürtem Kernquerschnitt mehr als das 13=fache der kleinsten Stützendicke beträgt, sind auf Knicksicherheit hin zu untersuchen. Hierzu ist nach § 18, Ziffer 8 der amtlichen Bestimmungen folgende Formel zu verwenden:

$$\omega \cdot P = \sigma_{bzul} \cdot F_i$$

worin ω die Knickzahl, d. i. das Verhältnis der zulässigen Druckbeanspruchung σ_{bzul} zur zulässigen Knickbeanspruchung σ_{kzul} darstellt, die abhängig ist vom Schlankheitsgrad $\frac{h}{s}$. Die Werte für ω sind nach § 19, Ziffer 3 der amtlichen Bestimmungen aus der dort befindlichen Tabelle zu entnehmen.

$$(31) \quad . \quad . \quad \sigma_b = \frac{P}{F_i} = \frac{P}{F_K + 15\,F_e + 45\,F_s}, \text{wenn} \frac{h}{s} = \leqq 13$$

$$(32) \quad . \quad . \quad \sigma_b = \frac{\omega\,P}{F_i} = \frac{\omega\,P}{F_K + 15\,F_e + 45\,F_s}, \text{wenn} \frac{h}{s} = > 13$$

$$(33) \quad . \quad . \quad \sigma_e = n\,\sigma_b$$

Beim Entwerfen von Stützen ist in fast allen Fällen die auf diesen ruhende Last und die Höhe gegeben. Mit Rücksicht auf die auszuschaltende Knickgefahr wählt man vorteilhaft eine Mindestseitenlänge des Querschnitts von $\frac{1}{15}$ h. Der Eisenquerschnitt ist dann:

$$F_e = \frac{P - \sigma_b \cdot F_b}{n \cdot \sigma_b}$$

und der Betonquerschnitt:

$$F_b = \frac{P - n \cdot \sigma_b \cdot F_e}{\sigma_b}$$

Eine Ersparnis an Eisen erreicht man durch Vergrößerung des Betonquerschnittes, eine Ersparnis an Beton durch Verstärkung des Eisenquerschnittes. Doch ist eine zu große Eiseneinlage (mehr als 2 Prozent des Stützenquerschnittes) nicht wirtschaftlich.

Die Betondeckung der Bügel bei Säulen muß mindestens 1,5 cm, bei Bauten im Freien mindestens 2 cm betragen (§ 14, Ziffer 5 der amtlichen Bestimmungen).

Beispiel 1. Eine Eisenbetonstütze von 45 · 30 cm Querschnitt und einer Bewehrung aus 6 Rundeisen 20 mm ∅ mit einem Gesamtquerschnitt von $F_e = 18{,}84\ cm^2$, sei zentrisch durch eine Last $P = 40\,000$ kg belastet. **Beispiele**

Dann ist die Betonbeanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n \cdot F_e} = \frac{40\,000}{45 \cdot 30 + 15 \cdot 18{,}84}$$

$$= \sim 24{,}5\ kg/cm^2,$$

und die Beanspruchung des Eisens:

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b = 15 \cdot 24{,}5 = \sim 368\ kg/cm^2.$$

Beispiel 2. Auf eine Eisenbetonstütze quadratischen Querschnitts von der Seitenlänge $b = 25$ cm, verstärkt durch 4 Rundeisen von 20 mm ∅, wirkt eine Last von $P = 25\,000$ kg. Die Höhe der Stütze sei $h = 4{,}30$ m. Gemäß den amtlichen Bestimmungen (§ 19) sei eine Druckspannung im Beton von $\sigma_b = 35\ kg/cm^2$ zulässig.

Es ist:

$$F_b = 25 \cdot 25 = 625\ cm^2$$

und

$$F_e = 4 \cdot \frac{2{,}0^2 \cdot \pi}{4} = 12{,}56\ cm^2 = \frac{13{,}56 \cdot 100}{625} = \sim 2\,\%$$

des Betonquerschnittes.

Da $\frac{h}{s} = \frac{4{,}30}{0{,}25} = 17{,}2 > 15$ ist, muß die Säule auf Knicken berechnet werden:

$$\omega \cdot P = \sigma_b\,(F_b + n\,F_e)$$

$$\sigma_b = \frac{\omega \cdot P}{F_b + n\,F_e}$$

$$\text{Für } \frac{h}{s} = 17{,}8 \text{ ist } \omega = 1{,}0 + 2{,}8 \cdot 0{,}05 = 1{,}14$$

$$\sigma_b = \frac{1{,}14 \cdot 25\,000}{625 + 15 \cdot 12{,}56} = 35\ kg/cm^2.$$

Beispiel 3. Eine Stütze quadratischen Querschnitts von $b = 24$ cm Seitenlänge hat eine Last $P = 21\,400$ kg zu tragen. Ihre Höhe beträgt $h = 5{,}0$ m. Die erforderliche Bewehrung ist festzustellen, wenn nach den amtlichen Vorschriften $\sigma_b = 35$ kg/cm² zugelassen ist.

$$\text{Für } \frac{h}{s} = \frac{500}{24} = 20{,}8 \text{ ist}$$

$$\omega = 1{,}25 + 0{,}8 \cdot 0{,}1 = 1{,}33$$

$$\text{dann ist} \quad F_e = \frac{\omega\, P - \sigma_b \cdot F_b}{n \cdot \sigma_b}$$

$$= \frac{1{,}33 \cdot 21\,400 - 35 \cdot 24 \cdot 24}{15 \cdot 35} = 15{,}8 \text{ cm}^2,$$

entsprechend 4 Rundeisen 23 mm $\varnothing$ mit $F_e = 16{,}6$ cm²,

d. i. $\frac{16{,}6 \cdot 100}{24^2} = 2{,}89$ Prozent des Betonquerschnittes.

Die Bedingung der amtlichen Vorschriften, wonach $F_e > 0{,}8$ Prozent und < 3 Prozent des Betonquerschnitts sein soll, ist erfüllt.

Nach den amtlichen Bestimmungen, § 14, 11, soll der Abstand der Bügel sein:

$$l_1 \leqq 24 \text{ cm}$$
$$l \leqq 12 \cdot 2{,}3 = 27{,}6 \text{ cm}$$

Es ist also $l_1 = 24$ cm anzunehmen; für die Bügel selbst genügen Rundeisen von 7—8 mm $\varnothing$.

Beispiel 4. Gegeben sei ein achteckiger Eisenbeton-pfeiler (Abb. 142) mit einer Eiseneinlage von 8 Rundeisen 14 mm $\varnothing$. Die Querbewehrung besteht aus einem nach der Schraubenlinie gewundenen Rundeisen von 10 mm $\varnothing$; die Ganghöhe s beträgt 6 cm.

Die Tragfähigkeit der Stütze ist nachzuweisen. Mit Beachtung der amtlichen Bestimmungen § 14 Ziffer 11, § 18 Ziffer 7 und 8 und § 19 Ziffer 2 ist zunächst:

a) der Durchmesser des dem Achteck einbeschriebenen Kreises

$$D_b = 2 \cdot r_b = 2 \cdot 20 = 40 \text{ cm},$$

b) der Durchmesser des dem Achteck umbeschriebenen Kreises

$$D_{b1} = 2 \cdot \varrho_b = 2 \cdot \frac{r_b}{\sin 67^0\, 30'} = 2 \cdot \frac{20}{0{,}92\,388}$$
$$= \sim 43{,}30 \text{ cm},$$

c) der Inhalt der Querschnittsfläche des Betons

$$F_b = 8 \cdot r_b^2 \cdot (\sqrt{2} - 1) - r_b^2 \cdot 3{,}3136 = D_b^2 \cdot \frac{3{,}3136}{4}$$
$$= \frac{40^2}{4} \cdot 3{,}3136 = 1325{,}44 \text{ cm}^2;$$

d) der Inhalt der Kernfläche (durch die Mitte der Querbewehrungseisen begrenzt)

$$F_b = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot 36^2 = 1017{,}88 \text{ cm}^2, \text{ wobei}$$

$$D = 40 - \left(2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot \frac{1{,}0}{2}\right) = 36 \text{ cm ist;}$$

e) die Ganghöhe s der Schraubenlinie (Abstand der Schraubenwindungen) angenommen zu

$$s = 6{,}0 \text{ cm};$$

f) die Querschnittsfläche der acht Längseisen von 14 mm ⌀.

$$F_e = 8 \cdot f_e = 8 \cdot 1{,}539 = \sim 12{,}31 \text{ cm}^2;$$

g) $F_s = \frac{\pi \cdot D \cdot f}{s}$; hierin bedeutet

$\pi \cdot D$ die abgewickelte Länge eines Umschnürungsringes vom Querschnitt f mit dem Abstand s vom Nachbarring; demnach

$\pi \cdot D \cdot f =$ Volumen eines Ringes,

$F_s \cdot s =$ Volumen eines gedachten Längseisens vom Querschnitt F_s und der Länge s.

Die gleiche Ueberlegung gilt auch für eine Querbewehrung aus einem nach der Schraubenlinie gewundenen Rundeisen. Dann wird in unserem Falle

$$F_s = \frac{\pi \cdot D \cdot f}{s} = \frac{3{,}14 \cdot 36 \cdot 0{,}79}{6} = 14{,}88 \text{ cm}^2,$$

worin $D = 36$ cm

$f = \frac{\pi}{4} \cdot 1{,}0^2 = 0{,}79 =$ Querschnitt der Querbewehrung von 10 mm $\varnothing$ ist.

Wenn nach den amtlichen Bestimmungen die Bedingungen

1. $F_e \geqq 0{,}8\,\%$ von F_b und $F_e \geqq 3\,\%$ von F_b,

das heißt $\frac{3}{100} \cdot F_b \geqq F_e \leqq \frac{0{,}8}{100} \cdot F_b$,

2. $s \leqq 8$ cm und $s < \frac{D}{5}$,

3. $F_e \geqq \frac{F_s}{3}$,

4. $(F_k + 15 \cdot F_e + 45\, F_s) \leqq 2 \cdot F_b$

erfüllt sind, soll bei umschnürten Säulen die zulässige zentrische Last aus der Formel

$$P = \sigma_b \cdot (F_k + 15 \cdot F_e + 45 \cdot F_s)$$

berechnet werden.

In unserem Beispiel wird den vorstehenden Bedingungen genügt, denn es ist

1. $F_e = 12{,}31\ cm^2$, also

$$\frac{3}{100} \cdot F_b > F_e > \frac{0{,}8}{100} \cdot F_b, \text{ oder}$$

$$39{,}75 > 12{,}31 > 10{,}6,$$

2. $s = 6$ cm; $\frac{D}{5} = \frac{36}{5} = 7{,}2$ cm; also

$$6 \text{ cm} < 8 \text{ cm},$$
$$6 \text{ cm} < 7{,}2 \text{ cm},$$

3. $\frac{F_s}{3} = \frac{14{,}88}{3} = 4{,}96\ cm^2$, $F_e = 12{,}31\ cm^2$,

also

$$F_e > \frac{F_s}{3},$$

oder $$12{,}31 > 4{,}96,$$

$$4.\ F_k + 15 : F_e + 45 \cdot F_s$$
$$= 1017,88 + 15 \cdot 12,31 + 45 \cdot 14,88 = 1872,13\ \text{cm}^2$$
$$2\ F_b = 2 \cdot 1325,44 = 2650,88\ \text{cm}^2;$$

demnach $$1872,13 < 2650,88.$$

Die zulässige Spannung im Beton möge nach den amtlichen Bestimmungen betragen

$$\sigma_b = 30\ \text{kg/cm}^2$$

Dann ergibt sich die zulässige zentrische Belastung

$$P = \sigma_b\ (F_k + 15\ F_e + 45\ F_s) = 30 \cdot 1872,13 = 5\ ,2\ \text{t}.$$

Die Berechnung auf Knicken ist nur erforderlich, wenn die Säule höher ist als

$$13\ D_b = 13 \cdot 0,40 = 5,20\ \text{m}.$$

Ist die Höhe der Säule größer als 5,20 m, so ist ihre Tragfähigkeit $\frac{56,2}{\omega}$ t, worin ω aus der oberen angegebenen Tabelle zu entnehmen ist.

Wäre der Pfeiler nicht mit Umschnürungen, sondern mit gewöhnlichen Bügeln versehen, bzw. wird bei Umschnürungen s > 8 cm, darf nur mit der Formel

$$P = \sigma_b\ (F_b + 15\ F_e)$$

gerechnet werden, so daß die zulässige zentrische Belastung

$$P = 30\ (1324,44 + 15 \cdot 12,31) = 45,27\ \text{t}$$

betragen würde und dementsprechend

$$h = 15 \cdot 0,40 = 6,00\ \text{m}.$$

Man erkennt, daß kräftige Umschnürungsringe die Tragfähigkeit der Säule erheblich erhöhen. Bleibt die Bewehrung unter 0,8 % von F_b, so kommt auch die vorstehende Formel nicht mehr in Betracht, es muß dann mit

$$P = \sigma_b \cdot F_b$$

gerechnet werden, als ob die Säule gewissermaßen ganz unbewehrt wäre, wobei die zulässige Spannung entsprechend dem Verhältnis von Höhe (Länge) der Säule zur kleinsten Dicke abzumindern ist (siehe die amtlichen Bestimmungen § 4, Ziffer 2).

IX. Die außermittig belastete Stütze.

Allgemeines Im vorstehenden Abschnitt wurde angenommen, daß die Kraft P im Schwerpunkt der Querschnittsfläche der Stütze angreift. Ist das aber nicht der Fall, sondern greift die Kraft P außermittig, d. h. außerhalb des Schwerpunkts

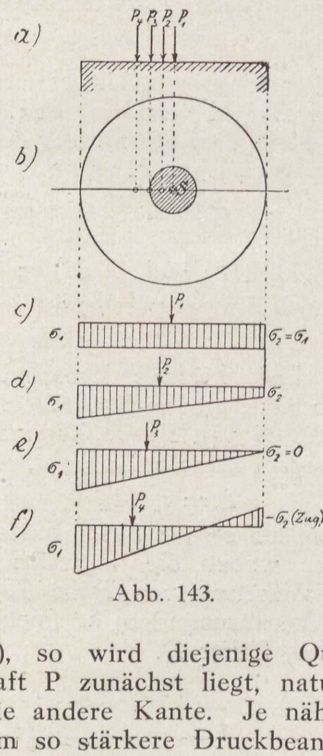


Abb. 143.

an (Abb. 143d), so wird diejenige Querschnittskante, welche der Kraft P zunächst liegt, naturgemäß stärker gedrückt als die andere Kante. Je näher P der einen Kante rückt, um so stärkere Druckbeanspruchungen erleidet diese Kante, und um so geringere die der Kraft entfernter liegende. Bei einer gewissen Lage der Kraft P wird diese letztere Kante die Beanspruchung Null haben. Rückt die Kraft P noch weiter fort, so wird diese Kante selbst eine Zugbeanspruchung erleiden müssen. Wie weiter unten erläutert, ist durch Rechnung zu bestimmen, ob im Querschnitt nur Druckbeanspruchungen auftreten, oder ob sich auch Zugspannungen ergeben.

Auch mit Hilfe der Kerntheorie lassen sich die auftretenden Spannungen je nach Lage des Angriffspunktes der Kraft leicht überblicken und bestimmen. Unter dem Kern eines beliebig geformten Querschnitts versteht man bekanntlich denjenigen Teil des Querschnitts, innerhalb dessen die Kraft angreifen muß, wenn nur gleichartige Spannungen im Querschnitt auftreten sollen. Liegt der Angriffspunkt der Kraft auf der Kernlinie, wird $\sigma_2 = 0$; liegt er außerhalb des Kerns, wird σ_2 negativ, d. h. es treten an dieser Kante Zugspannungen auf.

Für die weitere Untersuchung soll eine Knickgefahr ausgeschlossen sein; die Höhe der Stützen sei demnach gemäß den amtlichen Bestimmungen kleiner als das 15fache der kleinsten Querschnittsabmessung. Auch die Querverbände seien so angenommen, daß ihre Abstände nicht größer als die kleinste Abmessung des Querschnitts sind und nicht über das Zwölffache der Stärke der Längsstäbe hinausgehen. Ferner sei die Verbindungslinie des Angriffspunktes der Kraft mit dem Schwerpunkt eine Symmetrieachse des Querschnitts, die demnach bei den nachstehend untersuchten rechteckigen oder quadratischen Querschnitten parallel zu einer der Seiten liegt.

Druckkraft im Kern

A. Im Querschnitt treten nur Druckspannungen auf. (Der Angriffspunkt der Kraft liegt im Kern.)

Bei der außermittig belasteten Stütze (siehe Abb. 144) sucht die Kraft P eine Drehung um den Schwerpunkt S herbeizuführen. Aus Abschnitt III, 1 ist uns bekannt, daß eine Kraft P im Abstand p von S außer der Drehwirkung auch noch einen Druck auf den Punkt S ausübt. Diese Doppelwirkung bringen wir dadurch zum Ausdruck, daß wir zwei gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte P im Drehpunkt angreifen lassen und auf diese

Weise ein Kräftepaar von der Drehwirkung, d. h. dem Moment $M = P \cdot p$, sowie eine Druckkraft P erhalten.

In den Abbildungen 144 b und c ist dieses Verfahren nochmals veranschaulicht; wir erkennen, daß die quer gestrichenen Kräfte P das Moment

$$M = P \cdot p$$

hervorrufen, während P die Druckkraft darstellt.

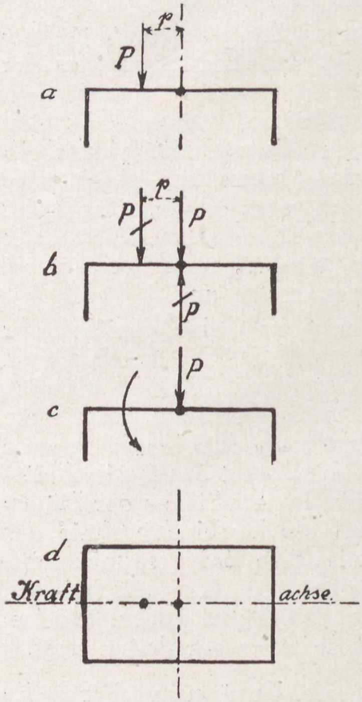


Abb. 144.

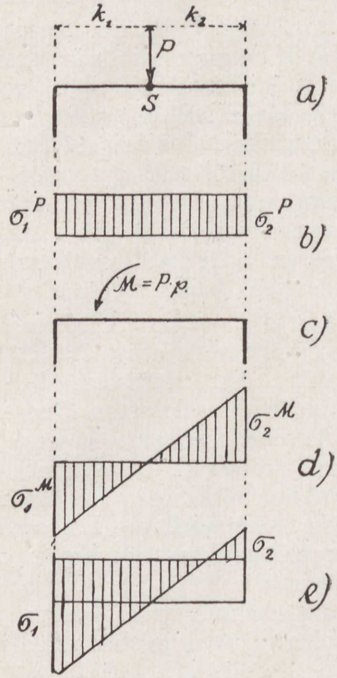


Abb. 145.

Es erfolgt bei den Voraussetzungen, die bei der Berechnung der Stützen und Betonplatten gemacht wurden,

1. eine Drehung der Querschnittsflächen um die neutrale Achse infolge des Momentes so, daß sie auch nach der Biegung eben bleiben;

2. ein Näherrücken der einzelnen ebenen Querschnittsflächen derart, daß sie nach der Formänderung untereinander parallel und eben bleiben.

Bezeichnen nun:

σ_1 und σ_2 die Randspannungen,

P die im Abstande p vom Schwerpunkt angreifende Kraft,

F die Querschnittsfläche,

J das Trägheitsmoment in bezug auf die Schwerpunktsachse, welche senkrecht zur Kraftebene liegt,

s_{b1} und s_{b2} die Abstände des Schwerpunktes (entsprechend den Kennziffern) von den äußersten Kanten, bei denen σ_1 und σ_2 auftreten,

dann ist zunächst (Abb. 145 b und d)

$$\sigma_1{}^P = \sigma_2{}^P = \frac{P}{F} \text{(Druck)}$$

und $$\sigma_1{}^M = \frac{M}{W_1} = \frac{\text{Moment}}{\text{Widerstandsmoment}} \text{(Druck)},$$

$$\sigma_2{}^M = -\frac{M}{W_2} = \frac{\text{Moment}}{\text{Widerstandsmoment}} \text{(Zug)}.$$

Man unterscheidet zwei Fälle:

a) $\sigma_{bz} \leq \frac{1}{5} \sigma_{bd\,zul}$

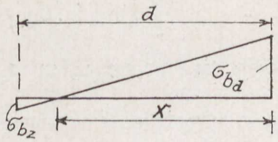


Abb. 146.

Da der Querschnitt auf Biegung und Druck durch ein Moment M und eine Längskraft N beansprucht wird, ergibt sich die Kantenpressung mit der Formel:

$$\sigma = \frac{N}{F_i} \pm \frac{M}{W_i}$$

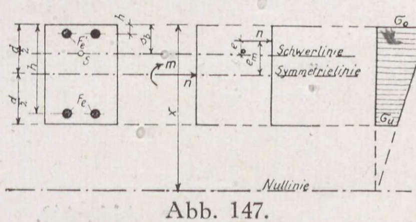


Abb. 147.

$$F_i = F_b + n\,(F_e + F_e') = b\,d + n\,(F_e + F_e')$$

$$(34) \quad . \quad . \quad s_b = \frac{b\,\frac{d^2}{2} + n\,(F_e\,h + F_e'\,h')}{b \cdot d + n\,(F_e + F_e')}$$

$$(35) \quad . \quad . \quad J_s = \frac{1}{3}\,b\,s_b^3 + \frac{1}{3}\,b\,(d - s_b)^3 + n\,F_e\,(h - s_b)^2 + F_e'\,(s_b - h')^2$$

$$W_o = \frac{J_s}{s_b}; \; W_u = \frac{J_s}{d - s_b}$$

$$(36) \quad . \quad . \quad \sigma_{bo} = \frac{N}{b\,d + n\,(F_e + F_e')} + \frac{N \cdot e\,s_b}{\frac{b}{3}\,[s_b^3 + (d - s_b)^3] + n\,[F_e\,(h - s_b)^2 + F_e'\,(s_b - h')^2]}$$

$$(37) \quad . \quad . \quad \sigma_{bu} = \frac{N}{b\,d + n\,(F_e + F_e')} - \frac{N \cdot e \cdot (d - s_b)}{\frac{b}{3}\,[s_b^3 + (d - s_b)^3] + n\,[F_e\,(h - s_b)^2 + F_e'\,(s_b - h')^2]}$$

Fällt die Nullinie in den Querschnitt, so berechnet sich σ_b wie vorstehend, solange $\sigma_{bz} \geqq \frac{1}{5}\,\sigma_{bd}$ zul. ist.

$$(38) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sigma_e = \frac{\frac{\sigma_{bz}\,(d - x)}{2} \cdot b}{F_e}$$

b) $\qquad \sigma_{bz} > \frac{1}{5}\,\sigma_b\,d_{zul}$

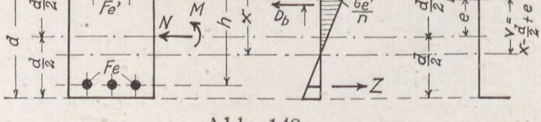


Abb. 148.

Aus der Bedingung $\Sigma H = 0$ folgt.

$$N = \frac{1}{2}\sigma_b \cdot x \cdot b + F_e' \sigma_e' - F_e \sigma_e$$

Aus der zweiten Bedingung $\Sigma M = 0$ folgt:

$$N \cdot e = \frac{\sigma_b \cdot x \cdot b}{2}\left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + F_e' \sigma_e' \cdot \left(\frac{d}{2} - h'\right)$$
$$+ F_e \cdot \sigma_e \left(h - \frac{d}{2}\right)$$

$$e = \frac{M}{N}$$

Es ist aber

$$\frac{E_e'}{E_b} = \frac{x - h'}{x}; \frac{E_e}{E_b} = \frac{h - x}{x}; \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\frac{\sigma_e'}{E_e} \cdot \frac{E_b}{\sigma_b} = \frac{x - h'}{x}; \frac{\sigma_e}{E_e} \cdot \frac{E_e}{\sigma_e} = \frac{h - x}{x}$$

$$\sigma_e' = n\,\sigma_b \cdot \frac{x - h'}{x}; \sigma_e = n\,\sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$$

$$N = \frac{1}{2}\sigma_b \cdot x\,b + \frac{n \cdot \sigma_b}{x}\left[F_e'(x - h') - F_e(h - x)\right]$$

(39a) . . $$\sigma_b = \frac{2\,N \cdot x}{x^2 b + 2\,n\left[F_e'(x - h') - F_e(h - x)\right]}$$

$$M = \frac{\sigma_b \cdot x\,b}{2}\left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + \frac{n \cdot \sigma_b}{x}\left[F_e'\left(\frac{d}{2} - h'\right)\left(x - h'\right)\right.$$
$$\left. + F_e\left(h - \frac{d}{2}\right)\left(h - x\right)\right]$$

(39b) $$\sigma_b = \frac{2\,M \cdot x}{x^2 b\left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + 2\,n\left[F_e'\left(\frac{d}{2} - h'\right)\left(x - h'\right) + F_e\left(h - \frac{d}{2}\right)\left(h - x\right)\right]}$$

Setzt man Formel (39a) gleich (39b), ergibt sich

$$\frac{2\,N\,x}{x^2 b + 2\,n\left[F_e'(x - h') - F_e(h - x)\right]}$$
$$= \frac{2\,M\,x}{x^2 b\left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + 2\,n\left[F_e'\left(\frac{d}{2} - h'\right)\left(x - h'\right) + F_e\left(h - \frac{d}{2}\right)\left(h - x\right)\right]}$$

$$b \cdot N x^2 \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + 2n\,N\,x\,F_e{'} \left(\frac{d}{2} - h'\right)\left(x - h'\right)$$
$$+ 2n\,N\,x\,F_e \left(h - \frac{d}{2}\right)\left(h - x\right)$$
$$= b\,M\,x^2 + 2n\,M\,F_e{'}\,(x - h') - 2n\,M\,F_e\,(h - x)$$

Formt man diese Gleichung um, so erhält man eine Gleichung dritten Grades.

$$x^3 + 3x^2\left(\frac{M}{N} - \frac{d}{2}\right) + \frac{6n}{b}\left[-F_e{'}\left(\frac{d}{2} - h'\right) + F_e\left(h - \frac{d}{2}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{M}{N}\left(F_e + F_e{'}\right)\right] \cdot x + \frac{6n}{b}\left[-F_e h\left(h - \frac{d}{2}\right)\right.$$
$$\left. + F_e{'}\,h'\left(\frac{d}{2} - h'\right) - \frac{M}{N}\left(F_e h + F_e{'} h'\right)\right] = 0$$

$$\frac{M}{N} = e$$

$$x^3 + 3\left(e - \frac{d}{2}\right)x^2 + \frac{6n}{b}\left[F_e\left(h + e - \frac{d}{2}\right)\right.$$
$$\left. + F_e{'}\left(h' + e - \frac{d}{2}\right)\right] \cdot x - \frac{6n}{b}\left[F_e \cdot h\left(h + e - \frac{d}{2}\right)\right.$$
$$\left. + F_e{'}\,h'\left(h' + e - \frac{d}{2}\right)\right] = 0$$

Eine Gleichung dritten Grades hat folgende Grundform:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Danach ist

$$a = 3\left(e - \frac{d}{2}\right)$$

$$b = \frac{6n}{b}\left[F_e\left(h + e - \frac{d}{2}\right) + F_e{'}\left(h' + e - \frac{d}{2}\right)\right]$$

$$c = -\frac{6n}{b}\left[F_e\,h\left(h + e - \frac{d}{2}\right) + F_e{'}\,h'\left(h' + e - \frac{d}{2}\right)\right]$$

Es ergibt sich

(40a) $$x = v - \frac{a}{3} = v - e + \frac{d}{2}$$

$v = x - \dfrac{d}{2} + e$ (Abstand der Nullinie vom Angriffspunkt der Normalkraft N)

(40b) $$Z = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2 + \left(\frac{1}{3}p\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2 + \left(\frac{1}{3}p\right)^3}}$$

(41) $$\sigma_e = n\,\sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$$

(42) $$\sigma_e' = n\,\sigma_b \cdot \frac{x - h'}{x}$$

Für den Fall symmetrischer Bewehrung ($F_e = F_e'$) vereinfachen sich die Formeln folgendermaßen:

(43) $$x^3 + 3\left(e - \frac{d}{2}\right)x^2 + 12\,\frac{n\,F_e}{b} \cdot e\,x - 6\,\frac{n\,F_e}{b}\left[h^2 + h'^2 + d\left(e - \frac{d}{2}\right)\right]$$

(44) $$\sigma_b = \frac{2\,N\,x}{x^2\,b + 2\,n\,F_e\,(2\,x - d)}$$

(45) $$\sigma_e = n\,\sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$$

(46) $$\sigma_e' = n\,\sigma_b \cdot \frac{x - h'}{x}$$

Anhang.

Formeln und Tafeln.

I. Reine Biegung.

a) Die einfach bewehrte Platte.

Formeln für die Ermittlung der Spannungen.

1) $$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2\,b \cdot h}{n \cdot F_e}} - 1\right]$$

2) $$\sigma_b = \frac{2\,M}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

3) $$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

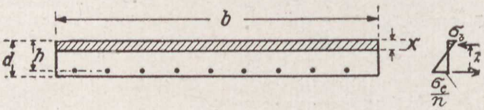


Abb. 149.

Formeln für das Entwerfen.

4) $$x = s \cdot h$$

5) $$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

6) $F_e = t \cdot \sqrt{M \cdot b}$

7) $F_e = \gamma \cdot h \cdot b$

F_e = rechnerisch bestimmter Eisenquerschnitt.

f_e = Querschnitt eines gewählten Eisens.

e = Abstand der Eisen.

8) $$e = \frac{f_e \cdot b}{F_e}$$

b) Der einfach bewehrte Plattenbalken.

Formeln für die Ermittlung der Spannungen.

α) Nullinie liegt im Plattenquerschnitt.
Es gelten dieselben Formeln wie bei den Platten.

β) Nullinie fällt mit Plattenunterkante zusammen.
Es gelten dieselben Formeln wie bei den Platten.

γ) Nullinie geht durch den Steg.

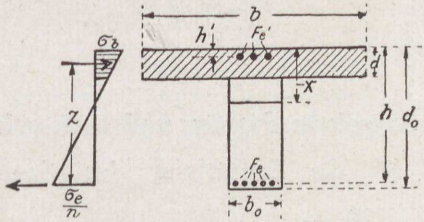


Abb. 150.

9) $$x = \frac{\frac{1}{2} d^2 b + n F_e h}{d b + n F_e}$$

10a) $$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)}$$

10b) $$y = \frac{2}{3}\left[x + \frac{(x - d)^2}{2x - d}\right]$$

10c) $$z = h - x + y$$

11) $$\sigma_e = \frac{M}{F_e \cdot z}$$

12) $$\sigma_b = \sigma_e \cdot \frac{x}{n \cdot (h - x)}$$

Formeln für das Entwerfen.

Es werden die auch für Platten geltenden Formeln benutzt, selbst wenn $x > d$.

Näherungsformel, wenn x bedeutend $> d$; Annahme $x - y = \frac{1}{2} d$.

13) $$F_e = \frac{M}{\sigma_e\left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

14) $$\sigma_b = \frac{\sigma_e}{n} \cdot \frac{\frac{1}{2} b\, d^2 + n\, F_e \cdot h}{b\, d \cdot \left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

c) Doppelt bewehrte Platten und rechteckige Balken.

