

# Leitfaden der Technischen Wärmemechanik

Kurzes Lehrbuch der Mechanik der Gase und  
Dämpfe und der mechanischen Wärmelehre

Von

Prof. Dipl.-Ing. **W. Schüle**

Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage

Mit 93 Textfiguren und 3 Tafeln



*Berlin  
print-mach.*

**Berlin**

Verlag von Julius Springer  
1922

533.2:536.8:621.03



2632

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.  
Copyright 1922 by Julius Springer in Berlin.

## Vorwort zur dritten Auflage.

Änderungen sind gegenüber der zweiten Auflage wesentlich nur durch Aufnahme der zwei neuen Abschnitte 21a, Die Einheiten der mechanischen, kalorischen, chemischen und elektrischen Energie und 31a, Die Wärmepumpe, eingetreten. Für die letztere erschien mir eine eingehende grundsätzliche Aufklärung im Rahmen des Buches als das wichtigste. Die übrigen Abschnitte sind neu durchgesehen worden und bis auf einige kleinere Zusätze unverändert geblieben.

Görlitz, im November 1921.

W. Schüle.

## Vorwort zur ersten Auflage.

Der vorliegende Leitfaden unterscheidet sich von dem I. Band des größeren Werkes des Verfassers<sup>1)</sup> durch die Beschränkung des Inhalts auf die notwendigsten Grundlagen und Anwendungen der Wärmemechanik. Im übrigen lehnt es sich eng an diesen an, so daß der Leser, der sich später noch eingehender mit dem Gegenstand befassen will, überall Anschluß an Bekannter nach Form und Inhalt finden wird. Wie das größere Werk, so ist auch der Leitfaden in erster Linie zum Selbstunterricht bestimmt, und zwar für solche Leser, die der Wärmemechanik zum ersten Male mit der Absicht näher treten, für die technische Praxis verwertbare Kenntnisse zu erwerben, also neben den Besuchern technischer Lehranstalten insbesondere für solche Techniker, die sich in späteren Jahren zur Beschäftigung mit dem Gegenstand veranlaßt sehen. Die Praxis stellt ja nur zu oft Anforderungen ohne Rücksicht darauf, welchen Bildungsgang jemand gegangen ist oder welches Sondergebiet er besonders gepflegt hat. Nicht immer vermag hier ein „Taschenbuch“ zu helfen und auf keinem Gebiet ist die bloß mechanische Anwendung von Formeln und Regeln so bedenklich wie auf dem der Wärme. Deshalb ist in dem Buche auf die Erläuterung der Grundlagen das größte Gewicht gelegt, so daß der Leser erwarten kann, zu einem wirklichen Verständnis zu gelangen.

Nicht zum wenigsten hat den Verfasser bei der Herausgabe des Leitfadens der Gedanke an die aus dem Felde heimkehrenden jüngeren Fachgenossen geleitet, denen mit einer gedrängteren Darstellung des Stoffes zunächst am besten gedient sein wird.

<sup>1)</sup> Technische Thermodynamik, Bd. I (4. Aufl. 1921); Bd. II, Höhere Thermodynamik (3. Aufl. 1920).

Wenn auch eine für technische Zwecke nutzbringende Beschäftigung mit der Wärmemechanik ohne jede mathematische Vorbildung kaum möglich ist, so genügen doch andererseits elementare mathematische Kenntnisse, falls nur für die graphischen Darstellungs- und Rechnungsweisen das nötige Verständnis vorhanden ist. Gerade dieses ist aber beim Techniker am ehesten zu finden. Die Verwendung des Differentialzeichens  $d$  für kleinste Änderungen des Druckes  $p$ , des Volumens  $v$ , der Temperatur  $T$  und anderer veränderlicher Größen braucht deshalb auch den Leser nicht abzuschrecken, der die eigentliche Differentialrechnung nicht kennt oder nicht beherrscht. Das schrittweise Weitergehen auf den Kurven, durch welche die gleichzeitigen Werte von  $p$  und  $v$ , oder  $p$  und  $T$  usw. dargestellt werden, führt ja wie von selbst zu der Vorstellung sehr kleiner Änderungen  $dp$ ,  $dv$  und  $dT$  der Koordinaten  $p$ ,  $v$  und  $T$ , mittels deren man stufenartig von einem Punkte der Kurve zum nächstbenachbarten gelangt. Die Rechnung mit unbeschränkt kleinen Größen lässt sich schlechterdings nicht umgehen in einem Gebiete, in dem es sich auf Schritt und Tritt um die Darstellung stetig veränderlicher Vorgänge handelt, und diese Darstellung wird nur scheinbar „elementarer“, wenn man statt des Differentialzeichens  $d$  das Zeichen  $\Delta$  verwendet, das sonst für kleine endliche Differenzen gebraucht wird.

