

Inż. Dr. A. CHMIELOWIEC.

UPROSZCZONA
TEORJA
ŻELBETOWYCH
BELEK TEOWYCH.

W tekście 11 przykładów.

Odbitka z „Przeglądu Technicznego”
poprawiona, uzupełniona i rozszerzona.

WARSZAWA

1931.

7135
in. (Anulacja) 740
NK

Inż. Dr. A. CHMIELOWIEC.

Uproszczona teoria żelbetowych belek teowych.

W tekście 11 przykładów.

Odbitka z „Przeglądu Technicznego”
poprawiona, uzupełniona i rozszerzona.

WARSZAWA

1931

624.012.4 2 624.072.2



CL - II - 23095

Literatura wymieniona w tekście.

Liczba z gwiazdką *) w tekście jest odsyłaczem do jednego z poniższych dzieł, wzgl. artykułów:

1. Thullie: Teoria żelbetu. Lwów 1913.
2. — Teoria żelbetu, Podręcznik Inżynierski prof. Bryty, tom II.
3. Huber: W sprawie racjonalnego oznaczania wymiarów belek żelbetowych.
4. — Obliczanie belek żelbetowych. Czas. Techn. 1905.
5. — Kwestja najtańszej belki żelbetowej. Czas. Techn. 1923.
6. Paszkowski: W sprawie projektowania belek żelazno-betonowych o przekroju T-owym. Przegl. Techn. 1911, str. 37.
7. Kuryłło: Żelbetnictwo, część I. Teoria. Lwów 1925.
8. Łazoryk: Projektowanie belek żelbetowych zginanych, z uwzględnieniem najmniejszości kosztów i ciężaru własnego. Czas. Techn. 1925.
9. — Wzory i tablice do obliczania natężeń w belkach żelbetowych, zginanych. Czas. Techn. 1924.
10. Nechay: Żelbet, wiadomości podstawowe. Informator kalendarza budowlanego. Warszawa 1931.
11. — Kontrola budowli betonowych. Przegl. Techn. 1930.
12. Saliger: Der Eisenbeton, seine Berechnung nnd Gestaltung. Stuttgart 1925.
13. Mörsch: Der Eisenbetonbau.
14. Barck: Die wirtschaftliche Dimensionierung des Plattenbalkens. Armierter Beton 1917.
15. Bestimmungen des deutschen Ausschusses für Eisenbeton. Ausgabe 1931. Entwurf.
16. Chmielowiec: Jak liczyć płytę żelbetową w mostach, teoria, przepisy, praktyka. Czas. Techn. 1929.
17. — Die wirtschaftliche Bemessung der Plattenbalken aus Eisenbeton mit Berücksichtigung des Eigengewichtes. Ztft. d. österr. Ing. u Arch. Ver., Wien 1930.

Jednym z najważniejszych elementów konstrukcyjnych w żelbetnictwie jest belka o przekroju T, zwana belką teową albo żebrowaną, albo wreszcie belką Hennebique'a. Pomimo jej szerokiego zastosowania, nie udało się dotąd ustalić dla niej teorii prostej, przeciwnie, wzory odnoszą-

ce się do obliczania naprężeń, a zwłaszcza projektowania belki teowej, są dość zawile i wymagają dość żmudnych obliczeń. Stosowanie ich ułatwiają wprawdzie tablice, wykresy, nomogramy (por. 9*) i suwaki, ale środki powyższe nie dają gotowych wyników, trzeba się do nich zbliżać już z pewnemi wyrachowanemi stosunkami liczb (wartościami przygotowawczemi); czasem tablice wymagają interpolacji podwójnej, jak zobaczymy, dosyć żmudnej. Zresztą polskie podręczniki żelbetu (por. 1*, 2*, 10*) takich tablic dla belek teowych nie zawierają. Prof. Kuryłło w swoim „Żelbetnictwie“ (7*) ogranicza się odnośnie projektowania belek teowych tylko do podania reguły, że wysokość teoretyczna wynosi dla belek wolnopodparty:

$$h = \frac{l}{10} \div \frac{l}{12}$$

dla belek ciągłych:

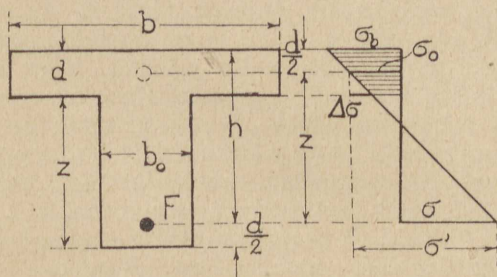
$$h = \frac{l}{12} \div \frac{l}{19}$$

przyczem l jest to rozpiętość przęsła. Reguła ta, jak wykazał Inż. E. Łazoryk (8*) i jak to zobaczymy poniżej, nie jest wystarczająca i skazuje projektującego na kilkakrotne próby i sprawdzanie naprężeń, jeżeli mają być one mniejsze, względnie równe dopuszczalnym.

Wszystkie mniej lub więcej dokładne obliczenia konstrukcyj żelbetowych opierają się na pewnych założeniach, które tylko zgrubsza zgadzają się z rzeczywistością. Np. linja naprężeń w belce zginanej jest linją krzywą, a my zastępujemy ją linją prostą; stosunek $E_s:E_b = n$ przyjmujemy powszechnie równy 15, chociaż waha się on w granicach od 8 do 20, zależnie od jakości betonu. Wytrzymałość betonu, a jeszcze więcej żelbetu, zależy w wysokim stopniu od sumienności i umiejętności wykonania, na którą w ostatnich czasach

zwrócono większą uwagę. Powojenne lata przenoszą znów punkt ciężkości ze statyki na technologię, t. j. na sposób wykonania samej budowy. (por. 11^a).

Przez umiejętne wykonanie budowli żelbetowej możemy wytrzymałość jej zwiększyć o kilkadziesiąt, a nawet o sto procent, przy tej samej ilości cementu. W tym samym stosunku, w myśl polskich przepisów, wzrosną i naprężenia dopuszczalne betonu. Cóż wobec tego znaczy zwiększenie lub zmniejszenie dokładności obliczenia naprężeń o kilka procent? Skoro dokładność w obliczeniach, dotyczących żelbetu, jest iluzją, stosować będziemy rachunek przybliżony, oparty na założeniach, które mocno go upraszczają, dając przytem błąd niewielki, nie przekraczający kilku procent, i to na korzyść pewności.



Rys. 1.

Przedewszystkiem zaniedbamy, jak się to zresztą zwykle czyni, ściskające naprężenia w żebrze belki teowej. Przyjmiemy dalej, że środek ciśnienia znajduje się w środku płyty, a odległość środka ciężkości wkładek ciągnionych od dolnej krawędzi żebra równa się połowie grubości płyty, por. rys. 1. Więc wysokość żebra z jest zarazem ramieniem wewnętrznym momentów¹⁾. Wprawdzie przyjmuje się zwykle w projektach i w oblicze-

¹⁾ To ostatnie przyjęcie czynimy tylko w rozdziale VII i VIII. Por. uogólnienie str. 40.

niach, że odstęp środka ciężkości wkładek ciągni-
nych od krawędzi belki jest mniejszy, niż połowa
grubości płyty, a to celem zaoszczędzenia ilości
betonu, jednak trzeba pamiętać, że na budowie
wkładki nie są idealnie proste i że ułożenie ich
nie zawsze jest bardzo staranne, wobec czego
nie ma gwarancji, że tak małe odstępny zostaną
wszędzie dochowane. Bezpieczniej jest liczyć się
z odchyłką od projektu na niekorzyść pewno-
ści, t. j. przyjąć w obliczeniu ramię z mniejsze.
Założenia powyższe były już czynione przez nie-
których autorów, ale tylko od wypadku do wy-
padku. Stosowane konsekwentnie, pozwolą nam
one obliczać belkę teową dużo łatwiej, niż się
oblicza belkę prostokątną. Oparta na nich teoria
będzie się stosować do belek teowych o racjonal-
nych proporcjach, w których wysokość żeber jest
znacznie większa niż grubość płyty d . Jeżeli tak
nie jest, t. j. gdy $z < 2d$, to oś obojętna przecho-
dzi przez płytę, albo w jej pobliżu, więc można
liczyć belkę teową, jak prostokątną, o szerokości
równej szerokości płyty. W odróżnieniu od teorii
dotychczasowej belek zginanych żelbetowych, nie
będziemy się zajmować ani położeniem osi obo-
jętnej, ani t. zw. wysokością użyteczną, t. j. odle-
głością środka ciężkości wkładek ciągniomych od
ściśkanej krawędzi betonu, czyli długością:

$$h = z + \frac{d}{2}. \quad (0,1)$$

Tylko dla porównania wyników otrzymanych
uproszczoną metodą z wynikami dokładnymi bę-
dziemy czasem używać powyższego wzoru.