Formeln für die Ermittlung der Spannungen.

15) $$x = -\frac{n}{b}(F_e + F_e') + \sqrt{\frac{n^2}{b^2}(F_e + F_e')^2 + \frac{2n}{b}(F_e h + F_e' h')}$$

16) $$\sigma_b = \frac{M}{\frac{b\,x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) + n\, F_e' \frac{x - h'}{x}(h - h')}$$

17) $$\sigma_e = n\,\sigma_b \frac{h - x}{x}$$

18) $$\sigma_e' = n\,\sigma_b \frac{x - h'}{x}$$

19) $$z = \frac{\sigma_b \cdot \frac{x\,b}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) + F_e'\,\sigma_e'\,(h - h')}{\sigma_b \cdot \frac{b\,x}{2} + F_e'\,\sigma_e'}$$

Formeln für das Entwerfen.

$$x = s \cdot h$$

$$h = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$F_e = \gamma \cdot b\,h$$

$$F_e' = \alpha \cdot F_e$$

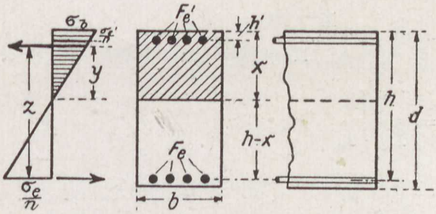


Abb. 151.

d) Doppelt bewehrte Plattenbalken.

Formeln für die Ermittlung der Spannungen.

α) Nullinie fällt in die Platte.
Formeln wie bei den doppelt bewehrten Platten.

β) Nullinie fällt mit Plattenunterkante zusammen.
Formeln wie bei den doppelt bewehrten Platten.

γ) Nullinie fällt in den Steg.

20) $$x = \frac{b \cdot d^2 + 2n\,[F_e \cdot h + F_e'\, h']}{2\,[n\,(F_e + F_e') + b\,d]}$$

II. Schub- und Haftspannungen.

$$\tau_0 = \frac{Q}{b \cdot z}$$

21a) $$y = \frac{\frac{1}{2}\,\sigma_b\, d \cdot b \cdot y_1\,(2\,x - d) + F_e'\,\sigma_e'\,x\,(x - h')}{F_e\,\sigma_e \cdot x}$$

21b) $$z = h - x + y$$

22a) $$\sigma_b = \frac{M_x \cdot x}{b \cdot d\,[x^2 - d\,x + \frac{d^2}{3}] + n[F_e(h-x)^2 + F_e'(x-h')^2]}$$

22b) $$\sigma_e = n\,\sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$$

22c) $$\sigma_e' = n\,\sigma_b \cdot \frac{x - h'}{x}$$

23) $$z = \frac{M}{F_e \cdot \sigma_e}$$

24) $z = 0{,}9\,h$ (bei Plattenbalken $x < d$)

25) $z = h - 0{,}4\,d$ (bei Plattenbalken $x > d$)

Schubbewehrung.

26a) $$\tau_B = \frac{2 \cdot f_B \cdot \sigma_e}{b \cdot e}$$

26b) $$F_e = \frac{T_s}{\sigma_e \cdot \sqrt{2}}$$

27) $$\tau_0 \cdot b_0 \cdot z = \tau_1 \cdot u \cdot z$$

III. Säulen mit mittiger Last.

28) $$\sigma_b = \frac{P}{F_b + 15\,F_e}\left(\frac{l}{s} \leqq 15\right)$$

29) $$\sigma_b = \frac{\omega\,P}{F_e + 15\,F_e}\left(\frac{l}{s} > 15\right)$$

30) $$\sigma_e = n\,\sigma_b.$$

Umschnürte Säulen.

31) $$\sigma_b = \frac{P}{F_k + 15\,F_e + 45\,F_s}\left(\frac{l}{s} \leqq 13\right)$$

32) $$\sigma_b = \frac{\omega\,P}{F_k + 15\,F_e + 45\,F_s}\left(\frac{l}{s} > 13\right)$$

33) $$\sigma_e = n\,\sigma_b.$$

IV. Säulen mit außenmittiger Last.

a) $$\sigma_{bz} \leqq \frac{1}{5}\,\sigma_{bd\ znl}$$

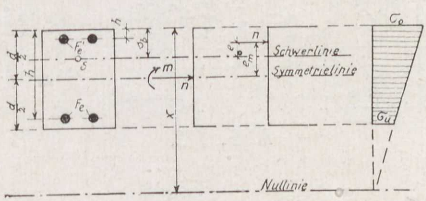


Abb. 152.

34) $$s_b = \frac{\frac{b\ d^2}{2} + n\,(F_e\,h + F_e{}'\,h')}{b \cdot d + n\,(F_e + F_e{}')}$$

35) $$J_s = \frac{1}{3}\, b\, s_b^3 + \frac{1}{3}\, b\, (d - s_b)^3 + n\, F_e\, (h - s_b)^2 + n\, F_e'\, (s_b - h')^2$$

36) $$\sigma_{b0} = \frac{N}{b\, d + n\, (F_e + F_e')} + \frac{N \cdot e \cdot s_b}{\frac{b}{3}[s_b^3 + (d - s_b)^3] + n[F_e (h - s_b)^2 + F_e' (s_b - h')^2]}$$

37) $$\sigma_u = \frac{N}{b\, d + n\, (F_e + F_e')} - \frac{N \cdot e \cdot (d - s_b)}{\frac{b}{3}[s_b^3 + (d - s_b)^3] + n[F_e (h - s_b)^2 + F_e' (s_b - h')^2]}$$

38) $$\sigma_{ez} = \frac{\dfrac{\sigma_{bz} \cdot (d - x) \cdot b}{2}}{F_e}$$

b) $$\sigma_{bz} > \frac{1}{5}\, \sigma_{bd\ zul}$$

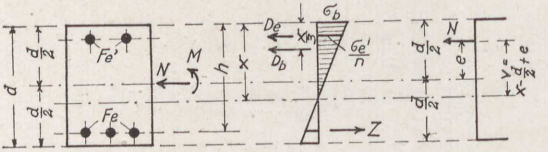


Abb. 153.

39a) $$\sigma_b = \frac{2\, N\, x}{x^2\, b + \cancel{zu}\, [F_e'\, (x - h') - F_e\, (h - x)]}$$

2·n [ ]

39b) $$\sigma_b = \frac{2\, M \cdot x}{x^2\, b \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + 2\, n \left[F_e' \left(\frac{d}{2} - h'\right)\left(x - h'\right) + F_e \left(h - \frac{d}{2}\right)\left(h - x\right)\right]}$$

40a) $$x = v - e + \frac{d}{2}$$

40b) $$z = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2 + \left(\frac{1}{3}p\right)^3}}$$
$$+ \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2 + \left(\frac{1}{3}p\right)^3}}$$

41) $$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \frac{h - x}{x}$$

42) $$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \frac{x - h'}{x}$$

43) $$x^3 + 3\left(e - \frac{d}{2}\right)x^2 + 12\frac{n\ F_e}{b}e \cdot x$$
$$-6\frac{n\ F_e}{b}\left[h^2 + h_1{}^2 + d\left(e - \frac{d}{2}\right)\right]$$

44) $$\sigma_b = \frac{2\,N\,x}{x^2\,b + 2\,n\,F_e(2\,x - d)}$$

45) $$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \frac{h - x}{x}$$

46) $$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \frac{x - h'}{x}$$

Va. Tabellen zur Berechnung von ein-

Spannungen in kg/cm² von σ_e	σ_b	Zugehörige Werte von (M in cmkg) x in cm	h in cm	F_e in cm²
1500	70	$0{,}412 \cdot h$	$0{,}284 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00272 \cdot \sqrt{M \cdot b}$
"	69	0,408 "	0.287 "	0,00269 "
"	68	0,405 "	0,290 "	0,00266 "
"	67	0,401 "	0,293 "	0,00263 "
"	66	0,398 "	0,296 "	0,00259 "
"	65	0,394 "	0,300 "	0,00256 "
"	64	0,390 "	0,303 "	0,00253 "
"	63	0,387 "	0,307 "	0,00249 "
"	62	0,383 "	0,311 "	0,00246 "
"	61	0,379 "	0,315 "	0,00242 "
"	60	0,375 "	0,319 "	0,00239 "
"	59	0,371 "	0,323 "	0,00236 "
"	58	0,367 "	0,327 "	0,00232 "
"	57	0,363 "	0,332 "	0,00229 "
"	56	0,359 "	0,336 "	0,00225 "
"	55	0,355 "	0,341 "	0,00222 "
"	54	0,351 "	0,346 "	0,00218 "
"	53	0,346 "	0,351 "	0,00215 "
"	52	0,342 "	0,356 "	0,00211 "
"	51	0,338 "	0,362 "	0,00208 "
"	50	0,333 "	0,367 "	0,00204 "
"	49	0,329 "	0,373 "	0,00200 "
"	48	0,324 "	0,380 "	0,00197 "
"	47	0,320 "	0,386 "	0,00193 "
"	46	0,315 "	0,393 "	0,00190 "
"	45	0,310 "	0,400 "	0,00186 "
"	44	0,306 "	0,407 "	0,00182 "
"	43	0,301 "	0,415 "	0,00179 "
"	42	0,296 "	0,423 "	0,00175 "
"	41	0,291 "	0,431 "	0,00171 "
"	40	0,286 "	0,440 "	0,00167 "
"	39	0.281 "	0,449 "	0,00164 "
"	38	0,275 "	0,459 "	0,00160 "
"	37	0,270 "	0,469 "	0,00156 "
"	36	0,265 "	0,480 "	0,00152 "
"	35	0,259 "	0,491 "	0,00149 "
"	34	0,254 "	0,503 "	0,00145 "
"	33	0,248 "	0,516 "	0,00141 "
"	32	0,242 "	0,530 "	0,00137 "
"	31	0,237 "	0,544 "	0,00133 "
"	30	0,231 "	0,559 "	0,00129 "
"	29	0,225 "	0,576 "	0,00125 "
"	28	0,219 "	0,593 "	0,00121 "
"	27	0,213 "	0,612 "	0,00117 "
"	26	0,206 "	0,633 "	0,00113 "
"	25	0,200 "	0,655 "	0,00109 "

fach bewehrten Platten und Balken.

Spannungen in kg/cm² von σ_e	σ_b	Zugehörige Werte von (M in cmkg) x in cm	h in cm	F_e in cm²
1500	24	0,194 · h	$0,678 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$0,00105 \cdot \sqrt{M \cdot b}$
„	23	0,187 „	0,704 „	0,00101 „
„	22	0,180 „	0,732 „	0,00097 „
„	21	0,174 „	0,763 „	0,00093 „
„	20	0,167 „	0,797 „	0,00089 „
„	19	0,160 „	0,834 „	0,00084 „
„	18	0,153 „	0,876 „	0,00080 „
„	17	0,145 „	0,922 „	0,00076 „
„	16	0,138 „	0,975 „	0,00072 „
„	15	0,130 „	1,034 „	0,00067 „
„	14	0,123 „	1,101 „	0,00063 „
„	13	0,115 „	1,179 „	0,00059 „
„	12	0,107 „	1,270 „	0,00054 „
1250	45	0,351 „	0,379 „	0,00239 „
„	44	0,346 „	0,386 „	0,00234 „
„	43	0,340 „	0,393 „	0,00230 „
„	42	0,335 „	0,400 „	0,00225 „
„	41	0,330 „	0,408 „	0,00220 „
„	40	0,324 „	0,416 „	0,00216 „
„	39	0,319 „	0,424 „	0,00211 „
„	38	0,313 „	0,433 „	0,00206 „
„	37	0,307 „	0,443 „	0,00201 „
„	36	0,302 „	0,452 „	0,00197 „
„	35	0,296 „	0,463 „	0,00192 „
„	34	0,290 „	0,475 „	0,00187 „
„	33	0,284 „	0,486 „	0,00182 „
„	32	0,277 „	0,498 „	0,00177 „
„	31	0,271 „	0,511 „	0,00172 „
„	30	0,265 „	0,526 „	0,00167 „
„	29	0,258 „	0,541 „	0,00162 „
„	28	0,251 „	0,557 „	0,00157 „
„	27	0,245 „	0,574 „	0,00152 „
„	26	0,238 „	0,593 „	0,00147 „
„	25	0,231 „	0,613 „	0,00141 „
„	24	0,224 „	0,635 „	0,00136 „
„	23	0,216 „	0,658 „	0,00131 „
„	22	0,209 „	0.684 „	0,00126 „
„	21	0,201 „	0,712 „	0,00120 „
„	20	0,194 „	0,743 „	0,00115 „
„	19	0,186 „	0,777 „	0,00110 „
„	18	0,178 „	0,815 „	0,00104 „
„	17	0,169 „	0,858 „	0,00099 „
„	16	0,161 „	0,905 „	0,00093 „
„	15	0,153 „	0,960 „	0,00088 „
„	14	0,144 „	1,021 „	0,00082 „
„	13	0,135 „	1,093 „	0,00077 „
„	12	0,126 „	1,176 „	0,00071 „

Spannungen in kg/cm² von σ_e	σ_b	Zugehörige Werte von (M in cmkg) x in cm	h in cm	F_e in cm²
1200	70	0,467 · h	$0{,}269 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00366 \cdot \sqrt{M \cdot b}$
„	69	0,463 „	0,272 „	0,00362 „
„	68	0,459 „	0,275 „	0,00358 „
„	67	0,556 „	0,278 „	0,00354 „
„	66	0,452 „	0,281 „	0,00349 „
„	65	0,448 „	0,284 „	0,00345 „
„	64	0,444 „	0,287 „	0,00341 „
„	63	0,441 „	0,291 „	0,00336 „
„	62	0,437 „	0,294 „	0,00332 „
„	61	0,433 „	0,298 „	0,00327 „
„	60	0,429 „	0,301 „	0,00323 „
„	59	0,424 „	0,305 „	0,00318 „
„	58	0,420 „	0,309 „	0,00314 „
„	57	0,416 „	0,313 „	0,00309 „
„	56	0,412 „	0,317 „	0,00305 „
„	55	0,407 „	0,321 „	0,00300 „
„	54	0,403 „	0,326 „	0,00295 „
„	53	0,398 „	0,330 „	0,00291 „
„	52	0,394 „	0,335 „	0,00286 „
„	51	0,389 „	0,340 „	0,00281 „
„	50	0,385 „	0,345 „	0,00277 „
„	49	0,380 „	0,350 „	0,00273 „
„	48	0,375 „	0,356 „	0,00268 „
„	47	0,370 „	0,362 „	0,00263 „
„	46	0,365 „	0,368 „	0,00258 „
„	45	0,360 „	0,375 „	0,00253 „
„	44	0,355 „	0,381 „	0,00248 „
„	43	0,350 „	0,388 „	0,00243 „
„	42	0,344 „	0,395 „	0,00238 „
„	41	0,339 „	0,403 „	0,00233 „
„	40	0,333 „	0,411 „	0,00228 „
„	39	0,328 „	0,419 „	0,00223 „
„	38	0,322 „	0,428 „	0,00218 „
„	37	0,316 „	0,437 „	0,00213 „
„	36	0,310 „	0,447 „	0,00208 „
„	35	0,304 „	0,457 „	0,00203 „
„	34	0,298 „	0,468 „	0,00198 „
„	33	0,292 „	0,480 „	0,00193 „
„	32	0,286 „	0,491 „	0,00187 „
„	31	0,279 „	0,504 „	0,00182 „
„	30	0,273 „	0,519 „	0,00177 „
„	29	0,266 „	0,533 „	0,00171 „
„	28	0,259 „	0,549 „	0,00166 „
„	27	0,252 „	0,566 „	0,00161 „
„	26	0,245 „	0,585 „	0,00155 „
„	25	0,238 „	0,604 „	0,00150 „
„	24	0,231 „	0.625 „	0,00144 „

Spannungen in kg/cm² von		Zugehörige Werte von (M in cmkg)		
σ_e	σ_b	x in cm	h in cm	F_e in cm²
1200	23	0,223 · h	0,649 · $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00139 · $\sqrt{M \cdot b}$
„	22	0,216 „	0,674 „	0,00133 „
„	21	0,208 „	0,701 „	0,00127 „
„	20	0,200 „	0,732 „	0,00122 „
„	19	0,192 „	0,766 „	0,00116 „
„	18	0,184 „	0,803 „	0,00111 „
„	17	0,175 „	0,844 „	0,00105 „
„	16	0,167 „	0,891 „	0,00099 „
„	15	0,158 „	0,944 „	0,00093 „
„	14	0,149 „	1,005 „	0,00087 „
„	13	0,140 „	1,075 „	0,00081 „
„	12	0,130 „	1,156 „	0,00075 „
1000	45	0,403 „	0,357 „	0,00324 „
„	44	0,398 „	0,363 „	0,00317 „
„	43	0,392 „	0,369 „	0,00311 „
„	42	0,387 „	0,376 „	0,00305 „
„	41	0,381 „	0,383 „	0,00299 „
„	40	0,375 „	0,390 „	0,00293 „
„	39	0,369 „	0,398 „	0,00286 „
„	38	0,363 „	0,406 „	0,00280 „
„	37	0,357 „	0,414 „	0,00273 „
„	36	0,351 „	0,423 „	0,00267 „
„	35	0,344 „	0,433 „	0,00261 „
„	34	0,338 „	0,443 „	0,00254 „
„	33	0,331 „	0,454 „	0,00248 „
„	32	0,324 „	0,465 „	0,00242 „
„	31	0,317 „	0,477 „	0,00235 „
„	30	0,310 „	0,490 „	0,00228 „
„	29	0,303 „	0,504 „	0,00221 „
„	28	0,296 „	0,518 „	0,00214 „
„	27	0,288 „	0,533 „	0,00207 „
„	26	0,281 „	0,550 „	0,00200 „
„	25	0,273 „	0,568 „	0,00194 „
„	24	0,265 „	0,587 „	0,00186 „
„	23	0,257 „	0,609 „	0,00179 „
„	22	0,248 „	0,635 „	0,00172 „
„	21	0,240 „	0,657 „	0,00165 „
„	20	0,231 „	0,685 „	0,00158 „
„	19	0,222 „	0,716 „	0,00151 „
„	18	0,213 „	0,750 „	0,00144 „
„	17	0,203 „	0,788 „	0,00136 „
„	16	0,194 „	0,831 „	0,00129 „
„	15	0,184 „	0,879 „	0,00121 „
„	14	0,174 „	0,935 „	0,00113 „
„	13	0,163 „	0,999 „	0,00106 „
„	12	0,153 „	1,073 „	0,00098 „

Vb. Tabellen zur Berechnung von doppelt

$$\sigma_b = \sigma_{b\,1200} \cdot c$$

$$\varphi_{\sigma_e = 1200} = 1$$

$n = 15$

$\sigma = 1200$ kg/qcm

$x = s\,h$

$h = \varphi\, r \sqrt{\frac{M}{b}}$

σ_b	31		32		33		34		35	
s	0,279		0,286		0,292		0,298		0,304	
α	r	t	r	t	r	t	r	t	r	t
0,0	0,505	0,00361	0,492	0,00381	0.479	0,00402	0,468	0,00423	0,457	0,00444
1	498	370	485	391	473	413	461	435	450	457
2	492	380	478	402	466	425	455	448	444	471
3	485	391	472	414	459	438	448	462	437	486
4	478	402	465	426	452	451	441	477	430	502
0 5	0,471	0,00414	0.458	0,00440	0.445	0,00466	0,434	0,00492	0,422	0,00520
6	464	427	451	454	438	481	426	509	415	538
7	457	440	443	468	431	497	419	527	408	558
8	450	455	436	484	423	515	412	546	400	579
9	442	470	429	501	416	534	404	567	393	602
1,0	0,435	0,00486	0,421	0.00519	0,408	0,00554	0.396	0,00590	0,385	0,00627
1,1	427	504	413	539	400	576	388	614	377	654
1,2	419	523	405	560	392	599	380	640	369	683
1,3	411	543	397	583	384	625	372	669	360	715
1,4	403	565	389	608	376	653	364	700	352	750
1,5	0,395	0.00589	0,381	0,00635	0,368	0,00683	0,355	0,00735	0.343	0,00789

σ_e										
800	σ_b c = 0,666		0,666		0,666		0,666		0,666	
	1,225	1	1,225	1	1,225	1	1.225	1	1,225	1
1000	σ_b c = 0,833		0,833		0.833		0,833		0,833	
	1,095	1	1,095	1	1,095	1	1,095	1	1,095	1
1250	σ_b c = 1,042		1,042		1,042		1,042		1,042	
	0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1
1500	σ_b c = 1,25		1,25		1,25		1,25		1,25	
	0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1

bewehrten Platten und Balken (Geyer).

$F_e = t\,h\,b$ $\qquad$ $F_e' = \alpha\,F_e$

36		37		38		39		40		σ_b
0,310		0,316		0,322		0,328		0,333		s
r	t	r	t	r	t	r	t	r	t	α
0,447	0,00466	0,437	0,00488	0,428	0,00510	0,419	0,00533	0.411	0,00556	0 0
440	480	430	503	421	527	412	550	404	575	1
433	495	423	520	414	544	405	570	397	595	2
426	512	416	537	407	563	398	590	390	617	3
419	529	409	556	400	584	391	612	382	641	4
0.412	0,00548	0,402	0.00576	0,393	0,00606	0,384	0,00636	0,375	0,00667	0,5
405	568	395	598	385	629	376	662	367	694	6
397	589	387	622	378	655	368	689	360	725	7
390	613	379	647	370	683	361	720	352	758	8
382	638	372	675	362	713	353	753	344	794	9
0,374	0,00665	0,364	0,00705	0.354	0,00746	0,344	0,00789	0 335	0,00833	1,0
366	695	355	738	345	782	336	829	327	877	1,1
357	727	347	774	337	822	327	873	318	926	1,2
349	763	338	814	328	867	319	922	309	980	1,3
340	803	330	858	319	916	309	977	300	1042	1,4
0.331	0,00846	0 320	0,00907	0,310	0,00971	0.300	0,01039	0,290	0,01111	1,5
0,666		0,666		0,666		0,666		0,666		σ_e 800
1,225	1	1,225	1	1.225	1	1,225	1	1,225	1	
0.833		0,833		0,833		0,833		0,833		1000
1,095	1	1,095	1	1.095	1	1.095	1	1,095	1	
1,042		1,042		1,042		1,042		1.042		1250
0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1	
1 25		1,25		1,25		1,25		1,25		1500
0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1	

$$\sigma_b = \sigma_{b\,1200} \cdot c$$

$$\varphi_{\sigma_e = 1200} = 1$$

n = 15

σ = 1200 kg/qcm

$$x = s\,h \qquad h = \varphi\, r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

σ_b	41		42		43		44		45	
s	0,339		0,344		0,350		0,355		0,360	
α	r	t	r	t	r	t	r	t	r	t
0.0	0,403	0,00579	0,395	0,00602	0.388	0 00626	0.381	0,00651	0,375	0,00675
1	396	599	388	624	381	650	374	675	367	701
2	389	621	381	648	374	675	367	702	360	730
3	382	645	374	673	367	702	360	731	353	761
4	374	670	367	701	359	731	352	762	345	794
0.5	0,367	0,00698	0.359	0,00730	0,352	0,00763	0,344	0,00797	0.338	0,00831
6	359	728	351	763	344	798	337	834	330	871
7	351	761	343	798	336	836	329	875	322	915
8	343	797	335	837	328	878	320	921	313	964
9	335	836	327	880	319	925	312	971	305	1019
1.0	0,327	0,00879	0,319	0,00927	0.311	0,00976	0,303	0,01027	0.296	0,01080
1,1	318	927	310	980	302	1034	294	1090	287	1149
1,2	309	981	301	1039	293	1099	285	1162	278	1227
1,3	300	1041	292	1105	284	1173	276	1243	268	1317
1,4	291	1110	282	1181	274	1257	266	1337	258	1421
1,5	0,281	0,01187	0,272	0,01268	264	0,01354	256	1446	0,248	0,01543

σ_e										
800	σ_b c = 0 666		0,666		0,666		0 666		0,666	
	1.225	1	1.225	1	1,225	1	1.225	1	1,225	1
1000	σ_b c = 0,833		0,833		0,833		0,833		0 833	
	1,095	1	1,095	1	1,095	1	1 095	1	1,095	1
1250	σ_b c = 1,042		1,042		1,042		1,042		1,042	
	0,98	1	0,98	1	0.98	1	0,98	1	0,98	1
1500	σ_b c = 1,25		1,25		1.25		1,25		1,25	
	0,894	1	0.894	1	0,894	1	0,894	1	0.894	1

$F_e = t\,h\,b$ $\qquad$ $F_e' = \alpha\, F_e$

46		47		48		49		50		σ_b
0,365		0,370		0.375		0,380		0,385		s
r	t	r	t	r	t	r	t	r	t	α
0,368	0,00700	0,362	0,00725	0,356	0,00750	0,351	0,00776	0,345	0,00801	0.0
361	728	355	754	349	781	344	809	338	836	1
354	758	348	786	342	815	336	844	331	874	2
346	791	340	821	334	852	329	884	323	916	3
339	826	333	859	327	893	321	927	315	962	4
0,331	0.00866	0,325	0,00901	0,319	0,00938	0,313	0,00974	0,307	0,01012	0.5
323	909	317	947	311	987	305	1027	299	1068	6
315	956	309	998	302	1042	296	1086	291	1131	7
307	1009	300	1055	294	1103	288	1152	282	1202	8
298	1068	291	1119	285	1172	279	1226	273	1282	9
0,289	0,01135	0,282	0,01191	0.276	0,01250	0,270	0,01311	0,264	0,01374	,0
280	1210	273	1273	267	1339	260	1408	254	1479	1,1
271	1296	264	1367	257	1442	250	1521	244	1603	1.2
261	1395	254	1477	247	1563	240	1653	234	1748	1,3
251	1510	243	1605	236	1705	230	1811	223	1923	1,4
0.240	0.01646	0,233	0,01757	0,225	0,01875	0,218	0,02001	0,212	0,02137	1.5
0,666		0,666		0,666		0,666		0,666		σ_e 800
1,225	1	1,225	1	1 225	1	1.225	1	1,225	1	
0,833		0,833		0,833		0 833		0,833		1000
1.095	1	1,095	1	1,095	1	1.095	1	1.095	1	
1,042		1,042		1,042		1,042		1,042		1250
0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1	
1,25		1,25		1,25		1,25		1,25		1500
0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1	

$$\sigma_b = \sigma_{b\,1200} \cdot c$$

$$\varphi_{\sigma_e = 1200} = 1$$

$n = 15$

$\sigma = 1200$ kg/qcm

$x = s\,h$

$h = \varphi\, r \sqrt{\frac{M}{b}}$

σ_b	51		52		53		54		55	
s	0,389		0,394		0,399		0,403		0,407	
α	r	t	r	t	r	t	r	t	r	t
0,0	0,340	0,00827	0,335	0,00854	0.330	0,00880	0,326	0.00907	0.321	0,00934
1	333	864	328	892	323	921	318	949	314	978
2	325	904	320	935	316	965	311	996	306	1028
3	318	948	313	981	308	1014	303	1048	289	1082
4	310	997	305	1033	300	1069	295	1106	290	1143
0,5	0,302	0,01051	0,297	0,01090	0,292	0,01129	0.287	0,01170	0,282	0,01211
6	294	1110	288	1153	283	1197	278	1243	274	1288
7	285	1178	280	1225	275	1274	270	1324	265	1375
8	276	1253	271	1306	266	1361	261	1417	256	1474
9	267	1340	262	1399	257	1461	251	1524	246	1589
1,0	0,258	0,01439	0,252	1506	0,247	0,01576	0,242	0,01649	0,237	0,01724
1,1	248	1554	243	1631	237	1712	232	1796	226	1883
1,2	238	1688	232	1778	227	1872	221	1971	216	2075
1,3	228	1849	222	1955	216	2067	210	2185	204	2310
1,4	217	2043	210	2170	204	2306	198	2451	192	2606
1,5	0,205	0,02282	0,198	0,02439	0,192	0,02607	0,186	0,02790	0,180	0,02988

σ_e										
800	σ_b c = 0,666		0,666		0,666		0,666		0,666	
	1,225	1	1,225	1	1,225	1	1.225	1	1,225	1
1000	σ_b c = 0,833		0.833		0,833		0,833		0,833	
	1.095	1	1.095	1	1,095	1	1,095	1	1,095	1
1250	σ_b c = 1,042		1,042		1,042		1,042		1,042	
	0,98	1	0,98	1	0,98	1	0.98	1	0,98	1
1500	σ_b c = 1,25		1,25		1,25		1,25		1,25	
	0,894	1	0.894	1	0.894	1	0,894	1	0.894	1

$F_e = t\,h\,b$ $\qquad$ $F_e' = \alpha\, F_e$

56		57		58		59		60		σ_b
0,412		0,416		0,420		0,424		0,429		s
r	t	r	t	r	t	r	t	r	t	α
0,317	0,00961	0,313	0,00988	0,309	0,01016	0,305	0,01043	0,301	0,01071	0,0
310	1008	305	1037	301	1068	297	1097	294	1128	1
302	1060	298	1092	294	1124	290	1157	286	1190	2
294	1117	290	1152	286	1188	282	1224	278	1260	3
286	1181	282	1220	277	1259	273	1299	269	1339	4
0,278	0,01253	0,273	0,01296	0,269	0,01339	0.265	0 01384	0,261	0,01429	0.5
269	1334	265	1382	260	1431	256	1480	252	1531	6
260	1427	256	1480	251	1535	247	1591	243	1648	7
251	1533	246	1594	242	1656	238	1720	233	1786	8
241	1657	237	1726	232	1798	228	1872	223	1948	9
0,232	0,01802	0,227	0.01882	0,222	0,01966	0.217	0,02053	0,213	0,02143	1.0
221	1974	216	2069	211	2169	206	2273	202	2381	1,1
210	2184	205	2298	200	2418	195	2545	191	2679	1,2
199	2443	194	2583	188	2733	183	2892	178	3061	1.3
187	2772	181	2950	176	3141	170	3348	165	3571	1,4
0,174	0,03203	0.168	0,03437	0,162	0 03693	0,156	0,03975	0,151	0,04286	1,5
0,666		0.666		0,666		0,666		0,666		σ_e 800
1,225	1	1,225	1	1,225	1	1,225	1	1,225	1	
0 833		0,833		0,833		0,833		0,833		1000
1,095	1	1,095	1	1,095	1	1,095	1	1,095	1	
1,042		1,042		1,042		1 042		1.042		1250
0,98	1	0,98	1	0,98	1	0,98	1	0.98	1	
1.25		1,25		1,25		1,25		1,25		1500
0,894	1	0,894	1	0,894	1	0,894	1	0.894	1	

In den Tabellen von Geyer ist gesetzt:

$$x = \varphi \cdot d, \text{ worin } \varphi = \frac{x}{d} = \frac{n\,\sigma\,b}{\sigma_e + n\,\sigma\,b}$$

$$F_e' = \alpha\,F_e, \text{ also } \alpha = \frac{F_e'}{F_e}$$

$$F_e = \rho \cdot b \cdot d \text{ worin } \rho = \frac{F_e}{b \cdot d} = \varphi \frac{\sigma_b}{2\,(\sigma_e - {}^2/_3\,n\,\alpha\,\sigma_b)}$$

$$d = \mu \sqrt{\frac{m}{b}} \text{ worin } \mu = \frac{d}{\sqrt{\frac{m}{b}}} = \sqrt{\frac{1}{p\,(1 - {}^1/_3\,s)\,\sigma_e}}$$

Dabei ist die Annahme gemacht, daß die Druckeisen im Schwerpunkt der als Dreieck angesehenen Betondruckfläche liegen; $n = 15$, $\sigma_e = 1200$, $\sigma_b = 31$ bis $\sigma_b = 60$ und $\alpha = 0$ bis $\alpha = 1{,}5$. Zwischenwerte dürfen geradlinig eingeschaltet werden. Trifft die gemachte Annahme für die Lage der Druckeisen nicht zu, so gilt für F_e' die Formel:

$$F_e' = \alpha\,F_e \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{x - h}$$

Will man die Tabellen auch für $\sigma_e = 800$, 1000, 1250 und 1500 kg/cm² benutzen, bleiben in der Tabelle für $\sigma_e = 1200$ kg/cm² die t-Werte erhalten, während die r-Werte mit dem Faktor 1,225 für $\sigma_e = 800$ kg/cm², mit 1,095 für $\sigma_e = 1000$ kg/cm², mit 0,98 für $\sigma_e = 1250$ kg/cm², mit 0,894 für $\sigma_e = 1500\,kg/cm^2$ zu multiplizieren sind. Die zugehörigen Werte für σ_b ergeben sich, wenn man die in der Tabelle angegebenen Werte σ_b mit 0,666 für $\sigma_e = 800$, mit 0,833 für $\sigma_e = 1000$, mit 1,042 für $\sigma_e = 1250$, mit 1,25 für $\sigma_e = 1500\,kg/cm^2$ multipliziert.