Ebensowenig wie die Kenntnis der Differentialrechnung ist die der eigentlichen Integralrechnung zum Verständnis des Buches nötig. Wo bestimmte Integrale (Summen mit unbeschränkt vielen unbeschränkt kleinen Gliedern) vorkommen, werden sie als Flächen dargestellt und berechnet.

Hinsichtlich des stofflichen Inhalts sei nur erwähnt, daß sich der Verfasser nicht durch Rücksichten auf die Lehrpläne bestimmter Schulen, sondern lediglich durch sachliche Erwägungen in der Auswahl dessen leiten ließ, was ihm für eine grundlegende technische Unterweisung notwendig dünkte. Die Auswahl für den Unterricht in einem bestimmten Fall zu treffen, dürfte dem sachkundigen Lehrer ein leichtes sein. Das Buch kann auch jedem Fachschüler in die Hand gegeben werden.

Breslau, im September 1917.

**W. Schüle.**

## Vorwort zur zweiten Auflage.

Der Aufbau und Inhalt des Buches ist im wesentlichen unverändert geblieben. Vorschläge zu Ergänzungen kleineren Umfangs konnten berücksichtigt werden. So wurde unter anderem ein kurzer Abschnitt über die Grundlagen der Lindeschen Luftverflüssigung eingefügt. Die Schlusskapitel sind umgestellt und der Abschnitt über die thermischen Grundlagen der Dampfturbinen ist umgearbeitet worden.

Erfurt, im Dezember 1919.

**W. Schüle.**

# Inhaltsverzeichnis.

## Einleitung.

Seite

1. Allgemeine Begriffsbestimmung der Gase, Dämpfe und Flüssigkeiten . . . . .	1
2. Die Größen, die den Zustand der Gase und Dämpfe bestimmen, und ihre technisch gebräuchlichen Einheiten. Druckmessung. Temperaturmessung . . . . .	2

## I. Die Gase.

3. Die Gasgesetze von Boyle (Mariotte) und von Gay-Lussac und das vereinigte Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz . . . . .	7
4. Die allgemeine Zustandsgleichung der Gase . . . . .	11
5. Zusammensetzung von Gasgemischen nach Gewichts- und Raumteilen. Spezifisches Gewicht aus der Zusammensetzung. Mittleres oder scheinbares Molekulargewicht . . . . .	12
6. Grundgesetze der chemischen Verbindung der Stoffe nach Gewicht und Raum. Gemeinsame Beziehungen für alle Gase . . . . .	14
7. Zustandsgleichung der Gasmischungen (Daltonsches Gesetz) . . . . .	17
7a. Feuchte Luft . . . . .	21
8. Die Brennstoffe und ihre Zusammensetzung . . . . .	23
9. Die technischen Verbrennungsprodukte . . . . .	25
Die Raumverhältnisse beim Verbrennungsvorgang . . . . .	27
Zur Beurteilung des Luftüberschusses aus der Rauchgasanalyse . .	31
10. Wärmemenge und Temperatur, spezifische Wärme . . . . .	33
11. Abhängigkeit der spezifischen Wärme von der Temperatur. Wahre und mittlere spezifische Wärme . . . . .	35
12. Spezifische Wärme der Gase . . . . .	37
Beziehung zwischen $c_p$ und $c_v$ . Verhältnis $k = c_p:c_v$ . . . . .	39
13. Spezifische Wärme des überhitzten Wasserdampfes . . . . .	41
14. Spezifische Wärme von Gasgemengen . . . . .	42
Spezifische Wärme der Feuergase . . . . .	42
Wärmeinhalt und Wärmetafel für Feuergase . . . . .	44
15. Heizwert der Brennstoffe . . . . .	45
15a. Abgasverluste . . . . .	48
16. Vermischungsdruck und Vermischungstemperatur von Gasen . . . . .	49
17. Die Ausdehnungs- und Verdichtungsarbeit (Raumarbeit) der Gase und Dämpfe. Die absolute Arbeit und die Betriebsarbeit (Nutzarbeit) .	52