Przy pomocy wzorów, które wynikają wprost
z rysunku 1, omówimy prosty sposób wyznaczania
naprężeń, obliczymy moment, jaki dany przekrój
udźwignie przy danym uzbrojeniu i przy danych
naprężeniach dopuszczalnych, obliczymy wysokość
idealną żebra, t. j. taką, przy której naprężenia

dopuszczalne betonu i żelaza zostają osiągnięte. Następnie obliczymy potrzebne uzbrojenie, gdy wysokość belki jest dana. Jeżeli ta wysokość jest mniejsza od wysokości idealnej, trzeba będzie rozróżnić trzy przypadki: 1) Uzbrojenie pojedyncze niewyzyskane. 2) Uzbrojenie podwójne. 3) Pogrubienie płyty. Grubość płyty oblicza się zwykle ze względu na jej rozpiętość pomiędzy żebrami, przy obliczaniu zaś wysokości tychże przyjmuje się ją jako daną. Jeżeli płyta jest bardzo cienka, to wysokość idealna żeber wypada zbyt wielka, i musimy nieraz stosować wysokość mniejszą, ograniczoną. Przez pogrubienie płyty można przekrój belki o wysokości ograniczonej uczynić idealnym. Przytem inaczej ta sprawa będzie się przedstawiać w mostach, gdzie szerokość współdziałająca płyty jest zgóry dana (równa odstępowi żeber), inaczej zaś w budownictwie, gdzie jest ona zwykle zależna od grubości płyty. Przy szukaniu wysokości idealnej żebra, zakładamy zwykle, że moment zginający jest dany (rozdział III). W rzeczywistości jest on jednak niewiadomy o tyle, że zależy częściowo od ciężaru żebra, a więc i od jego wysokości. Zwykle przyjmuje się zgóry (na oko) pewną wysokość żebra, aby określić moment, a następnie się ją oblicza i, w razie wielkiej różnicy między wysokością przyjętą a obliczoną, rachunek się powtarza. W mostownictwie opłaci się uwzględnić zależność momentu od wysokości szukanej. Wprawdzie otrzymujemy dla wysokości idealnej żebra wzór zawilszy (rozdział VII), ale unikamy prób chybionych. Również w mostownictwie opłaci się niekiedy przy projektowaniu wysokości żebra wziąć pod uwagę ceny jednostkowe materiałów, przez co może niekiedy wysokość ekonomiczna żeber wpaść większa od idealnej. Tutaj, nadspodziewanie, uwzględnienie zależności momentu od niewiadomej wysokości nie komplikuje, ale upraszcza wzory (rozdział VIII). Wreszcie uwzględniemy wpływ naprężeń głównych i stycznych (ści-

nających) na przekrój betonu i potrzebne uzbrojenie (Rozdział IX). Wymienione zagadnienia praktyczne zilustrujemy przykładami liczbowymi, w których prostota wyłuszczonej tutaj metody wystąpi przejrzysto.

I. Sprawdzenie naprężeń przy uzbrojeniu pojedynczym.

Dane są:

b — szerokość płyty,

d — jej grubość,

z — ramię momentu sił wewnętrznych, t. j. odległość środka wkładek od środka płyty,

F — przekrój wkładek ciągnionych,

M — moment sił zewnętrznych, działających na nasz przekrój.

Chcemy obliczyć (względnie sprawdzić) naprężenie w żelazie na rozciąganie σ_z i naprężenie na ściskanie w górnej krawędzi betonu σ_b .

Rozciąganie w żelazie

$$R = F \sigma_z \dots \dots \dots (1)$$

Moment sił wewnętrznych $z \cdot R$ równa się momentowi zginającemu M .

Zatem

$$M = z F \sigma_z, \dots \dots \dots (2)$$

stąd

$$\sigma_z = \frac{M}{z F}, \dots \dots \dots (3)$$

Jeżeli σ_0 jest średnim naprężeniem ściskającym w płycie, to składowa ściskających sił wewnętrznych w płycie

$$S = b d \sigma_0 \dots \dots \dots (4)$$

Zaniedbując ściskanie w żebrze, otrzymamy warunek równowagi sił wewnętrznych:

$$R = S. \dots \dots \dots (4,1)$$

Z uwagi na 1) i 2) będzie więc $M = S \cdot z$, czyli

$$\sigma_0 = \frac{M}{z b d} \dots \dots \dots (5)$$

Nazwijmy (por. rys. 1)

$$\sigma = \frac{\sigma_z}{n}, \dots \dots \dots (5,1)$$

przyczem

$$n = E_z : E_b$$

jest stosunkiem modułów sprężystości żelaza i betonu (z reguły przyjmujemy $n = 15$), dalej

$$\sigma' = \sigma + \sigma_0, \dots \dots \dots (6)$$

tudzież

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2} \frac{d}{z} \sigma', \dots \dots \dots (7)$$

to

$$\sigma_b = \sigma_0 + \Delta\sigma, \dots \dots \dots (8)$$

Przykład 1.

$$b = 190, \quad d = 20, \quad z = 77 \text{ cm}, \quad F = 80 \text{ cm}^2, \\ M = 57,0 \text{ tm.}$$

$$\text{W/g (3)} \quad \sigma_z = \frac{5\,700\,000}{77 \cdot 80} = \underline{925} \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{W/g (5,1)} \quad \sigma = 925 : 15 = 61,6 \text{ „}$$

$$\text{W/g (5)} \quad \sigma_0 = \frac{5\,700\,000}{77 \cdot 190 \cdot 20} = 19,5 \text{ „}$$

$$\text{W/g (6)} \quad \sigma' = 61,6 + 19,5 = 81,1 \text{ „}$$

$$W/g (7) \quad \Delta\sigma = \frac{20 \cdot 81,1}{2 \cdot 77} = 10,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$W/g (8) \quad \sigma_b = 19,5 + 10,5 = \underline{30,0} \quad ,,$$

Dla kontroli obliczymy naprężenia dokładnie przy pomocy tablic (12*, str. 236). Mamy

$$W/g (0,1) \quad h = 77 + \frac{20}{2} = 87 \text{ cm.}$$

Wartości przygotowawcze:

$$\mu = \frac{F}{bh} = \frac{80}{190 \cdot 87} = 0,00485,$$

$$d:h = 20:87 = 0,23.$$

Tabelarycznie znajdziemy

$d:h =$	0,20		0,25	
	φ	β	φ	β
0,0048	0,914	29,2	0,902	31,7
0,0050	0,913	28,3	0,901	30,9
0,0002	0,001	0,9	0,001	0,8
0,00005	0,00025	0,225	0,00025	0,2
0,00485	0,91375	28,975	0,90175	31,5

$d:h$	φ	β
0,20	0,91375	28,975
0,25	0,90175	31,5
0,00	0,012	2,525
0,01	0,0024	0,505
0,03	0,0072	1,515
0,23	0,90655	30,490

$$z = 0,90655 \cdot 87 = 78,8 \text{ cm},$$

$$\sigma = \frac{5\,700\,000}{78,8 \cdot 80} = 905 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_b = 905 : 30,49 = 29,62 \text{ kg/cm}^2.$$

Różnice między wartościami otrzymanymi w jednym i drugim przypadku są, jak widać z powyższego, bardzo małe: 1,65 i 1,27%, przyczem wzory nasze (3) do (8) są przejrzyste, nie wymagają żadnych tablic, ani wykresów, prowadzą prędko do celu i są surowsze w ocenie naprężeń, a więc dają większą pewność.

II. Udźwąg przekroju belki.

Moment zginający, jakiemu przekrój belki o danych wymiarach, danem uzbrojeniu i danych naprężeniach dopuszczalnych sprostać może, nazywać będziemy udźwigiem tegoż przekroju. Wprawdzie przez udźwąg rozumie się zwykle jakąś siłę, to jednak mówimy niekiedy o momencie, jako o uogólnionej sile*). Przyjmując, że naprężenie w żelazie jest równe naprężeniu dopuszczalnemu σ_{zd} ; otrzymamy według (2).

$$M_z = z F \sigma_{zd} \dots \dots \dots (9)$$

O ile wtedy naprężenie w betonie σ_b jest równe lub mniejsze od naprężenia dopuszczalnego σ_{bd} , to (9) przedstawia udźwąg przekroju belki.

W przeciwnym razie otrzymamy udźwąg M_b z równania (5)

$$M_b = z b d \sigma_0, \dots \dots \dots (10)$$

*) Por. Timoszenko — Huber. Wytrzymałość materiałów. Lwów 1921 str. 190.

przyczem σ_0 wyniknie z warunku

$$\sigma_b = \sigma_{bd}.$$

Będzie więc według (8), (7) i (6)

$$\sigma_{bd} = \sigma_0 + \frac{1}{2} \frac{d}{z} (\sigma + \sigma_0) \dots (11)$$

Nazwijmy

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{d}{z} \dots (12)$$

$$\beta = 1 + \alpha \dots (13)$$

$$\sigma_1 = \sigma_{bd} - \alpha \sigma, \dots (14)$$

to według (11) otrzymamy

$$\sigma_0 = \sigma_1 : \beta \dots (15)$$

Z obu wartości (9) i (10) miarodajna jest mniejsza, i ta jest właśnie udźwigniem przekroju.