VI. Tafel zur Berechnung außer-

$\sigma_b =$						$\sigma_e =$											
60						1800	1650	1500	1350	1200	1050	900	750	600	450	300	150
	55					1650	1512	1375	1237	1100	962	825	687	550	412	275	137
		50				1500	1375	1250	1125	1000	875	750	625	500	375	250	125
			45			1350	1237	1125	1012	900	787	675	562	450	337	225	112
				40		1200	1100	1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100
					35	1050	962	875	787	700	612	525	437	350	262	175	87
0,33	0,350	0,367	0,386	0,410	0,438	0,005 0,558											
331	345	362	382	405	433	0,038 0,572											
327	341	358	377	400	427	0.073 0,585	0,005 0,643										
323	337	353	372	395	422	0,109 0,600	0,041 0,659										
319	333	349	367	390	417	0,147 0,614	0,078 0,676	0,003 0,751									
314	328	344	363	385	411	0,186 0,629	0,121 0,694	0,041 0,770									
310	324	340	358	380	406	0,226 0,645	0,156 0,710	0,080 0,789									
306	320	336	353	375	401	0.269 0,662	0,198 0,728	0,121 0,809	0,039 0,910								
302	316	331	349	370	395	0,312 0,679	0,241 0,747	0,164 0,830	0,081 0,933								
298	311	326	344	365	390	0,358 0,697	0,286 0,767	0,208 0,852	0,125 0,958	0,033 1,093							
294	307	322	339	360	385	0,406 0,716	0,333 0,787	0,254 0,874	0,170 0,983	0,079 1,121							
290	303	317	334	355	379	0,455 0,736	0,332 0,808	0,303 0,898	0,219 1,009	0,126 1,150	0,026 1,338						
286	298	313	330	350	374	0,507 0,756	0,433 0,831	0,353 0,922	0,267 1,036	0,175 1,181	0,074 1,373						

Ehlerssche Tafel zur Bestimmung exzentrisch beanspruchter rechteckiger Querschnitte.

mittig belasteter Stützen (Ehlers).

282	294	309	325	345	369	0,561	0,487	0,405	0,319	0,226	0,125	0,014					
						0,778	0,854	0,948	1,065	1,212	1,410	1,679					
278	290	304	320	340	363	0,617	0,542	0,460	0,373	0,280	0,177	0,066					
						0,800	0,878	0,975	1,095	1,246	1,448	1,724					
274	286	300	316	335	358	0,676	0,601	0,517	0,430	0,335	0,232	0,120					
						0,823	0,904	1,003	1,126	1,281	1,488	1,771					
270	281	295	311	330	353	0,738	0,662	0,578	0,488	0,394	0,290	0,177	0,053				
						0,847	0,931	1,032	1,158	1,319	1,530	1,819	2,237				
265	277	291	306	325	347	0,802	0,725	0,640	0,550	0,454	0,350	0,237	0,111				
						0,872	0,957	1,062	1,192	1,356	1,573	1.870	2,298				
261	273	286	302	320	342	0;870	0,782	0,705	0,615	0,518	0,413	0,299	0,173	0,034			
						0,900	0,987	1,094	1,227	1,396	1,619	1,924	2,363	3,045			
257	268	282	297	315	337	0,941	0,862	0,775	0,683	0,585	0,478	0,364	0,237	0,097			
						0,928	1,018	1,128	1,264	1,439	1,667	1,980	2,430	3,128			
253	264	277	292	310	331	1,015	0,935	0,847	0,754	0,655	0,548	0,432	0,304	0,163	0,007		
						0,957	1,059	1,163	1,303	1,483	1,717	2,039	2,501	3,216	4,457		
249	260	273	287	305	326	1,092	1,011	0,923	0,829	0,708	0,620	0,504	0,375	0,233	0,076		
						0,988	1,083	1,200	1,345	1,515	1,770	2,100	2,575	3,309	4,580		
245	256	268	283	300	321	1,175	1,092	1,001	0,908	0,807	0,697	0,579	0,449	0,307	0,148		
						1,020	1,119	1,239	1,387	1,578	1,826	2,165	2,652	3,407	4,710		
241	252	264	278	295	315	1,261	1,176	1,085	0,990	0,888	0,776	0,658	0,527	0,383	0,224	0,047	
						1,054	1,156	1,280	1,433	1,629	1,884	2,233	2,734	3,508	4,846	7,629	
237	247	259	273	290	310	1.350	1,267	1,173	1,077	0,973	0,862	0,742	0,609	0,464	0,305	0,127	
						1,090	1.195	1,323	1,482	1,682	1,946	2,304	2,820	3,616	4,990	7,844	
233	243	255	269	285	305	1,446	1,360	1,265	1,168	1,063	0,950	0,829	0,696	0,549	0,389	0,210	0,012
						1,129	1,237	1,368	1,531	1,738	2,010	2,380	2,910	3,728	5,140	8,070	17,214
229	239	250	264	280	299	1,547	1,459	1,363	1,264	1,159	1,043	0,922	0,787	0,640	0,478	0,297	0,100
						1.168	1,280	1,416	1,586	1,800	2,078	2,459	3,006	3,848	5,299	8,309	17,691
225	234	246	259	275	294	1,652	1,564	1,467	1,366	1,260	1,142	1,020	0,883	0,735	0,572	0,390	0,191
						1,210	1,325	1,466	1,641	1,863	2,151	2,544	3,107	3,975	5,467	8,561	18,196
220	230	241	254	270	289	1,764	1,675	1,576	1,472	1,364	1,247	1,122	0,985	0,835	0,671	0,487	0,288
						1,254	1,374	1,520	1,700	1,928	2,226	2,632	3,212	4,107	5,644	8,826	18,726
216	226	237	250	265	283	1,884	1,792	1,690	1.588	1,475	1,356	1,231	1,092	0,942	0,775	0,590	0,390
						1,303	1,424	1,577	1,763	1,997	2,307	2,725	3,325	4,247	5,831	9,108	19,288
Werte von 1000 α. [d—h']						Werte von φ (oben) und ψ (unten). [F_e' (oben und F_e (unten)]											

Die sechs ersten Spalten geben die Werte von 1000 α an, und zwar ist die Größe von α durch die Beziehung bestimmt:

$$d - h' = \alpha \sqrt{\frac{Me}{b}},$$

worin *b* in *m* und Me, das ist das auf die Zugeiseneinlagen bezogene resultierende Biegungsmoment

$$M_e = M + P\left(\frac{d}{2} - h'\right)$$

in *kgm* auszudrücken ist.

Vorausgesetzt ist, daß $h' = 0{,}07\ (d—a)$.

Die zwölf weiteren Spalten der Tabelle geben die Werte der Beizahlen φ (oben) und ψ (unten) an, wobei

$$F_e' = \varphi \cdot b\ (d—a)$$

$$F_e = \psi \cdot b\ (d—a) \pm \frac{P}{\sigma}.$$

G e b r a u c h   d e r   T a f e l: Es sei gegeben $M = 18000$ mkg. $P = 20000$ kg Druck; $\sigma b = 40$ kg/cm². Es werde verlangt $d = 80$ cm, $b = 40$ cm $= 0{,}4$ m, $h' = 0{,}05$ m. Das resultierende Moment, bezogen auf die Zugeiseneinlagen, ist

$$Me = 18000 \pm 20000\ (0{,}40—0{,}05) = 25000 \text{ mkg}.$$

Soll nun $d = 80$ cm sein, so muß für $d—h'$ die Gleichung gelten

$$d - h' = 0{,}300 \sqrt{\frac{25000}{0{,}4}} = 75 \text{ cm}.$$

Sucht man nun in der Spalte für $\sigma b = 40$ die Beizahl 0,300 für $d—h'$ auf, so findet man in deren wagerechter Reihe die Wertepaare für F_e' und F_e, die den gestellten Bedingungen entsprechen, wobei zu beachten ist, daß von F_e jeweils $\frac{P}{\sigma_e}$ abzuziehen ist. Von diesen Wertpaaren kann jedes beliebige gewählt werden. Die zugehörige Zugeisenspannung ist dann die am Kopf der betreffenden Spalte für $\sigma_e = 40$ angegebene. Es seien vier solcher Wertepaare zusammengestellt:

1. $\sigma_e = 1200$:

$$F_e' = 1{,}175 \cdot 75 \cdot 0{,}4 = \qquad 35{,}3\,\text{cm}^2$$

$$F_e = 1{,}020 \cdot 75 \cdot 0{,}4 - \frac{20\,000}{1200} = 30{,}6 - 16{,}7 = \underline{13{,}9\ \text{,,}}$$

$$F_e' + F_e = 49{,}2\,\text{cm}^2$$

2. $\sigma_e = 1000$:

$$F_e' = 1{,}001 \cdot 75 \cdot 0{,}4 = \qquad 30{,}2\,\text{cm}^2$$

$$F_e = 1{,}239 \cdot 75 \cdot 0{,}4 - \frac{20\,000}{1200} = 37{,}2 - 20{,}0 = \underline{17{,}2\ \text{,,}}$$

$$F_e' + F_e = 47{,}4\,\text{cm}^2$$

3. $\sigma_e = 800$:

$$F_e' = 0{,}807 \cdot 75 \cdot 0{,}4 = \qquad 24{,}2\,\text{cm}^2$$

$$F_e = 1{,}578 \cdot 75 \cdot 0{,}4 - \frac{20\,000}{800} = 47{,}3 - 25{,}0 = \underline{22{,}3\ \text{,,}}$$

$$F_e' + F_e = 46{,}5\,\text{cm}^2$$

4. $\sigma_e = 600$:

$$F_e' = 0{,}597 \cdot 75 \cdot 0{,}4 = \qquad 17{,}4\,\text{cm}^2$$

$$F_e = 2{,}165 \cdot 75 \cdot 0{,}4 - \frac{20\,000}{600} = 65{,}0 - 33{,}3 = \underline{31{,}7\ \text{,,}}$$

$$F_e' + F_e = 49{,}1\,\text{cm}^2$$

Der Fall 3 würde etwa das geringste Maß von Bewehrung ergeben.

VII. Tabellen zur Berechnung eines Trägers auf mehreren Stützen.

Die Momente sind berechnet aus der ungünstigsten Laststellung; Querkräfte aus Vollbelastung. (Vgl. § 17, Ziff. 3 und 5 der Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton vom September 1925.) Nachstehende Zahlen stellen nicht die theoretisch ungünstigsten Werte dar, sie genügen aber den amtlichen Vorschriften vom September 1925.

Träger auf 3 Stützen.

a) gleichmäßig verteilte Belastung.

$$\left.\begin{aligned} {}_{max}M_{1,2} &= 0{,}07\ g\ l^2 + 0{,}096\ p\ l^2 \\ {}_{min}M_{1,2} &= 0{,}07\ g\ l^2 - 0{,}025\ p\ l^2 \end{aligned}\right\}\ \text{Feldmoment}$$

$$M_B = -0{,}125\ g\ l^2 + 0{,}125\ p\ l^2$$

$$A = 0{,}375\ q\ l$$

$$B_e = -0{,}625\ q\ l$$

$$B_r = +0{,}625\ q\ l$$

b) 1 Einzellast in Mitte jedes Feldes.

$${}_{max}M_{1,2} = 0{,}07\ g\ l^2 + 0{,}203\ P\ l$$

$${}_{min}M_{1,2} = 0{,}07\ g\ l^2 - 0{,}047\ P\ l$$

$$M_B = -0{,}125\ g\ l^2 - 0{,}188\ P\ l$$

$$B_l = -0{,}688\ P - 0{,}625\ g\ l$$

$$B_r = +0{,}688\ P + 0{,}625\ g\ l$$

c) 2 gleiche Einzellasten in den Drittelspunkten jedes Feldes.

$$_{max}M_1 = {}_{max}M_2 = 0{,}07\ g\ l^2 + 0{,}278\ P\ l$$

$$_{min}M_1 = {}_{min}M_2 = 0{,}07\ g\ l^2 - 0{,}056\ P\ l$$

$$M_B = -\ 0{,}125\ g\ l^2 - 0{,}333\ P\ l$$

$$A = 0{,}667\ P + 0{,}375\ g\ l$$

$$B_l = -\ B_r = 1{,}334\ P - 0{,}625\ g\ l$$

Träger auf 4 Stützen.

a) gleichmäßig verteilte Belastung.

$$_{max}M_1 = {}_{max}M_3 = 0{,}08\ g\ l^2 + 0{,}101\ p\ l^2$$

$$_{min}M_1 = {}_{min}M_3 = 0{,}08\ g\ l^2 - 0{,}025\ p\ l^2$$

$$_{max}M_2 = 0{,}025\ g\ l^2 + 0{,}075\ p\ l^2$$

$$_{min}M_2 = 0{,}025\ g\ l^2 - 0{,}050\ p\ l^2$$

$$A = 0{,}40\ q \cdot l = D$$

$$B = 1{,}10\ q \cdot l = C$$

$$B_l = -\ C_r = -\ 0{,}60\ q\ l$$

$$C_l = -\ B_r = -\ 0{,}50\ q \cdot l$$

b) 1 Einzellast in Mitte jedes Feldes.

$$_{max}M_1 = {}_{max}M_3 = 0{,}08\ g\ l^2 + 0{,}213\ P\ l$$

$$_{min}M_1 = {}_{min}M_3 = 0{,}08\ g\ l^2 - 0{,}038\ P\ l$$

$$_{max}M_2 = 0{,}025\ g\ l^2 + 0{,}175\ P\ l$$

$$_{min}M_2 = 0{,}025\ g\ l^2 - 0{,}075\ P\ l$$

$$M_B = M_C = -\ 0{,}10\ g\ l^2 - 0{,}15\ P \cdot l$$

$$A = D = 0{,}35\ P + 0{,}40\ g\ l$$

$$B = C = 1{,}15\ P + 1{,}10\ g \cdot l$$

$$B_l = -\ C_r = -\ 0{,}65\ P - 0{,}60\ g\ l$$

$$B_r = -\ C_l = 0{,}50\ P + 0{,}50\ g \cdot l$$

c) 2 gleiche Einzellasten in den Drittelspunkten jedes Feldes.

$_{max}M_1 = {}_{max}M_3 = 0{,}08 \text{ g } l^2 + 0{,}289 \text{ P } l$

$_{min}M_1 = {}_{min}M_3 = 0{,}08 \text{ g } l^2 — 0{,}044 \text{ P } l$

$_{max}M_2 = 0{,}025 \text{ g } l^2 + 0{,}20 \text{ P } l$

$_{min}M_2 = 0{,}025 \text{ g } l^2 — 0{,}133 \text{ P} \cdot l$

$M_B = M_C = — 0{,}267 \text{ P} \cdot l — 0{,}10 \text{ g } l^2$

$A = D = 0{,}733 \text{ P} + 0{,}40 \text{ g } l$

$B = C = 2{,}267 \text{ P} + 1{,}10 \text{ g} \cdot l$

$B_l = — C_r = — 1{,}267 \text{ P} — 0{,}60 \text{ g} \cdot l$

$B_r = — C_l = 1{,}00 \text{ P} + 0{,}50 \text{ g} \cdot l$

Träger auf 5 Stützen.

a) gleichmäßig verteilte Belastung.

$_{max}M_1 = 0{,}077 \text{ g } l^2 + 0{,}1 \quad \text{p } l^2$

$_{min}M_1 = 0{,}077 \text{ g } l^2 — 0{,}023 \text{ p } l^2$

$_{max}M_2 = 0{,}036 \text{ g } l^2 + 0{,}081 \text{ p } l^2$

$_{min}M_2 = 0{,}036 \text{ g } l^2 — 0{,}045 \text{ p } l^2$

$_{max}M_3 = 0{,}036 \text{ g } l^2 + 0{,}081 \text{ p } l^2$

$_{min}M_3 = 0{,}036 \text{ g } l^2 — 0{,}045 \text{ p } l^2$

$_{max}M_4 = 0{,}077 \text{ g } l^2 + 0{,}1 \quad \text{p } l^2$

$_{min}M_4 = 0{,}077 \text{ g } l^2 — 0{,}023 \text{ p } l^2$

$M_B = — 0{,}107 \text{ q } l^2 — 0{,}107 \text{ p } l^2$

$M_C = — 0{,}071 \text{ q } l^2 — 0{,}071 \text{ p } l^2$

$M_D = — 0{,}107 \text{ q } l^2 — 0{,}107 \text{ p } l^2$

$A = 0{,}393 \text{ q } l$

$B = 1{,}143 \text{ q } l \quad B_l = — 0{,}607 \text{ q } l \quad B_r = 0{,}536 \text{ q } l$

$C = 0{,}929 \text{ q } l \quad C_l = — 0{,}464 \text{ q } l \quad C_r = 0{,}464 \text{ q } l$

$D = 1{,}143 \text{ q } l \quad D_l = — 0{,}536 \text{ q } l \quad D_r = 0{,}607 \text{ q } l$

$E = 0{,}393 \text{ q } l$

b) 1 Einzellast in Mitte jedes Feldes.

$$_{max}M_1 = {}_{max}M_4 = 0{,}077\ q\ l^2 + 0{,}210\ P\ l$$
$$_{min}M_1 = {}_{min}M_4 = 0{,}077\ q\ l^2 - 0{,}040\ P \cdot l$$
$$_{max}M_2 = {}_{max}M_3 = 0{,}036\ g\ l^2 + 0{,}183\ P \cdot l$$
$$_{min}M_2 = {}_{min}M_3 = 0{,}036\ g\ l^2 - 0{,}067\ P \cdot l$$
$$M_B = M_D = -0{,}107\ g\ l^2 - 0{,}161\ P\ l$$
$$M_C = -0{,}071\ g\ l^2 - 0{,}107\ P \cdot l$$
$$A = E = 0{,}339\ P + 0{,}393\ g\ l$$
$$B = D = 1{,}214\ P + 1{,}143\ g \cdot l$$
$$C = 0{,}892\ P + 0{,}929\ g \cdot l$$
$$B_l = -D_r = -0{,}661\ P - 0{,}607\ g\ l$$
$$B_r = -D_l = 0{,}553\ P + 0{,}536\ g\ l$$
$$C_l = -C_r = -0{,}446\ P - 0{,}464\ g\ l$$

c) 2 gleiche Einzellasten in den Drittelspunkten jedes Feldes.

$$_{max}M_1 = {}_{max}M_4 = 0{,}077\ g\ l^2 + 0{,}286\ P\ l$$
$$_{min}M_1 = {}_{min}M_4 = 0{,}077\ g\ l^2 - 0{,}048\ P\ l$$
$$_{max}M_2 = {}_{max}M_3 = 0{,}036\ g\ l^2 + 0{,}222\ P\ l$$
$$_{min}M_2 = {}_{min}M_3 = 0{,}036\ g\ l^2 - 0{,}111\ P\ l$$
$$M_B = M_D = -0{,}107\ g\ l^2 - 0{,}286\ P\ l$$
$$M_C = -0{,}071\ g\ l^2 - 0{,}191\ P \cdot l$$
$$A = E = 0{,}714\ P + 0{,}393\ g\ l$$
$$B = D = 2{,}831\ P + 1{,}143\ g \cdot l$$
$$C = 1{,}81\ P + 0{,}929\ g \cdot l$$
$$B_l = -D_r = -1{,}286\ P - 607\ g\ l$$
$$B_r = -D_l = 1{,}095\ P + 0{,}536\ g \cdot l$$
$$C_l = C_r = -6{,}905\ P - 0{,}464\ g \cdot l$$

VIII. Rund-

⌀ in mm	Gewicht i. 1 lfd. m in kg	Umfang $d \cdot \pi$ in cm	(Stückzahl Querschnitt				
			1	2	3	4	5
2	0,024	0,63	0,03	0,06	0,09	0,13	0,16
3	0,055	0,94	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35
4	0,098	1,26	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63
5	0,154	1,57	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98
6	0,222	1,89	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41
7	0,302	2,20	0,38	0,77	1,16	1,54	1,93
8	0,395	2,51	0,50	1,01	1,51	2,01	2.52
9	0,499	2,83	0,64	1,27	1,91	2,54	3,18
10	0,617	3,14	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93
11	0,746	3,46	0,95	1,90	2,85	3,80	4,75
12	0,888	3,77	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65
13	1,042	4,08	1,33	2,66	3,99	5,32	6,65
14	1,208	4,40	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70
15	1,387	4,71	1,77	3,54	5,31	7,08	8,85
16	1,578	5,03	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05
17	1,782	5,34	2,27	4,54	6,81	9,08	11,35
18	1,998	5,65	2,54	5,08	7,62	10,16	12,70
19	2,226	5,97	2,84	5,68	8.52	11,36	14,20
20	2,466	6,28	3,14	6,28	9,42	12,57	15,70
21	2,719	6,60	3,46	6,92	10,38	13.84	17,30
22	2,984	6,91	3,80	7,60	11,40	15,20	19,00
23	3,261	7,23	4,15	8,30	12,45	16,60	20,75
24	3,551	7,54	4,52	9,04	13,56	18,08	22,60
25	3,853	7,85	4,91	9,82	14,73	19,64	24,55
26	4,168	8,17	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55
27	4,495	8,48	5,73	11,46	17,19	22,92	28,65
28	4,834	8,80	6.16	12,32	18,48	24,63	30,80
29	5,185	9,11	6,61	13,22	19,83	26,44	33,05
30	5,549	9,42	7,07	14,14	21,21	28,28	35,35
32	6,313	10,05	8,04	16,08	24,12	32,16	40,20
34	7,127	10,68	9,08	18,16	27,24	36,32	45,40
36	7,990	11,31	10,18	20,36	30,54	40,72	50,90
38	8,903	11,94	11,34	22,68	34,02	45,36	56,40
40	9,865	12,57	12,57	25,14	37,71	50,28	62,85

eisen-Tafel

ausgedrückt in cm²):

6	7	8	9	10	11	12	13	Ø in mm
0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,38	0,41	2
0,42	0,49	0,56	0,64	0,70	0,78	0,85	0,92	3
0,76	0,88	1,00	1,13	1,26	1,38	1,51	1,63	4
1,18	1,37	1,57	1,76	1,96	2,16	2,35	2,55	5
1,70	1,98	2.26	2,55	2,83	3,11	3,40	3,58	6
2,31	2,70	3 08	3,47	3,85	4,24	4,62	5,01	7
3,02	3,52	4,02	4,53	5,03	5,53	6,04	6,54	8
3,82	4,45	5,09	5,72	6,36	7,00	7,63	8,27	9
4,71	5,50	6,28	7,06	7,85	8,64	9,42	10,21	10
5,70	6.65	7.60	8,55	9,50	10,45	11,40	12,35	11
6,78	7,91	9,04	10,17	11,30	12,43	13,56	14,69	12
7,98	9,31	10,64	11,97	13,30	14,63	15,96	17,29	13
9,24	10,78	12,32	13,86	15,40	16,94	18,48	20,02	14
10,62	12,39	14,14	15,93	17,70	19,47	21,24	23,01	15
12,06	14,07	16,08	18,09	20,10	22,11	24,12	26,13	16
13,62	15,89	18,16	20,43	22,70	24,97	27,24	29,51	17
15,24	17,78	20,32	22,86	25,40	27,94	30,48	33,02	18
17.05	19,88	22,72	25,56	28,40	31,24	34,08	36,92	19
18,84	21,98	25,12	28,26	31,40	34,54	37,68	40,82	20
20,76	24,22	27,68	31,14	34,60	38,06	41,52	44,98	21
22,80	26,60	30.40	34,20	38,00	41,80	45,60	49 40	22
24,90	29,05	33,20	37,35	41,20	45,65	49,80	53,95	23
27,12	31,64	36,16	40,68	45,50	49,72	54,24	58,76	24
29,46	34,37	39,28	44,19	49,10	54,01	58,92	63,83	25
31.86	37,17	42,48	47,79	53,10	58,41	63,72	69,03	26
34,38	40.11	45,84	51,57	57,30	63,03	68,76	74,49	27
36,96	43,12	49,28	55,44	61,60	67,76	73,92	80,08	28
39,66	46.27	52,88	59,49	66,10	72,71	79,32	85,93	29
42,42	49,49	56,56	63,63	70,70	77,77	84,84	91,91	30
48,24	56,28	64,32	72,36	80,40	88,44	96,48	104,52	32
54,48	63,56	72,64	81.72	90,80	99,88	108,96	118,04	34
61,08	71,26	81,44	91,62	101,80	111,98	122,16	132 34	36
68,04	79,38	90,72	102,06	113,40	124,74	136,08	147,72	38
75,42	87,99	100,56	113,13	125,70	138,27	150,84	163,41	40

IX. Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton.

Aufgestellt September 1925.

Vorbemerkung.

Entwurf und Bauausführung von Eisenbetonbauten fordern eine gründliche Kenntnis dieser Bauweise, daher darf der Bauherr nur solche Unternehmer damit betrauen, die diese Kenntnis haben und eine sorgfältige Ausführung gewährleisten (vgl. §§ 222, 230, 330 und 367, Ziffer 14 und 15 RStGB. sowie § 831 BGB.)[1]).

---

[1]) RStGB. § 222. Wer durch Fahrlässigkeit den Tod eines Menschen verursacht, wird mit Gefängnis bis zu drei Jahren bestraft.

Wenn der Täter zu der Aufmerksamkeit, welche er aus den Augen setzte, vermöge seines Amtes, Berufes oder Gewerbes besonders verpflichtet war, so kann die Strafe bis auf fünf Jahre Gefängnis erhöht werden.

§ 230. Wer durch Fahrlässigkeit die Körperverletzung eines anderen verursacht, wird mit Geldstrafe bis zu 900 M oder mit Gefängnis bis zu zwei Jahren bestraft.

War der Täter zu der Aufmerksamkeit, welche er aus den Augen setzte, vermöge seines Amtes, Berufes oder Gewerbes besonders verpflichtet, so kann die Strafe auf drei Jahre Gefängnis erhöht werden.

§ 330. Wer bei der Leitung oder Ausführung eines Baues wider die allgemein anerkannten Regeln der Baukunst dergestalt handelt, daß hieraus für andere Gefahr entsteht, wird mit Geldstrafe bis zu 900 Mark oder mit Gefängnis bis zu einem Jahr bestraft.

§ 367. Mit Geldstrafe bis zu 150 Mark oder mit Haft wird bestraft:

14. wer Bauten oder Ausbesserungen von Gebäuden, Brunnen, Brücken, Schleusen oder anderen Bauwerken vornimmt, ohne die von der Polizei angeordneten oder sonst erforderlichen Sicherungsmaßregeln zu treffen;

Ebenso darf der Unternehmer als verantwortlicher Bau=leiter nur solche Persönlichkeiten heranziehen, die diese Bauart gründlich kennen; zur Aufsicht der Arbeiten sind nur geschulte Poliere oder zuverlässige Vorarbeiter zu verwenden, die bei Eisenbetonbauten schon mit Erfolg tätig gewesen sind.

Teil I. Allgemeine Vorschriften.

§ 1. Geltungsbereich.

Die Bestimmungen sind für alle Bauausführungen maß=gebend, bei denen Beton in Verbindung mit gewalztem Eisen (Stahl) derart verwendet wird, daß beide Baustoffe gemeinsam zur Uebertragung der äußeren Kräfte nötig sind. Sie gelten auch für fabrikmäßig hergestellte Eisen=betonbauteile und für Eisenbetondecken mit Einlagen aus Voll= und Hohlsteinen und anderen Füllkörpern, wenn diese zur Spannungsübertragung nicht herangezogen wer=den. Im übrigen sind für Decken aus Steinen mit Eisen=einlagen (Steineisendecken) die „Bestimmungen für Aus=führung ebener Steindecken“ maßgebend. (S. Ab=schnitt B.)

§ 2. Bauvorlagen.

1. Bei Bauwerken, die ganz oder zum Teil aus Eisen=beton hergestellt werden sollen, müssen aus den zur bau=polizeilichen Prüfung vorzulegenden Zeichnungen, sta=

---

15. wer als Bauherr, Baumeister oder Bauhandwerker einen Bau oder eine Ausbesserung, wozu die polizeiliche Genehmigung erforderlich ist, ohne diese Genehmigung oder mit eigenmächtiger Abweichung von dem durch die Behörde genehmigten Bauplane ausführt oder ausführen läßt.

BGB. § 831. Wer einen anderen zu einer Verrichtung bestellt, ist zum Ersatz des Schadens verpflichtet, den der Andere in Ausführung der Verrichtung einem Dritten widerrechtlich zufügt. Die Ersatzpflicht tritt nicht ein, wenn der Geschäftsherr bei der Auswahl der bestellten Person und, sofern er Vorrichtungen oder Gerätschaften zu beschaffen oder die Ausführung der Verrichtung zu leiten hat, bei der Beschaffung oder der Leitung die im Ver=kehr erforderliche Sorgfalt beobachtet oder wenn der Schaden auch bei Anwendung dieser Sorgfalt entstanden sein würde.

Die gleiche Verantwortlichkeit trifft denjenigen, welcher für den Geschäftsherrn die Besorgung eines der im Abs. 1 Satz 2 bezeichneten Geschäfte durch Vertrag übernimmt.

tischen Berechnungen und erforderlichenfalls beizubringenden Beschreibungen zu ersehen sein: die Gesamtanordnung, die Belastungsannahmen, die Querschnitte der einzelnen Teile, die genaue Gestalt und die Lage der Eiseneinlagen, der Bewegungsfugen u. dgl., ferner Art, Ursprung und Beschaffenheit der Baustoffe, die zum Beton verwendet werden sollen, ihr Mischungsverhältnis (vgl. § 6) und die gewährleisteten Würfelfestigkeiten[2]) des Betons nach 28 tägiger Erhärtung (vgl. § 19, Ziffer 1).

2. Die statischen Berechnungen müssen die Sicherheit des Bauwerks nach diesen Bestimmungen in übersichtlicher und prüfbarer Form nachweisen. Hierzu müssen außer den notwendigen Uebersichtsplänen und Skizzen der Belastungsannahmen die Zeichnungen der Querschnitte und Auflagerenden für die wichtigeren Balken, Unterzüge, Rahmen und Stützen mit allen durch Maße festgelegten Eiseneinlagen beigefügt werden. Auf Verlangen der Baupolizeibehörde sind vor Beginn der Ausführung die maßgebenden Bewehrungspläne mit Eisenauszügen zur Prüfung vorzulegen.