	Seite
18. Einfluß der Wärme auf den Gaszustand im allgemeinen. Die verschiedenen Zustandsänderungen . . . . .	57
19. Zustandsänderung bei unveränderlichem Rauminhalt . . . . .	58
20. Zustandsänderung bei unveränderlichem Druck . . . . .	60
21. Verwandlung von Wärme in Arbeit und von Arbeit in Wärme bei der Zustandsänderung mit unveränderlichem Druck. Mechanisches Wärmeäquivalent. Erster Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie	61
21a. Die Einheiten der mechanischen, kalorischen, chemischen und elektrischen Energie . . . . .	64
22. Wirtschaftlicher Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschinen . . . . .	67
23. Die Wärmegleichung der Gase. Verhalten der Gase bei beliebigen Zustandsänderungen . . . . .	68
24. Zustandsänderung bei gleichbleibender Temperatur (Isothermische Zustandsänderung) . . . . .	71
25. Zustandsänderung ohne Wärmezufuhr und Wärmeentziehung (Adiabatische Zustandsänderung) . . . . .	73
26. Verlauf der Druckkurven im allgemeinen. Polytropische Zustandsänderung oder Zustandsänderung mit unveränderlicher spezifischer Wärme . . . . .	79
27. Das Wärmediagramm und die Entropie der Gase . . . . .	83
28. Entropie-Temperatur-Diagramme für die wichtigsten Zustandsänderungen . . . . .	87
29. Das zweite Hauptgesetz der Wärme. (Zweiter Hauptsatz.) . . . . .	90
30. Der Carnotsche Kreisprozeß . . . . .	92

#### Anwendungen zur Lehre von den Gasen.

31. Arbeitsaufwand zur Herstellung von Druckluft . . . . .	97
32. Die Arbeitsweise der Verbrennungsmotoren nach dem Ottoschen Prinzip (Gas-, Benzin-, Spiritusmotoren) . . . . .	103
33. Die Arbeitsweise der Verbrennungsmotoren nach Diesel (Ölmotoren) .	108

## II. Die Dämpfe.

### Der Wasserdampf.

34. Der gesättigte Wasserdampf. Druck und Temperatur. Spezifisches Gewicht und Volumen . . . . .	112
35. Wärmemengen bei der Dampfbildung und der Kondensation des Dampfes . . . . .	116
36. Der überhitzte Wasserdampf. Entstehung. Wärmeinhalt. Wahre und mittlere spezifische Wärme bei konstantem Druck. Zustandsgleichung. Grenzkurve . . . . .	122
37. Entropie des Wasserdampfes . . . . .	126
a) Sattdampf . . . . .	126
b) Überhitzter Dampf . . . . .	129
38. Ausdehnung und Verdichtung des Dampfes im wärmedichten Gefäß. (Adiabatische Zustandsänderung) . . . . .	130
a) Sattdampf . . . . .	130
b) Heißdampf . . . . .	132

	Seite
39. Zustandsänderung des Dampfes bei der Ausdehnung und Verdichtung in den Dampfmaschinen . . . . .	133
a) Sattdampf . . . . .	133
b) Heißdampf . . . . .	134
39a. Die Wärmepumpe . . . . .	135

Dämpfe von  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NH}_3$  und  $\text{SO}_2$ . Allgemeines Verhalten der  
Dämpfe. Dämpfe und Gase.

40. Die Dämpfe der Kohlensäure ( $\text{CO}_2$ ), des Ammoniaks ( $\text{NH}_3$ ) und der Schwefeligen Säure ( $\text{SO}_2$ ). Gemeinsame Eigenschaften aller Dämpfe. Kritische Temperatur. Verflüssigung der Gase . . . . .	142
41. Kälteerzeugung mittels Dämpfen . . . . .	146
41a. Drosselungsabkühlung der Gase und Luftverflüssigung nach Linde .	153

**III. Strömende Bewegung der Gase und Dämpfe.**

42. Allgemeine Zustandsverhältnisse in Flüssigkeits- und Gasströmen. Druckverhältnisse in Beziehung zu den Geschwindigkeiten . . . . .	155
43. Strömung mit kleinen Druckänderungen . . . . .	159
44. Ausströmung von Gasen und Dämpfen aus Mündungen . . . . .	161
a) Sehr kleine Druckunterschiede . . . . .	162
b) Ausströmung unter beliebig hohem Überdruck . . . . .	163
a) Niederdruckgebiet. Kritisches Druckverhältnis . . . . .	166
β) Überkritische Druckverhältnisse bei einfachen Mündungen .	169
45. Expansionsdüsen (Laval'sche Düsen) . . . . .	172
46. Berechnung des Arbeitsgefälles und der Ausflußgeschwindigkeit von Dampf mittels des Wärmeinhalts . . . . .	177
47. Die JS-Tafel für Wasserdampf . . . . .	179
48. Die wirklichen Ausflußmengen und Ausflußgeschwindigkeiten . . . .	181
48a. Die Drosselscheibe . . . . .	183
49. Spannungsverlust in Rohrleitungen . . . . .	185