Przykład 2.

Przekrój, jak w przykładzie 1. Naprężenia dopuszczalne

$$\sigma_{bd} = 35, \quad \sigma_{zd} = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (9)} \quad M_z = 77.80 \cdot 1000 = 6\,160\,000 = 61,6 \text{ tm},$$

$$\text{W/g (12)} \quad \alpha = \frac{1}{2} \frac{20}{77} = 0,13,$$

$$\alpha \sigma = 0,13 \frac{1000}{15} = 8,67 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{array}{r} \sigma_{bd} = 35 \quad \text{,,} \\ \hline \sigma_1 = 26,33 \quad \text{,,} \end{array}$$

$$\text{W/g (14)}$$

$$\text{W/g (13)} \quad \beta = 1 + 0,13 = 1,13$$

$$\text{W/g (15)} \quad \sigma_0 = 26,33 : 1,13 = 23,30 \quad \text{,,}$$

$$\text{W/g (10)} \quad M_b = 77.190.20.23,3 = 6\,800\,000 = 68 \text{ tm}.$$

Dopuszczalny udźwig wynosi zatem 61,6 tm. Zwiększając przekrój wkładek do wartości

$$F_1 = 80 \frac{68}{61,6} = 88,3 \text{ cm}^2,$$

możemy zwiększyć udźwig do 68 tm. Dalsze jednak zwiększenie przekroju żelaza nie miałyby celu, gdyż nie zmieniłoby już udźwigu. Udźwig przekroju belki jest nam potrzebny do wykresu odgięć wkładek ze względu na momenty. Prof. Kuryłło (7*, str. 80) zadawała się wzorem (9), który, jak to powyżej stwierdzono, nie zawsze jest ważny.

Jeżeli $M_b > M_z$, czyli gdy udźwigiem przekroju belki jest M_z , to przez zmniejszenie ilości wkładek zmniejszymy proporcjonalnie ten udźwig. Jeżeli zaś $M_z > M_b$, to udźwig M_b się nie zmienia, choćbyśmy nieco drutów odjęli, dopóki nie stanie się

$$M_z \approx M_b.$$

Dalsze odginanie wkładek zmniejsza już udźwig proporcjonalnie. Wykreśliwszy dla belki linje najmomentów, odcinamy na niej udźwig, odnoszący się do coraz to mniejszej ilości wkładek. Linja schodkowa, przechodząca przez te punkty i opisana na linii momentów, określa, gdzie wolno wkładki odgiąć, aby belka wytrzymała dane momenty.

III. Projektowanie idealne.

Płyta jest wtedy najtańsza, jeżeli grubość jej jest tak dobrana, aby naprężenia w betonie i żelazie były wyzyskane, t. j. równe dopuszczalnym. W belkach teowych można niekiedy przez powiększenie wysokości ponad wysokość idealną zyskać na kosztach. Z tego powodu prof. Kuryłło (7*) nie zaleca wysokości idealnej i nią się nie zajmuje. Nie interesuje się jednak i kwestją belki najtań-

szej, trzymając się zapewne Mörscha (13*). W rozdziale VIII zajmiemy się wyszukaniem wysokości belki najtańszej, t. j. wysokości ekonomicznej. Wysokość ta jednak tylko wtedy jest ważna (stosowalna), jeżeli jest większa od wysokości idealnej. Inaczej najtańszą jest belka idealna. Ale i wtedy, gdy belka idealna nie jest najtańszą, to koszt jej zwykle bardzo mało się różni od kosztu belki najtańszej, gdyż funkcja kosztów w pobliżu swego minimum bardzo mało się zmienia (por. 17*). Wobec tego pożądaną jest rzeczą umieć zaprojektować belkę teową idealną, którą stosuje się wszędzie, gdzie wysokość belki nie jest ograniczona względami konstrukcyjnymi. Zadanie będzie następujące:

Dany moment M , wymiary płyty b i d oraz naprężenia dopuszczalne; szukamy wysokości idealnej $z = z_i$. Nazwijmy

$$B = \frac{M}{bd'} \dots \dots \dots (16)$$

to w/g (5) $\sigma_0 = \frac{B}{z} \dots \dots \dots (17)$

W/g (8) i (7) $\sigma_{bd} = \frac{B}{z} + \frac{1}{2} \frac{d}{z} \sigma'$,

stąd

$$z = z_i = \left(B + \frac{d}{2} \sigma' \right) : \sigma_{bd}, \dots \dots (18)$$

przyczem

w/g (6) $\sigma' = \sigma + \sigma_0 \dots \dots \dots (a)$

W ostatnim równaniu możemy narazie przyjąć

$$\sigma_0 = \sigma_{bd}, \dots \dots \dots (b)$$

albo nieco mniej. Znalazłszy z w/g (18), możemy obliczyć σ_0 w/g (17) i ewentualnie rachunek powtórzyć w/g (18). Zwykle jednak błąd założenia (b)

wywiera tylko mały wpływ na wartość z z równania (18).

$$\text{W/g (2)} \quad F = \frac{M}{z \sigma_{zd}} \dots \dots \dots (19)$$

Przykład 3.

$$M = 13,7 \text{ tm}; \quad b = 120, \quad d = 8 \text{ cm};$$

$$\sigma_{zd} = 900, \quad \sigma_{bd} = 35 \text{ kg/cm}^2 \text{ (por. 12*, str. 244).}$$

$$\text{W/g (5,1)} \quad \sigma = 900 : 15 = 60 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{W/g (6)} \quad \sigma_0 = \sim \frac{\sigma_{bd}}{\sigma'} = \frac{35}{95} \text{ ,,}$$

$$\frac{d}{2} \sigma' = \frac{8}{2} \cdot 95 = 380 \text{ kg/cm}$$

$$\text{W/g (16)} \quad B = \frac{1\,370\,000}{120 \cdot 8} = 1428 \text{ ,,}$$

$$\text{Suma} = 1808 \text{ ,,}$$

$$\text{W/g (18)} \quad z_i = 1808 : 35 = 51,7 \text{ cm},$$

$$\text{W/g (17)} \quad \sigma_0 = 1428 : 51,7 = 27,6 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{W/g (6)} \quad \sigma' = 60 + 27,6 = 87,6 \text{ ,,}$$

$$\frac{d}{2} \sigma' = 4 \cdot 87,6 = 350,4$$

$$\frac{B}{1778,4} = 1428,0$$

$$\text{W/g (18)} \quad z_i = 1778,4 : 35 = 50,85 \text{ cm} = \sim 51 \text{ cm}.$$

Stąd widać, że błąd wskutek założenia (b) w równ. (6) jest bez znaczenia.

$$\text{W/g (19)} \quad F = \frac{1\,370\,000}{51 \cdot 900} = 30,4 \text{ cm}^2.$$

$$\text{W/g 0,1} \quad h = 51 + 4 = 55 \text{ cm}.$$

Saliger (12*) sposobem dokładnym, żmudnym, przy pomocy tablic, znajduje $h = 54,8$ cm, $F = 29,9$ cm². Różnice, na korzyść, są tak drobne, że sposób powyższy okazuje się dobrym.

Przyjeliśmy powyżej, że moment jest dany. Nie jest to założenie ściśle zgodne z prawdą. Nie znając bowiem wysokości żebra, nie znamy dokładnie momentu od ciężaru własnego, a tem samem całkowitego momentu. Musimy tedy przyjąć zgóry pewną wysokość żebra z , aby określić M . W mniejszych budowlach, przy nieznacznych obciążeniach i rozpiętościach, wpływ zmienności z na moment M jest niewielki, i błąd w założeniu z jest bez znaczenia. W mostach wpływ ten jest znacznie-szy, tam więc będziemy projektować inaczej (por. rozdział VII).

IV. Obliczenie uzbrojenia pojedynczego.

Dany jest przekrój betonu i dany moment M . Znaleźć F . Tu trzeba odróżnić dwa przypadki:

$$1) \quad z \geq z_i,$$

wtedy obliczymy F w/g (19);

$$2) \quad z < z_i,$$

czyli wysokość jest ograniczona. Wtedy w równaniu (19) należy za σ_{zd} przyjąć $\sigma_z < \sigma_{zd}$, mianowicie z równania (11)

$$\sigma_z = n \left[(\sigma_{bd} - \sigma_0) \frac{2z}{d} - \sigma_0 \right], \quad \dots \quad (20)$$

przyczem σ_0 w/g (5).