3. Bei noch unerprobter Bauweise kann die Baupolizeibehörde die Zulassung vom Ausfall von Probeausführungen und Belastungsversuchen abhängig machen. Diese Belastungsversuche sind bis zum Bruche durchzuführen.

4. Auf Anfordern sind Proben der Baustoffe beizufügen.

5. Der Bauherr, der Entwurfsverfasser und, vor dem Beginn der Arbeiten, auch der ausführende Unternehmer haben die Vorlagen zu unterschreiben. Wird die Ausführung einem anderen Unternehmer übertragen, so ist dies der Baupolizeibehörde sofort mitzuteilen.

---

[2]) Unter Würfelfestigkeit ist hier und im folgenden die Druckfestigkeit von Würfeln zu verstehen, die nach den „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton“ angefertigt und geprüft worden sind.

Wegen der Kosten und der Anerkennung von Würfelfestigkeitsprüfungen, die auf eigenen Pressen der Unternehmer vorgenommen sind, wird für Preußen auf den Runderlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 21. März 1923 — II. 9. Nr. 206 — (Volkswohlfahrt Nr. 9 S. 212/213) verwiesen (vgl. auch Fußnote 12).

§ 3. Vorläufiger Festigkeitsnachweis.

Der Unternehmer ist verpflichtet, auf Anfordern der Baupolizeibehörde vor Baubeginn nachzuweisen, daß die für den Bau in Aussicht genommenen Mischungen die gewährleisteten Würfelfestigkeiten[2]) (vgl. § 19, Ziffer 1) ergeben.

§ 4. Bauleitung.

Die Namen des verantwortlichen Bauleiters und seiner für die Baustelle bestimmten örtlichen Vertreter sind der Baupolizeibehörde bei Beginn der Bauarbeiten anzugeben; jeder Wechsel ist sofort mitzuteilen.

Während der Bauausführung muß entweder der verantwortliche Bauleiter oder einer seiner Vertreter auf der Baustelle anwesend sein.

§ 5. Die Baustoffe.

Die Eigenschaften der zu verwendenden Baustoffe sind auf Anfordern der Baupolizeibehörde durch Zeugnisse nachzuweisen. Im Streitfall entscheidet eine amtliche Prüfungsanstalt[3]).

1. Zement. Verwendet werden darf nur langsam bindender Zement, der den jeweils gültigen, vom Reichsverkehrsminister anerkannten deutschen Normen für Lieferung und Prüfung von Zement entspricht.

Die Zeugnisse über die Beschaffenheit müssen Angaben über Raumbeständigkeit, Bindezeit, Mahlfeinheit, Zug- und Druckfestigkeit enthalten.

Da erfahrungsgemäß die Abbindezeit eines Zements wechseln kann, muß der Unternehmer durch wiederholte Abbindeproben auf der Baustelle feststellen, daß kein schnell bindender Zement verwendet wird.

Von hochwertigen Zementen (Normenzementen und Tonerdezementen) werden bei Prüfung nach den Normen[4]) für Portland-, Eisenportland- und Hoch-

---

[3]) Es empfiehlt sich, bei wichtigen Bauwerken Proben der Baustoffe in Gegenwart der Baupolizei zu entnehmen und unter Verschluß für den Fall späterer Nachprüfung bis etwa ein Jahr nach Abnahme des Bauwerkes aufzubewahren.

[4]) Für diese Zemente kann der Wasserzusatz zum Normenmörtel nicht nach den Normen bestimmt werden. Bis zur Herausgabe der Normen für hochwertige Zemente wird empfohlen, 8 Prozent der Gewichtsteile des Trockengemenges anzunehmen.

ofenzement, die im folgenden angegebenen Mindestfestigkeiten verlangt:

Bei Prüfung nach

3 Tagen (1 Tag in feuchter Luft, 2 Tage unter Wasser)
Druckfestigkeit . . . . . 250 kg/cm²
Zugfestigkeit . . . . . . 25 „

28 Tagen (1 Tag in feuchter Luft, 6 Tage unter Wasser, sodann an der Luft)
Druckfestigkeit . . . . . 450 kg/cm²
Zugfestigkeit . . . . . . 35 „

Die Zemente sind in der Ursprungspackung (Fabrikpackung) auf der Verwendungsstelle anzuliefern. Der hochwertige Zement muß durch seine Packung deutlich als solcher gekennzeichnet sein.

2. Sand, Kies und andere Zuschläge.

a) Im Sinne dieser Bestimmungen ist zu verstehen:
unter Sand: Gruben-, Fluß-, See-, Brech- oder Quetschsand, Schlackensand[5]) (gekörnte Hochofenschlacke geeigneter Zusammensetzung), Bimssand[5]) u. dgl. bis zu höchstens 5 mm Korngröße;
unter Kies: natürliche Kiesgraupen, Kiessteine, Kiesel, Bimskies[5]) von 5 mm Korngröße aufwärts;
unter Kiessand das natürliche Gemenge von Sand und Kies;
unter Steingrus oder -splitt: zerkleinertes Gestein zwischen etwa 5 und etwa 25 mm Korngröße.

b) Sand, Kies, Steingrus oder -splitt und zerkleinerte Hochofenstückenschlacke[6]) sollen möglichst gemischtkörnig zusammengesetzt sein; sie dürfen keine schädlichen Beimengungen enthalten. In Zweifelfällen ist

---

[5]) Bimssand und Bimskies eignen sich nur zur Herstellung leichter, poriger, geringbeanspruchter Bauteile. Das gleiche gilt für Schlackensand, der schaumig gefallen ist.

[6]) Zerkleinerte Hochofenstückschlacke muß den „Richtlinien für die Herstellung und Lieferung von Hochofenschlacke als Zuschlagstoff für Beton und Eisenbeton“ entsprechen. (Vgl. Erlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 30. April 1924 — II. 9. Nr. 220 — Zentralbl. d. Bauverw. 1924, S. 168).

der Einfluß von Beimengungen durch Versuche festzustellen[7]).

c) Für Bauteile, die laut polizeilicher Vorschrift feuerbeständig sein müssen, dürfen nur solche Zuschlagstoffe verwandt werden, die im Beton dem Feuer widerstehen.

d) Zweckmäßig wird das Korn der Zuschläge so gehalten, daß die Hohlräume des Gemisches möglichst gering werden. Die gröbsten Körner der Zuschläge müssen sich noch zwischen die Eiseneinlagen sowie zwischen Schalung und Eiseneinlagen einbringen lassen, ohne die Eisen zu verschieben.

e) Die als Zuschlag verwendeten Baustoffe sollen in der Regel mindestens die gleiche Festigkeit besitzen, wie der erhärtete Mörtel des Betons. Die Steine sollen wetterbeständig sein.

3. Wasser. Das Wasser darf keine Bestandteile enthalten, die die Erhärtung des Betons beeinträchtigen. Im Zweifelsfall ist seine Brauchbarkeit vorher durch Versuche festzustellen.

4. Eisen (Stahl). Das Eisen muß den Mindestforderungen genügen, die in den Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenbauwerken, Normblatt 1000 des Normenausschusses der Deutschen Industrie enthalten sind. Das Eisen darf zum Zwecke der Prüfung weder abgedreht noch ausgeschmiedet oder ausgewalzt werden; es ist also stets in der Dicke zu prüfen, wie es angeliefert wird.

Anzahl und Durchführung der Versuche richten sich ebenfalls nach den genannten Vorschriften.

Der Kaltbiegeversuch soll in der Regel auf jeder Baustelle durchgeführt werden; dabei muß der lichte Durch-

---

[7]) Es läßt sich nicht allgemein und erschöpfend bestimmen, wie die Baustoffe beschaffen sein müssen, aus denen der Beton hergestellt wird. Lehm, Ton und ähnliche Beimischungen wirken schädlich auf seine Festigkeit, wenn sie am Sand und Kies festhaften. Sind sie in geringen Mengen im Sand fein verteilt, ohne an den Körnern zu haften, so schaden sie in der Regel nicht.

Braunkohlenteile, die in verschiedenen Flußkiessanden vorkommen, können schädlich wirken, wenn sie in größeren Mengen vorhanden sind.

messer der Schleife an der Biegestelle gleich dem doppelten Durchmesser des zu prüfenden Rundeisens sein (bei Flacheisen gleich der doppelten Dicke). Auf der Zugseite dürfen dabei keine Risse entstehen.

Für Bauteile, die besonders ungünstigen, rechnerisch nicht faßbaren Beanspruchungen ausgesetzt sind, kann die Baupolizeibehörde die Prüfung auf Zug verlangen.

a) Eisen (Handelseisen)[8]. Für die Zugfestigkeit muß der in den obgengenannten Vorschriften angegebene Mindestwert, 3700 kg/cm², eingehalten werden.

b) Stahl St 48. Mit St 48 ist ein hochwertiger Kohlenstoffstahl bezeichnet, dessen Zugfestigkeit nachweislich zwischen den Grenzen 4800 und 5800 kg/cm² liegt und der eine Bruchdehnung von mindestens 18 Proz. hat. Der Stahl muß durch eine eingewalzte durchlaufende Marke vor der Verwechslung mit gewöhnlichem Eisen (Handelseisen) geschützt sein.

§ 6. *Zubereitung der Betonmasse.*

1. Betongemenge. Sand, Kies, Steingrus und -splitt werden nach Raumteilen, Zement nach Gewicht bemessen, alles aber in Raumteilen zugesetzt.

Zur Umrechnung von Gewichtsteilen auf Raumteile ist der Zement lose in ein Hektolitergefäß einzufüllen und zu wägen.

2. Das Betongemenge soll so viel Zement, Sand, Kies oder Kiessand, Steingrus oder -splitt enthalten, daß ein dichter Beton entsteht, der rostsichere Umhüllung der Eiseneinlagen gewährleistet. Es muß mindestens 300 kg Zement in 1 m³ fertigen Betons im Bauwerk enthalten. Bei Brücken und anderen Bauwerken, die wegen besonders ungünstiger Verhältnisse einen erhöhten Rostschutz verlangen, kann eine größere Mindestgrenze Zement gefordert, bei Eisenbetonkörpern größerer Abmessungen, deren Beanspruchung wesentlich hinter den zulässigen Werten zurückbleibt, eine entsprechend geringere Menge zugelassen werden, wenn für den Rostschutz der Eiseneinlagen Sorge getragen wird.

---

[8]) Im allgemeinen hat das Handelseisen die nach den Deutschen Normen für St. 37 verlangten Eigenschaften.

Weiter darf bei Hochbauten, die dem Einfluß von Feuchtigkeit nicht ausgesetzt sind, die Mindestmenge an Zement auf 270 kg in 1 m³ fertig verarbeiteten Betons herabgesetzt werden, wenn die Zusammensetzung der Zuschlagstoffe derart ist, daß ein genügend dichter Beton[9]) gewährleistet wird.

Die Baupolizei kann den Nachweis des Einganges beim Mischen und Betonieren verlangen.

3. Die in § 19 geforderten Würfelfestigkeiten des Betons $W_e 28$ und $W_b 28$ sind nachzuweisen.

Es bedeuten:

$W_e 28 =$ Würfelfestigkeit erdfeuchten Betons nach 28 Tagen,

$W_b 28 =$ Würfelfestigkeit von Beton in der gleichen Beschaffenheit, wie er im Bauwerk verarbeitet wird, nach 28 Tagen[10]).

4. Mischweise. Die Betonmasse kann von Hand, muß aber bei größeren Bauausführungen durch geeignete Maschinen gemischt werden. Das Mischungsverhältnis muß an der Mischstelle mit deutlich lesbarer Schrift angeschlagen sein und sich beim Arbeitsvorgang leicht feststellen lassen.

a) Bei Handmischung ist die Betonmasse auf einer gut gelagerten, kräftigen dichtschließenden Pritsche oder sonst auf ebener, schlecht absaugender und fester Unterlage herzustellen. Zunächst sind Sand, Kiessand oder Grus mit dem Zement trocken mindestens dreimal zu mischen, bis sie ein gleichfarbiges Gemenge ergeben: dann ist das Wasser allmählich zuzusetzen. Das Ganze ist noch so lange zu mischen, bis es eine gleichmäßige Betonmasse bildet. Werden ausnahmsweise Zuschläge von mehr als 25 mm Korngröße verwendet, so sind sie vorher zu nässen und, wenn nötig, zu reinigen.

---

[9]) Vgl. Graf, Der Aufbau des Mörtels im Beton (S. 1 sowie S. 25—27 und Abbildung 21). Verlag Julius Springer, Berlin 1923.

[10]) Vgl. die „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton".

Die Einführung einer Konsistenzprobe (Steifeprobe) bleibt vorbehalten, bis die Versuche zur Feststellung des Zusammenhanges zwischen Wasserzusatz, Konsistenz (Steife) und Würfelfestigkeit abgeschlossen sind.

b) Bei Maschinenmischung wird das gesamte Gemenge zunächst trocken und hierauf unter allmählichem Wasserzusatz so lange noch weiter gemischt, bis es eine innig gemischte, gleichmäßige Betonmasse bildet.

Die Mischdauer kann als ausreichend angesehen werden, wenn die Steine allseitig von innig gemischtem, gleichfarbigem Mörtel umgeben sind.

§ 7. *Verarbeitung der Betonmasse.*

1. Die Betonmasse soll alsbald nach dem Mischen und ohne Unterbrechung verarbeitet werden. Nur in Ausnahmefällen darf sie einige Zeit unverarbeitet liegen bleiben — bei trockner und warmer Witterung nicht über eine Stunde, bei nasser und kühler nicht über zwei Stunden —, muß aber gegen Witterungseinflüsse, wie Sonne, Wind, starken Regen usw., geschützt und unmittelbar vor Verwendung umgeschaufelt werden. In allen Fällen muß sie vor Beginn des Abbindens verarbeitet sein.

2. Bei dem Einbringen der Betonmasse ist darauf zu achten, daß die Mischung gleichmäßig bleibt. Gröbere Zuschlagsteile, die sich abgesondert haben, sind mit dem Mörtel wieder zu vermengen.

Die Anwendung gespritzten Betons für Eisenbetontragteile hängt von besonderer baupolizeilicher Erlaubnis ab.

3. Die Massen sind nacheinander so zeitig (frisch auf frisch) einzubringen, daß sie untereinander ausreichend fest binden. Bei Plattenbalken sind Steg und Platte in einem Arbeitsvorgang zu betonieren, soweit es die Abmessungen der Bauteile zulassen. Die Betonierungsabschnitte sind an die wenigst beanspruchten Stellen zu legen.

4. Die Betonmasse ist in einem dem Wasserzusatz entsprechenden Maße mit passend geformten Geräten zu verdichten und so durchzuarbeiten, das Luftblasen entweichen und der Beton die für ihn bestimmten Räume vollständig ausfüllt. Der Beton muß so weich verarbeitet werden, daß der Mörtel die Eiseneinlagen vollständig und dicht umschließt.

Wird für einzelne Bauteile mit geringer Eisenbewehrung ausnahmsweise erdfeuchter Beton verwendet, so ist in Schichten von höchstens 15 cm Stärke zu stampfen.

5. Die Oberfläche abgebundener Schichten ist vor dem Fortsetzen des Betonierens aufzurauhen, von losen Bestandteilen zu reinigen und anzunässen. Sodann ist ein dem Mörtel der Betonmasse entsprechender Zementmörtelbrei aufzubringen, wobei streng darauf zu achten ist, daß dieser Mörtelbrei nicht schon abgetrocknet ist oder abgebunden hat, bevor die neue Betonschicht hergestellt wird.

§ 8. Betonieren bei Frost.

Wenn bei Temperaturen unter 0° betoniert werden muß, sind Vorsichtsmaßnahmen zu treffen, um den Beton während des Abbindens vor Kälte zu schützen.

Bei leichtem Frost bis etwa — 3° ist darauf zu achten, daß keine gefrorenen Baustoffe verwendet werden. Erforderlichenfalls ist das Wasser anzuwärmen. Der fertige Beton ist bis zur genügenden Erhärtung frostsicher abzudecken.

Bei stärkerem Frost als — 3° darf nur ausnahmsweise betoniert werden. Hierbei ist in geeigneter Weise durch Anwärmen des Wassers und der Zuschlagstoffe sowie durch Umschließen und Heizen der Arbeitsstelle dafür zu sorgen, daß der Beton ungestört abbinden und erhärten kann. Dabei darf aber dem Beton das zum Abbinden und Erhärten erforderliche Wasser nicht durch zu große Hitze entzogen werden.

An gefrorene Bauteile darf nicht anbetoniert werden. Durch Frost beschädigte Betonteile sind zu beseitigen.

§ 9. Einbringen des Eisens.

1. Das Eisen ist vor Verwendung von Schmutz, Fett und losem Rost zu befreien.

2. Besondere Sorgfalt ist zu verwenden auf die vorgeschriebene Form und die richtige Lage der Eisen sowie auf eine gute Verknüpfung der durchlaufenden Zug- oder Druckeisen mit Verteilungseisen und Bügeln.

3. Während des Betonierens sind die Eisen in der richtigen Lage festzuhalten und mit der Betonmasse dicht zu umkleiden.

4. Die Eisen dürfen mit Zementbrei nur unmittelbar vor dem Einbetonieren eingeschlämmt werden, da ein angetrockneter Zementanstrich den Verband zwischen Eisen und Beton stört.

§ 10. *Herstellung der Schalungen*[11]).

1. Alle Rüstungen und Einschalungen sind tragfähig herzustellen; sie müssen ausreichend widerstandsfähig gegen die auf sie einwirkenden Kräfte sein und leicht und gefahrlos wieder entfernt werden können (vgl. Ziffer 7). Bei Gußbeton ist auf ausreichende Standfestigkeit der Schalung besonderer Wert zu legen, bei ihrer Herstellung ist auf das Quellen des Holzes Rücksicht zu nehmen. Die Stützen oder Lehrbögen sind auf Keile, Sandkästen, Schrauben oder andere Ausrüstungsvorrichtungen zu stellen, durch deren allmähliches Lüften das Lehrgerüst langsam ohne Stöße und Erschütterungen gesenkt werden kann.

2. Lehrgerüsteisen als alleinige Unterstützung von Deckenschalungen sind nur bis zu einer Spannweite von 2 5 m zulässig. Es ist verboten, Baustoffe auf solche Einschalungen abzustürzen oder aufzustapeln. Bei größerer Spannweite sind End- und Zwischenstützen anzuwenden, wenn nicht ihre Entbehrlichkeit statisch nachgewiesen ist.

3. Bei allen unterstützten Lehrgerüsten dürfen gestoßene, d. h. aufeinandergesetzte Unterstützungshölzer nur bis zu zwei Dritteln der gesamten Stützen verwendet werden. Die ungestoßenen Stützen müssen, wenn Balken vorhanden sind, unter diesen angeordnet, im übrigen möglichst gleichmäßig auf die ganze Fläche verteilt werden. Die Schnittflächen gestoßener lotrechter Stützen müssen wagerecht sein und dicht aufeinander passen. An der Stoßstelle sind sie durch aufgenagelte, mindestens 0,70 m lange, hölzerne Laschen gegen Ausbiegen und Knicken zu sichern. Bei Stützen aus Rundholz sind drei, bei solchen aus Vierkantholz vier Laschen für jeden Stoß zu verwenden. Mehr als einmal gestoßene Stützen sind unzulässig. Wegen der Knickgefahr ist der Stoß nicht ins mittlere Drittel der Stützen zu legen. Stützen unter 7 cm Zopfstärke sind unzulässig.

---

[11]) Bei Aufstockung von Gebäuden sind besondere Vorkehrungen zur Sicherung der unteren, im Betriebe befindlichen Stockwerke zu treffen. In Preußen gelten die vom Preuß. Minister für Volkswohlfahrt erlassenen Bestimmungen vom 7. Februar 1923 — II. 9. Nr. 76 — (Zentralbl. d. Bauverw. 1923, S. 96).

4. Stützen mit Ausziehvorrichtung oder eiserner Verlängerung gelten als nicht gestoßen, wenn die Verbindung haltbar und wirksam ist.

5. Besondere Aufmerksamkeit verdient die sachgemäße Verteilung der Stützlasten auf den Erdboden. Die Stützen müssen eine unverrückbare Unterlage aus Holz (starken Brettern, Bohlen, Kanthölzern) erhalten und sind im Stockwerksbau so anzuordnen, daß die Last der oberen Stützen unmittelbar auf die darunterstehenden übertragen wird. Bei nicht tragfähigem oder gefrorenem Untergrunde sind besondere Sicherungen anzuwenden.

6. Bei Schalungsgerüsten für Ingenieurbauten sowie für mehrgeschossige Hochbauten mit Stockwerkshöhen über 5 m kann ein rechnerischer Festigkeitsnachweis verlangt werden. Hierbei sind die amtlichen Vorschriften sinngemäß anzuwenden, die in den einzelnen Ländern für die bei Hochbauten anzunehmenden Belastungen und die zulässigen Beanspruchungen der Baustoffe jeweils gelten (vgl. § 15, Ziffer 1).

Stützen von 5 m Länge und darüber sind nach der Längen- und Tiefenrichtung untereinander abzuschwerten und knicksicher auszubilden.

Wo bei Herstellung von Decken und Gewölben, die mehr als 8 m vom Fußboden entfernt sind, oder bei schwer lastenden Bauteilen nicht abgebundene Lehrgerüste verwendet werden, sind die Stützen aus besonders starken oder gekuppelten Hölzern zu fertigen, wagerecht miteinander zu verbinden und durch doppelte Kreuzstreben besonders zu sichern.

7. Bei Herstellung der Schalungen für Hochbauten ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß bei der Ausschalung einige Stützen (sogen. Notstützen) weiter stehenbleiben können, ohne daß daran und an den darüberliegenden Schalbrettern gerührt zu werden braucht. In mehrgeschossigen Gebäuden sind die Notstützen derart übereinander anzuordnen, daß alle Stützkräfte in gerader Fortsetzung weitergeführt werden. Bei den üblichen Spannweiten genügt eine Notstütze unter der Mitte jedes Balkens und der Mitte von Deckenfeldern, die mehr als 3 m Spannweite haben. Bei Unterzügen und langen Balken können noch weitere Notstützen verlangt werden.

8. Vorm Einbringen des Betons sind die Schalungen zu reinigen und gegebenenfalls anzunässen; Fremdkörper im Innern der Schalungen sind zu beseitigen. Schalungen von Säulen müssen am Fuß und am Ansatz der Auskragungen, Schalungen tiefer Träger an der Unterseite Reinigungsöffnungen haben.

9. Während des Betonierens sind die Einschalungen und ihre Unterlagen genau nachzuprüfen. Insbesondere sind während des Betonierens einer Decke im Geschoß darunter die Keile, wenn erforderlich, nachzutreiben.

§ 11. Schalungsfristen und Ausschalen.

1. Kein Bauteil darf ausgeschalt, d. h. keine Schalung oder Stützung eher beseitigt werden, als bis der Beton ausreichend erhärtet ist, Schalung und Stützung entlastet sind und der verantwortliche Bauleiter sich durch Untersuchung des Bauteils davon überzeugt und die Ausschalung angeordnet hat. Wegen der Notstützen vgl. § 10, Ziffer 7 und § 11, Ziffer 4.

2. Bis zur genügenden Erhärtung des Betons sind die Bauteile gegen die Einwirkung des Frostes und gegen vorzeitiges Austrocknen zu schützen.

3. Die Fristen zwischen der Beendigung des Betonierens und der Ausschalung sind abhängig von der Witterung, der Stützweite, dem Eigengewicht der Bauteile und der Art des verwendeten Zements.

Besondere Vorsicht ist bei Bauteilen (z. B. Dächern und Dachdecken) geboten, die beim Ausschalen nahezu schon die volle rechnungsmäßige Last haben.

Tafel I.

	Für die seitliche Schalung der Balken und die Einschalung der Stützen oder Pfeiler	Für die Schalung der Deckenplatten	Für die Stützung der Balken und weitgespannten Deckenplatten
Bei Verwendung von Handelszement mindestens . . .	3 Tage	8 Tage	3 Wochen
Bei Verwendung v. hochwertigem Zement (vergl § 5, Ziffer 1) mindestens	2 Tage	4 Tage	8 Tage

Bei günstiger Witterung (niedrigste Tagestemperatur über 5°) gelten im allgemeinen vorstehende Ausschalungsfristen.

Bei großen Stützweiten und Abmessungen sind die Ausschalungsfristen unter Umständen auf das Doppelte der vorgenannten Zahlen zu verlängern.

Bei kühler Witterung (niedrigste Tagestemperatur zwischen + 5° und 0°) muß der verantwortliche Bauleiter mit Rücksicht auf das langsamere Erhärten des Zements bei kühler Witterung durch Untersuchung des Bauteils besonders sorgfältig prüfen, ob der Beton ausreichend erhärtet ist, und ob nicht die oben angegebenen Schalungsfristen entsprechend verlängert werden müssen.

Tritt während der Erhärtung Frost ein, so sind die Ausschalungsfristen mindestens um die Dauer der Frostzeit zu verlängern. Bei Wiederaufnahme der Arbeiten nach dem Frost und vor jeder weiteren Ausschalung ist der Beton darauf zu untersuchen, ob er abgebunden hat und genügend erhärtet, nicht nur hart gefroren ist.

Bei kühler Witterung und bei Frostwetter kann die Baupolizeibehörde in besonderen Fällen die Entscheidung über die Ausschalungsfristen von dem Ausfall von Festigkeitsversuchen mit Probebalken abhängig machen.

4. Die Notstützen (vgl. § 10, Ziffer 7) sollen nach der Ausschalung noch wenigstens 14 Tage, bei Verwendung hochwertigen Zements wenigstens noch 8 Tage erhalten bleiben. Bei Frost sind diese Fristen um die Dauer der Frostzeit zu verlängern. In besonderen Fällen kann die Baupolizeibehörde Ausnahmen zulassen.

5. Beim Ausschalen sind die Stützen und Lehrbögen zunächst abzusenken; es ist verboten, sie ruckweise wegzuschlagen und abzuzwängen. Auch sonst ist jede Erschütterung dabei zu vermeiden.

6. Ueber den Gang der Arbeiten ist ein Tagebuch zu führen, woraus die Zeitabschnitte für die Ausführung der einzelnen Arbeiten stets nachgewiesen werden können. Frosttage sind darin unter Angabe der Grade und der Stunde ihrer Messung besonders zu vermerken.

Das Tagebuch ist den Aufsichtsbeamten auf Verlangen vorzuzeigen.

7. Läßt sich eine Benutzung der Decken in den ersten Tagen nach der Herstellung nicht vermeiden, so ist besondere Vorsicht geboten.

Es ist verboten, Lasten (Steine, Balken, Bretter, Träger usw.) auf frisch hergestellte Decken abzuwerfen oder abzukippen oder Baustoffe, die nicht sofort verwendet werden, auf noch nicht ausgeschalte Decken aufzustapeln.

§ 12. Prüfung während der Ausführung. Probebelastungen.

1. Die Baupolizeibehörde kann während der Bauausführung Anfertigung und Prüfung von Probekörpern verlangen[12]). Die Probekörper hat der Unternehmer auf der Baustelle herzustellen, auf Verlangen der Baupolizeibehörde in Gegenwart des Baupolizeibeamten. Sie sind anzufertigen und zu prüfen nach den „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton".

2. Die Festigkeitsprüfung kann auf der Baustelle oder an anderer Prüfungsstelle mit einer Druckpresse, deren Zuverlässigkeit von einer staatlichen Versuchsanstalt bescheinigt ist, oder in einer staatlichen Prüfungsanstalt vorgenommen werden.

3. Wegen der Schwierigkeit einer nachträglichen Prüfung muß vor dem Betonieren der verantwortliche Bauleiter die plangemäße Anordnung und die Querschnitte der Eisen prüfen. Nachträgliches Aufstemmen des Betons ist möglichst zu vermeiden.

4. Probebelastungen sollen auf den unbedingt notwendigen Umfang beschränkt werden. Sie sind bei Hochbauten nicht vor 45=tägiger Erhärtung des Betons vorzunehmen und nur in ganz besonderen Fällen bis zum

---

[12]) Wegen der durch die baupolizeiliche Ueberwachung entstehenden Kosten wird für Preußen auf den Runderlaß des Ministers der öffentlichen Arbeiten vom 16. April 1904, III B 2786 (Zentralbl. d. Bauverw. 1904 S. 253) und auf den Runderlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 21. März 1923 — II. 9. Nr. 206 — (Volkswohlfahrt Nr. 9 S. 212/213) verwiesen.

Bruch durchzuführen, wenn es ohne Schädigung des Gesamtbauwerks möglich ist.

Wird hochwertiger Zement (vgl. § 5, Ziffer 1) verwendet, so können die Probebelastungen je nach der Spannweite bereits nach 21 bis 28 Tagen vorgenommen werden.

5. Bei Deckenplatten und Balken ist die Probebelastung folgendermaßen vorzunehmen:

Die Belastung ist so anzubringen, daß sie in sich beweglich ist und der Durchbiegung der Decke folgen kann.

Bei Belastung eines Deckenfeldes soll, wenn mit *p* die gleichmäßig verteilte Verkehrslast bezeichnet wird, die Probelast den Wert von 1,5 *p* nicht übersteigen.

Bei Nutzlasten über 1000 kg/m² kann die Probelast bis zur einfachen Nutzlast ermäßigt werden.

6. Bei Probebelastungen von Brückenbauten und anderen Bauwerken, bei denen sichtbare Zugrisse im Beton vermieden werden sollen, sind höchstens die wirklichen, der Berechnung zugrunde gelegten Verkehrslasten aufzubringen, z. B. Menschengedränge oder eine diesem gleichwertige Belastung), Eisenbahnzug, auch in Bewegung, Dampfwalze usw. Auf keinen Fall darf aber die volle rechnungsmäßige Last bald nach dem Ausrüsten aufgebracht werden.

7. Die Probelast muß mindestens 6 Stunden liegen bleiben; danach erst ist die größte Durchbiegung zu messen. Die bleibende Durchbiegung ist frühestens 12 Stunden nach Beseitigung der Probelast festzustellen.

Abgesehen vom Einfluß etwaiger Auflagersenkungen darf bei Balken auf zwei Stützen die bleibende Durchbiegung höchstens $^1/_4$ der gemessenen Gesamtdurchbiegung betragen.

§ 13. Anzeigen an die Baupolizeibehörde.

Der Baupolizeibehörde ist bei genehmigungspflichtigen Anlagen schriftlich anzuzeigen:

1. der beabsichtigte Beginn der Betonarbeiten, bei Hochbauten in jedem einzelnen Geschoß;
2. die beabsichtigte Entfernung der Schalungen und Stützen;

3. der Wiederbeginn der Betonarbeiten nach längeren Frostzeiten.

Die Anzeigen müssen, wenn die Baupolizeibehörde nicht ausdrücklich anders bestimmt, spätestens 48 Stunden vor dem Beginn der Arbeiten oder vor der beabsichtigten Entfernung der Schalungen und Stützen der Baupolizeibehörde vorliegen.

II. Teil.
Konstruktionsgrundsätze und Leitsätze für die statische Berechnung.

§ 14. Konstruktionsgrundsätze.

I. Allgemeine Vorschriften.

1. Haken der Eiseneinlagen. Die Zugeisen sind an ihren Enden mit halbkreisförmigen oder spitzwinkligen Haken zu versehen, deren lichter Durchmesser mindestens gleich dem 2,5fachen des Eisendurchmessers ist.

2. Der lichte Krümmungshalbmesser von abgebogenen Eisen muß das 10- bis 15fache des Eisendurchmessers betragen.

3. Stoßverbindungen der Zugeiseneinlagen. Zugeiseneinlagen sind möglichst nicht zu stoßen. In einem Querschnitt von Balken und Zuggliedern soll nur ein Stoß liegen.