**IV. Mechanische Wirkungen strömender Gase und Dämpfe.**

50. Druck abgelenkter freier Strahlen (Aktion) . . . . .	191
51. Reaktion und Reaktionsarbeit beschleunigter Gas- und Dampfströme .	194
52. Gleichzeitiges Auftreten von Aktions- und Reaktionskräften . . . .	198
53. Die Wirkung des Dampfes in den Dampfturbinen . . . . .	200
Druckturbinen. Geschwindigkeits- und Druckstufen . . . . .	201
Überdruckturbinen . . . . .	203

**Der Luftwiderstand.**

54. Ursachen des Luftwiderstandes . . . . .	207
Gesetz des Luftwiderstandes . . . . .	208
55. Versuchsergebnisse über den Luftwiderstand . . . . .	209
a) Ebene quadratische, rechteckige und kreisförmige Platten, in der Richtung senkrecht zu ihrer Ebene bewegt . . . . .	209

	Seite
b) Ebene quadratische und rechteckige Platten, gegen die Bewegungsrichtung um den Winkel $\alpha^0$ geneigt . . . . .	210
c) Gewölbte Platten . . . . .	211
56. Der Auftrieb plattenförmiger Körper. Ebene Platten . . . . .	212
Gewölbte rechteckige Platten. Ebene und gewölbte Platten bei kleinen Anstellwinkeln . . . . .	214
57. Luftwiderstand körperlicher Gebilde . . . . .	216
Anhang: Tabelle I. Gesättigter Wasserdampf von 0,02 bis 25 kg/qcm abs.	218
II.                 "                 "                 " 0 <sup>0</sup> bis 220 <sup>0</sup> . . . . .	220
III.                "                 "                 " + 10 <sup>0</sup> bis + 50 <sup>0</sup> . . . . .	221
IV.                "                 "                 " 0,01 bis 0,20 kg/qcm abs.	222
V. Gesättigte Dämpfe von Ammoniak (NH <sub>3</sub> ) . . . . .	222
VI.                "                 " Schwefligsäure (SO <sub>2</sub> ) . . . . .	223
VII.               "                 " der Kohlensäure (CO <sub>2</sub> ) . . . . .	223

### Tafeln im Text.

Tafel I. Wärmeinhalt von 1 cbm Luft und Feuergasen bei konst. Druck und konst. Volumen bis 2500 <sup>0</sup> C, nebst Molekularwärmern und Verhältnissen $k = c_p/c_v$ . . . . .	44
„ II. Entropietemperaturtafel für gesättigten und überhitzten Wasserdampf (nach den Münchener Versuchen über $c_p$ ) . . . . .	130
„ III. JS-Diagramm für Wasserdampf . . . . .	180

## Einleitung.

### 1. Allgemeine Begriffsbestimmung der Gase, Dämpfe und Flüssigkeiten.

**Gase.** Solche luftartige Stoffe, die auch durch starke Verdichtung bei den gewöhnlichen Temperaturen nicht ganz oder teilweise in den flüssigen Zustand übergeführt werden können, heißen Gase. In der freien Natur kommen sie im nebelförmigen oder flüssigen Zustande nicht vor.

Einfache (zweiatomige) Gase sind: Sauerstoff  $O_2$ , Stickstoff  $N_2$ , Wasserstoff  $H_2$ , Kohlenoxyd  $CO$ , Stickoxyd  $NO$ ; mehratomige Gase: Methan oder Sumpfgas  $CH_4$ , Äthylen  $C_2H_4$ , Azytylen  $C_2H_2$ . Außer diesen noch zahlreiche andere, die z. Zt. nicht von technischer Bedeutung sind.

Als Gase können auch angesehen werden: Kohlensäure ( $CO_2$ ) bei hohen Temperaturen, bei Feuergastemperaturen oder sehr geringen Drücken auch der Wasserdampf ( $H_2O$ ).

Technisch wichtige Gasmischungen: die atmosphärische Luft, das Leuchtgas, das Generator- oder Kraftgas, das Hochofen-gas oder Gichtgas, das Koksofengas, die Verbrennungsprodukte in Feuerungen und Verbrennungskraftmaschinen im heißen Zustand.