Przykład 4.

$$M = 21,8 \text{ tm}; \quad b = 150, \quad d = 12, \quad z = 42 \text{ cm};$$

$$\sigma_{zd} = 1000, \quad \sigma_{bd} = 40 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (5)} \quad \sigma_0 = \frac{2180000}{42 \cdot 150 \cdot 12} = 28,8 \text{ kg/cm}^2,$$

$$(\sigma_b - \sigma_0) \frac{2z}{d} = (40 - 28,8) \frac{2 \cdot 42}{12} = 78,5 \text{ ,,}$$

różnica 49,7 kg/cm².

$$\text{W/g (20)} \quad \sigma_z = 15 \cdot 49,7 = 745,0 \text{ ,,} < \sigma_{zd},$$

więc zachodzi tu przypadek 2).

$$\text{W/g (16)} \quad F = \frac{2180000}{42 \cdot 745} = 69,6 \text{ cm}^2.$$

Prof. Kuryłło (7*, str. 75) nie uwzględnił przypadku 2). Stosowanie przypadku 1) tam, gdzie należy stosować przypadek 2), czyli wstawianie we wzorze (19) σ_{zd} zamiast σ_z daje, oczywiście, uzbrojenie niewystarczające i powoduje przekroczenie naprężenia dopuszczalnego w betonie, co zmusza projektującego do powtórzenia zakładania wartości i nowego rachunku.

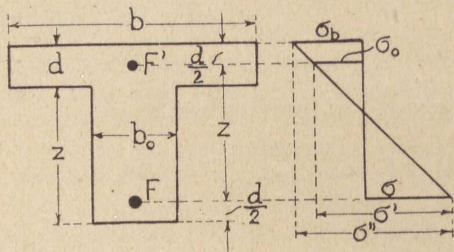
V. Uzbrojenie podwójne.

W przypadku wysokości ograniczonej, t. j. gdy $z < z_i$, względnie gdy σ_z w/g (20) jest mniejsze od naprężenia dopuszczalnego σ_{zd} , zamiast zmniejszać w równaniu (19) σ_z , a przez to zwiększać uzbrojenie dolne F , często lepiej jest przyjąć F w/g (19), a zato dodać uzbrojenie ściskane F' , zwłaszcza, że wkładki górne przydadzą się nam dla łatwiejszego ustalenia strzemion podczas budowy. Przyjmujemy, że środek teoretyczny wkładki ściskanych jest w połowie grubości płyty, t. j. nakrywa się ze środkiem ściskania betonu. Zwykle projektuje się wkładki ściskane bliżej krawędzi ściskanej betonu, aby zwiększyć wewnętrzne ramię momentów¹⁾; nie powinno się jednak tego

¹⁾ Można i wtedy stosować poniższe wzory z małymi tylko zmianami, por. str. 40.



czynić ze względu na możliwe wyboczenie wkładek ściskanych. Także z uwagi na niedokładność ułożenia wkładek i ich zboczenia od prostości należałoby w obliczeniu przyjmować ostrożnie ramię momentu raczej mniejsze niż większe. Założenie



Rys. 2.

nasze jest tedy racjonalne. Prowadzi ono przytem do bardzo prostych wzorów.

a) Obliczenie potrzebnego uzbrojenia.

Nazwijmy (por. rys. 2):

$$\sigma'' = \sigma_b + \sigma, \quad \dots \dots \dots (21)$$

to

$$\sigma' : \sigma'' = z : \left(z + \frac{d}{2} \right),$$

czyli

$$\sigma' = \sigma'' : \left(1 + \frac{d}{2z} \right), \quad \dots \dots \dots (22)$$

zaś

$$\sigma_0 = \sigma' - \sigma, \quad \dots \dots \dots (23)$$

Wypadkowa sił wewnętrznych ściskających

$$S = b d \sigma_0 + n F' \sigma_0. \quad \dots \dots \dots (24)$$

Z równ. (4,1) otrzymamy z uwagi na (1):

$$F' = \left(F \frac{\sigma_z}{\sigma_0} - b d \right) : n, \quad \dots \dots \dots (25)$$

We wzorach powyższych należy przyjąć dla żelaza i betonu naprężenia równe dopuszczalnym, więc

$$\sigma_z = \sigma_{zd}, \quad \sigma_b = \sigma_{bd}.$$

Za F należy przyjąć wartość w/g (19).

Przykład 5.

Dane jak w przykładzie 4 str. 16.

$$\text{W/g (19)} \quad F = 2180000 : 42000 = 52 \text{ cm}^2.$$

$$\frac{d}{2z} = \frac{12}{2 \cdot 42} = 0,143.$$

$$\text{W/g (5,1)} \quad \sigma = 1000 : 15 = 66,67 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{40,00}{\text{„}}$$

$$\text{W/g (21)} \quad \sigma'' = 106,67 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{W/g (22)} \quad \sigma' = 106,67 : 1,143 = 93,10 \text{ „}$$

$$\text{W/g (23)} \quad \sigma_0 = 93,10 - 66,67 = 26,43 \text{ „}$$

$$F \frac{\sigma_z}{\sigma_0} = 52 \cdot 1000 : 26,43 = 1965 \text{ cm}^2$$

$$bd = 150 \cdot 12 = 1800 \text{ „}$$

$$\text{W/g (25)} \quad nF' = 165 \text{ cm}^2$$

$$F' = 165 : 15 = 11 \text{ cm}^2,$$

$$F + F' = 52 + 11 = 63 \text{ „ (por. str. 40).}$$

W przykładzie (4) mieliśmy $F = 69,6 \text{ cm}^2$, przy uzbrojeniu pojedynczym. Zatem uzbrojenie podwójne jest w danym przypadku korzystniejsze.

b. Kryterjum ekonomji podwójnego uzbrojenia.

$$\text{W/g (25)} \quad F + F' = F \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_0} \right) - \frac{bd}{n}. \quad \dots \quad (26)$$

Nazwijmy: $A = \frac{M}{z \sigma_b}$, $A' = \frac{b d}{n}$,

$$\alpha = \frac{2z}{d}, \quad n' = \frac{\sigma_z}{\sigma_b}, \quad (26,1)$$

$$z = -1 + \left(\frac{n}{n'} + 1 \right) \frac{\alpha}{\alpha + 1},$$

$$\lambda = -1 + \left(\frac{b d}{A} - 1 \right) \alpha,$$

$$L = \frac{A}{n'} \left(1 + \frac{1}{z} \right), \quad P = A' \left(1 + \frac{1}{\lambda} \right),$$

to — jak wynika z równań (19), (20) i (26) — aby podwójne uzbrojenie było tańsze od pojedynczego, musi być $L < P$.

Przykład 6.

Dane, jak w przykładzie 4 i 5, str. 16 i 19.

$$A = \frac{2180000}{42 \cdot 40} = 1295, \quad A' = \frac{150 \cdot 12}{15} = 120 \text{ cm}^2,$$

$$\alpha = \frac{42}{6} = 7, \quad n' = \frac{1000}{40} = 25,$$

$$\frac{b d}{A} = \frac{150 \cdot 12}{1295} = 1,39,$$

$$z + 1 = \frac{40}{25} \cdot \frac{7}{8} = 1,395, \quad 1 : z = 1 : 0,395 = 2,538,$$

$$\lambda + 1 = 0,390 \cdot 7 = 2,730, \quad 1 : \lambda = 1 : 1,730 = 0,578,$$

$$L = 1295 \cdot 3,538 : 25 = 183 \text{ cm}^2,$$

$$P = 120 \cdot 1,578 = 189 \text{ „} > L,$$

zatem uzbrojenie podwójne jest tu korzystniejsze, o czym przekonaaliśmy się powyżej.

c. Sprawdzenie naprężeń przy uzbrojeniu podwójnem.

Naprężenie w drutach rozciąganych otrzymuje się w/g (3), jak przy uzbrojeniu pojedynczem.

$$\text{W/g (1) i (2)} \quad R = M : z,$$

więc w/g (4,1) i (24)

$$\sigma_0 = \frac{M}{z} : (b d + n F') \dots \dots \dots (27)$$

Znalazłszy σ' w/g (6), otrzymamy w/g (22)

$$\sigma'' = \sigma' \left(1 + \frac{d}{2z} \right), \dots \dots \dots (28)$$

Zaś w/g (21)

$$\sigma_b = \sigma'' - \sigma \dots \dots \dots (29)$$

Naprężenie we wkładkach ściskanych, którego zresztą nie potrzeba nigdy sprawdzać, wynosi $n \sigma_0$.

Przykład 7.

M, b, d, z , jak w przykładzie 4, str. 16,

F, F' , jak w przykładzie 5, str. 19.

$$\text{W/g (3)} \quad \sigma_z = 2\,180\,000 : (42 \cdot 52) = 1\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$b d = 150 \cdot 12 = 1800 \text{ cm}^2$$

$$n F' = 15 \cdot 11 = \frac{160 \text{ „}}{1965 \text{ cm}^2}.$$

$$\text{W/g (27)} \quad \sigma_0 = 2\,180\,000 : (1965 \cdot 42) = 26,40 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{W/g (5,1)} \quad \sigma = 1\,000 : 15 = \frac{66,67 \text{ „}}{\dots}$$

$$\text{W/g (6)} \quad \sigma' = 93,07 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{d}{2z} = \frac{12}{2 \cdot 42} = 0,143.$$

$$W/g (28) \quad \sigma'' = 1,143 \cdot 93,07 = 106,60 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma = \frac{66,67}{\text{''}}$$

$$W/g (29) \quad \sigma_b = 39,93 \text{ kg/cm}^2.$$

VI. Pogrubienie płyty.

W przypadku wysokości ograniczonej, nieznaczone pogrubienie płyty może często zastąpić z korzyścią uzbrojenie podwójne. Odpowiedniem pogrubieniem płyty możemy sprawić, że dana ograniczona wysokość belki stanie się wysokością idealną. Przez powiększenie przekroju płyty bd , zmniejsza się bowiem wysokość idealna żebra. Zarazem możemy nieco zmniejszyć uzbrojenie płyty.

a) Mosty.