Die Stöße können einwandfrei durch Spannschlösser ausgebildet werden, die aus Muffen mit Gegengewinden bestehen.

Geschweißte Stöße müssen einwandfrei und nach einem bewährten Verfahren ausgeführt werden, das einen vollen Ersatz des gestoßenen Querschnitts gewährleistet, wobei durch allseitig eingebettete und mit Endhaken versehene Zulageeisen für eine erhöhte Sicherheit zu sorgen ist.

Sollen die Eiseneinlagen durch Ueberdeckung gestoßen werden, so sind die Enden nebeneinander zu legen und mit Rundhaken zu versehen; die Ueberdeckungslänge muß mindestens das 40fache des Eisendurchmessers betragen.

Die Ausbildung der Stöße durch Ueberdeckung ist bei den Trageisen in Zuggliedern und bei den über 20 mm starken Zugeisen in Balken nicht zulässig.

4. Geknickte und gebogene Zugeisen, durch deren Beanspruchung ein Absprengen der Betonumhüllung eintreten kann, sollen vermieden werden; sie sind durch sich kreuzende gerade Eisen zu ersetzen.

5. Die Betondeckung der Eiseneinlagen an der Unterseite von Platten soll mindestens 1 cm, bei Bauten im Freien 1,5 cm stark sein; die Ueberdeckung der Bügel an den Rippen und bei Säulen muß überall mindestens 1,5 cm, bei Bauten im Freien 2 cm betragen. Bei sehr großen Abmessungen (Schleusen-, Brückenbauten u. dgl.) und besonders schwierigen Verhältnissen empfiehlt es sich, mit der Ueberdeckung der Eiseneinlagen über 2 cm hinauszugehen. Bei Eisenbetonbauten außergewöhnlicher Art, namentlich bei Verwendung von Formeisen, sind besondere Maßnahmen zu treffen.

Bauwerke und Bauteile, die der Einwirkung von zementschädlichen Wässern, Säuren, Säuredämpfen, schädigenden Salzlösungen, Oelen, schwefligen Rauchgasen (z. B. bei Brücken über Eisenbahngleisen) u. dgl. oder hohen Hitzegraden (z. B. bei Fabrikschornsteinen) ausgesetzt sind, erfordern auch im Eisenbeton besondere Schutzmaßnahmen[13]). Wenn nicht besondere Verkleidungen[14]) angeordnet werden, wird außer der Verwendung eines dichten Betons, eines sorgfältig ausgeführten Zementputzes, geeigneter Schutzanstriche usw. eine Vergrößerung der Betondeckschicht bis auf 4 cm (ohne Putz) in Betracht zu ziehen sein.

In Räumen mit gewerblichen Betrieben und mit starkem Verkehr muß die Oberseite der Decken gegen Abnutzung gesichert werden, und zwar entweder, indem die Decken mindestens 1 cm stärker hergestellt

---

[13]) Schädigende Einwirkungen können eintreten, wenn gleichzeitig Feuchtigkeit vorhanden ist oder hinzutreten kann. Trokkene Säuren, Salze u. dgl. wirken im allgemeinen nicht schädlich.

[14]) Fabrikschornsteine müssen ein Futter von mindestens 12 cm Stärke und hinreichender Höhe erhalten, das wenigstens alle vier Jahre auf seinen Zustand hin zu untersuchen ist.

werden, als statisch nötig, unter Verwendung eines besonders widerstandsfähigen Betons an der Oberseite oder durch Anordnung eines dauerhaften Belags oder Estrichs.

6. Fabrikmäßig hergestellte Eisenbetonplatten und -balken müssen beim Transport vor dem Zerbrechen geschützt werden, gegebenenfalls durch eine hinreichend starke Eisenbewehrung in der besonders zu kennzeichnenden Druckzone.

Sondervorschriften
für bestimmte Bauteile.

7. Platten. Die Nutzhöhe h der Platten mit Hauptbewehrung nach einer Richtung soll mindestens betragen bei beiderseits freier Auflagerung $^1/_{27}$ der Stützweite (vgl. § 17, Ziffer 2), bei durchlaufenden oder eingespannten Platten $^1/_{27}$ der größten Entfernung der Momentennullpunkte. Falls diese Nullpunktsentfernung nicht nachgewiesen wird, kann sie zu $^4/_5$ der Stützweite angenommen werden. Die Nutzhöhe h kreuzweise bewehrter Platten muß mindestens betragen bei beiderseits freier Auflagerung $^1/_{30}$ der kürzeren Stützweite (vgl. § 17, Ziffer 8), bei durchlaufenden oder eingespannten Platten $^1/_{30}$ der größten Entfernung der Momentennullpunkte, mindestens aber $^1/_{40}$ der Stützweite.

Die Mindeststärke d der Platten ist 8 cm. Ausgenommen hiervon sind Dachplatten, Rippendecken (vgl. Ziffer 8) oder untergehängte Decken, die nur zum Abschluß dienen oder nur zwecks Reinigung u. dgl. begangen werden, sowie fabrikmäßig hergestellte (vgl. Ziffer 6) fertig verlegte Eisenbetonplatten.

Die Trageisen in Decken-, Dach- und Fahrbahnplatten dürfen in der Gegend der größten Momente im Felde höchstens 15 cm voneinander entfernt sein.

An Verteilungseisen sind auf 1 m Tiefe mindestens 3 Rundeisen von 7 mm Stärke oder eine größere Anzahl dünnerer Eisen mit gleichem Gesamtquerschnitt vorzusehen.

Die aufgebogenen Eisen durchlaufender Platten sollen, soweit sie als Zugeisen für die negativen Momente wirken, genügend weit ins Nachbarfeld, bei annähernd gleicher Feldweite durchschnittlich bis auf $^1/_5$ der Stütz≈weite eingreifen, sofern die Aufnahme der Momente nicht genau nachgewiesen wird.

8. Eisenbetonrippendecken[15]). Unter Eisen≈betonrippendecken werden (aufgelöste) Decken mit höch≈stens 70 cm lichtem Rippenabstand verstanden, die zur Erzielung der ebenen Unteransicht statisch unwirksame Hohlstein≈ oder andere Füllkörner≈Einlagen enthalten können.

Die Stärke der Druckplatte muß mindestens $^1/_{10}$ des lichten Rippenabstandes und darf nicht kleiner als 5 cm sein.

In der Druckplatte quer zu den Rippen sind auf 1 m Tiefe mindestens 3 Rundeisen von 7 mm Stärke an≈zuordnen. In den Rippen müssen Bügel liegen, wenn der lichte Rippenabstand größer wird als 40 cm.

Die Decken müssen zur Lastverteilung Querrippen von der Stärke und Bewehrung der Tragrippen erhalten, und zwar bei Deckenstützweiten von 4 bis 6 m eine Querrippe, bei Stützweiten über 6 m mindestens zwei. Bestehen die Füllkörper aus gebrannten Hohlsteinen oder gleich festen anderen Baustoffen, so sind Bügel und last≈verteilende Querrippen entbehrlich.

Die Mindestnutzhöhe der Rippendecken ist die gleiche wie bei vollen Eisenbetonplatten (vgl. § 17, Ziffer 6).

9. Pilzdecken. Als Pilzdecken sind kreuz≈weise bewehrte Eisenbetonplatten zu bezeichnen, die ohne Vermittlung von Balken unmittelbar auf Eisenbeton≈säulen ruhen und mit diesen biegungsfest verbunden sind.

Um die biegungsfeste Verbindung von Platte und Säule zu ermöglichen, soll die Achsenlänge des Säulen≈querschnittes nicht kleiner sein als $^1/_{20}$ der in gleicher Richtung gemessenen Stützweite 1, mindestens aber 30 cm, wobei 1 von Säulenmitte zu Säulenmitte ge≈messen wird und auch nicht kleiner als $^1/_{15}$ der Stock≈

---

[15]) Für die Steineisendecken, d. h. mit Eisen bewehrten Stein≈decken mit oder ohne Betondruckschicht, bei denen die Steine zur Aufnahme von Druckspannungen herangezogen werden und die Betonschicht 5 cm Stärke nicht erreicht, gelten die Bestimmun≈gen für Ausführung ebener Steindecken“. (S. Abschnitt B.)

werkshöhe. (Ueber die Berechnung der Säulen vgl. § 17 Ziffer 15 und 16 und § 18 Ziffer 6—10.) Bei Decken ohne Verstärkung muß die Achsenlänge des Säulenkopfes an der unteren Kante der Deckenplatte gemessen mindestens $^2/_9$ l betragen. Für Decken und Verstärkung gelten die Maße der Abb. 154 u. 155.

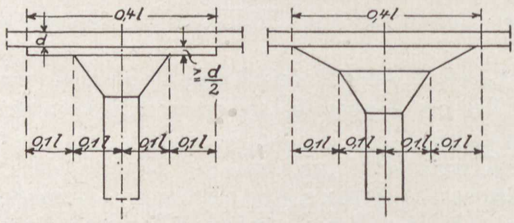


Abb. 154 u. 155

Die Plattendicke darf nicht kleiner als 15 cm sein und auch nicht kleiner als $^1/_{32}$ der größeren der beiden Stützweiten für Decken bzw. $^1/_{40}$ für Dächer.

Die Eiseneinlagen müssen wie beim durchlaufenden Träger dem Verkauf der Biegungsmomente und Querkräfte angepaßt werden.

10. Balken und Plattenbalken. Die Nutzhöhe h muß mindestens $^1/_{20}$ der Stützweite (vgl. § 17 Ziff. 10) betragen.

Liegen die Deckeneisen gleichlaufend mit den Hauptbalken, so sind rechtwinklig zu ihnen besondere Eisen oben anzuordnen, die die Mitwirkung der anschließenden Platte auf die berechnete Breite sichern, und zwar wenigstens 8 Rundeisen von 7 mm Stärke auf 1 m Balkenlänge.

In den Rippen soll der geringste lichte Eisenabstand nach jeder Richtung in der Regel mindestens gleich dem Eisendurchmesser und nicht kleiner als 2 cm sein. Wenn sich geringere Abstände nicht vermeiden lassen, so muß durch einen feinen und fetten Mörtel für eine dichte Umhüllung der einzelnen Eisen besonders gesorgt werden.

Im allgemeinen sollen nicht mehr als 2 Reihen Eisen übereinander angeordnet werden. Bei besonderen Verhältnissen sind Ausnahmen gestattet.

Mit Rücksicht auf die Querkräfte sind — auch bei freier Auflagerung der Balken — einige *abgebogene Eisen* bis über das Auflager hinwegzuführen.

In Balken und Plattenbalken sind stets *Bügel* anzuordnen, um den Zusammenhang zwischen Zug- und Druckgurt zu gewährleisten.

11. *Säulen.* *In Säulen mit Längseisen und mit gewöhnlicher Bügelbewehrung* darf bei voller Ausnutzung der zulässigen Beanspruchung σ_b *der Querschnitt der Längsbewehrung* F_e höchstens 3 Prozent des Betonquerschnitts ausmachen. Die *Mindest*längsbewehrung soll sein bei einem Verhältnis von Säulenhöhe zur kleinsten Dicke der Säule $\frac{h}{s} \geqq 10$ 0,8 Prozent, bei einem Verhältnis $\frac{h}{s} = 5$ 0,5 Prozent des Betonquerschnitts. Zwischenwerte sind entsprechend einzuschalten. Als Säulenhöhe ist bei Hochbauten stets die volle Stockwerkshöhe in Rechnung zu stellen. Wird die Säule mit einem größeren Betonquerschnitt ausgeführt, als statisch erforderlich ist, so braucht das Bewehrungsverhältnis nur auf den statisch erforderlichen Betonquerschnitt bezogen zu werden. Die Längseisen sind durch *Bügel* zu verbinden, deren Abstand, von Mitte gemessen, nicht größer als die kleinste Säulendicke sein und nicht über die zwölffache Stärke der Längsstäbe hinausgehen darf.

Als *umschnürte Säulen* sind solche mit Querbewehrung nach der Schraubenlinie (Spiralbewehrung) und gleichwertigen Wicklungen[16]) oder mit Ringbewehrung versehene Säulen mit kreisförmigem Kernquerschnitt anzusehen, bei denen das Verhältnis der Ganghöhe der Schraubenlinie oder des Abstandes der Ringe zum Durchmesser des Kernquerschnitts kleiner als $^1/_5$ ist. Der Abstand der Schraubenwindungen oder der Ringe soll nicht über 8 cm hinausgehen.

Die Längsbewehrung F_e muß mindestens $^1/_3$ der Querbewehrung F_s (vgl. § 18, Ziffer 7) sein und darf außerdem nicht weniger als 0,8 Prozent und nicht mehr als 3 Prozent des Flächeninhalts F_b ausmachen.

---

[16]) Die Gleichwertigkeit ist nachzuweisen.

Stützen, deren Höhe (Stockwerkshöhe) mehr als das 20=fache der kleinsten Querschnittsdicke oder deren Querschnitt weniger als 25/25 cm beträgt, sind nur ausnahmsweise (z. B. bei Fenstersäulen) zulässig.

Sondervorschriften für Eisenbahnbrücken.

12. Bei Platten, Balken und Plattenbalken unter Eisenbahngleisen dürfen nicht mehr als zwei Reihen Eisen übereinander angeordnet werden. Der Durchmesser der Eisen darf 40 mm nicht überschreiten. Der lichte Abstand der Eisen muß stets mindestens gleich ihrem Durchmesser und darf nicht kleiner als 2 cm sein.

Die zur Aufnahme der Schubspannungen dienenden Eisen sind nach dem doppelten oder mehrfachen Strebensystem symmetrisch zur senkrechten Querschnittsachse des Trägers aufzubiegen. Aussparungen im Balken (Nischen und Durchbrechungen) zur Gewichtsersparnis sind nicht zulässig.

13. Die Bettung, gerechnet von der Oberkante der Dichtungsschutzschicht bis zur Schwellenoberkante, muß mindestens 40 cm betragen.

§ 15. Belastungsannahmen.

1. Bei Hochbauten sind die in den einzelnen Ländern jeweils gültigen amtlichen Vorschriften zu beachten[17]).

2. Für Ingenieurbauten ist die Belastung durch Eigengewicht ebenfalls nach den in Ziffer 1 genannten amtlichen Vorschriften zu berechnen. Die Verkehrslasten sind nach den in den einzelnen Ländern von den zuständigen Stellen erlassenen Vorschriften zu bemessen.

---

[17]) Für Preußen gelten die vom Minister für Volkswohlfahrt herausgegebenen Bestimmungen über die bei Hochbauten anzunehmenden Belastungen vom 24. Dezember 1919 (Zentralbl. d. Bauverw. 1920, S. 45). Diese Bestimmungen sind mit geringen Aenderungen auch in Baden, Hessen, Württemberg, Oldenburg, Schaumburg Lippe, Bremen und Anhalt eingeführt.

§ 16. Einfluß der Temperaturschwankungen und des Schwindens.

Bei gewöhnlichen Hochbauten können die Temperaturschwankungen und das Schwinden in den statischen Berechnungen unberücksichtigt bleiben.

1. Dem Einfluß der Temperaturschwankungen und des Schwindens ist durch Anordnung von Trennungsfugen Rechnung zu tragen.

Mit Rücksicht auf das Schwinden sind die Bauteile nach dem Einbringen des Betons möglichst lange feucht zu halten und vor Einwirkung der Sonnenstrahlen zu schützen.

2. Bei Tragwerken, bei denen die Temperaturänderung beträchtliche Spannungen hervorruft, insondere bei Fabrikschornsteinen[18]), muß ihr Einfluß berücksichtigt werden. Als Grenzen der durch Aenderung der Lufttemperatur bedingten Temperaturschwankung in den Bauteilen sind je nach den klimatischen Verhältnissen in Deutschland — 5⁰ bis — 10⁰ und + 25⁰ bis + 30⁰ anzunehmen. In dem Festigkeitsnachweis ist in der Regel mit einer mittleren Temperatur bei der Ausführung von + 10⁰ und demnach mit einem Temperaturunterschied von 15⁰ bis 20⁰ zu rechnen.

Bei statisch unbestimmten Tragwerken ist dem Einfluß des Schwindens auf die statisch unbestimmten Größen durch die Annahme eines Temperaturabfalls von 15⁰ Rechnung zu tragen.

Als Wärmeausdehnungszahl für Beton ist $1 : 10^5$ anzunehmen.

3. Bei Bauteilen, deren geringste Abmessung 70 cm und mehr beträgt, oder die durch Ueberschüttung oder andere Vorkehrungen Temperaturänderungen weniger ausgesetzt sind, können die oben angegebenen Temperaturunterschiede um 5⁰ ermäßigt werden.

§ 17. Ermittlung der äußeren Kräfte.

1. Bei der Berechnung der unbekannten Größen statisch unbestimmter Tragwerke und der elastischen Form-

---

[18]) Im Fuchskanal oder im Schornsteinfuß sind Einrichtungen vorzusehen, mit denen der Wärmegrad der in den Schornstein eintretenden Gase jederzeit gemessen werden kann.

änderungen aller Tragwerke ist mit einem für Druck und Zug im Beton gleich großen Elastizitätsmaß $E_b = 210\,000$ kg/cm² zu rechnen.

Das Trägheitsmoment ist aus dem vollen Betonquerschnitt mit oder ohne Einschluß des zehnfachen Eisenquerschnitts zu ermitteln, wobei hier im allgemeinen die wirksame Breite eines Plattenbalkens mit dem Mittelwert $6\,d + b_0 + 2\,b_s$ (vgl. Abb. 161) in Rechnung zu stellen ist.

Für die Spannungsermittlung und Querschnittsbemessung gilt $E_b = 140\,000$ kg/cm².

In den Gleichungen bedeuten

g gleichmäßig verteilte ständige Last
p gleichmäßig verteilte Verkehrslast
} je Längeneinheit des untersuchten Plattenstreifens oder Balkens;

ferner ist

$q = g + p$.

Platten mit Hauptbewehrung nach einer Richtung.

2. Die Stützweite ist:

a) bei beiderseits frei aufgelagerten oder eingespannten Platten gleich der Lichtweite zuzüglich der Plattenstärke in Feldmitte,

b) bei durchlaufenden Platten gleich der Entfernung der Auflagermitten oder der Achsen der stützenden Unterzüge.

Ist die Länge eines Auflagers geringer als die Plattenstärke in Feldmitte, so ist seine Sicherheit besonders nachzuweisen.

3. Die Momente durchlaufender Platten sind im allgemeinen für die ungünstigste Laststellung nach den Regeln für frei drehbar gelagerte durchlaufende Träger zu bestimmen.

a) Negative Feldmomente. Bei durchlaufenden Platten zwischen Eisenbetonträgern brauchen wegen des Verdrehungswiderstandes der Träger die negativen Feldmomente aus veränderlicher Belastung nur mit der Hälfte ihres Wertes berücksichtigt zu werden.

b) Mindestwert für positive Feldmomente. Ergibt sich auf Grund der für durchlaufende Tragwerke geltenden Beziehungen für das größte positive Feldmoment ein kleinerer Wert, als bei voller beiderseitiger Einspannung eintreten würde, so ist der Querschnittsberechnung der für beiderseitige volle Einspannung geltende Wert des Feldmomentes zugrunde zu legen.

c) Berücksichtigung der Einspannung. Bei Berechnung des Moments in den Feldmitten darf eine Einspannung an Endauflagern nur soweit berücksichtigt werden, als sie durch bauliche Maßnahmen gesichert und rechnerisch nachweisbar ist.

Wenn freie Auflagerung im Mauerwerk angenommen wird, muß gleichwohl durch obere Eiseneinlagen und einen ausreichenden Betonquerschnitt an der Unterseite einer doch vorhandenen, unbeabsichtigten Einspannung Rechnung getragen werden; dies ist namentlich bei Rippendecken mit oder ohne Ausfüllung der Zwischenräume zu beachten.

d) In dem Sonderfall gleicher Stützweiten oder auch ungleicher Stützweiten, bei denen die kleinste noch mindestens 0,8 der größten ist, dürfen in Hochbauten bei gleichmäßig verteilter Belastung q die Momente durchlaufender Platten wie folgt berechnet werden.

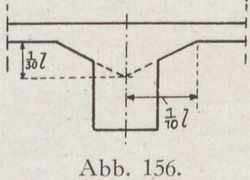


Abb. 156.

Positive Feldmomente.

Bei Decken mit Auflagerverstärkungen, deren Breite mindestens $^1/_{10}$ l und deren Höhe mindestens $^1/_{30}$ l (Abb. 156) beträgt.

(1) in den Endfeldern $_{max}M = \frac{1}{12} \cdot q \cdot l^2$

(2) in den Innenfeldern $_{max}M = \frac{1}{18} \cdot q \cdot l^2$.

Sind keine oder kleinere Auflagerverstärkungen vorhanden, so sind die entsprechenden Momente zu erhöhen auf $\frac{1}{11} \cdot q \cdot l^2$ bzw. $\frac{1}{51} \cdot q \cdot l^2$.

Stützenmomente.

(3) Bei Platten über nur zwei Feldern $M_s = -\frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2$

bei Platten mit drei oder mehr Feldern

(4) an der Innenstütze des Randfeldes $M_s = -\frac{1}{9} \cdot q \cdot l^2$

(5) an den übrigen Innenstützen $M_s = -\frac{1}{10} \cdot q \cdot l^2$

Negative Feldmomente.

(6) $$_{min}M = \frac{l^2}{24} \cdot \left(g - \frac{p}{2}\right).$$

4. Einzellasten oder Streckenlasten (Abb. 157a u. 157b). Platten von der Stützweite l mit oder ohne verteilende Deckschicht von der Stärke s, die Einzellasten oder Streckenlasten (z. B. Raddrücke oder Maschinenfüße) aufzunehmen haben, sind bei Laststellung in Plattenmitte zu berechnen wie plattenförmige

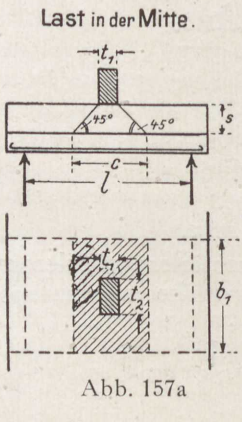


Abb. 157a

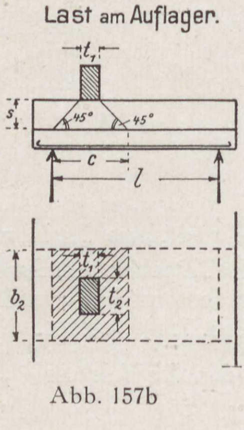


Abb. 157b

Balken von der Breite $b_1 = \frac{2}{3} \cdot l$ oder $b_1 = t_2 + 2_s$. Bei Laststellung am Auflager beträgt die zulässige Breite $b_2 = \frac{1}{3} \cdot l$ oder $t_2 + 2_s$. In beiden Fällen ist das größere der beiden Maße zu wählen. Zwischenwerte für b bei anderen Laststellungen sind angemessen einzuschalten.

In der Richtung der Zugeisen ist eine Lastverteilung auf die Länge $c = t_1 + 2_s$ zulässig.

Es wird angenommen, daß sich die Einzellast oder Streckenlast gleichmäßig auf die Fläche $b_1 \cdot c$ bzw. $b_2 \cdot c$ verteilt.

5. Stützkräfte durchlaufender Deckenplatten. Bei Ermittlung der Lasten, die von durchlaufenden Platten auf die sie stützenden Balken oder Mauern übertragen werden, dürfen die Kontinuitätswirkungen vernachlässigt werden. Das Belastungsfeld eines Deckenbalkens kann mithin bei gleichmäßig verteilter Belastung beiderseits bis zur Mitte der anstoßenden Deckenfelder gerechnet werden.

6. Eisenbetonrippendecken. Werden in Eisenbetondecken Hohlsteine oder Füllkörper eingelegt (vgl. § 14, Ziffer 8 nebst Fußnote 15), so dürfen sie zur Spannungsübertragung nicht mit herangezogen werden. Die Tragfähigkeit der Eisenbetonplatte zwischen den Rippen ist auf Anfordern nachzuweisen. Durchlaufende Hohlsteindecken müssen im Bereiche der negativen Momente, die von den Rippen nicht mehr aufzunehmen sind, aus vollem Beton hergestellt werden.

7. Decken aus fertig verlegten Eisenbetonbauteilen. Die vorstehenden Bestimmungen gelten auch für Decken aus nebeneinandergereihten balkenartigen Einzelgliedern, die in den Fugen in voller Höhe wirksam verbunden sind. Bezüglich der Nutzhöhe gelten die Bestimmungen über Balken und Platten.

Kreuzweise bewehrte Platten und Pilzdecken.

8. Rechteckige kreuzweise bewehrte Platten, die ringsum frei aufliegen oder eingespannt sind oder sich über mehrere Felder erstrecken, sind, wenn nicht eine

genaue Untersuchung auf Grund der Plattentheorie (z. B. mittels Reihenentwicklung oder Anwendung der Gewebe=theorie) durchgeführt wird, durch zwei Scharen von Längs= und Querstreifen zu ersetzen, die je nach den vor=liegenden Auflagerbedingungen als einfache oder einge=spannte oder durchlaufende Träger zu berechnen sind. Für die Stützweite gilt die Angabe unter Ziffer 2.

a) Unter der Voraussetzung, daß die Ecken der Platten gegen Abheben gesichert sind, können, wenn die Platten nicht mehr als doppelt so lang wie breit sind, für den Spannungsnachweis die von Mar=cus[19]) angegebenen Gleichungen benutzt werden.

Bei gleichförmig verteilter Belastung dürfen insbe=sondere die folgenden Gleichungen der Querschnitts=bemessung zugrunde gelegt werden, wobei die Platte durch einen Rost von Längs= und Querbalken (Strei=fen) ersetzt gedacht ist.

Bezeichnungen:

l_x = Stützweite der Streifen in der x=Richtung,
q_x = Lastanteil der Streifen in der x=Richtung,
M_x = Biegungsmomente der Streifen in der x=Richtung,
l_y = Stützweite der Streifen in der y=Richtung,
q_y = Lastanteil der Streifen in der y=Richtung,
M_y = Biegungsmomente der Streifen in der y=Richtung.

α) Grenzfall der ringsum frei auflie=genden Platten (Abb. 158).

$$(7)\quad \left\{ \begin{aligned} &\text{Lastanteile:} \quad q_x = q \cdot \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \\ &\qquad\qquad\qquad q_y = q \cdot \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} \end{aligned} \right.$$

$$(8)\quad \left\{ \begin{aligned} &\text{Feldmomente:} \quad M_x = q_x \cdot \frac{l_x^2}{8} \cdot \nu_a \\ &\qquad\qquad\qquad M_y = q_y \cdot \frac{l_x^2}{8} \cdot \nu_a \end{aligned} \right.$$

Hierbei ist $\quad \nu_a = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{l_x^2 \cdot l_y^2}{l_x^4 + l_y^4}$

---

[19]) Vgl. Dr.=Ing. Marcus, Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. (Verlag Julius Springer, Berlin 1925.)

β) Grenzfall der ringsum eingespannten Platten (Abb. 159).

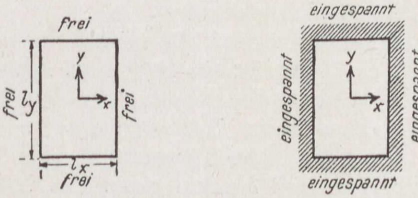


Abb. 158 und 159

(9) Lastanteile: $q_x = q \cdot \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4}$

$q_y = q \cdot \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4}$

(10) Feldmomente: $M_x = + q_x \cdot \frac{l_x^2}{24} \cdot \nu_b$

$M_y = + q_x \cdot \frac{l_y^2}{24} \cdot \nu_b$

Hierbei ist $\nu_b = 1 - \frac{5}{18} \cdot \frac{l_x^2 \cdot l_y^2}{l_x^4 + l_y^4}$

(11) Einspannungsmomente: $M_x = - q \cdot \frac{l_x^2}{12} \cdot \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4}$

$M_y = - q \cdot \frac{l_y^2}{12} \cdot \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4}$

b) Der in den Gleichungen für die Feldmomente auftretende Faktor ν berücksichtigt die Wirkung der Drillungsmomente. Die obigen Werte für ν dürfen nur dann eingesetzt werden, wenn für die Aufnahme der Drillungsmomente durch Bewehrungseisen Sorge getragen ist, anderfalls ist $\nu = 1$ zu setzen.

c) Wenn die Ecken der Platten gegen Abheben nicht gesichert sind, so ist in den Gleichungen für die Feldmomente $\nu = 1$ zu setzen.

9. Die Werte für die Biegungsmomente und Querkräfte von Pilzdecken (vgl. § 14, Ziffer 9) sind sowohl für

die Decke als für die Säulen nach den Regeln der Plattentheorie (z. B. mittels Reihenentwicklung oder Anwendung der Gewerbetheorie) zu berechnen, wobei die Drillungsmomente zu berücksichtigen sind.

Die Teile des Säulenkopfes, die unterhalb einer Neigung von 45° gegen die Wagerechte liegen (s. Abb. 154 u. 155) dürfen zur Spannungsübertragung nicht herangezogen werden und gelten beim Spannungsnachweis als nicht vorhanden. Die Mindestabmessungen der Säulenköpfe müssen im übrigen den Maßen der Abb. 154 u. 155 entsprechen.

Für den wirksamen Querschnitt eines Eisenstabes mit dem Querschnitt F_e · dessen Achse mit der Normalen einer beliebigen Schnittebene den Winkel α einschließt, darf der Wert $F_e \cdot \cos \alpha$ eingeführt werden.

Wenn keine genaue Untersuchung nach der Plattentheorie durchgeführt wird, so können die trägerlosen Decken durch zwei sich kreuzende Scharen von Längs- und Querbalken ersetzt werden, die als durchlaufende Balken mit elastisch eingespannten Stützen oder als Stockwerkrahmen ebenso zu behandeln sind, als ob sie in der querlaufenden Stützenflucht auf einer stetigen Unterlage aufruhten, und die im Gegensatz zu den ringsum auflagernden Platten in jeder Richtung für die volle und ungünstigste Belastung berechnet werden müssen.

Die stellvertretenden Rahmen dürfen so berechnet werden, daß für die Momentenermittlung nur der Biegungswiderstand der Stützen des unmittelbar anschließenden oberen und unteren Stockwerkes berücksichtigt wird.

Abb. 160.

Die Regel der stellvertretenden Rahmen haben die Stützweite l_x und l_y, die Querschnittsbreite l_y bzw. l_x und als Querschnittshöhe die Deckenstärke d.

Um die Spannungen zu bestimmen, die durch die zugehörigen Biegungsmomente M_x und M_y in der Platte hervorgerufen werden, wird jedes Deckenfeld in einem inneren Teil A B D C von der Breite $\frac{l}{2}$ und zwei äußere Teile A B F E und C D H G jeweils von der Breite $\frac{l}{4}$ zerlegt. (Abb. 160.)

Der innere Teil wird als Feldstreifen, die äußeren Teile werden als Gurtstreifen bezeichnet.

Von den für einen Riegel des stellvertretenden Rahmens ermittelten positiven (oder negativen) Feldmomenten haben der Feldstreifen 45 Prozent und die beiden Gurtstreifen zusammen 55 Prozent aufzunehmen, während von den negativen Biegungsmomenten in den Säulenfluchten 25 Prozent dem Feldstreifen, 75 Prozent den beiden Gurtstreifen zuzuweisen sind.