**Gesättigte Dämpfe und Flüssigkeiten.** Im Gegensatz zu den Gasen ist der Aggregatzustand der gesättigten Dämpfe durchaus unbeständig. Kleine Änderungen von Temperatur, Druck oder Rauminhalt können einen teilweisen Übergang aus dem luftförmigen in den flüssigen Zustand (Nebbildung) oder umgekehrt zur Folge haben. Viele Dämpfe kommen gleichzeitig als Flüssigkeiten vor. Die technisch wichtigsten Dämpfe und Flüssigkeiten sind das Wasser ( $H_2O$ ), das Ammoniak ( $NH_3$ ), die Schwefelsäure ( $SO_2$ ), die Kohlensäure ( $CO_2$ ) bei gewöhnlichen Temperaturen (unter  $32^{\circ}$ ), das Chlor ( $Cl_2$ ). Ferner die in Verbrennungskraftmaschinen verwendeten Erdöldestillate (Gasolin, Benzin, Petroleum oder Leuchtöl, Gasöl), die aus Kohlenwasserstoffen verschiedener Zusammensetzung bestehen, sowie das rohe Erdöl (Naphtha, Rohöl) und die Rückstände (Residuen) der Erdöldestillation (Masut); der Spiritus (Alkohol  $C_2H_6O$  und Wasser).

Eine immer größere Bedeutung erlangen ferner die aus der Destillation der Steinkohle (Kokerei) und der Braunkohle hervorgehenden Öle, die als Steinkohlenteeröle bzw. Braunkohlen-teeröle bezeichnet werden. Zu den ersten gehörte z. B. das Benzol  $C_6H_6$ , das als Handelsbenzol mit größeren oder kleineren

Mengen von Toluol  $C_7H_8$  und Xylol  $C_8H_{10}$  vermengt ist, sowie die rohen Teeröle verschiedener Art. Die Braunkohlenteeröle heißen auch Paraffinöle (Paraffin-Rohöl und die daraus abgeleiteten Öle verschiedener Zusammensetzung).

**Feuchter und trockener Dampf.** Stehen die Dämpfe in Verbindung mit einem Flüssigkeitsspiegel (z. B. in Dampfkesseln), so enthalten sie in Nebelform selbst Flüssigkeitströpfchen und werden dann feuchte oder nasse Dämpfe genannt. Dieser Zustand ist der gewöhnliche der gesättigten Dämpfe, er kann auch ohne Flüssigkeitsspiegel bestehen. Vollkommene Trockenheit ist ein Grenzzustand (zwischen feuchter Sättigung und Überhitzung), der leicht gestört wird.

Der Zustand der trockenen Sättigung ist aber deshalb wichtig, weil feuchter Dampf als Mischung von trockenem gesättigtem Dampf und flüssigem Wasser von gleicher Temperatur anzusehen ist.

**Überhitzte oder ungesättigte Dämpfe.** Wie die Gase sind diese Stoffe bei Änderungen von Temperatur, Druck oder Raum in Hinsicht ihres Aggregatzustandes beständig, aber nur innerhalb bestimmter, mäßig weiter Grenzen. Sie können im Gegensatz zu den Gasen schon durch mäßige Änderungen von Druck oder Temperatur in den Zustand der gesättigten Dämpfe versetzt werden.

Umgekehrt können auch alle gesättigten Dämpfe durch Wärmezufuhr überhitzt werden.

Beim gleichen Körper, z. B. Wasser, müssen die Zustände der Sättigung und Überhitzung deshalb streng unterschieden werden, weil der Körper in beiden Zuständen verschiedenen Gesetzen folgt. Aus dem gleichen Grunde ist eine Unterscheidung zwischen Gasen und überhitzten Dämpfen erforderlich.

Enthält ein Raum, etwa infolge von Verdunstung von Flüssigkeit, weniger Dampf, als er bei der augenblicklichen Temperatur aufnehmen kann (also keinenfalls „Nebel“), so ist dieser Dampf im überhitzten Zustand. In diesem Zusammenhang ist auch die Bezeichnung „ungesättigt“, die für überhitzte Dämpfe verwendet wird, verständlich. Der Raum ist erst gesättigt mit Dampf, wenn er keinen weiteren Dampf mehr aufnehmen kann.

**Zusatz.** Auch Gase können durch künstliche, sehr tiefe Abkühlung und gleichzeitige Verdichtung in den Zustand feuchter Dämpfe, bzw. in den flüssigen Zustand versetzt werden. Dabei durchschreiten sie das Gebiet der überhitzten Dämpfe. Umgekehrt können die gewöhnlich flüssigen und dampfförmigen Körper durch sehr bedeutende Erhitzung oder Druckverminderung in gasartigen Zustand gebracht werden.