W mostach żelbetowych jest szerokość b niezależna od grubości d , a więc zgóry dana. Eliminując σ_0 z równań (5) — (8), otrzymamy:

$$\sigma_0 = \sigma_b - \frac{1}{2} \frac{d}{z} \left(\sigma + \frac{M}{z b d} \right) = \frac{M}{z b d} \quad (30)$$

Nazwijmy

$$u^2 = \frac{M n}{b \sigma} \quad (31)$$

tudzież

$$v = z \frac{\sigma_b}{\sigma} - \frac{u^2}{2z} \quad (32)$$

to w/g (30)

$$d = v - \sqrt{v^2 - 2u^2} \quad (33)$$

W równaniach powyższych przyjmujemy naprężenia w betonie i żelazie równe dopuszczalnemu, t. j.

$$\sigma_z = \sigma_{zd}, \quad \sigma_b = \sigma_{bd}.$$

Przykład 8.

$$M = 21,8 \text{ tm}; \quad b = 150, \quad z = 42 \text{ cm};$$

$$n \sigma = \sigma_{id} = 1000, \quad \sigma_{bd} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

(por. przykłady 4 i 5).

$$\text{W/g (31)} \quad u^2 = \frac{2180000 \cdot 15}{150 \cdot 1000} = 218 \text{ cm}^2,$$

$$z \frac{\sigma_b}{\sigma} = \frac{15 \cdot 42 \cdot 40}{1000} = 25,2 \text{ cm},$$

$$\frac{u^2}{2z} = \frac{218}{2 \cdot 42} = 2,6 \text{ ,,} \quad 2u^2 = 436 \text{ cm}^2$$

$$\text{W/g (32)} \quad v = 22,6 \text{ cm} \quad v^2 = 511 \text{ ,,}$$

$$\sqrt{75 \text{ cm}^2} = 8,6 \text{ ,,} \quad \sqrt{75 \text{ cm}^2}$$

$$\text{W/g (33)} \quad d = 14,0 \text{ cm}.$$

W przykładzie 4 i 5 grubość płyty wynosiła 12 cm, wobec czego konieczne było uzbrojenie górne $F' = 11 \text{ cm}^2$. Jak widzimy, można go uniknąć przez pogrubienie płyty o 2 cm. Wówczas zmniejszy się uzbrojenie płyty mniej więcej w stosunku 14:12, t. j. o 17%, jeżeli przyjmemy, że uzbrojenie jest odwrotnie proporcjonalne do grubości płyty. Zato zwiększy się nieco moment od ciężaru własnego.

b) Budownictwo.

Jeżeli szerokość współdziałająca płyty b jest mniejsza niż teoretyczny odstęp żebier, to wystarczy pogrubić płytę tylko na szerokości b (por. 12*). Jeżeli pogrubiamy płytę na całej szerokości między żebra, to w równaniu (30) możemy podstawić

$$b = b_0 + md, \quad \dots \dots (31,1)$$

przyczem b_0 jest szerokością żebra, zaś według polskich przepisów budowlanych

$$m = 16.$$

W/g najnowszych przepisów niemieckich (15*),

$$b = b_0 + 2s + 12d,$$

przyczem s jest szerokością skosów.

Będzie więc:

$$\sigma_b - \frac{1}{2} \frac{d}{z} \left[\frac{\sigma_z}{n} + \frac{M}{(b_0 + m d) z d} \right] =$$
$$= \frac{M}{(b_0 + m d) z d} \quad \dots \quad (a)$$

Nazwijmy

$$c = 2 \frac{\sigma_b}{\sigma_z} z, \quad \dots \quad (34)$$

$$\beta = n c - \frac{b_0}{m}, \quad \dots \quad (35)$$

$$\gamma = \frac{n}{m} \left(c b_0 - \frac{M}{z \sigma_z} \right), \quad \dots \quad (35,1)$$

$$\delta = 2 \frac{n M}{m \sigma_z}, \quad \dots \quad (35,2)$$

to zamiast (a) można napisać

$$d^3 - \beta d^2 - \gamma d + \delta = 0. \quad \dots \quad (36)$$

Przykład 9.

$$M = 21,8 \text{ tm}; \quad z = 42, \quad b_0 = 25 \text{ cm},$$

$$\sigma = 1000, \quad \sigma_b = 40 \text{ kg/cm}^2$$

(por. przykład 8).

$$\text{W/g (34)} \quad c = 2 \frac{40 \cdot 42}{1000} = 3,36 \text{ cm}$$

$$nc = 15 \cdot 3,36 = 50,40 \text{ cm}$$

$$b_0 : m = 25 : 16 = 1,56 \text{ ,,}$$

$$W/g (35) \quad \beta = 50,40 - 1,56 = 48,84 \text{ cm}$$

$$c b_0 = 3,36 \cdot 25 = 84 \text{ cm}^2$$

$$\frac{M}{z \sigma_z} = \frac{2180000}{42 \cdot 1000} = 52 \text{ ,,}$$
$$\underline{\hspace{10em}} 32 \text{ cm}^2.$$

$$W/g (35,1) \quad \gamma = \frac{15}{16} \cdot 32 = 30 \text{ cm}^2$$

$$W/g (35,2) \quad \delta = 2 \frac{15}{16} 2180 = 4090 \text{ cm}^3$$

$$W/g (36) \quad d^3 - 48,84 d^2 - 30 d + 4090 = 0,$$

stąd

$$d = 9,88 \text{ cm}.$$

$$W/g (31,1) \quad b = 25 + 16 \cdot 9,88 = 183 \text{ cm}.$$

VII. Uwzględnienie ciężaru własnego przy projektowaniu idealnem.

Przy projektowaniu idealnem (równ. 18) przyjęliśmy, że moment M jest dany; tak jednak nie jest w praktyce. Jeżeli przyjmiemy pewien odstęp żeber i ich szerokość, to dla danego ciężaru użytkowego możemy obliczyć grubość płyty, a tem samem moment M_s od ciężaru stałego płyty i tego, co się nad nią znajduje (żwirówka, podłoga, podsypka i t. p.). Znamy również moment M_p od ciężaru użytkowego (ruchomego). Znamy zatem sumę

$$M_1 = M_p + M_s \quad (37)$$

Ciężar żebra zależny jest od jego wysokości z . A że wysokości tej dopiero szukamy, zatem moment M_2 ciężaru żebra jest nieznan. Nieznany jest więc także całkowity moment

$$M = M_1 + M_2 \quad (38)$$

Zwykle M_2 szacujemy na oko, czyli przyjmujemy pewną określoną wartość M i odpowiednio do tego obliczamy wysokość z .

Znając z , możemy M_2 obliczyć. Jeżeli okaże się, że założenie pierwotne było zbyt dalekie od wartości obliczonej, to rachunek należy powtórzyć. Często, szczególnie w budownictwie, M_2 jest bardzo małe w porównaniu do M , tak iż, przyjmując nawet $M = M_1$, nie popełniamy wielkiego błędu. W budowie mostów (mostownictwie) natomiast, zwłaszcza dla większych rozpiętości, ciężar żebra, a więc i moment M_2 , jest tak wielki, że jego trafne oszacowanie nie jest łatwe. Niejednokrotnie okaże się potrzeba powtórzenia szeregu prób. Można przecież potrzebną wysokość żebra, a tem samym potrzebne uzbrojenie, znaleźć bez prób, jak to zaraz zobaczymy.

Niech b_0 będzie szerokością żebra. Dotychczas ją zaniedbywaliśmy. Jest ona zwykle określona względami konstrukcyjnymi. Z uwagi na wygodę przy ubijaniu betonu i na łatwe pomieszczenie wkładek, przyjmuje się w mostach zwykle $b_0 = 30 - 45$ cm. Prof. Paszkowski (6*) przyjął zależność iloczynu $b_0 z$ od siły poprzecznej T , a więc dla danego T $b_0 z = \text{const}$.

Równanie to jednak prowadzi do belek za wąskich, i to tem węższych, im one są wyższe. Tymczasem praktyka nakazuje dać właśnie belkom wysokim większą szerokość. Przytem z wysokością belek rosną koszty deskowania, których prof. Paszkowski nie uwzględnił. To też wniosek jego, że belka idealna nie jest ekonomiczna i że należy stosować zawsze belki wyższe, wniosek podjęty też przez prof. Kuryllę (7*), jest nie zupełnie słuszny.