Wird von einer genauen Berechnung nach der Plattentheorie oder von der angeführten Näherungsberechnung mit stellvertretenden Rahmen abgesehen, so können, wenn die Stützenabstände in allen Feldern einer Reihe gleich oder nur so weit ungleich sind, daß der kleinste noch mindestens 0,8 des größten ist, zur Errechnung der Momente M^F der Feldstreifen und M^G der Gurtstreifen die nachstehenden Gleichungen unmittelbar benutzt werden, die für die Querschnittsbreite 1 gelten.

Voraussetzung ist hierbei, daß die Decken gemäß Abb. 154 oder 155 über den Säulenköpfen verstärkt werden. Bei Decken ohne Verstärkung (vgl. § 14, Ziff. 9) sind die nach den Gleichungen (12) und (13) errechneten Werte der positiven Momente um 25 Prozent zu erhöhen.

In den Gleichungen (12) bis (16) ist zur Bestimmung von M_x und M_y (vgl. Ziffer 8) für l jeweils l_x bzw. l_y zu setzen.

a) Außenfeld.

$$(12) \quad \begin{cases} M_F = l^2 \cdot \left(\frac{g}{16} + \frac{p}{13}\right) \\ M_G = l^2 \cdot \left(\frac{g}{13} + \frac{p}{11}\right) \end{cases}$$

Die vorstehenden Formeln gelten für Decken, die auf den Außenwänden frei aufruhen oder bei denen die Außenstützen als Pendelsäulen ausgebildet sind. Werden die letzteren biegungsfest an die Decken angeschlossen und durchgehende Stürze in Verbindung mit den Decken angeordnet, so dürfen die nach den Formeln (12) errechneten Werte der Biegungsmomente um 20 Prozent ermäßigt werden.

b) Innenfeld.

$$(13)\quad \begin{cases} M_F = l^2 \cdot \left(\dfrac{g}{32} + \dfrac{p}{16}\right) \\ M_G = l^2 \cdot \left(\dfrac{g}{26} + \dfrac{p}{13}\right) \end{cases}$$

c) Stützenmomente längs der ersten inneren Stützenreihe.

$$(14)\quad \begin{cases} M_F = -\dfrac{l^2}{24} \cdot (g + p) \\ M_G = -\dfrac{l}{8} \cdot l^2 \cdot (g + p). \end{cases}$$

d) Stützenmomente in den übrigen Stützenreihen.

$$(15)\quad \begin{cases} M_F = -\dfrac{l^2}{30} \cdot (g + p) \\ M_G = -\dfrac{l^2}{10} \cdot (g + p). \end{cases}$$

e) Die am oberen Ende der unteren und am unteren Ende der oberen Säulen aufzunehmenden Biegungsmomente (vgl. auch § 17, Ziffer 15) sind nach den Formeln

$$(16)\quad \begin{cases} M_u = \pm P \cdot \dfrac{l}{12} \cdot \dfrac{c_u}{c_o + 1 + c_u} \\ M_o = \pm P \cdot \dfrac{l}{12} \cdot \dfrac{c_o}{c_o + 1 + c_u} \end{cases}$$

zu ermitteln. Hierbei ist P die gesamte Verkehrslast eines Feldes mit den Seitenlängen l_x und l_y,

$$c_o = \frac{l}{h_o} \cdot \frac{J_o}{J_d},$$

$$c_n = \frac{l}{h_u} \cdot \frac{J_u}{J_d},$$

J_d : das Trägheitsmoment der Decke, bezogen auf die Feldbreite,
J_u : das Trägheitsmoment der unteren Säule,
J_o : das Trägheitsmoment der oberen Säule,
h_o : die Höhe der oberen Säule (Stockwerkshöhe).
h_u : die Höhe der unteren Säule (Stockwerkshöhe).

Die vorstehenden Formeln gelten auch für Außensäulen, die mit der Decke biegungsfest verbunden sind, wenn P durch (G + P) ersetzt wird, wobei G die gesamte, ständige Last eines Feldes mit den Seitenlängen l_x und l_y ist.

f) In den Randfeldern darf für den zur Auflagerlinie parallel laufenden Feldstreifen der Wert $\frac{3}{4} M_F$ und für den unmittelbar am Rand angrenzenden Gurtstreifen der Wert $\frac{1}{2} M_G$ der Querschnittsbemessung zugrunde gelegt werden, wobei M_F bzw. M_G · die für normale Innenfelder gültigen Biegungsmomente der Feld- bzw. Gurtstreifen bedeuten.

Balken und Plattenbalken.

10. Die Stützweite ist

a) bei beiderseits frei aufliegenden Balken die Entfernung der Auflagermitten,

b) bei außergewöhnlich großen Auflagerlängen die um 5 Prozent vergrößerte Lichtweite,

c) bei durchlaufenden Balken die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen bzw. Unterzüge.

Ist die Länge eines Auflagers ausnahmsweise geringer als 5 Prozent der Lichtweite, so ist die Sicherheit des Auflagers nachzuweisen.

11. Momente durchlaufender Balken sind im allgemeinen für ungünstige Laststellung nach den Regeln für frei drehbar gelagerte durchlaufende Träger zu ermitteln.

a) Negative Feldmomente. Bei durchlaufenden Plattenbalken im Hochbau, die mit Unterzügen oder Säulen fest verbunden sind, brauchen wegen des Verdrehungswiderstandes der Unterzüge und des Biegungswiderstandes der Säulen die negativen Feldmomente aus veränderlicher Belastung nur mit $^2/_3$ ihres Wertes berücksichtigt zu werden.

Im Sonderfall gleicher oder um höchstens 20 Prozent ungleicher Stützweiten l dürfen bei Plattenbalken die negativen Feldmomente eines entlasteten Feldes werden zu

$$ {}_{min}M = \frac{l}{24} \cdot l^2 \cdot \left(g - \frac{2}{3} \cdot p\right) \tag{17} $$

b) Mindestwert für positive Feldmomente. Ergibt sich auf Grund der für durchlaufende Tragwerke geltenden Beziehungen für das größte positive Feldmoment ein kleinerer Wert als bei voller beiderseitiger Einspannung eintreten würde, so ist der Querschnittsberechnung der für beiderseitige volle Einspannung geltende Wert des Feldmomentes zugrunde zu legen.

c) Berücksichtigung der Einspannung. Ist bei Hochbauten die Stützenbreite gleich oder größer als der fünfte Teil der Stockwerkshöhe, so sind durchgehend ausgebildete Balken nicht mehr als durchgehend, sondern als an der Stütze voll eingespannt zu berechnen. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die Balken mit der Stütze biegungsfest verbunden sind oder daß eine entsprechende Auflast an den Stützen vorhanden ist. Als Stützweite ist dabei die um 5 Prozent vergrößerte Lichtweite zu rechnen.

12. Querkräfte. Die zur Ermittlung der Schub- und Haftspannungen maßgebenden Querkräfte durchlaufender Balken dürfen bei Hochbauten mit überwiegend ruhenden Lasten für Vollbelastung aller Felder

bestimmt werden. Ebenso genügt Annahme der Vollbelastung zur Bestimmung der Querkräfte für Balken mit beiderseits freier Auflagerung.

Dagegen sind rollende Lasten in jeweils ungünstiger Stellung vorzusehen. Bei Durchfahrten, Hofunterkellerungen, Brücken und ähnlichen Bauwerken sind Verkehrslasten streckenweise anzunehmen, wenn sich dadurch Größtwerte der Querkräfte ergeben.

13. Stützkräfte durchlaufender Balken oder Plattenbalken. Bei Ermittlung der Last, die von Balken auf Mauern, Hauptunterzüge oder Säulen übertragen wird, dürfen die Kontinuitätswirkungen vernachlässigt werden. Die Stützkräfte können also unter der Annahme frei aufliegender, über allen Innenstützen gestoßener Balken ermittelt werden.

14. Plattendicke und Plattenbreite. Die Druckplatte eines Plattenbalkens muß mindestens 8 cm stark sein (wegen Druckplattenstärke von Eisenbetonrippendecken vgl. § 14, Ziffer 8). Die zulässige Breite b der Druckplatte ist

a) bei beiderseitigen Plattenbalken nach Abb. 161

$$b = 12\,d + b_0 + 2\,b_s$$

und nicht größer als der Abstand der Feldmitten und als die halbe Balkenstützweite,

b) bei einseitigen Plattenbalken nach Abb. 162

$$b = 4{,}5\,d + b_s + b_1$$

und nicht größer als die halbe lichte Rippenentfernung $\frac{b_0}{2}$ und als ein Viertel der Balkenstützweite.

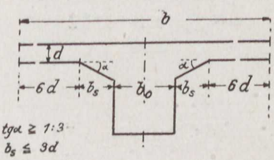


Abb. 161.

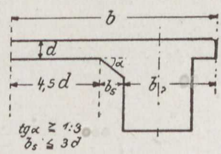


Abb. 162.

Die Deckenverstärkung darf mit keiner flacheren Neigung als 1 : 3 und ihre Breite b_s mit höchstens 3 d in Rechnung gestellt werden. Sind Deckenverstärkungen nicht vorhanden, so ist b_s gleich Null zu setzen.

Säulen und Rahmen.

15. Eisenbetonsäulen in fester Verbindung mit Balken sind ausnahmsweise auf Verlangen der Baupolizeibehörde auf Biegung zu untersuchen, insbesondere bei Brücken und anderen Ingenieurbauten.

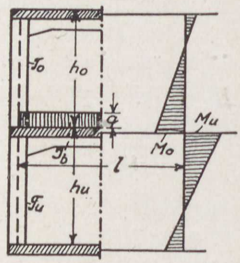


Abb. 163.

Bei den üblichen Hochbauten brauchen die Innensäulen, die mit Eisenbetonbalken biegungsfest verbunden sind, im allgemeinen nur auf mittigen Druck, nicht auf Rahmenwirkung berechnet zu werden. Bei Randsäulen solcher Tragwerke jedoch sind, wenn keine genaue Berechnung der Rahmenwirkung angestellt wird, die Biegungsmomente am Kopfe und am Fuße (Abb. 163) mit Hilfe der Gleichungen

$$(18)\quad \left\{\begin{aligned} M_u &= -\,q \cdot \frac{l^2}{12} \cdot \frac{c_u}{c_o + 1 + c_u} \\ M_o &= +\,q \cdot \frac{l^2}{12} \cdot \frac{c_o}{c_o + 1 + c_n} \end{aligned}\right.$$

zu bestimmen. Hierbei ist

$$c_o = \frac{l}{h_o} \cdot \frac{J_o}{J_b}$$

$$c_u = \frac{l}{h_u} \cdot \frac{J_u}{J_b}.$$

J_b: Das Trägheitsmoment des Balkens oder Plattenbalkens (vgl. § 17, Ziffer 1, 2, Absatz), wegen der übrigen Bezeichnung vgl. die Gleichungen 16.

Werden die Balken entsprechend § 17 Ziffer 11 als frei drehbar gelagerte durchlaufende Träger berechnet, die Momente in den Randsäulen jedoch nach den Gleichungen (18) bestimmt, so dürfen die positiven Momente der Endfelder um den Wert

$$\frac{1}{2}(M_o - M_u) = q\,\frac{l^2}{24} \cdot \frac{c_o + c_u}{c_o + 1 + c_u}$$

vermindert werden.

16. In Hochbauten dürfen die Stützkräfte zur Bemessung der Säulenquerschnitte und der Fundamente ermittelt werden unter Annahme allerseits frei aufliegender statisch bestimmt gelagerter Platten und Balken, so daß Zuschläge für Kontinuität und wechselweise Feldbelastung nicht in Rechnung gestellt zu werden brauchen (vgl. § 17 Ziffer 13).

Brücken unter Eisenbahngleisen.

17. Bei der statischen Berechnung von Brücken unter Eisenbahngleisen ist mit Einzellasten zu rechnen, wobei aber in der Richtung rechtwinklig zur Stützweite eine Verteilung der Einzellasten unter 45^0 bis zur Oberkante der tragenden Teile angenommen werden kann.

§ 18. Ermittlung der inneren Kräfte.

1. Rechnungsannahmen. Die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung oder des auf Biegung mit Achskraft beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Dehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten. Die zulässige Beanspruchung des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug sowie die zulässigen Schub- und Haftspannungen haben zur Voraussetzung, daß das Eisen alle Zugspannungen im Querschnitt aufnimmt, daß also von einer Mitwirkung des Betons auf Zug ganz abgesehen wird.

2. Für die Bemessung der Bauteile ist das Verhältnis der Elastizitätsmaße von Eisen und Beton zu $n = 15$ anzunehmen.

3. Bei der Berechnung der Biegungsspannungen dürfen einbetonierte Schienen zur Befestigung von Transmissionen bis zu 50 Prozent ihres Gesamtquerschnitts in Rechnung gestellt werden.

4. Schubspannungen. In Balken sind die Schubspannungen τ_0 nachzuweisen.

Geht der ohne Rücksicht auf abgebogene Eisen oder Bügel errechnete Wert der Schubspannung über 14 kg/cm² hinaus, so sind die Abmessungen der Rippe zu vergrößern, bis dieser Wert erreicht oder unterschritten wird.

In Balken oder Balkenfeldern, in denen die größte Schubspannung τ_0 bei Handelszement nicht über 4 kg/cm², bei hochwertigem Zement nicht über 5,5 kg/cm² hinausgeht, wird kein rechnerischer Nachweis der Schubsicherung gefordert. Ist die größte Schubspannung über 4 bzw. 5,5 kg/cm², so sind alle Schubspannungen auf der betreffenden Feldseite ganz durch abgebogene Eisen oder Bügel oder beides zusammen aufzunehmen (Schubsicherung).

Die Schubspannung τ_0 ist zu berechnen aus der Gleichung

$$(19) \qquad \tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z},$$

worin b_0 bei Plattenbalken die Stegbreite und z den Abstand des Schwerpunktes der Eisen vom Druckmittelpunkt und Q die Querkraft bedeuten.

Die Grundlinie des Schubdiagramms soll in die halbe Höhe zwischen Unterkante und Oberkante des Balkens gelegt werden.

5. Haftspannungen. Die Haftspannungen τ_1 brauchen nicht berechnet zu werden, wenn die Enden der Eisen mit runden oder spitzwinkligen Haken versehen und dabei die Eisen nicht stärker als 25 mm sind.

Wenn nur gerade Eisen mit oder ohne Bügel vorhanden sind, ist die Haftspannung aus der Gleichung

$$(20) \qquad \tau_1 = \frac{Q}{u \cdot z}$$

zu berechnen. (u = Umfang der Eisen.)

Sind dagegen so viele Eisen abgebogen, daß sie zusammen mit den Bügeln imstande sind, die gesamten schrägen Zugspannungen allein aufzunehmen, so ist für die Berechnung der Haftspannungen an den unteren gerade geführten Eisen nur die halbe Querkraft in Ansatz zu bringen.

6. Stützen mit gewöhnlicher Bügelbewehrung. Mittiger Druck. Bei Stützen ohne Knickgefahr und mit gewöhnlicher Bügelbewehrung (vgl. § 14 Ziffer 11, Abs. 1) berechnet sich die zulässige mittige Belastung aus der Formel

(21) $$P = \sigma_b \cdot (F_b + 15\,F_e) = \sigma_b \cdot F_i,$$

worin σ_b die zulässige Druckspannung des Betons für Stützen F_b die Querschnittfläche des Betons und F_e diejenige der Längseisen bedeuten.

7. Umschnürte Säulen, Mittiger Druck. Bei umschnürten Säulen (vgl. § 14, Ziffer 11, Abs. 2) und anderen umschnürten Druckgliedern mit kreisförmigem Kernquerschnitt soll die zulässige mittige Last aus der Formel

(22) $$P = \sigma_b \cdot (F_k + 15\,F_e + 45\,F_s) = \sigma_b \cdot F_i$$

berechnet werden. Hierbei bedeuten F_k den Querschnitt des umgeschnürten Kerns (durch die Mitte der Querbewehrungseisen begrenzt), $F_s = \frac{\pi \cdot D \cdot f}{s}$, wenn D den mittleren Krümmungsdurchmesser der Querbewehrungseisen, f den Querschnitt der letzteren und s ihren Abstand in Richtung der Säulenachse (von Mitte zu Mitte) bezeichnen.

Dabei muß sein

(23) $$F_i = (F_k + 15\,F_e + 45\,F_s) \leqq 2\,F_b$$

Quadratischen oder rechteckigen Umschnürungen wird keine Erhöhung der Tragfähigkeit zuerkannt. Nach dieser Art bewehrte Säulen und Druckglieder sind nach Ziffer 6 zu berechnen.

8. Knickberechnung mittig belasteter Stützen. Mittig belastete Stützen, deren Höhe bei quadratischem und rechteckigem Querschnitt mehr als das 15fache, bei umschnürtem Kernquerschnitt mehr als das 13fache der kleinsten Stützendicke beträgt, sind auf Knicksicherheit zu untersuchen. Hierzu ist statt der Gleichungen (21) und (22) die folgende zu verwenden:

(24) $$\omega \cdot \mathrm{P} = \sigma_{b\ zul} \cdot \mathrm{F}_i$$

worin ω die Knickzahl, d. i. das Verhältnis der zulässigen

Druckbeanspruchung $\sigma_{b\ zul}$ zur zulässigen Knickbeanspruchung $\sigma_{k\ zul}$ darstellt und aus der Tafel in § 19 Ziffer 3 zu entnehmen ist.

Als Höhe der Stützen ist bei Hochbauten stets die volle Stockwerkshöhe in Rechnung zu stellen.

Ist bei rechteckigen Stützen das Ausknicken nach der Ebene des kleinsten Trägheitsmomentes durch Aufsteifung oder dgl. mit voller Sicherheit ausgeschlossen, so ist unter *s* die größere Querschnittsseite zu verstehen.

9. Außermittiger Druck. Ist eine Stütze außermittig belastet oder ist die Möglichkeit vorhanden, daß sie seitliche Kräfte erhält, so darf die aus der Gleichung

$$\sigma = \frac{P}{F_i} \pm \frac{M}{W_i} \tag{25}$$

errechnete Kantenpressung den im § 19, Ziffer 4 angegebenen Wert nicht überschreiten. Die Gleichung (25) darf auch dann noch angewendet werden, wenn sich daraus auf der einen Seite eine Zugspannung ergibt, die nicht größer ist als $^1/_5$ der zulässigen Betondruckspannung (Abb. 164). Geht die Zugspannung über dieses Maß hinaus, so muß die Zugzone bei der Spannungsberechnung außer Ansatz bleiben.

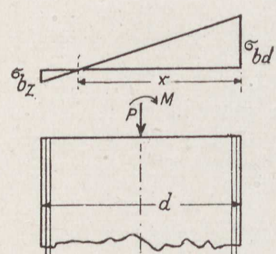


Abb. 164.

In die Gleichung (25) ist für F_i der jeweils zutreffende Klammerwert aus den Gleichungen (21) und (22) einzusetzen und W_i dem Querschnitt $F_b + 15\ F_e$ entsprechend zu bilden.

Die Eiseneinlagen sind in jedem Falle so zu berechnen, daß sie ohne Mitwirkung des Betons alle Zugspannungen aufnehmen können.

10. Knickberechnung außermittig belasteter Stützen. Geht das Verhältnis der Stützenhöhe zur kleinsten Stützendicke über die im 1. Absatz der Ziffer 8 angegebenen Grenzen hinaus, so ist in der Gleichung (25) P durch $\omega \cdot P$ zu ersetzen. Die Knickzahl ω ist der im § 19 Ziffer 3 enthaltenen Tafel zu entnehmen.

Die beiden letzten Absätze der Ziffer 8 gelten auch hier.

§ 19. Zulässige Beanspruchungen.

1. Die zulässigen Beanspruchungen des Betons sind sowohl von der Würfelfestigkeit W_e 28 als auch von W_b 28 abhängig. Dabei bedeuten:

W_{e28} = Würfelfestigkeit erdfeuchten Betons nach 28 Tagen,

W_{e28} = Würfelfestigkeit von Beton in der gleichen Beschaffenheit, wie er im Bauwerk verarbeitet wird, nach 28 Tagen[20]).

Die Würfelfestigkeiten sind festzustellen nach den „Bestimmungen für Druckversuche an Würfel bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton“ und müssen sein:

1. bei Verwendung von Handelszement: $W_{e28} \geqq 200$ kg/cm²
   und außerdem $W_{b28} \geqq 100$ kg/cm²,
2. bei Verwendung von hochwertigem Zement: $W_{e28} \geqq 275$ kg/cm²
   und außerdem $W_{b28} \geqq 130$ kg/cm²,
3. in besonderen Fällen, in denen die zulässige Beanspruchung des Betons auf Grund des Festigkeitsnachweises abgestuft wird, für weich oder flüssig angemachten und entsprechend der Verarbeitung im Bauwerk behandelten Beton: $W_{b28} \geqq \nu \cdot \sigma_{zul}$, wobei der Beiwert ν den Tafeln II und IV unter 2 und 4 zu entnehmen ist und außerdem $W_{e28} \geqq 250$ kg/cm².

---

20) Vgl. Fußnote 10 auf Seite 269.

2. Mittiger Druck.

Tafel II.

		Zulässige Beanspruchungen in kg/cm² bei Stützen ohne Knickgefahr	
		im allgemeinen	in Brücken
1	Handelszement: $W_{e_{28}} \geqq 200$ kg/cm² . . und außerdem $W_{b_{28}} \geqq 100$ kg/cm² . .	35 kg/cm²	30 kg/cm²
2	Hochwertiger Zement: $W_{e_{28}} \geqq 275$ kg/cm² . . und außerdem $W_{b_{28}} \geqq 130$ kg/cm² . .	45 „	40 „
3	In besonderen Pällen b. Nachweis der Würfelfestigkeit: $W_{b_{28}} \geqq \nu \cdot \sigma_{zul}$ . . . . und außerdem $W_{e_{28}} \geqq 250$ kg/cm² . .	$\sigma_{zul} = \frac{W_{b_{28}}}{3}$ jedoch nicht mehr als 60 kg/cm²	$\sigma_{zul} = \frac{W_{b_{28}}}{4}$ 50 kg/cm²

Teilbelastung

Wenn bei Auflagerquadern, Gelenksteinen usw. die eine Fläche F nur in einem mittig gelegenen Teil F1 auf Druck beansprucht wird und dabei $h \geqq d$ ist (Abb. 165), so gilt für die zulässige Beanspruchung in der Teilfläche F_1 die Formel

$$(26) \qquad \sigma_1 = \sigma \sqrt{\frac{F}{F_1}}$$

wobei σ die in der Tafel angegebene zulässige Beanspruchung ist.

3. Stützen mit Knickgefahr sind mit vorstehenden Beanspruchungen für die ω-fache Stützenbelastung zu bemessen, wobei die Knickzahl ω abhängig ist

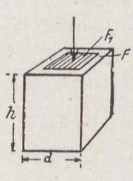


Abb. 165.

vom Schlankheitsgrad (Höhe der Stütze h — vgl. § 18, Ziffer 8 — geteilt durch die kleinste Stützendicke s) gemäß nachstehender Tafel.

Tafel III.

$\frac{h}{s}$	Knickzahl $\omega = \frac{\sigma_{b\,zul}}{\sigma_{k\,zul}}$	$\frac{\Delta\omega}{\Delta\frac{h}{s}}$
1. für quadratische und rechteckige Stützen mit einfacher Bügelbewehrung		
15	1,0	
20	1,25	0,05
25	1,75	0,10
2. für umschnürte Stützen		
13	1,0	
20	1,7	0,1
25	2,7	0,2

Zwischenwerte sind gradlinig einzuschalten.

4. Reine Biegung und Biegung mit Längskraft. Die zulässigen Beanspruchungen der Tafel IV gelten in:

Spalte a:

für mindestens 20 cm hohe volle Rechteckquerschnitte,

für Balken und Plattenbalken zur Aufnahme von Stützmomenten,

für Pilzdecken (vgl. § 14, Ziffer 9 und § 17, Ziffer 9),

für Rahmen, Bögen und Stützen als Teile rahmenartiger Tragwerke, wenn diese ausführlich nach der Rahmentheorie berechnet werden, und zwar bei gewöhnlichen Hochbauten unter Annahme ungünstigster Laststellung, bei anderen Bauten außerdem unter Berücksichtigung der Wärmewirkung, des Schwindens sowie der Reibungs- und Bremskräfte;

Spalte b:

für Platten von mindestens 10 cm Stärke in Hochbauten einschließlich Fabriken ohne wesentliche Erschütterungen, Tafel IV.

		Zulässige Beanspruchungen in kg/cm²			
		a	b	c	d
		Beton auf Druck			
1	Handelszement: $W_{e\,28} \geqq 200$ kg/cm² . . . . . . und außerdem $W_{b\,28} \geqq 100$ kg/cm²	50	40	35	—
2	Hochwertiger Zement: $W_{e\,28} \geqq 275$ kg/cm² . . . . . . und außerdem $W_{b\,28} \geqq 130$ kg cm²	60	50	40	—
3	In besonderen Fällen bei Nachweis der Würfelfestigkeit	$\sigma_{zul} = \frac{W_{b\,28}}{2}$	$\sigma_{zul} = \frac{W_{b\,28}}{2,5}$	$\sigma_{zul} = \frac{W_{b\,28}}{3,5}$	$\sigma_{zul} = \frac{W_{b\,28}}{5}$
		jedoch nicht mehr als			
	$W_{b\,28} \geqq \nu \cdot \sigma_{zul}$ . . . . und außerdem $W_{b\,28} \geqq 250$ kg/cm²	70	60	45	40
		Eisen (Stahl) auf Zug			
4	Eisen (Handelseisen)	1200	1200	1000	800
5	Stahl St 48 nur in Verbindung mit Beton nach 2 oder 3[20]a)	1500	1500	1250	1000

[20]a) Da die eingeleiteten Versuche mit hochwertigem Zement in Verbindung mit Stahl noch nicht abgeschlossen sind, bleibt die Anwendung der in Ziffer 5 genannten Spannungen in Hochbauten zunächst nur auf Platten beschränkt.

für Balken, Plattenbalken, außermittig belastete Stützen und andere Tragwerke, soweit sie nicht unter a fallen;

für Stützenquerschnitte von Balken und Plattenbalken der Spalte c.

Spalte c:

für Platten von weniger als 10 cm Stärke,

für die unmittelbar starken Erschütterungen ausgesetzten Bauteile in Hochbauten.

für Platten und Träger der Fahrbahntafel in Straßenbrücken und Durchfahrten bei weniger als 50 cm Ueberschüttungshöhe;

Spalte d:

für Balkenbrücken unter Eisenbahngleisen. Werden die Brems= und Anfahrkräfte und der Einfluß der Temperaturschwankungen und des Schwindens berücksichtigt, so dürfen die in Spalte d genannten zulässigen Spannungen um 30 Prozent erhöht werden. Dabei dürfen aber die ohne diese Kräfte errechneten Spannungen die dort genannten Werte nicht überschreiten.

In den Spalten c und d ist ein Stoßzuschlag bis 50 Prozent berücksichtigt. Ist ein höherer Stoßzuschlag geboten, so sind die stoßenden Lasten entsprechend zu erhöhen.

5. Die Schubspannung τ_o des Betons darf bei Handelszement 4 kg/cm², bei hochwertigem Zement 5,5 kg/cm² nicht überschreiten (vgl. § 18, Ziffer 4).

6. Die zulässige Drehungsspannung des Betons ist für rechteckige Querschnitte gleich der Schubspannung $\tau_o =$ 4 kg/cm².

7. Die zulässige Haftspannung τ_1 (Gleitwiderstand) beträgt 5 kg/cm² (vgl. § 18, Ziffer 5).

B.

Bestimmung für Ausführung ebener Steindecken.

Die „Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton“ sind auch für ebene Decken aus Steinen mit Eiseneinlagen anzuwenden, wenn in den nachfolgenden Bestimmungen nichts anderes vorgeschrieben ist.

I. Allgemeines.

§ 1. Begriffsfestsetzungen und Geltungsbereich.

a) Steineisendecken im Sinne dieser Bestimmungen sind mit Eisen bewehrte Steindecken, mit oder ohne Betondruckschicht, bei denen die Steine (Voll- oder Hohlsteine) zur Aufnahme von Druckspannungen herangezogen werden und die Betondruckschicht 5 cm Stärke nicht erreicht.

b) Eisenlose Steindecken. Für diese Decken sind die Vorschriften in Abschnitt V maßgebend.

c) Eisenbetonrippendecken sind Decken mit höchstens 70 cm lichtem Rippenstand und einer mindestens 5 cm starken Druckplatte. Diese Decken können zur Erzielung der ebenen Unteransicht statisch unwirksame Hohlstein- oder aber Vollkörpereinlagen enthalten. Sie fallen unter die „Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton“.

§ 2. Belastungsannahmen.

Für die Belastungsannahmen sind die in den einzelnen Ländern jeweils gültigen amtlichen Vorschriften zu beachten[21]).

---

[21]) Für Preußen gelten die vom Minister für Volkswohlfahrt herausgegebenen „Bestimmungen über die bei Hochbauten anzunehmenden Belastungen“ vom 24. Dezember 1919 (Zentralblatt der Bauverw. 1920, S. 45). Die Bestimmungen sind mit geringen Aenderungen auch in Baden, Hessen, Württemberg, Oldenburg, Schaumburg-Lippe, Bremen und Anhalt eingeführt.

§ 3. Höhe der Decken und Deckensteine.

Für die Abmessungen der Decken gelten die Vorschriften über Deckenstärken in den „Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton“ mit der Maßgabe, daß die Deckenstärke mindestens 10 cm betragen muß. Ausgenommen hiervon sind Dacheindeckungen, die mindestens 6 cm stark sein müssen (vgl. § 17, Ziffer 7 der genannten Bestimmungen).

Die größte Höhe der Deckensteine darf nicht mehr als 20 cm betragen.

§ 4. Prüfung und Behandlung der Deckensteine.

Es ist sorgfältig darüber zu wachen, daß die verwendeten Steine auch wirklich von gleicher Güte sind wie jene, auf welche sich die Prüfungszeugnisse amtlicher Versuchsanstalten beziehen. Die Prüfungen sind daher nötigenfalls auf Veranlassung der Baupolizeibehörde an einer ausreichenden Anzahl von Probesteinen zu wiederholen. Die Steine müssen vor der Bearbeitung gründlich durchfeuchtet und während der Abbinde- und Erhärtungszeit ausreichend angenäßt werden.

§ 5. Anfängersteine.

Bei Steindecken Kleinescher Art sind sogenannte Anfänger- und Trägerummantelungssteine nur zulässig, wenn sie über der Aussparung für den Trägerflansch mindestens 7 cm stark sind. Sie dürfen Löcher von höchstens 2 cm Durchmesser erhalten. Die Wandstärke darf aber an keiner Stelle weniger als 2 cm betragen.

Werden Anfänger- oder Trägerummantelungssteine verwendet, so müssen die Eisen durch Hochbiegen bis an den Trägersteg herangeführt werden.

§ 6. Druckschicht aus Beton und Steinen.

Betondruckschichten dürfen nur dann als statisch wirksam in Rechnung gestellt werden, wenn sie mindestens 3 cm stark sind. Bei einer Stärke von 5 cm und mehr sind die Decken als Eisenbetonrippendecken mit Füllkörpern gemäß § 14 Ziffer 8 der „Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton“ zu behandeln. Bei Steindecken sind die Stirnflächen der Steine zu vermauern, so daß die Stoßfugen Druckkräfte übertragen können.

§ 7. *Spannweite der Decke.*

Die Stützweite der Steineisendecken darf die 27fache Nutzhöhe nicht überschreiten und höchstens 6,50 m betragen. Weiter gespannte Decken müssen als Eisenbetonrippendecken (§ 14 Ziffer 8 der „Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton) ausgebildet werden.