## 2. Die Größen, welche den Zustand der Gase und Dämpfe bestimmen, und ihre technisch gebräuchlichen Einheiten. Druckmessung, Temperaturmessung.

Der „Zustand“ eines Gases oder Dampfes gilt in mechanischer Hinsicht als bestimmt, wenn die nachstehenden Größen bekannt sind.

1. Das Gewicht der Raumeinheit oder spezifische Gewicht ( $\gamma$ ). Gleichwertig hiermit ist die Angabe des Rauminhaltes der Gewichtseinheit oder des „spezifischen Volumens“ ( $v$ ).

Es ist

$$v = \frac{1}{\gamma}.$$

Anstatt  $v$  oder  $\gamma$  kann auch das Gewicht  $G$  eines beliebigen Volumens  $V$  gegeben sein. Es ist dann

$$\gamma = \frac{G}{V} \text{ oder } G = \gamma \cdot V$$

$$v = \frac{V}{G} \text{ oder } V = v \cdot G.$$

Für spez. Gewicht wird gelegentlich auch Dichte gesetzt werden. Die Masse der Raumeinheit heißt spezifische Masse,  $\varrho = \gamma/g$ , (auch Massendichte).

2. Der auf die (eben gedachte) Flächeneinheit des einschließenden Gefäßes vom Gase oder Dampfe ausgeübte Druck ( $p$ , spezifischer Druck oder einfach Druck, Spannung, Pressung).

3. Die Temperatur, in Celsiusgraden  $t$ , als absolute Temperatur  $T$ .

Durch zwei dieser Größen ist bei Gasen und überhitzten Dämpfen immer die dritte mitbestimmt. Die Beziehung zwischen den drei Größen heißt die „Zustandsgleichung“ des Gases oder überhitzten Dampfes.

**Einheiten.** Als Gewichtseinheit gilt das kg, als Raumeinheit das cbm. Das spezifische Gewicht ist also das Gewicht von 1 cbm in kg ( $\gamma = \text{kg/cbm}$ ); das spezifische Volumen ist der Rauminhalt von 1 kg in cbm ( $v = \text{cbm/kg}$ ). Wegen des hiermit festgelegten qm als Flächeneinheit ist daher der Druck in kg auf 1 qm anzugeben ( $p = \text{kg/qm}$ ), bzw. jedenfalls in die Zustandsgleichung so einzuführen.

Im praktischen Gebrauch wird der Druck meist nicht in kg/qm, sondern in kg/qcm angegeben. Ein Druck von 1 kg auf die Fläche von 1 qcm heißt „eine Atmosphäre“ (at). Es ist also  $1 \text{ kg/qcm} = 1 \text{ at} = 10000 \text{ kg/qm}$ .

Abweichend hiervon wird in der Physik mit „Atmosphäre“ der Druck von 1,033 kg auf 1 qcm bezeichnet. Dies ist der durchschnittliche Druck der atmosphärischen Luft in Meereshöhe (760 mm am Quecksilber-Barometer). Sehr vielen Angaben über spezifisches Gewicht usw. liegt daher diese Druckeinheit zugrunde, was wohl zu beachten ist. Unzulässig ist es aber, wenn die technische Atmosphäre wegen ihrer angenäherten Übereinstimmung mit der physikalischen als „rund 1 kg/qcm“ bezeichnet wird. Die in der Technik ausschließlich gebrauchliche „Atmosphäre“ ist genau 1,000 kg/qcm.

In England und Amerika wird der Druck in „Pfund auf 1 Quadratzoll“ englisch gemessen. Es ist  $1 \text{ kg/qcm} = 14,223 \text{ Pfund für den Quadratzoll (lb. per square inch)}$ . Man merke sich:  $100 \text{ lbs. per sq. in.} = \text{rund } 7 \text{ kg/qcm}$ .

**Überdruck, Unterdruck und absoluter Druck.** Die gewöhnlichen technischen Instrumente für Druckmessung (Federmanometer, Vakuummeter, Manovakuummeter, Flüssigkeitssäulen) messen den Überdruck oder Unterdruck des Gases oder Dampfes über (bzw. unter)

dem augenblicklich herrschenden Luftdruck, also einen Druckunterschied. Der wahre oder absolute Gasdruck wird hieraus bei Überdruck durch Addition zum äußeren Luftdruck, bei Unterdruck durch Subtraktion vom Luftdruck erhalten.