Jeżeli l jest rozpiętością belki, $\gamma = 2,4$ t/m³ jest ciężarem 1 m³ żelbetu, zaś β — współczynnikiem liczbowym, zależnym od rodzaju belki i stopnia utwier-

dzenia jej końców, przyczem dla belki wolno podpartej $\beta = \frac{1}{8}$,

to gdy

$$S = \beta \gamma b_0 \cdot l^2, \dots \dots \dots (39)$$

$$M_2 = S z \dots \dots \dots (40)$$

Równanie (8), z uwagi na (5), (6) i (7), przybierze postać:

$$\sigma_b = \frac{1}{z} \frac{M}{b d} - \frac{d}{2 z} \left(\sigma - \frac{1}{z} \frac{M}{b d} \right).$$

Wstawmy w nie (38), to z uwagi na (40) otrzymamy

$$\sigma_b = \frac{1}{z} \frac{M_1}{b d} + \frac{S}{b d} + \frac{d}{2 z} \left(\sigma + \frac{1}{z} \frac{M_1}{b d} + \frac{S}{b d} \right) \dots \dots (41)$$

Nazwijmy

$$\sigma_b' = \sigma_b - \frac{S}{b d}, \dots \dots \dots (42)$$

$$\sigma_z' = \sigma + \frac{S}{b d}, \dots \dots \dots (43)$$

$$s = \left(\frac{M_1}{b d} + \frac{1}{2} d \sigma_z' \right) : \sigma_b', \dots \dots (44)$$

$$r^2 = \frac{M_1}{b \sigma_b'}, \dots \dots \dots (45)$$

to zamiast (41) będzie

$$z^2 - s z = \frac{1}{2} \cdot r^2, \dots \dots \dots (46)$$

skąd

$$z = \frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2} \right)^2 + \frac{r^2}{2}} \dots \dots (47)$$

Wzór ten jest uciążliwy w praktyce. Postaramy się go więc obejść.

Nazwijmy

$$\text{oraz } \left. \begin{array}{l} \xi = z : r \\ \eta = s : r \end{array} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

i podzielmy (46) przez r^2 , to będzie

$$\xi^2 - \eta \xi = \frac{1}{2},$$

albo

$$\eta = \xi - \frac{1}{2\xi}.$$

Podstawiając za ξ dowolne szczegółowe wartości, obliczyć stąd można łatwo odnośne η i wykreślić krzywą (ξ, η) . Krzywa ta w praktycznych granicach od $\xi = 1,5$ do $\xi = 4,5$ bardzo mało odbiega od prostej:

$$\xi = 0,93 \eta + 0,37.$$

Mnożąc to równanie przez r , otrzymamy z uwagi na (48)

$$z = 0,93 s + 0,37 r \dots \dots (49)$$

por. str. 40.

Przykład 10.

Most drogowy I kl. $l = 10$, $b = 1,93$, $d = 0,2$,
 $b_0 = 0,4$ m; $\sigma_b = 35$, $\sigma_z = 1000$ kg/cm².

Ciążar stały:

$$\text{żwirówka } 0,3 \cdot 1,8 \cdot 1,93 = 1,040 \text{ t/m}$$

$$\text{płyta } 0,2 \cdot 2,4 \cdot 1,93 = 0,927 \text{ „}$$

$$g_s \dots \dots = 1,967 \text{ t/m.}$$

(Obliczenie płyty por. 16*).

$$M_s = 0,125 \text{ g}_s \cdot l^2 = 0,125 \cdot 1,967 \cdot 10^2 = 24,59 \text{ tm.}$$

Ciężar ruchomy:

$$M_p = 42,1 \cdot 1,93 : 2,50 = \underline{32,55 \text{ „ *)}}$$

$$\text{W/g (37)} \quad M_1 = 57,14 \text{ tm.}$$

$$\text{W/g (39)} \quad S = 0,125 \cdot 2,4 \cdot 0,4 \cdot 10^2 = 12 \text{ t.}$$

$$\frac{S}{bd} = \frac{12\,000}{193 \cdot 20} = 3,10 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (42)} \quad \sigma_b' = 35 - 3,10 = 31,90 \text{ „}$$

$$\text{W/g (5,1)} \quad \sigma = 1\,000 : 15 = 66,67 \text{ „}$$

$$\text{W/g (43)} \quad \sigma_z' = 66,67 + 3,10 = 69,77 \text{ „}$$

$$\sigma_z' \frac{d}{2} = 697,7 \text{ kg/cm.}$$

$$\frac{M_1}{bd} = \frac{5\,714\,000}{193 \cdot 20} = \underline{1480,0 \text{ „}}$$

$$2177,7 \text{ kg/cm.}$$

$$\text{W/g (44)} \quad s = 2177,7 : 31,9 = 68,15 \text{ cm.}$$

Licząc wzorem (47), otrzymamy

$$\text{W/g (45)} \quad r^2 = \frac{5\,714\,000}{193 \cdot 31,9} = 930 \text{ cm}^2.$$

$$\frac{s}{2} = 34,1 \text{ cm; } \left(\frac{s}{2}\right)^2 = 1161 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{1626} = 40,4 \text{ „ } \frac{r^2}{2} = 465 \text{ „}$$

$$\text{W/g (47)} \quad z = 74,5 \text{ cm} \quad 1626 \text{ cm}^2.$$

*) W/g tablicy w Podręczniku Inżynierskim prof. Bryły t. II, str. 758.

Licząc zaś w/g (49), mamy:

$$\text{W/g (45)} \quad r = \sqrt{\frac{5\,714\,000}{193 \cdot 31,9}} = 30,5 \text{ cm,}$$

$$0,93 s = 0,93 \cdot 68,15 = 63,4 \text{ cm}$$

$$0,37 r = 0,37 \cdot 30,50 = 11,3 \text{ „}$$

$$\text{w/g (49)} \quad z = 74,7 \text{ cm.}$$

Błąd wzoru (49) jest, jak widać, znikomy.

$$\text{W/g (40)} \quad M_2 = 12 \cdot 0,745 = 8,95 \text{ tm}$$

$$\text{W/g (38)} \quad M = 57,14 + 8,95 = 66,09 \text{ tm}$$

$$\text{W/g (19)} \quad F = 6\,609\,000 : (74,5 \cdot 1000) = 88,8 \text{ cm}^2.$$

Sprawdzenie naprężeń:

$$\text{W/g (3)} \quad \sigma_z = 6\,609\,000 : (74,5 \cdot 88,8) = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (5)} \quad \sigma_0 = 6\,609\,000 : (74,5 \cdot 193,20) = 22,98 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma = \frac{66,67}{\quad} \text{ „}$$

$$\text{W/g (6)} \quad \sigma' = 89,65 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (7)} \quad \Delta\sigma = \frac{89,65 \cdot 20}{2 \cdot 74,5} = 12,02 \text{ „}$$

$$\text{W/g (8)} \quad \sigma_b = 22,98 + 12,02 = 35,00 \text{ „}$$

VIII. Wyznaczanie wymiarów ze względu na koszt.

W belkach teowych, jakżeśmy już wspomnieli (w rozdziale III), można niekiedy zyskać na kosztach przez zwiększenie wysokości ponad wysokość idealną. Wprawdzie koszt betonu i deskowania zwiększy się, ale zato zmniejszy się koszt wkładek żelaznych, tak iż belka wyższa od idealnej może

być mimo to tańszą. Znowu przyjmiemy szerokość żebra b_0 , jako daną z góry.

Nazwijmy k_b koszt 1 m^3 ubitego betonu. (Wartość ta zależy głównie od bliskości materiału żwirowego, por. 5*),

k_z — koszt 1 m^3 wkładek żelaznych wraz z gięciem i cięciem (otrzymamy go, mnożąc cenę 100 kg żelaza przez $78,5$),

k_d — koszt 1 m^3 desek o grubości s (zwykle $s = 4 \text{ cm}$) z robotą ciesielską włącznie, albo, co na jedno wychodzi,

$s \cdot k_d$ — koszt 1 m^2 deskowania, ewentualnie łącznie z wyprawą ścian belki; wówczas ta część kosztu 1 m b. belki, która zależy od wysokości żebra, wynosi:

$$K = b_0 \cdot z k_b + 2 s k_d \cdot z + F \cdot k_z \dots \dots \dots (a)$$

Haki i przedłużenia wkładek poza styk należy uwzględnić, zwiększając k_z o $10 - 30\%$. Natomiast strzemiona i wkładki odgięte nie mają wielkiego wpływu na wartość K . Wprawdzie, gdy wysokość z się zmniejsza, przekrój ich rośnie; ale maleje ich długość, zatem niesłuszne jest powiększanie k_z z tego powodu od 30 aż do 70% , jak radzi Saliger (12*, str. 388). Stosunek $K : k_z$ niech będzie K' , to w/g (a)

$$K' = r z + F, \dots \dots \dots (50)$$

przyczem

$$r = b_0 \frac{k_b}{k_z} + 2 s \frac{k_d}{k_z} \dots \dots \dots (51)$$

Gdyby szerokość żebra b_0 zmalała tyle razy, ile razy 1 m^3 żelaza jest droższy od 1 m^3 betonu, zaś grubość desek s zmalała w stosunku cen drewna i żelaza, to szerokość żebra wraz z obustronnem deskowaniem przyjąłaby wartość r . Wynosi ona w mostach około 1 cm . Równ. (19), z powodu (38) i (40), przybierze postać

$$F = \frac{M_1}{z\sigma} + \frac{S}{\sigma}.$$

Podstawmy to w (50), to otrzymamy:

$$K' = rz + \frac{M_1}{z\sigma} + \frac{S}{\sigma}.$$

Różniczkując powyższe równanie względem z i przyrównując do zera, otrzymamy

$$\frac{dK'}{dz} = r - \frac{M_1}{\sigma z^2} = 0,$$

z czego wynika

$$z = \sqrt{\frac{M_1}{r\sigma}} \dots \dots \dots (52)$$

σ oznacza tu naprężenie dopuszczalne we wkładkach żelaznych. Por. str. 40.