Für Dachdecken kann ausnahmsweise eine geringere Nutzhöhe als $^1/_{27}$ der Stützweite zugelassen werden, wenn vorschriftsmäßige Prüfungen die Tragfähigkeit solcher Decken erwiesen haben.

§ 8. *Eiseneinlagen.*

In jeder Fuge soll nicht mehr als ein Eisen liegen. Bei der Verwendung von Rundeisen muß die Mörtelstärke unterhalb der Eisen mindestens 1 cm, bei Flacheisen (Bandeisen) mindestens ½ cm betragen.

Die Fugen mit Eiseneinlagen müssen mindestens 2 cm stark sein, wenn nicht die Rücksicht auf allseitige Umhüllung der Eisen in mindestens 0,5 cm Stärke eine größere Fugenbreite erfordert[22]).

Die Eiseneinlagen dürfen ausnahmsweise in verschiedenen Fugen verschiedenen Querschnitt haben. Bei Decken aus Steinen Kleinescher Art ist es in besonderen Fällen geringer Spannweite und besonders kleiner Nutzlast gestattet, die Eiseneinlagen mehrerer Fugen auf einen Eisen- und Fugenquerschnitt zu vereinen, wobei jedoch nur höchstens zwei nebeneinanderliegende Fugen ohne Eiseneinlage sein dürfen.

§ 9. *Schutzschicht.*

Alle Steineisendecken sind zur Verhütung der Abnutzung der tragenden Teile mit einer besonderen Schutzschicht zu versehen. Zu diesem Zweck darf ein genügend widerstandsfähiger Belagsstoff in 1—2 cm Stärke verwendet werden.

---

[22]) Bei Decken mit 10 cm hohen Steinen und bei Verwendung von Flacheisen können geringe Abweichungen von der verlangten Fugenbreite mit Rücksicht auf die Fugenteilung zugelassen werden.

II. Ermittlung der äußeren Kräfte.

§ 10. Decken zwischen Mauerwerk.

Decken, die beiderseits auf Mauerwerk aufliegen, sind mit einem Moment von $\frac{q \cdot l^2}{8}$ zu berechnen; nur wenn die erforderliche Einspannung nachgewiesen werden kann und die Decken gleichzeitig mit dem Mauerwerk hergestellt werden, darf mit $\frac{q \cdot l^2}{10}$ gerechnet werden. In diesem Falle ist abwechselnd ein Eisen nach oben abzubiegen und das andere geradlinig durchzuführen. Bei Verwendung von Flacheisen (Bandeisen) sind obere Eisen in der erforderlichen Anzahl anzuordnen.

Wenn freie Auflagerung im Mauerwerk angenommen wird, muß gleichwohl durch obere Eiseneinlagen einer etwa doch vorhandenen unbeabsichtigten Einspannung Rechnung getragen werden.

§ 11. Decken zwischen eisernen Trägern.

Decken, die beiderseits auf den unteren Flanschen eiserner Träger aufliegen und dicht an die Stege dieser Träger anschließen, sowie Decken, die auf gestelzten Auflagern über den Unterflanschen eiserner Träger aufliegen, und bei denen eine Verspannung zwischen Decke und Trägeroberflansch durch Beton hergestellt wird, dürfen als teilweise eingespannt angesehen und nach der Gleichung $M = \frac{q \cdot l^2}{10}$ berechnet werden. Dabei ist vorausgesetzt, daß die gestelzten Auflager aus Beton im Mischungsverhältnis 1 : 4 bestehen und mit einer Neigung — nicht steiler 1 : 3 — an die Decken anschließen. Die Eiseneinlagen sind dann ebenso anzuordnen und zu behandeln wie nach § 10.

§ 12. Ansteigende Decken (Treppen).

Ansteigende Steindecken (Treppenläufe) gelten im allgemeinen nicht als halb eingespannte Decken und müssen wie frei aufliegende Decken mit $M = \frac{q \cdot l^2}{8}$ berechnet werden.

Ausnahmsweise kann jedoch auch mit $\frac{q \cdot l^2}{10}$ gerechnet werden, wenn besondere Vorkehrungen für eine sichere Einspannung getroffen sind (Umbiegen der oberen Eisen um die Flanschen).

Für die Länge l und die Einheitslast q ist die Grundriß=projektion des Treppenlaufes einzuführen.

§ 13. *Durchlaufende Steineisendecken.*

Durchlaufende Steineisendecken gleicher Stützweiten oder auch ungleicher Stützweiten, bei denen die kleinste noch mindestens 0,8 der größten ist, dürfen im Falle gleichmäßig verteilter Belastung berechnet werden nach dem Moment $\frac{q \cdot l^2}{15}$ in den Innenfeldern und $\frac{q \cdot l^2}{11}$ in den Endfeldern. Erhalten die Steineisendecken an ihren Innenstützen Auflager=Verstärkungen, deren Breite min=

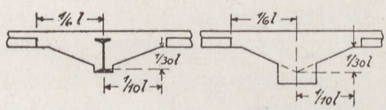


Abb. 166.

destens $^1/_{10}$ l und deren Höhe mindestens $^1/_{30}$ l, gemäß Ab=bildung beträgt, so dürfen diese Decken für die Innen=felder mit $\frac{q \cdot l^2}{18}$, für die Endfelder mit $\frac{q \cdot l^2}{12}$ berechnet werden. Als negative Stützmomente sind bei Decken über nur 2 Feldern $M_s = \frac{1}{8}\, q \cdot l^2$, mit 3 oder mehr Feldern an der Innenstütze des Randfeldes $M^s = \frac{1}{9}\, q \cdot l^2$ an den übrigen Innenstützen $M_s = \frac{1}{10}\, q \cdot l^2$ anzunehmen.

Im Bereiche der negativen Momente, also in einer Breite von $^1/_6$ l zu beiden Seiten der Innenstützen ist voller Beton zu verwenden. Auf die gleiche Breite müssen die aufgebogenen Deckeneisen in das Nachbarfeld eingreifen. Bei den aus eisernen Trägern gebildeten Balken können die Deckeneisen um den oberen Trägerflansch gehakt werden; dann müssen zur Aufnahme der negativen Momente, soweit der volle Beton reicht, obere Eisen in der hierfür erforderlichen Stärke und Anzahl über die Träger hinweggelegt werden. Die Betondeckung über den Trägern muß mindestens 4 cm stark sein.

Werden Steineisendecken zwischen Eisenbetonbalken gespannt, so können sie als Druckquerschnitt dieser Balken nur insoweit in Rechnung gestellt werden, als der volle Beton der Deckenfelder reicht.

III. Ermittlung der inneren Kräfte.

§ 14. *Elastizitätsmaß.*

Die Spannungen im Deckenquerschnitt sind unter der Annahme zu berechnen, daß das Elastizitätsmaß des Steinkörpers ein Fünfzehntel von dem des Eisens beträgt.

§ 15. *Druckfestigkeit.*

Als Druckquerschnitt gilt der volle Beton- und Steinquerschnitt ohne Abzug etwaiger Hohlräume in den Steinen.

Die Steindruckfestigkeit *S* wird bestimmt als Mittelwert aus den Ergebnissen von etwa 10 Versuchen als die Spannung bei dem Bruch, bezogen auf den Steinquerschnitt bei Abzug etwaiger Hohlräume. Bei der Prüfung soll der Druck in der Richtung ausgeübt werden, in der die Steine beansprucht werden.

IV. Zulässige Spannungen.

§ 16. *Biegungsspannungen.*

Die in der folgenden Tafel angegebenen Beanspruchungen sind unter folgenden Voraussetzungen zulässig:

a) Bei der Herstellung der Steindecken ist Zementmörtel im Mischungsverhältnis 1 : 4 mit höchstens 7 Prozent Weißkalkzusatz zu verwenden.

b) Die Betondruckschicht von mindestens 3 cm Stärke (vgl. § 6) muß im Mischungsverhältnis von 1 R.-T. Zement auf 4 R.-T. Kiessand hergestellt sein.

Art des Bauwerks oder des Bauteils	Biegedruckspannung σ_s bzw. σ_b in kg/cm²		Eisen-zug-spannung σ_e in kg/cm²
	bei Steindecken ohne statisch wirksame Betonschicht	bei Steindecken mit Betondruckschicht von mindestens 3 cm aber weniger als 5 cm Stärke	
a) Decken in Hochbauten mit vorwiegend ruhenden Lasten	$^1/_7$ der nachgewiesenen Steindruckfestigkeit S, höchstens 36	36	1200
b) Decken in Fabriken und dergl., die der unmittelbaren Einwirkung von Erschütterungen ausgesetzt sind, sowie Treppen	$^1/_8$ S, höchstens 30	30	1000
c) Decken in Durchfahrten u. Hofunterkellerungen, sowie sonstige Decken, die sehr stark erschüttert werden (z. B durch schwere Maschinen)	$^1/_9$ S, höchstens 27	27	900

§ 17. *Schubspannungen.*

Die zulässige Schubspannung τ_0 der Deckensteine wird auf 2,5 kg/cm² festgesetzt. Bei größerer Schubspannung sind Vollsteine oder Vollbeton zu wählen und die Schubspannungen im Bereiche der höheren Werte vollständig durch Eisen aufzunehmen.

Die Schubspannung wird aus der Gleichung $\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z}$ ermittelt, worin bedeuten: Q die Querkraft, b_0 die auf 1 m Deckenbreite nach Abzug der Hohlräume noch vorhandene gesamte Stein- und Fugenbreite und z den Abstand des Eisenschwerpunktes vom Druckmittelpunkte. Die angegebenen Werte für τ_0 und b_0 gelten auch für Decken mit Betondruckschicht.

§ 18. *Haftspannungen.*

Die zulässige Haftspannung τ_1 beträgt bei Rundeisen 4,5 kg/cm², bei Flacheisen 3 kg/cm². Ueberschreiten die Haftspannungen diese Maße, so sind Rundeisen zu wählen und mit Haken zu versehen.

V.

§ 19. *Eisenlose Steindecken.*

Auf ebene Decken ohne Eiseneinlagen sind vorstehende Vorschriften nicht anwendbar.

Solche Decken sind, falls sie aus Steinen Kleinescher oder ähnlicher Art unter Verwendung guter Materialien (Mörtel wie bei den Steineisendecken) sachgemäß ausgeführt werden und Vorkehrungen zur Aufnahme des wagerechten Schubes getroffen sind, auf Grund bisheriger Erfahrungen und Probebelastungen mit folgenden Spannweiten zulässig:

bei Wohngebäuden:

bis = 1,30 m bei 10 cm hohen Steinen
bis = 1,40 m bei 12 cm hohen Steinen

bei Fabrikgebäuden:

bis = 1,00 m bei 10 cm hohen Steinen
bis = 1,10 m bei 12 cm hohen Steinen

wobei vorausgesetzt wird, daß die Schalung mit Stich von 3 bis 5 cm ausgeführt wird.

VI.

§ 20. *Neue Bauweisen.*

Anträge auf Zulassung neuer Bauweisen für ebene Steindecken mit und ohne Eiseneinlagen sind den in einzelnen Ländern hierfür zuständigen Stellen[23]) mit den notwen-

---

[23]) Die hierfür zuständigen Stellen in den einzelnen Ländern sind:

in Preußen: Die staatliche Prüfungsstelle für statische Berechnungen in Berlin NW 40, Invalidenstr. 52;

in Bayern: das mechanisch-technische Laboratorium in München und das Materialprüfungsamt der Bayrischen Landesgewerbeanstalt in Nürnberg;

digen Beschreibungen der Bauteile und Ausführung, den Zeichnungen und statischen Berechnungen, sowie den Steinproben zur Begutachtung und Feststellung der Zulassungsbedingungen vorzulegen. Die Probebelastungen, die für erforderlich gehalten werden, sind im Benehmen mit diesen Stellen durch die staatlichen Versuchsanstalten auszuführen.

Wegen der durch die baupolizeiliche Ueberwachung entstehenden Kosten wird für Preußen auf den Runderlaß des Ministers der öffentlichen Arbeiten vom 16. April 1904 — III. B. 2786 — (Zentralblatt d. Bauverw. 1904 S. 253) und auf den Runderlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 21. März 1923 — II. 9. Nr. 206 — (Volkswohlfahrt Nr. 9, S. 212/13) verwiesen.

---

in Sachsen: der Sachverständigen-Ausschuß für einheitliche Prüfung von Baustoffen und Baukonstruktionen beim Ministerium des Innern in Dresden;

in Hessen: die Ministerialabteilung für Bauwesen in Darmstadt;

in Anhalt: die staatliche Prüfungsstelle für statische Berechnungen bei der Regierung Abteilung des Innern in Dessau, Landesbehördenhaus I;

in Hamburg: (Geltungsbereich der Bauordnung für die Stadt Hamburg vom 19. Juli 1918.) Die Abteilung für statische Prüfungen der Baupolizei-Behörde, Hamburg 11, Admiralitätstraße 56;

in Lübeck: die Baupolizeibehörde (Polizeidienstgebäude).

C.

Vorbemerkung

Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Beton.

1. Unter Beton wird im allgemeinen verstanden ein Gemenge von Mörtel und Zuschlägen. Der Mörtel setzt sich zusammen aus dem Bindemittel Sand und Wasser; Zuschläge sind Kies, Steingrus oder =splitt oder Steinschlag (Schotter und dgl.) (vgl. § 6, Ziffer 2).

Als Beton im Sinne der nachfolgenden Vorschriften gilt nur Zementbeton, bei dem als Bindemittel Portlandzement, Eisenportlandzement, Hochofenzement oder andere als Zement anerkannte Bindemittel benutzt werden[24]) (vgl. § 6, Ziffer 1).

Je nach der Verwendung des Betons können Zuschläge von Traß, Kalk und dgl. beigegeben werden (vgl. § 7, Ziffer 2c).

2. Entwurf und Bauausführung von Bauten aus Beton fordern eine gründliche Kenntnis dieser Bauweise. Daher darf der Bauherr nur solche Unternehmer damit betrauen, die diese Kenntnis haben und eine sorgfältige Ausführung

---

[24]) Für die Herstellung von Beton aus Traß, Kalk und ähnlichen Bindemitteln ohne nennenswerten Zusatz von Zement haben diese Bestimmungen somit keine Gültigkeit.

gewährleisten (vgl. §§ 222, 230, 330 und 367, Ziffer 14 und 15 RStGB. sowie § 831 BGB.[25]). Ebenso darf der Unternehmer zur Aufsicht der Arbeiten nur geschulte Poliere oder zuverlässige Vorarbeiter verwenden, die bei Betonbauten schon mit Erfolg tätig gewesen sind.

---

[25]) RStGB. § 222. Wer durch Fahrlässigkeit den Tod eines Menschen verursacht, wird mit Gefängnis bis zu drei Jahren bestraft.

Wenn der Täter zu der Aufmerksamkeit, welche er aus den Augen setzte, vermöge seines Amtes, Berufes oder Gewerbes besonders verpflichtet war, so kann die Strafe bis auf fünf Jahre Gefängnis erhöht werden.

§ 230. Wer durch Fahrlässigkeit die Körperverletzung eines anderen verursacht, wird mit Geldstrafe bis zu 900 Mark oder mit Gefängnis bis zu zwei Jahren bestraft.

War der Täter zu der Aufmerksamkeit, welche er aus den Augen setzte, vermöge seines Amtes, Berufes oder Gewerbes besonders verpflichtet, so kann die Strafe auf drei Jahre Gefängnis erhöht werden.

§ 330. Wer bei der Leitung oder Ausführung eines Baues wider die allgemein anerkannten Regeln der Baukunst dergestalt handelt, daß hieraus für andere Gefahr entsteht, wird mit Geldstrafe bis zu 900 Mark oder mit Gefängnis bis zu einem Jahre bestraft.

§ 367. Mit Geldstrafe bis zu 150 Mark oder mit Haft wird bestraft:

14. wer Bauten oder Ausbesserungen von Gebäuden, Brunnen, Brücken, Schleusen oder anderen Bauwerken vornimmt, ohne die von der Polizei angeordneten oder sonst erforderlichen Sicherungsmaßnahmen zu treffen;

15. wer als Bauherr, Baumeister oder Bauhandwerker einen Bau oder eine Ausbesserung, wozu die polizeiliche Genehmigung erforderlich ist, ohne diese Genehmigung oder mit eigenmächtiger Abweichung von dem durch die Behörde genehmigten Bauplane ausführt oder ausführen läßt.

BGB. § 831. Wer einen anderen zu einer Verrichtung bestellt, ist zum Ersatz des Schadens verpflichtet, den der Andere in Ausführung der Verrichtung einem Dritten widerrechtlich zufügt. Die Ersatzpflicht tritt nicht ein, wenn der Geschäftsherr bei der Auswahl der bestellten Person und, sofern er Vorrichtungen oder Gerätschaften zu beschaffen oder die Ausführung der Verrichtungen zu leiten hat, bei der Beschaffung oder der Leitung die im Verkehr erforderliche Sorgfalt beobachtet oder wenn der Schaden auch bei Anwendung dieser Sorgfalt entstanden sein würde.

Die gleiche Verantwortlichkeit trifft denjenigen, welcher für den Geschäftsherrn die Besorgung eines der im Abs. 1, Satz 2 bezeichneten Geschäfte durch Vertrag übernimmt.

§ 1. Geltungsbereich.

Diese Bestimmungen sind für alle Ausführungen von Bauwerken aus Beton maßgebend.

§ 2. Bauvorlagen.

1. Bei Bauwerken, die ganz oder zum Teil aus Beton hergestellt werden sollen, müssen aus den zur baupolizeilichen Prüfung vorzulegenden Zeichnungen, statische Berechnungen und erforderlichenfalls beizubringenden Beschreibungen zu ersehen sein: die Gesamtanordnung, die Belastungsannahmen, die Querschnitte der einzelnen Teile, Bewegungsfugen, Gelenke und dgl., ferner Art, Ursprung und Beschaffenheit der Baustoffe, die zum Beton verwendet werden sollen, ihr Mischungsverhältnis, die gewählte Betonart (vgl. §§ 7 und 8) und die gewährleisteten Würfelfestigkeiten des Betons nach 28 tägiger Erhärtung[26]).

2. Die statischen Berechnungen müssen die Sicherheit des Bauwerks in übersichtlicher und prüfbarer Form nachweisen.

3. Auf Anfordern sind Proben der Baustoffe beizufügen.

4. Der Bauherr, der Entwurfsverfasser und vor dem Beginn der Arbeiten auch der ausführende Unternehmer haben die Vorlagen zu unterschreiben. Wird die Aus-

---

[26]) Unter Würfelfestigkeit ist hier und im folgenden die Druckfestigkeit von Würfeln zu verstehen, die nach den „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton" angefertigt und geprüft worden sind.

Es bedeuten
We 28 = Würfelfestigkeit erdfeuchten Betons nach 28 Tagen,
Wb 28 = Würfelfestigkeit von Beton in der gleichen Beschaffenheit, wie er im Bauwerk verarbeitet wird, nach 28 Tagen.

Die Einführung einer Konsistenzprobe (Steifenprobe) bleibt vorbehalten, bis die Versuche zur Feststellung des Zusammenhanges zwischen Wasserzusatz, Konsistenz (Steife) und Würfelfestigkeit abgeschlossen sind.

Wegen der Kosten und der Anerkennung von Würfelfestigkeitsprüfungen, die auf eigenen Pressen der Unternehmung vorgenommen sind, wird für Preußen auf den Runderlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 21. März 1923 — II. 9. Nr. 206 — (Volkswohlfahrt Nr. 9, S. 213) verwiesen (vgl. auch Fußnote 9).

führung während der Bauzeit einem anderen Unternehmer übertragen, so ist dies der Baupolizeibehörde sofort mitzuteilen.

§ 3. *Vorläufiger Festigkeitsnachweis.*

Der Unternehmer ist verpflichtet, auf Anfordern der Baupolizeibehörde vor Baubeginn nachzuweisen, daß die für den Bau in Aussicht genommenen Mischungen die gewährleisteten Würfelfestigkeiten[26]) ergeben.

§ 4. *Zulässige Beanspruchung.*

1. Die größte Druckbeanspruchung des Betons für ruhende Last darf ein Fünftel der Würfelfestigkeit W_{e28}[26]) nicht überschreiten und nicht größer sein als 50 kg/cm². Bei weichem und Gußbeton darf sie außerdem nicht größer sein als $\frac{W_{b\,28}}{3}$. Ausnahmsweise können bei Gelenken und anderen besonderen Bauteilen höhere Beanspruchungen zugelassen werden. Die Zugfestigkeit des Betons bleibt bei Berechnung der größten Druckspannung unbeachtet.

2. Bei Stützen und Pfeilern ist die Druckbeanspruchung (bei außermittiger Belastung die größte Kantenpressung) mit zunehmendem Verhältnis von Höhe (Länge) zur kleinsten Dicke abzumindern und höchstens anzunehmen:

für das Verhältnis	1 : 1	zu $^1/_1$	der nach Ziffer 1
„ „ „	5 : 1	„ $^1/_2$	sonst zulässigen
„ „ „	10 : 1	„ $^1/_4$	Beanspruchung.

Zwischenwerte sind gradlinig einzuschalten.

Stützen und Pfeiler mit einem Verhältnis von Höhe zur kleinsten Dicke größer als 10 sind nur in besonderen Fällen zulässig. Die zulässige Beanspruchung muß alsdann unter der für Pfeiler mit einem Verhältnis von Höhe zur kleinsten Dicke gleich 10 zugelassen bleiben.

3. Ist eine Stütze außermittig belastet oder kann sie seitliche Kräfte erhalten, so sind die größten Kantenpressungen zu ermitteln (vgl. Ziffer 2).

4. Bei Biegung mit Druck ist eine Zugspannung von $\frac{1}{20}$ der zulässigen Druckbeanspruchung gestattet.

§ 5. *Bauleitung.*

Die Namen des verantwortlichen Bauleiters und seiner für die Baustelle bestimmten örtlichen Vertreter sind der Baupolizeibehörde bei Beginn der Bauarbeiten anzugeben; jeder Wechsel ist sofort mitzuteilen.

Während der Bauausführung muß entweder der verantwortliche Bauleiter oder einer seiner Vertreter auf der Baustelle anwesend sein.

§ 6. *Die Baustoffe.*

Die Eigenschaften der zu verwenden Baustoffe sind auf Anfordern der Baupolizeibehörde durch Zeugnisse nachzuweisen. Im Streitfall entscheidet eine amtliche Prüfungsanstalt.

1. Zement. Verwendet werden darf nur langsam bindender Zement der den jeweils gültigen, vom Reichsverkehrsministerium anerkannten deutschen Normen für Lieferung und Prüfung von Zement entspricht.

Die Zeugnisse über die Beschaffenheit müssen Angaben über Raumbeständigkeit, Bindezeit, Mahlfeinheit, Zug- und Druckfestigkeit enthalten.

Da erfahrungsgemäß die Abbindezeit eines Zements wechseln kann, muß der Unternehmer durch wiederholte Abbindeproben auf der Baustelle feststellen, daß kein schnell bindender Zement verwendet wird.

Von hochwertigen Zementen (Normenzementen und Tonerdenzementen) werden bei Prüfung nach den Normen[27]) für Portland-, Eisenportland- und Hochofenzement die im folgenden angegebene Mindestfestigkeit verlangt.

Bei Prüfung nach

3 Tagen (1 Tag in feuchter Luft, 2 Tage
 unter Wasser) Druckfestigkeit . . . . 250 kg/cm²
 Zugfestigkeit . . . . 25 kg/cm²

---

[27]) Für diese Zemente kann der Wasserzusatz zum Normenmörtel nicht nach den Normen bestimmt werden. Bis zur Herausgabe der Normen für hochwertige Zemente wird empfohlen, 8 Prozent der Gewichtsteile des trockenen Gemenges anzunehmen.

28 Tagen (1 Tag in feuchter Luft, 6 Tage unter Wasser, sodann an der Luft) Druckfestigkeit . . . . 450 kg/cm²
Zugfestigkeit . . . . 35 kg/cm²

Die Zemente sind in der Ursprungspackung (Fabrikpackung) auf der Verwendungsstelle anzuliefern. Der hochwertige Zement muß durch seine Packung deutlich als solcher gekennzeichnet sein.

2. Sand, Kies und andere Zuschläge.

a) Im Sinne dieser Bestimmungen ist zu verstehen:

unter Sand: Gruben-, Fluß-, See-, Brech- oder Quetschsand, Schlackensand[28]) (gekörnte Hochofenschlacke geeigneter Zusammensetzung), Bimssand[28]) und dgl. bis zu höchstens 5 mm Korngröße;

unter Kies: natürliche Kiesgraupen, Kiessteine, Kiesel, Bimskies[28]) von 5 mm Korngröße aufwärts bis etwa 70 mm größter Abmessung;

unter Kiessand: das natürliche Gemenge von Sand und Kies;

unter Steingruß oder -splitt: zerkleinertes Gestein zwischen etwa 5 und etwa 25 mm Korngröße;

unter Steinschlag (Schotter): von Hand oder mit der Maschine zerkleinertes Gestein zwischen etwa 25 und etwa 70 mm größter Abmessung.

b) Sand, Kies, Steingrus oder -splitt, Steinschlag (Schotter) und zerkleinerte Hochofenstückschlacke[29]) sollen möglichst gemischtkörnig zusam-

---

[28]) Bimssand und Bimskies eignen sich nur zur Herstellung leichter, poriger, geringg beanspruchter Bauteile. Das gleiche gilt für Schlackensand, der schaumig gefallen ist.

[29]) Zerkleinerte Hochofenstückschlacke muß den „Richtlinien für die Herstellung und Lieferung von Hochofenschlacke als Zuschlagstoff für Beton und Eisenbeton" entsprechen (vgl. Erlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 30. April 1924 — II. 9. Nr. 220 — Zentralbl. d. Bauverw. 1924, S. 168).

Es läßt sich nicht allgemein und erschöpfend bestimmen, wie die Baustoffe beschaffen sein müssen, aus denen der Beton hergestellt wird. Lehm, Ton und ähnliche Beimischungen wirken schädlich auf seine Festigkeit, wenn sie am Sand und Kies festhaften. Sind sie in geringen Mengen im Sand fein verteilt, ohne an den Körnern festzuhaften, so schaden sie in der Regel nicht.

mengesetzt sein; sie dürfen keine schädlichen Beimengungen enthalten. In Zweifelsfällen ist der Einfluß von Beimengungen durch Versuche festzustellen[29]).

c) Zweckmäßig wird das Korn der Zuschläge so gehalten, daß die Hohlräume des Gemisches möglichst gering werden.

d) Die als Zuschlag verwendeten Baustoffe sollen in der Regel mindestens die gleiche Festigkeit besitzen, wie der erhärtete Mörtel des Betons[30]). Die Steine sollen wetterbeständig sein.

e) Größere druckfeste Steine können in den Beton eingebettet werden, wenn es Zweck, Art und Abmessungen des Betonkörpers zulassen. Sie müssen sachgemäß verteilt werden, und es muß innerhalb des Betonkörpers ausreichend weiche Betonmasse verwendet werden, um eine vollständig dichte Umschließung dieser Einlagen zu erzielen.

f) Für Bauteile, die laut polizeilicher Vorschrift feuerbeständig sein müssen, dürfen nur solche Zuschlagstoffe verwendet werden, die im Beton dem Feuer widerstehen.

3. W a s s e r. Das Wasser darf keine Bestandteile enthalten, die die Erhärtung des Betons beeinträchtigen. Im Zweifelfall ist seine Brauchbarkeit vorher durch Versuche festzustellen.

§ 7. Zubereitung der Betonmasse.

1. B e t o n g e m e n g e. Sand, Kies, Steingruß und -splitt und Steinschlag werden nach Raumteilen, Zement nach Gewicht bemessen, alles aber in Raumteilen zugesetzt.

Zur Umrechnung von Gewichtsteilen auf Raumteile ist der Zement lose in ein Hektolitergefäß einzufüllen und zu wägen.

Braunkohlenteile, die in verschiedenen Flußkiessanden vorkommen, können schädlich wirken, wenn sie in größeren Mengen vorhand sind.

Sollen Kessel- oder Lokomotivschlacken, Müllverbrennungsrückstände und dgl. als Zuschlag verwendet werden, so ist vorher zu prüfen, ob sie sich dazu eignen.

[30]) Weiche Gesteine, schwach gebrannte Ziegelsteine und dgl. sind nur zu Füllbeton geeignet.

2. Mischweise. Die Betonmasse kann von Hand, muß aber bei größeren Bauausführungen durch geeignete Maschinen gemischt werden. Das Mischungsverhältnis muß an der Mischstelle mit deutlich lesbarer Schrift angeschlagen sein und sich beim Arbeitsvorgang leicht feststellen lassen.

a) Bei Handmischung ist die Betonmasse auf einer gut gelagerten, kräftigen, dicht abschließenden Pritsche oder sonst auf ebener, schlecht absaugender und fester Unterlage herzustellen. Zunächst sind Sand, Kiessand oder Grus sowie gröbere Zuschläge mit dem Zement trocken mindestens dreimal zu mischen, bis sie ein gleichfarbiges Gemenge ergeben; dann ist das Wasser allmählich zuzusetzen, und hierauf ist das Ganze noch so lange zu mischen, bis es eine gleichmäßige Betonmasse bildet.

b) Bei Maschinenmischung wird das gesamte Gemenge zunächst trocken und hierauf unter allmählichem Wasserzusatz so lange noch weiter gemischt, bis es eine innig gemischte, gleichmäßige Betonmasse bildet.

c) Sollen außer Zement noch andere Stoffe (Traß, Kalk und dergleichen) in Pulverform zugesetzt werden, so muß dies während der Trockenmischung so geschehen, daß eine innige Mischung gewährleistet ist.

d) Die Mischdauer kann als ausreichend angesehen werden, wenn die Steine allseitig von innig gemischtem, gleichfarbigem Mörtel umgeben sind.

3. Wasserzusatz. Der Wasserzusatz richtet sich nach der Art der Baustoffe, dem Mischungsverhältnis, der Witterung, dem Feuchtigkeitsgehalt und der Wasseraufnahmefähigkeit der Baustoffe sowie nach der Verwendung des Betons.

a) Erdfeuchte Betonmasse (vgl. § 8 Ziffer 2). Die Betonmasse gilt als erdfeucht, wenn beim Formen eines Handballens die innere Handfläche sichtlich naß wird; sie enthält nur so viel Wasser, daß erst bei beendigtem Stampfen an der Oberfläche Wasser austritt.

Erdfeuchte Betonmasse muß gestampft werden.

b) Weiche Betonmasse (vgl. § 8 Ziffer 3 und 4). Weiche Betonmasse enthält so viel Wasser, daß die Ränder der durch einen Stampfstoß hervorgerufenen Vertiefung eine kurze Zeit stehen und nur langsam verlaufen.

c) Flüssige Betonmasse (vgl. § 8 Ziffer 5). Flüssige Betonmasse enthält so viel Wasser, daß sie breiig fließt. Stampfen ist unmöglich. Die Masse ist so zu verteilen, daß keine Hohlräume entstehen.

§ 8. *Verarbeitung der Betonmasse.*

1. Allgemeine Bestimmung. Die Betonmasse soll alsbald nach dem Mischen eingebracht und ohne Unterbrechung verarbeitet werden. Nur in Ausnahmefällen darf sie einige Zeit unverarbeitet liegen bleiben — bei trockener und warmer Witterung nicht über eine Stunde, bei nasser und kühler nicht über zwei Stunden —, muß aber gegen Witterungseinflüsse, wie Sonne, Wind, starken Regen usw. geschützt und unmittelbar vor Verwendung umgeschaufelt werden. In allen Fällen muß die Betonmasse vor Beginn des Abbindens verarbeitet sein.