Das Barometer mißt dagegen absoluten Druck. Überdruck und absoluter Druck werden deshalb gelegentlich als manometrischer und barometrischer Druck unterschieden. In den Zustandgleichungen muß, wie leicht verständlich, stets mit dem absoluten Druck ( $p$ ) gerechnet werden. Der gleiche absolute oder wahre Druck kann je nach dem Barometerstand (Witterung, Meereshöhe) die verschiedensten manometrischen Anzeigen ergeben.

**Druckmessung durch Flüssigkeitssäulen.** Wird das eine Ende einer gebogenen Röhre, Fig. 1, die teilweise mit Flüssigkeit gefüllt ist, mit einem Raum verbunden, in dem Gas oder Dampf unter Überdruck steht,

während das andere Ende offen bleibt, so steigt die Flüssigkeit im freien Schenkel, während sie im anderen fällt. Der Höhenunterschied  $h$  der Flüssigkeitsspiegel ist ein Maß für den Überdruck. Bei Unterdruck steigt die Säule im geschlossenen Schenkel. Gleichgültig ist hierbei die Form der Röhre, ob diese senkrecht gerade, schief gerade, beliebig gebogen, gleich oder ungleich weit ist.

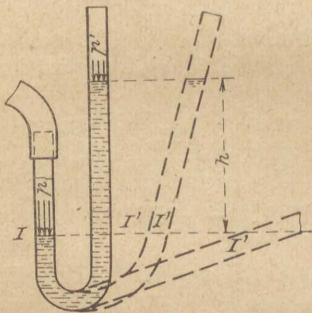


Fig. 1.

Nach einem bekannten Satz der Hydraulik ist

$$p - p' = \gamma \cdot h.$$

$p$  und  $p'$  sind die absoluten Drücke von Gas und Luft,  $p - p'$  der Überdruck (Unterdruck), und dieser ist nach der Gleichung der Höhe  $h$  proportional.

Für Wasser ist mit  $\gamma = 1000 \text{ kg/cbm}$   $p - p' = 1000 \cdot h$ ; einem Überdruck von  $1 \text{ kg/qcm} = 10000 \text{ kg/qm} = p - p'$  entspricht also eine Säule

$$h = \frac{10000}{1000} = 10 \text{ m.}$$

Wassersäulen werden besonders zur Messung sehr kleiner Überdrücke oder Unterdrücke (z. B. Kesselzug) verwendet. Es ist

$$1 \text{ m H}_2\text{O} = \frac{1}{10} \text{ kg/qcm}$$

$$1 \text{ mm H}_2\text{O} = \frac{1}{10000} \text{ kg/qcm} = \frac{1}{10000} \text{ at.}$$

Durch einen Druck von  $1 \text{ mm H}_2\text{O}$  wird eine Fläche von  $1 \text{ qm} = 10000 \text{ qcm}^2$  mit  $1 \text{ kg}$  im ganzen belastet. Es ist also

$$1 \text{ mm H}_2\text{O} = 1 \text{ kg/qm}.$$

Für Quecksilber (Hg) ist mit  $\gamma = 13,595 \cdot 1000 \text{ kg/cbm}$  (bei  $0^\circ$ )  $p - p' = 13595 \cdot h$  ( $h$  in m).

Einem Überdruck von  $1 \text{ at} = p - p' = 10000 \text{ kg/qm}$  entspricht also eine Säule von

$$h = \frac{10000}{13595} = 0,7356 \text{ m} = 735,6 \text{ mm} \text{ (bei } 0^\circ\text{)}.$$

Einem Überdruck von  $1,0333 \text{ at} = 10333 \text{ kg/qm}$  (physikal. Atm.) entspricht eine Säule von  $1,0333 \cdot 735,6 = 760 \text{ mm Hg}$ .

Quecksilbersäulen werden im technischen Gebrauch meist in cm gemessen. Es ist also

$$\begin{aligned} 1 \text{ at} &= 73,56 \text{ cm Hg und} \\ 1 \text{ cm Hg} &= 0,013595 \text{ at und} \\ 1 \text{ cm Hg} &= 0,13595 \text{ m H}_2\text{O} \\ &= 13,595 \text{ cm H}_2\text{O}. \end{aligned}$$

Zur Messung des absoluten Gasdrucks wird die Flüssigkeitssäule geeignet, wenn das rechte offene Ende der Röhre Fig. 1 geschlossen und über dem Flüssigkeitsspiegel an diesem Ende ein luftleerer Raum geschaffen wird, Fig. 2.