Przykład 11.

Most ten sam, co w przykładzie 10, a więc te same wartości

$$l = 10,00 \text{ m}, \quad b = 193, \quad b_0 = 40, \quad d = 20 \text{ cm};$$

$$M_1 = 57,1 \text{ tm}; \quad \sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2, \quad S = 12 \text{ t}.$$

Niech będzie

$$k_b = 60 \text{ zł. 72 gr. (koszt } 1 \text{ m}^3 \text{ betonu)}.$$

Koszt 100 kg żelaza, wraz z gięciem, cięciem i ułożeniem — 45 zł. 80 gr. Z uwzględnieniem 10% na haki, będzie $k_z = 1,1 \cdot 45,8 \cdot 78,5 = 3948 \text{ zł}.$

Koszt 1 m³ desek grubości 4 cm, wraz z robotą ciesielską, $k_d = 180 \text{ zł}.$ Będzie więc $k_z : k_b = 65,$
 $k_z : k_d = 22, \quad s = 4 \text{ cm}.$

$$\text{W/g (51)} \quad r = \frac{40}{65} + 2 \frac{4}{22} = 0,615 + 0,364 = 0,979 \text{ cm};$$

$$\text{W/g (52)} \quad z = \sqrt{\frac{5\,710\,000}{0,979 \cdot 1\,000}} = 77 \text{ cm,}$$

$$\text{W/g (40)} \quad M_2 = 12 \cdot 0,77 = 9,25 \text{ tm,}$$

$$\text{W/g (38)} \quad M = 57,10 + 9,25 = 66,35 \text{ tm,}$$

$$\text{W/g (19)} \quad F = \frac{6\,635\,000}{77 \cdot 1\,000} = 86 \text{ cm}^2,$$

$$\text{W/g (50)} \quad K' = 0,979 \cdot 77 + 86 = 161,4 \text{ cm}^2 \text{ (por. 17*)}.$$

Sprawdzenie naprężeń:

$$\text{W/g (3)} \quad \sigma = \frac{6\,635\,000}{77 \cdot 86} = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (5)} \quad \sigma_0 = \frac{6\,635\,000}{77 \cdot 193 \cdot 20} = 22,27 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{W/g (6)} \quad \sigma' = 1000 : 15 + 22,27 = 88,94 \quad "$$

$$\text{W/g (7)} \quad \Delta\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{77} 88,94 = 11,54 \quad "$$

$$\text{W/g (8)} \quad \sigma_b = 22,27 + 11,54 = 33,81 \quad "$$

Uważając moment M za stały, t. j. niezależny od wysokości żebra, otrzymał Proksch przytoczony przez Barcka (14*) wzór, różniący się tylko tem od (52), że zamiast M_1 jest tam M . Oczywiście, wzór Prokscha jest błędny i daje dla z wartości za wielkie, tem więcej, im większa jest różnica $M - M_1 = M_2$. Pozatem jest on niewygodny, gdyż znając tylko M_1 musimy M oszacować na oko i, w razie niezgodności, rachunek powtórzyć. Inż. E. Łazoryk (8*) przeoczył nieścisłość wzoru Barcka, wzgl. Prokscha, i na nim oparł swoje dociekania, zmierzające do uwzględnienia ciężaru własnego. Mniema on, że wzór (52) należy uzupełnić pewną poprawką. Oczywiście, poprawka ta jest niepotrzebna, ale uwydatnia

ona znakomicie błąd wzoru Prokscha. Widzimy mianowicie, że poprawne uwzględnienie ciężaru własnego prowadzi do belek niższych. Tak samo błędny jest wzór dla przekroju wkładek żelaznych, otrzymany przez Inż. Łazoryka, który, przy naszym znakowaniu, wyraża się w formie $F = rz$.

W rzeczywistości jest $F = rz + \frac{S}{\sigma}$, który to wzór nie jest prostszy od (19). Natomiast, gdy chodzi o orientację zgrubsza co do potrzebnych z i F , to można dla mostów przyjąć w przybliżeniu $r = 1$ cm, zaś $S : \sigma = \frac{d}{2}$, i mamy:

$$z \text{ cm} = \sqrt{\frac{M_1 \text{ kgcm}}{\sigma \text{ kg/cm}^2}},$$

zaś

$$F = z + \frac{d}{2} = h.1 \text{ cm}. \quad \dots \quad (53)$$

W przykładzie powyższym było $h = 77 + 10 = 87$ cm, zaś $F = 86$ cm². Dla porównania obliczymy ten sam przykład według Prokscha. Przyjmijmy

$$M = 67 \text{ tm},$$

to

$$z = \sqrt{\frac{6\,700\,000}{0,979 \cdot 1000}} = 82,5 \text{ cm},$$

$$M_2 = S \cdot z = 12 \cdot 0,825 = 9,9 \text{ tm},$$

$$M = 57,1 + 9,9 = 67,0 \text{ tm},$$

$$F = \frac{6\,700\,000}{82,5 \cdot 1000} = 81,1 \text{ cm}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{W/g (50) } K' &= 0,979 \cdot 82,5 + 81,1 = 80,7 + \\ &+ 81,1 = 161,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Dla naprężeń $\sigma_z = 1000$, $\sigma_b = 35$ kg/cm², obliczając przekrój idealny, otrzymaliśmy w przykładzie (10) $z = 74,5$ cm, $F = 88,8$ cm², więc $K' = 0,979 \cdot 74,5 + 89,2 = 162,1$ cm².

Na podstawie wzoru (52) otrzymaliśmy poprzednio $K' = 161,4$ cm², widzimy więc, że odchyłka od wartości z w/g. równ. (52), zarówno w górę, jak i w dół, zwiększa koszt; jednak zwiększenie to jest bardzo nieznaczne, jeżeli odchyłka jest stosunkowo niewielka. Licząc w/g (52), trzeba sprawdzić naprężenie w betonie σ_b . Jeżeli jest ono większe od dopuszczalnego, to należy projektować według poprzedniego paragrafu, t. j. przyjąć przekrój idealny.

Należy zauważyć, że wpierw niż inni zajmował się kwestją najtańszej belki żelbetonowej Prof. M. T. Huber, który już w r. 1904 (por. 3*, 4*) ustawił wzory na ekonomiczne projektowanie belek z uwzględnieniem ciężaru własnego. Nie stosując jednak naszych uproszczeń, otrzymał on wzory ścisłe wprawdzie, ale zawilsze.

IX. Obliczenie wkładek odgiętych i strzemion.

Naprężenie ścinające w osi obojętnej, a zarazem naprężenie główne rozciągające, skierowane pod kątem 45° do tejże osi, wynosi (7*, str. 39)

$$\tau_0 = \frac{T}{b_0 z}, \dots \dots \dots (54)$$

jeżeli T jest siłą poprzeczną w danym przekroju. Na długość dx osi belki przypada napięcie główne $dN = \tau_0 b_0 dx : \sqrt{2}$.

Z uwagi na (54),

$$dN = \frac{T dx}{z \sqrt{2}}$$

Całkując powyższe od podpory $x = 0$ aż do miejsca $x = x_0$, gdzie siła poprzeczna jest równa

zeru, czyli do miejsca gdzie $M = M_s = \max.$, otrzymamy:

$$N = \int_0^{x_0} dN = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{T dx}{z}$$

Jeżeli wysokość belki jest stała, a więc $z = \text{const.}$, to

$$N = \frac{1}{z\sqrt{2}} \int_0^{x_0} T dx = \frac{M_s - M_p}{z\sqrt{2}},$$

gdzie M_p — moment na podporze (w belce ciągłej; w belce wolno podpartej $M_p = 0$), zaś $M_s = M_{\max}$ w pobliżu środka przęsła. Jeżeli siła, rozciągająca wkładki dolne, jest N_s , zaś siła, rozciągająca wkładki górne (nad podporą) N_p , to

$$M_s = z N_s, \quad M_p = -z N_p,$$

zatem

$$N = (N_s + N_p) : \sqrt{2} = 0,70 (N_s + N_p).$$

Słowami: siły rozciągające główne pomiędzy podporą a miejscem, gdzie $M = \max.$, wynoszą 70% sumy sił rozciągających wkładek dolnych w środku przęsła i wkładek górnych nad podporą, przy czym siły te występują równocześnie dla pewnego obciążenia.