Bei dem Einbringen der Betonmasse ist darauf zu achten, daß die Mischung gleichmäßig bleibt. Gröbere Zuschlagteile, die sich abgesondert haben, sind mit dem Mörtel wieder zu vermengen.

2. Stampfbeton. Die Betonmasse darf in die Verwendungsstelle (Baugrube, Verschalung) nur schichtenweise und nur in solcher Höhe eingebracht werden, daß die fertig gestampfte Schicht in der Regel nicht stärker ist als 15 bis 20 cm (je nach Wassergehalt der Masse).

Die einzelnen Schichten sollen, wo es die Bauausführung gestattet, rechtwinklig zu der im Bauwerk auftretenden Druckrichtung und, wo dies nicht möglich ist, gleichlaufend mit der Druckrichtung eingebracht werden.

Die Massen sind nacheinander so zeitig (frisch auf frisch) einzustampfen, daß die einzelnen Schichten untereinander ausreichend fest binden. Es ist unbedingt erforderlich, daß vor dem Weiterarbeiten auf einer soeben fertig gestampften Schicht die Oberfläche dieser Schicht durch Abkehren mit Stahlbesen, Kelle oder sonstwie gehörig gesäubert und aufgerauht wird.

Treten frische Stampfschichten mit bereits abgebundenen in Berührung (Weiterarbeiten am nächsten Tage), so muß für ausreichend festen Zusammenschluß der Betonschichten gesorgt werden. Neben einer geeigneten Gliederung der in Betracht kommenden Betonkörper selbst (z. B. stufenartige Abtreppungen, Verzahnungen ist die Oberfläche der zuletzt gestampften Schicht sofort nach Beendigung der Stampfarbeit gehörig aufzurauhen. Diese erhärtete und aufgerauhte Oberfläche ist vor dem Fortsetzen des Betonierens von losen Bestandteilen zu reinigen und anzunässen, sodann ist ein dem Mörtel der Betonmasse entsprechender Zementmörtelbrei aufzubringen. Es ist streng darauf zu achten, daß dieser Mörtelbrei nicht schon abgetrocknet ist oder abgebunden hat, bevor die neue Betonschicht hergestellt wird.

Für erdfeuchte Betonmasse sind quadratische oder rechteckige Stampfer von 12 bis 16 cm Seitenlänge und 12 bis 17 kg Gewicht zu verwenden, wenn nicht mechanisch betriebene benutzt werden. Für weiche Betonmasse können leichtere und anders geformte Stampfer verwendet werden.

Die Stampfarbeit erhöht innerhalb gewisser Grenzen die Festigkeit, und zwar bei erdfeuchter Betonmasse mehr als bei weicher. Die Verwendung erdfeuchter Betonmasse empfiehlt sich nur dort, wo ausgiebige Stampfarbeit von Hand oder durch Maschinen gesichert ist. Besondere Sorgfalt ist auf das Stampfen der Ecken und Randschichten (längs der Verschalung) zu verwenden. Die einzelnen Stampfflächen sollen sich etwas überdecken.

3. Schüttbeton. Schüttbeton kommt hauptsächlich für die Herstellung unter Wasser in Frage. Die Betonmasse muß in weichem Zustand eingebracht werden[31]).

Das Schütten geschieht in Trichtern oder Senkkästen, bei geringen Wassertiefen auch unmittelbar aus dem Fördergefäß. Freier Fall der Betonmasse durch das Wasser muß vermieden werden. Deshalb sind die Trichter vor dem Versenken mit Betonmasse zu füllen und während des Schüttens stets genügend gefüllt zu halten;

---

[31]) Das Auswachsen des Zements kann durch geringen Zusatz von hydraulischem Kalk oder Fettkalk (in Seewasser (Traß-Kalk) abgemindert werden.

die Senkkästen sind geschlossen bis auf die Schütthöhe herabzulassen.

Die Massen sind nacheinander so zeitig (frisch auf frisch) einzubringen, daß sich die einzelnen Schichten untereinander ausreichend fest binden können. Beim Aufbringen neuer Schichten auf abgebundenen Beton muß der darauf abgesetzte Schlamm durch geeignete Mittel (z. B. Absaugen) entfernt werden, damit eine gute Verbindung der Schichten stattfindet. Stärker beanspruchte Bauteile (z. B. Schleusenböden sind ohne Unterbrechung in Tag- und Nachtschichten auszuführen.

Das Wasser in der Baugrube ist ruhig, d. h. ohne Strömung und Auftrieb zu erhalten, da fließendes oder aufquellendes Wasser den Zement aus dem Beton ausspülen würde.

4. Weicher Beton. Er wird hauptsächlich im Eisenbetonbau verwendet, wo er zur satten Umschließung der Eiseneinlagen und Ausfüllung der oft engen Zwischenräume zwischen den Eiseneinlagen unerläßlich ist, wenn die Bauteile nicht gegossen werden.

Weiche Betonmasse verlangt weniger große Stampfarbeit als erdfeuchte.

5. Gußbeton. Die Betonmasse muß genügend flüssigen Mörtel enthalten, der alle Hohlräume der Zuschläge (Kies, Schotter) ausfüllt. In den Zuschlägen müssen alle Korngrößen entweder gleichmäßig oder in stetiger Abstufung ihrer Menge enthalten sein.

Der Wasserzusatz darf nicht größer sein, als es die Fließbarkeit des Betons erfordert; er ist vor der Bauausführung durch Versuche festzustellen und wird zweckmäßig durch eine Konsistenzprobe (Steifeprobe) nachgeprüft.

Die Gußbetonmasse muß in dicht schließenden Maschinen gemischt werden, die keinen Mörtel auslaufen lassen.

Bei dem Befördern und Einbringen der Betonmasse ist darauf zu achten, daß keine Entmischung eintritt.

Gröbere Zuschlagteile, die sich beim Einbringen der Betonmasse abgesondert haben, sind mit dem Mörtel wieder zu vermengen.

Kann die Betonmasse nicht von selbst überall hinfließen, so ist mit geeigneten Geräten nachzuhelfen, daß sie den Schalungsraum, auch die Ecken und Außenflächen, satt ausfüllt. Eine Entmischung durch zu weites Verziehen muß jedoch ausgeschlossen sein.

Kann nicht der ganze Bauteil in einem Guß betoniert werden, so muß er in hohen Schichten hergestellt werden. Zu diesem Zweck sind bei größerer Ausdehnung einzelne Bauabschnitte zu bilden, die ohne Arbeitsunterbrechung hergestellt werden müssen.

Muß die Arbeit so lange unterbrochen werden, daß der eingebrachte Beton vor der Einbringung der nächsten Schicht begonnen hat abzubinden, so ist für ausreichend festen Zusammenschluß der Schichten dadurch zu sorgen, daß der in Betracht kommende Betonkörper zweckmäßig gegliedert und die Oberfläche der zuletzt gegossenen Schicht möglichst unregelmäßig und rauh gestaltet wird. Dazu können Bruchsteine, Felsblöcke, Stücke von starken Rundeisen, Schienenstücke oder dgl. bis zur Hälfte ihrer Höhe oder Länge als Dübel in die noch nicht erhärtete Schicht eingelassen werden. Auch empfiehlt es sich, durch vorübergehend eingelegte Hölzer Vertiefungen herzustellen. Unter allen Umständen müssen vor dem Weiterbetonieren Schlammschichten beseitigt werden, die sich an der Oberfläche gebildet haben. Die Oberfläche ist vor vollständiger Erhärtung rauh zu kehren oder zu kratzen.

Wird der Beton mit Hilfe von Rinnen od. dgl. eingebracht, so soll die Rinnenneigung im Regelfalle zwischen 1 : 2 und 1 : 2½ liegen. Flachere Rinnenneigungen bedingen zu hohen Wasserzusatz, steilere können zu einer Entmischung des Betons führen. Keinesfalls darf die Rinnenneigung flacher sein als 1 : 3.

Fließt der Beton unmittelbar aus einer schrägen Rinne, so darf die Fallhöhe höchstens 2 m betragen. Bei lotrechtem Ausfluß ist die Fallhöhe durch die Entmischungsgefahr begrenzt. Das letzte Rinnenstück ist während des Betonierens ständig zu bewegen, um Kegelbildung und Kiesnester zu vermeiden.

Wird der Gußbeton mit Gefäßen eingebracht, so ist für gleichmäßige Verteilung über die ganze Grundfläche zu sorgen. Die Fallhöhe darf auch in diesem Fall nur so groß sein, daß keine Entmischung eintritt.

6. Spritzbeton. Die Anwendung gespritzten Betons für Tragteile hängt von besonderer baupolizeilicher Genehmigung ab.

7. Füllbeton. Füllbeton kommt in erdfeuchtem, weichem oder flüssigem Zustand da zur Anwendung, wo es sich um die Herstellung wenig beanspruchter zusammenhängender Massen handelt. Seine Verarbeitung richtet sich nach Material und Zweck.

§ 9. Betonieren bei Frost.

Wenn bei Temperaturen unter 0^0 betoniert werden muß, sind Vorsichtsmaßnahmen zu treffen, um den Beton während des Abbindens vor Kälte zu schützen.

Bei leichtem Frost bis etwa -3^0 ist darauf zu achten, daß keine gefrorenen Baustoffe verwendet werden. Erforderlichenfalls ist das Wasser anzuwärmen. Der fertige Beton ist bis zur genügenden Erhärtung frostsicher abzudecken.

Bei stärkerem Frost als -3^0 darf nur ausnahmsweise betoniert werden. Hierbei ist in geeigneter Weise durch Anwärmen des Wassers und der Zuschlagstoffe sowie durch Umschließen und Heizen der Arbeitsstelle dafür zu sorgen, daß der Beton ungestört abbinden und erhärten kann. Dabei darf aber dem Beton das zum Abbinden und Erhärten erforderliche Wasser nicht durch zu große Hitze entzogen werden.

An gefrorene Bauteile darf nicht anbetoniert werden. Durch Frost beschädigte Betonteile sind zu beseitigen.

§ 10. Herstellung der Schalungen.

1. Alle Rüstungen und Einschalungen sind tragfähig herzustellen; sie müssen ausreichend widerstandsfähig gegen die auf sie einwirkenden Kräfte sein und leicht und gefahrlos wieder entfernt werden können. Bei Gußbeton ist auf ausreichende Standfestigkeit der Schalung besonderer Wert zu legen, bei ihrer Herstellung auf das Quellen des Holzes Bedacht zu nehmen. Die Stützen oder Lehrbögen sind auf Keile, Sandkästen, Schrauben oder andere Ausrüstungsvorrichtungen zu stellen, durch deren allmähliches Lüften das Lehrgerüst langsam ohne Stöße und Erschütterungen gesenkt werden kann.

2. Bei allen unterstützten Lehrgerüsten dürfen gestoßene, d. h. aufeinandergesetzte Unterstützungshölzer nur bis zu zwei Dritteln der gesamten Stützen verwendet werden. Die ungestoßenen Stützen müssen möglichst gleichmäßig auf die ganze Fläche verteilt werden. Die Schnittflächen gestoßener lotrechter Stützen müssen wagerecht sein und dicht aufeinander passen. An der Stoßstelle sind sie durch aufgenagelte, mindestens 0,70 m lange hölzerne Laschen gegen Ausbiegen und Knicken zu sichern. Bei Stützen aus Rundholz sind drei, bei solchen aus Vierkantholz vier Laschen für jeden Stoß zu verwenden. Mehr als einmal gestoßene Stützen sind unzulässig. Wegen der Knickgefahr ist der Stoß nicht ins mittlere Drittel der Stützen zu legen. Stützen unter 7 cm Zopfstärke sind unzulässig.

3. Stützen mit Ausziehvorrichtung oder eiserner Verlängerung gelten als nicht gestoßen, wenn die Verbindung haltbar und wirksam ist.

4. Besondere Aufmerksamkeit verdient die sachgemäße Verteilung der Stützenlasten auf den Erdboden. Die Stützen müssen eine unverückbare Unterlage aus Holz (starken Brettern, Bohlen, Kanthölzern) erhalten und sind im Stockwerksbau so anzuordnen, daß die Last der oberen Stützen unmittelbar auf die darunter stehenden übertragen wird. Einpressen der Rüstungsstützen in die Lagerhölzer wird erforderlichenfalls vermindert durch Zwischenlagen aus Eisen oder Hartholz. Bei nicht tragfähigem oder gefrorenem Untergrund sind besondere Sicherungen anzuwenden.

5. Bei Schalungsgerüsten für Ingenieurbauten sowie für mehrgeschossige Hochbauten mit Stockwerkshöhen über 5 m kann ein rechnerischer Festigkeitsnachweis verlangt werden. Hierbei sind die amtlichen Vorschriften sinngemäß anzuwenden, die in den einzelnen Ländern für die bei Hochbauten anzunehmenden Belastungen und die zulässigen Beanspruchungen der Baustoffe jeweils gelten[32]).

---

[32]) Für Preußen gelten die vom Minister für Volkswohlfahrt herausgegebenen Bestimmungen über die bei Hochbauten anzunehmenden Belastungen vom 24. Dezember 1919 und die Bestimmungen über zulässige Beanspruchungen von Flußstahl usw. vom 25. Februar 1925 (Zentralbl. d. Bauverw. 1925, S. 193).

Stützen von 5 m Länge und darüber sind nach der Längen= und Tiefenrichtung untereinander abzuschwerten und knicksicher auszubilden.

Wo bei Herstellung von Decken und Gewölben, die mehr als 8 m vom Fußboden entfernt sind, oder bei schwer lastenden Bauteilen nicht abgebundene Lehrgerüste ver= wendet werden, sind die Stützen aus besonders starken oder gekuppelten Hölzern zu fertigen, wagerecht mitein= ander zu verbinden und durch doppelte Kreuzstreben besonders zu sichern.

6. Vorm Einbringen des Betons sind die Schalungen zu reinigen und gegebenenfalls anzunässen; Fremdkörper im Innern der Schalung sind zu beseitigen. Schalungen von Säulen müssen am Fuß Reinigungsöffnungen haben.

§ 11. *Schalungsfristen und Ausschalen.*

1. Kein Bauteil darf ausgeschalt, d. h. keine Schalung oder Stützung eher besei= tigt werden, als bis der Beton ausreichend erhärtet ist, Schalung und Stützung ent= lastet sind und der verantwortliche Bau= leiter sich durch Untersuchung des Bau= teils davon überzeugt und die Ausschalung angeordnet hat.

2. Bis zur genügenden Erhärtung des Betons sind die Bauteile gegen die Einwirkung des Frostes und gegen vorzeitiges Austrocknen zu schützen.

3. Die Fristen zwischen der Beendigung des Beto= nierens und der Ausschalung sind von der Art, Größe und Beanspruchung des Betonkörpers und von der Witte= rung abhängig.

Besondere Vorsicht ist bei Bauteilen geboten, die beim Ausschalen nahezu schon die volle rechnungsmäßige Last haben.

4. Tritt während der Erhärtung Frost ein, so sind die sonst erforderlichen Ausschalungsfristen mindestens um die Dauer der Frostzeit zu verlängern. Bei Wiederauf= nahme der Arbeiten nach dem Frost und vor jeder weiteren Ausschalung ist der Beton darauf zu unter=

suchen, ob er abgebunden hat und genügend erhärtet, nicht nur hart gefroren ist.

§ 12. Prüfung während der Ausführung. Probebelastungen.

Die Baupolizeibehörde kann während der Bauausführung Anfertigung und Prüfung von Probekörpern verlangen[33]). Die Probekörper hat der Unternehmer auf der Baustelle herzustellen, auf Verlangen der Baupolizeibehörde in Gegenwart des Baupolizeibeamten. Sie sind anzufertigen und zu prüfen nach den „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton".

2. Die Festigkeitsprüfung kann auf der Baustelle oder an anderer Prüfungsstelle mit einer Druckpresse, deren Zuverlässigkeit von einer staatlichen Versuchsanstalt bescheinigt ist, oder in einer staatlichen Prüfungsanstalt vorgenommen werden.

3. Probebelastungen sollen auf den unbedingt notwendigen Umfang beschränkt werden. Sie sind nicht vor 45 tägiger Erhärtung des Betons vorzunehmen.

Bei Probebelastungen von Brückenbauten und anderen Bauwerken, bei denen sichtbare Zugrisse im Beton vermieden werden sollen, sind höchstens die wirklichen, der Berechnung zugrunde gelegten Verkehrslasten aufzubringen, z. B. Menschengedränge (oder eine diesem gleichwertige Belastung), Eisenbahnzug, auch in Bewegung, Dampfwalze usw. Auf keinen Fall darf aber die volle rechnungsmäßige Last bald nach dem Ausrüsten aufgebracht werden.

---

[33]) Wegen der durch die baupolizeiliche Ueberwachung entstehenden Kosten wird für Preußen auf den Runderlaß des Ministers der öffentlichen Arbeiten vom 16. April 1904, III B 2786 (Zentralbl. d. Bauverw. 1904, S. 253)und auch den Runderlaß des Preuß. Ministers für Volkswohlfahrt vom 21. März 1923 — II. 9. Nr. 206 — (Volkswohlfahrt Nr. 9, S. 213) verwiesen.

D.

Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton.

§ 1. *Betonmasse.*

Der Wasserzusatz für die zur Feststellung von We_{28}[34]) bestimmten Probekörper ist sowohl bei Beton= wie bei Eisenbetonbauten so zu bemessen, daß eine erdfeuchte Betonmasse entsteht.

Die zur Feststellung von Wb_{28}[34]) bestimmten Probe=körper sind aus Betonmassen gleicher Art, gleicher Auf=bereitung und gleichen Feuchtigkeitsgehalts anzufertigen, wie sie für den Beton des Bauwerks oder Bauteils ver=wendet werden.

§ 2. *Arbeitsstelle.*

Die Probekörper sind an einem Orte herzustellen, der vor Regen, Zugluft, Kälte und strahlender Wärme ge=schützt und von der Lagerstelle bereits fertiger Körper getrennt ist, damit keine Erschütterung auf die frisch hergestellten Körper einwirken kann; die Form ist auf eine etwa 5 cm hohe Sandunterlage zu stellen.

§ 3. *Anzahl der Probekörper.*

Für jede Versuchsreihe sind in der Regel drei Körper in unmittelbarer Arbeitsfolge herzustellen.

---

[34]) We 28 = Würfelfestigkeit erdfeuchten Betons nach 28 Tg.
Wb 28 = Würfelfestigkeit von Beton in der gleichen Be=schaffenheit, wie er im Bauwerk verarbeitet wird, nach 28 Tg.

§ 4. *Formen, Stampfer und anderes Arbeitsgerät.*

1. Zur Herstellung der Probekörper sind eiserne Würfelformen von 20 oder 30 cm Seitenlänge mit ebenen Seitenflächen zu verwenden[35]). (Abb. 167.)

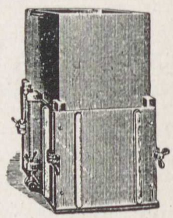


Abb. 167.

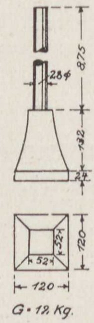


Abb. 168.

2. Zum Stampfen erdfeuchter und weicher Betonmasse sind quadratische Normalstampfer von 12 cm Seitenlänge und 12 kg Gewicht zu benutzen (Abb. 168). Zum Durcharbeiten flüssiger Betonmasse in der Form sind Arbeitsgeräte zu benutzen, wie sie auch zum Durcharbeiten des Betons am Bau gebraucht werden.

3. Zur Führung der Stampfer und Arbeitsgeräte an den Wandungen der Form und zum Halten der überstehenden Betonmasse dient ein eiserner, 20 bzw. 30 cm hoher Rahmen, der auf die Form bündig mit ihren Innenflächen aufgesetzt wird.

§ 5. *Einlegen, Stampfen und Durcharbeiten der Betonmasse.*

Erdfeuchte und weiche Betonmasse ist in zwei Schichten einzubringen, deren Höhe bei Würfeln von 20 cm Kantenlänge etwa je 12 cm, bei Würfeln von 30 cm Kantenlänge etwa je 18 cm beträgt.

---

[35]) Bei Beton mit gröberen Zuschlagstoffen können Formen von 30 cm Seitenlänge verwendet werden, bei feinerem Beton, wie er bei Eisenbetonbauten Verwendung findet, sind Formen von 20 cm Seitenlänge zu benutzen.

Um eine gute Verbindung der Schichten zu erzielen, muß die Oberfläche der ersten aufgerauht werden, ehe die zweite eingebracht wird.

Flüssige Betonmasse ist hintereinander einzufüllen.

Bei grober und steinreicher Betonmasse empfiehlt es sich, um am Würfelkörper dichte Kanten und Ecken zu erzielen, ihr vor dem Einfüllen etwas Mörtel zu entnehmen und ihn an den Kanten der Form vorzulegen.

Jede Schicht ist zunächst zu ebnen. An den Wandungen der Form muß mit einem passenden Gerät (Kelle) hinuntergestoßen werden, um etwa anliegende Steine hinabzudrücken und die Bildung von Nestern oder Hohlräumen zu verhindern.

Wie beim Bauwerk die einzelnen Schichten am besten reihenweise gestampft werden, so wird auch bei Herstelung der Probekörper zweckmäßig nach Abb. 169a bzw. 169b verfahren.

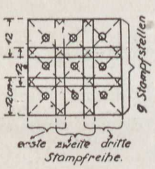


Abb. 169 a.

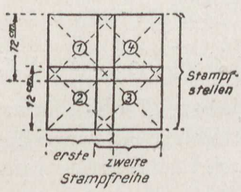


Abb. 169 b.

Die Hubhöhe des frei herabfallenden Stampfers soll betragen:

bei Würfeln von 30 cm Kantenlänge 25 cm,
bei Würfeln von 20 cm Kantenlänge 15 cm.

Beim Würfel von 30 cm Kantenlänge (Abb. 169a) sollen auf jede der neun Stampfstellen jeweils drei Schläge, beim Würfel von 20 cm Kantenlänge (Abb. 169b) auf jede der vier Stampfstellen ebenfalls jeweils drei Schläge kommen. Die einzelnen Stampfstellen sind in der in Abb. 169a und 169b angebenen Reihenfolge viermal zu stampfen, so daß jede Stampfstelle im ganzen zwölf Schläge erhält.

Wenn das Stampfen beendigt und der Aufsatzrahmen entfernt ist, muß der überstehende Beton, der für Anfertigung weiterer Probekörper nicht mehr verwendet werden darf, beseitigt und die Oberfläche der eingestampften Masse mit den Formrändern bündig mit stählernem Lineal so abgezogen werden, daß sie eben und möglichst glatt wird. Hohlräume sind dabei mit Mörtel aus der übrigen Betonmasse auszufüllen.

Handelt es sich um weichen Beton, so müssen die Körper nach Abnahme des Rahmens so lange unberührt bleiben, bis der Beton etwas angezogen hat. Dann erst darf die überstehende Betonmasse abgestrichen, und es muß weiter verfahren werden, wie vorstehend beschrieben.

Bei flüssigem Beton ist ohne Aufsatzrahmen zu arbeiten und so lange Betonmasse nachzufüllen, bis kein Absacken mehr eintritt und das an der Oberfläche auftretende Wasser abgelaufen ist. Die Probekörper müssen hiernach noch unbeührt bleiben, bis der Beton etwas angezogen hat. Dann ist weiter zu verfahren wie bei den Proben aus weichem Beton.

§ 6. Behandlung und Aufbewahrung der Probekörper.

1. An jedem Probekörper sind deutlich und dauerhaft der Anfertigungstag und das Mischungsverhältnis zu bezeichnen und eine Erkennungsmarke anzubringen.

2. Die Probekörper sollen mindestens 24 Stunden in der Form bleiben. Sind dann die vier Formwände entfernt, so sollen die Körper weitere 24 Stunden auf der Fomplatte ruhen. Danach sind sie bis zum Tage der Prüfung oder des Versandes in einem geschlossenen frostfreien Raum auf einem Lattenrost so zu lagern, daß die Luft allseitig Zutritt hat. Die Probekörper müssen vom zweiten Tage an bis zum Tage der Prüfung oder des Versandes mit Tüchern bedeckt sein. Die Tücher sind vom zweiten bis zum siebenten Tage feucht zu halten.

Bei Platzmangel können auf derart abgelagerten Reihen von Betonkörpern bis zu vier weitere Schichten aufgesetzt werden.

3. Beim Versand müssen die Probekörper in trockenes Sägemehl oder dergl. verpackt werden.

4. In die Niederschrift über die Anfertigung und Prü- fung der Probekörper sind Angaben über Luftwärme[36]), Witterung und Art der Lagerung einzutragen.

§ 7. Druckprobe.

1. Die maßgebende Prüfung der Probekörper erfolgt 28 Tage nach ihrer Herstellung. Es soll jedoch zulässig sein, wenn die Erhärtung der Körper durch kalte Witte- rung verlangsamt ist (vgl. Fußnote 36), die maßgebende Prüfung dieser Körper erst nach 45 Tagen vorzunehmen.

2. Um vorschriftsmäßig hergestellte Probekörper durch Druckversuche zu prüfen, bedarf es in der Regel min- destens 5 Wochen. Wenn diese Zeit nicht zur Ver- fügung steht, wird unter Umständen schon ein Druck- versuch mit 7 Tage alten Probekörpern auf die nach 28 Tagen zu erwartende Festigkeit schließen lassen; außer- dem muß aber der Nachweis mit 28 Tage alten Probe- körpern erbracht werden.

3. Vor der Prüfung ist festzustellen, ob die Druck- flächen eben und gleichlaufend sind. Unebene oder nicht gleichlaufende Flächen müssen abgeglichen werden. Die aufgebrachte Abgleichschicht soll bei der Prüfung an- nähernd die Festigkeit des Betonkörpers haben. Auch das Gewicht und die Abmessungen der Körper sind vor der Prüfung festzustellen.

4. Die Würfelfestigkeiten sind auf Maschinen zu er- mitteln, deren Zuverlässigkeit von einer staatlichen Ver- suchsanstalt bescheinigt sein muß. Die Zuverlässigkeit ist vor jeder Benutzung vom Prüfenden neu festzustellen. Bei dieser Feststellung ist zu beachten, daß der Kolben im Zylinder leicht gleiten muß, ohne daß Flüssigkeit an den Manschetten austritt. Wenn beim Anpumpen der Presse in der bei der Prüfung angewendeten Belastungs- geschwindigkeit vor Einbringen des Probekörpers das Manometer über eine bestimmte Marke ausschlägt, die bei der Eichung der Maschine festzulegen ist, so ist Reibung vorhanden, die beseitigt werden muß (Heraus-

---

[36]) Die Luftwärme ist von Einfluß auf die Erhärtung des Be- tons; warme Witterung beschleunigt, kalte verlangsamt die Er- härtung.

heben des Zylinders, Nachsehen der Manschetten, Prüfung der Druckflüssigkeit).

Wird der Druck durch Federdruckmesser gemessen, so sind deren zwei anzubringen. Von ihnen ist nur der eine (der Gebrauchsdruckmesser) dauernd zu benutzen. Der zweite muß abstellbar sein; er dient zur Prüfung des Gebrauchsdruckmessers und ist nur zu diesem Zweck anzustellen und dann gleichzeitig mit abzulesen. Ergeben sich hierbei andere Unterschiede als bei der ursprünglichen Prüfung der Maschine, so ist der Gebrauchsdruckmesser nachzuprüfen und nötigenfalls eine neue Krafttafel (Tafel für die Beziehungen zwischen Druckmesseranzeigen und Druckkraft) aufzustellen.

5. Vor Einbringen des Probekörpers ist zu prüfen, ob die Kugelschale leicht beweglich ist.

Beim Einbauen des Probekörpers ist Zwischenlegen von Blei, Pappe, Filz oder dergleichen unzulässig.

Der Probekörper muß ganz besonders langsam an die obere Druckplatte angedrückt werden und sich mit seiner ganzen Fläche möglichst gleichzeitig an sie anlegen. Erst wenn dies erreicht ist, darf langsam mit dem Aufbringen der Last begonnen werden.

6. Der Druck ist — wenn nicht ausdrücklich anders bestimmt — senkrecht zur Stampfrichtung, d. h. auf zwei Seitenflächen des Würfels auszuüben. Er ist langsam und stetig zu steigern, ungefähr derart, daß die Spannung im Probekörper in der Sekunde um 2 bis 3 kg/cm² zunimmt.

7. Für die Würfelfestigkeit maßgebend ist nicht etwa die Belastung beim Auftreten von Rissen, sondern die Höchstbelastung. Diese ist erreicht, wenn das Manometer trotz Nachpumpens von Druckwasser bei der vorgeschriebenen Belastungsgeschwindigkeit nicht mehr steigt.

8. Maßgebend ist der Mittelwert aus den Festigkeitszahlen einer Versuchsreihe (in der Regel von drei Probekörpern).

Heft 10. Beton und Eisenbeton in der Landwirtschaft	M.	1,—
„ 11. Zementdachsteine (z. Zt. vergriffen)		
„ 12. Asbestzementschiefer	„	0,50
„ 13. Zur Frage des Eisenbetonschiffbaues (vergriffen)		
„ 14. Treppen aus Beton und Eisenbeton	„	0,60
„ 15. Der Kleinwohnungsbau und die Betonbauweisen	„	1,20
„ 16. Eisenbetonschornsteine	„	0,50
„ 17. Landwirtschaftliche Silobauten	„	0,50
„ 18. Beton in Haus, Hof und Garten	„	1,25
„ 19. Beton und Eisenbeton im Eisenbahnbau . .	„	2,50
„ 20 Nordamerikanische Betonstraßen von Prof. Dr.-Ing. A. KLEINLOGEL	„	2,50
„ 21. Schädliche Einwirkungen auf Beton und ihre Verhütung von Dr. R. GRÜN	„	1,50
Automobilstraßen in Amerika, Neuauflage	„	1,—
Betonstraßen in Amerika, Neuauflage	„	1,—
Das oberitalienische Automobilstraßennetz	„	1,—
Automobilversuchsstraßen in Nordamerika u. ihre Ergebnisse	„	1,—
Betonstraßenversuche in Pittsburg und Arlington . . .	„	1,50
Die Beanspruchung der Straßen durch die Kraftfahrzeuge von Dr.-Ing. W. SCHAAR	„	2,—
Betonstraßenbau in Deutschland. Herausgegeben von Dr.-Ing. RIEPERT, geh. M. 2,40 . . . . geb.	„	3,30
Die Kraftwagenstraße, ein Leitfaden für den modernen Straßenbau. von Dr. SCHENCK, brosch. M. 4,80, geb.	„	6,—
Geräte und Maschinen des nordamerikanischen Landstraßenbaues v. Prof. Dr.-Ing. E.WOERNLE, brosch. M. 2,—, geb.	„	2,80
Ueber die Verwendung von Zementkalk- oder Traßmörtel bei Talsperrenbauten. Herausgegeben vom Verein Deutscher Portland-Cement-Fabrikanten E. V. . . .	„	0,50
Die Asbestzement-Schieferindustrie. Von Direktor FRITZ GÖBEL	„	1,50
Laboratoriumsarbeit im Dienste der Ausbildung der Bauingenieure und Architekten von Prof. Dr. PROBST und Dr. A. HUMMEL. Heft 1 und 2	„	1,20
Der Einfluß des Zementstaubes auf die Vegetation von Prof. Dr. EWERT	„	1,50
Die Einwirkung des Zementstaubes auf die Lunge und die Frage der Tuberkulose bei Zementarbeitern. Von Dr. FRITZ SCHOTT	„	0,50

Schmitz & Görner, Berlin N 54