Gdyby przekroje wkładek dolnych w przęsle i górnych nad podporą dostosowane były do sił rozciągających N_s i N_p i gdyby całkowita siła główna przeniesiona była przez wkładki odgięte, wówczas całkowity przekrój wkładek odgiętych wynosiłby 70% sumy wkładek dolnych w przęsle i górnych na podporze. W rzeczywistości uzbrojenie górne nad podporą i dolne w środku przęsła dostosowane jest do największych sił rozciągających, jakie w danych przekrojach belki mogą się zdarzyć, a które prawie nigdy nie zachodzą równocześnie. Stąd większa pewność, że dla wkła-

dek odgiętych 70% sumy wkładek górnych na podporze i dolnych w środku powinno wystarczyć zupełnie.

Dla belki wolno podpartej $M_p = 0$, więc i $N_p = 0$, zatem przekrój wkładek odgiętych

$$F_0 = 0,70 F,$$

czyli 70% wkładek dolnych należy odgiąć (por. 12*, str. 291). Odpowiada to mniej więcej starej zasadzie konstrukcyjnej, że jedną trzecią wkładek przeprowadza się dołem, aż do podpory, resztę zaś odgina się.

Podawany w podręcznikach wykres odgięcia wkładek daje orientację co do ich rozmieszczenia odpowiedniego, nie jest jednak koniecznym. Opiera się on na linii największych sił poprzecznych, a ta zakreśla powierzchnię znacznie większą od powierzchni tych sił poprzecznych, które odpowiadają największemu momentowi w środku przęsła. Wykres wspomniany jest więc zbyt niekorzystny, gdyż w żadnym wypadku, t. j. przy żadnym obciążeniu powierzchnia sił poprzecznych nie dorównywa powierzchni największych sił poprzecznych¹⁾. W środku belki, dla całkowitego obciążenia siła poprzeczna jest równa 0. Tu zatem różnica między największą siłą poprzeczną a siłą poprzeczną dla obciążenia, odpowiadającego największemu momentowi, jest największa. Ale tu napięcia główne przenosi sam beton.

Tylko w tej części belki, w której naprężenie betonu na rozciąganie główne w/g (54) jest większe od dopuszczalnego, potrzebne są wkładki odgięte, które tu już wyłącznie przenoszą (ewentualnie wraz ze strzemionami) naprężenia główne.

Pomiędzy najwybitniejszymi żelbetnikami panuje rozbieżność zdań, czy za podstawę wykresu należy brać oś obojętną, czy też oś w połowie żebra. Najnowsze niemieckie przepisy budowlane z r. 1931 (15*) starają się spór ten rozstrzygnąć

¹⁾ chyba, że obciążenie ruchome nie istnieje.

polubownie, określają bowiem oś w połowie wysokości belki.

Także w belce ciągłej część wkładek dolnych przeciągamy dołem aż poza podporę, resztę odginamy. Tu jednak ta reszta nie wystarczy dla przyjęcia napięć głównych. Trzeba więc dać niekiedy dodatkowe wkładki odgięte i wziąć w rachubę strzemiona. Należy zauważyć, że ten sam wzór teoretyczny na potrzebną ilość wkładek odgiętych otrzymamy, uważając wkładki odgięte, jako krzyżulce ciągnięte belki kratowej o wysokości z , przy czem rolę krzyżulców ściskanych odgrywają naprężenia główne, ściskające, w betonie. Stąd wynika zasada konstrukcyjna, że odległość odgięć musi być mniejsza od $2z$, co by odpowiadało kracie pojedynczej równoramiennej. Lepiej jednak stosować mniejsze odstępki, t. j. belkę kratową, wielokrotną, zwłaszcza w pobliżu podpór. Podobnie strzemiona możemy uważać za ścięgnięta kratownicy prostokątnej. Stąd wniosek, że materiał wkładek odgiętych jest lepiej wykorzystany, niż materiał strzemion, i to w stosunku $\sqrt{2}:1$. Zatem przekrój strzemion musi być o 40% większy od przekroju odgiętych wkładek, jeżeli strzemiona przenoszą całkowitą siłę główną. Jeżeli potrzebny przekrój wkładek odgiętych wynosi A , zaś rzeczywisty A_0 , to przekrój strzemion musi być $\sqrt{2}(A - A_0)$. Przytem strzemiona rozmieszczamy zwykle w równych odstępach na długości całej belki, zaś wkładki odgięte coraz gęściej ku podporze. Temi zasadami się kierując, wprawny konstruktor obejdzie się bez specjalnych wykresów.

Przy projektowaniu belki przyjmowaliśmy zawsze zgóry pewną szerokość żebra b_0 . Zwykle określają nam ją względy konstrukcyjne. Należy jednak jeszcze według (54) obliczyć τ_0 i, jeżeli $\tau_0 > 14 \text{ kg/cm}^2$, powiększyć przekrój żebra b_0 tak, aby τ_0 nie przekraczało 14 kg/cm^2 (por. 7*, str. 74 i 15*).

Prócz belek teowych mają często zastosowanie w żelbetnictwie także słupy teowe, mimoosiowo ściskane. Są to np. sklepienia i łuki żebrowane, rozpory i słupy ustrojów ramowych, przyczółki mostowe i mury oporowe. I tu przy pomocy naszych założeń upraszczających dochodzimy do wzorów nadspodziewanie prostych. O tem pomówimy osobno¹⁾.

Ale już z powyższego wynika, że projektowanie budowli żelbetowych nie musi być tak, jak dotąd, monopolem wielkich biur, dysponujących stosem tabel, wykresów, nomogramów i nader skomplikowanych a kosztownych suwaków (np. Riegera), których zrozumienie wymaga długiego czasu i opłacić się może dopiero po zamortyzowaniu jego kosztów i kosztów ich zakupu. Przeciwnie, można się bez tego balastu obejść, bo teoria żelbetu jest łatwa, prosta i dostępna dla szerokiego ogółu techników.

¹⁾ Żelbetowe słupy teowe, mimoosiowo ściskane Czasopismo Techniczne (w druku).

X. Uzupełnienia i uogólnienia.

Ad V str. 17 — 21. Jeżeli środek wkładek ścis-
kanych jest powyżej środka płyty w odległości e ,
to możemy przyjąć środek ciśnień w środku cięż-
kości idealnego przekroju płyty:

$$A = bd + 15 F'.$$

Środek ten znajduje się ponad środkiem płyty
w odległości

$$x = \frac{15 F'}{A} e.$$

o tyleż wzrośnie ramię z . We wzorach (22) (26,1)
i (28) zamiast $\frac{d}{2}$ należy wstawić

$$c = \frac{d}{2} - x.$$

Przy projektowaniu, idąc drogą kolejnych przy-
bliżeń, przyjmiemy zrazu $x = 0$.

W przykładzie 5 str. 19, niech $e = 3$ cm, to $x =$
 $= 3.165 : 1965 = 0,25$ cm, $c = 5,75$, $z = 42,25$, $\sigma' =$
 $= 94$, $F = 51,6$, $F' = 6$ cm². Wartość dokładniejsza
jest $F' = 7,8$ cm².

Ad VII i VIII str. 25 — 35. Jeżeli odstęp śro-
dka wkładek ciągnionych od dolnej krawędzi zębra
jest a , zamiast $\frac{d}{2}$, to wysokość zębra

$$z = z - \left(\frac{d}{2} - a \right)$$

więc, zamiast M_1 , należy we wzorach 38, 44, 45
i 52 wstawić

$$M'_1 = M_1 - S \left(\frac{d}{2} - a \right),$$

o ile obliczenie (wzgl. projektowanie) ma być bar-
dzo dokładne (wzgl. oszczędne).



T R E Ś Ć

	str.
I. Sprawdzenie naprężeń przy uzbrojeniu pojedynczym	8
II. Udźwig przekroju belki.	11
III. Projektowanie idealne	13
IV. Obliczenie uzbrojenia pojedynczego	16
V. Uzbrojenie podwójne	17
a) Projektowanie uzbrojenia	18
b) Kryterjum ekonomii podwójnego uzbrojenia	19
c) Sprawdzenie naprężeń	21
VI. Pogrubienie płyty zamiast górnego uzbrojenia	22
a) Mosty.	22
b) Budownictwo	23
VII. Uwzględnienie ciężaru własnego przy projektowaniu idealnym	25
VIII. Projektowanie z uwagi na ekonomję.	30
IX. Wkładki odgięte i strzemiona	35
X. Uzupełnienia i uogólnienia	40