Als Flüssigkeit für Barometer wird ausschließlich Quecksilber verwendet. Es ist also

$$1 \text{ kg/qcm abs.} = 1 \text{ at abs.} = 735,6 \text{ mm Hg.}$$

Zur Messung kleiner absoluter Drücke (Vakuum in Kondensatoren u. ä.) können kurze Quecksilbersäulen, sog. abgekürzte Barometer oder Vakuummeter für absoluten Druck dienen, die, solange kein hinreichend tiefer Unterdruck herrscht, im geschlossenen Ende ganz mit Quecksilber gefüllt bleiben (Fig. 2). Fällt das Quecksilber im geschlossenen Ende, so gilt

$$p \text{ (abs.)} = \gamma \cdot h.$$

Der lotrechte Abstand der beiden Quecksilberspiegel ist der absolute Druck in cm Hg.

Beispiele. 1. Das Manometer eines Dampfkessels zeige  $5,0 \text{ kg/qcm}$ . Wie groß ist die wahre (absolute) Dampfspannung  $p$  im Kessel, wenn der gleichzeitige Barometerstand  $650 \text{ mm Hg}$  beträgt?

Da  $735,6 \text{ mm Hg} = 1 \text{ kg/qcm}$ , so sind

$$650 \text{ mm} = \frac{650}{735,6} = 0,884 \text{ kg/qcm.}$$

Daher ist

$$p = 5 + 0,884 = 5,884 \text{ kg/qcm} \text{ (also nicht } 5 + 1 = 6).$$

2. Das Vakuummeter (gewöhnliches Röhrenfederinstrument) eines Dampfmaschinenkondensators zeige einen Unterdruck von  $55 \text{ cm Hg}$ . Wie groß ist die absolute Spannung im Kondensator, wenn das Barometer gleichzeitig auf  $710 \text{ mm}$  steht?

Der absolute Druck im Kondensator beträgt  $71 - 55 = 16 \text{ cm Hg}$ , dies sind

$$p = \frac{16}{73,56} = 0,218 \text{ at abs. (vgl. Fig. 3.)}$$

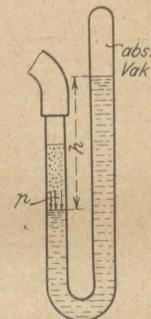


Fig. 2.

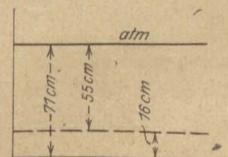


Fig. 3.

**Zusatz. Reduktion des Barometerstandes auf 0°.** Das spez. Gewicht des Quecksilbers ist bei Temperaturen über 0° kleiner als oben angenommen. Daher steht das Barometer bei höherer Temperatur höher, als es unter gleichem Luftdruck bei 0° stehen würde.

Es sind für je 1000 mm Quecksilbersäule vom abgelesenen Barometerstand abzuziehen:

bei	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30° C
	0,00	0,87	1,73	2,59	3,45	4,31	5,17 mm Hg.

Bei Kältegraden sind ebensoviel mm zu addieren.

Wird z. B. bei + 20° am Barometer 755 mm abgelesen, so ist der Barometerstand für 0° um  $0,755 \cdot 3,45 = 2,6$  mm kleiner, also  $755 - 2,6 = 752,4$  mm.

**Die Temperatur ( $t$ )** wird in Celsiusgraden (°C) gemessen. Die Festpunkte des Celsiusthermometers liegen beim Schmelzpunkt des Eises (0° C) und beim Siedepunkt des Wassers unter dem Druck von 760 mm Hg (100° C). 1° C am Quecksilberthermometer ist der hundertste Teil des Abstandes dieser Festpunkte.

In England und Amerika ist die Skala nach Fahrenheit (°F) gebräuchlich. Diese ist zwischen dem Schmelzpunkt des Eises und dem Siedepunkt des Wassers in 180 gleiche Teile geteilt. Ihr Nullpunkt liegt 32° F unter dem Eispunkt. Allgemein ist

$$^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{18}{10} ^{\circ}\text{C}; \quad ^{\circ}\text{C} = \frac{10}{18} (^{\circ}\text{F} - 32); \quad 0^{\circ}\text{F} = -17,8^{\circ}\text{C}; \quad 0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}.$$

Als Normalskala (Urmaß) gilt die des Wasserstoffthermometers mit den gleichen Festpunkten.

**Fadenkorrektion.** Der aus dem Meßraum herausragende Teil des Quecksilberfadens besitzt eine andere Temperatur ( $t_f$ ) als das Quecksilber im Behälter. Infolgedessen zeigen die Thermometer mit herausragendem Faden grundsätzlich zu niedrig, falls die Außentemperatur niedriger ist, dagegen zu hoch, falls die Außentemperatur höher ist als die zu messende Temperatur.

Allgemein gilt für die Korrektion

$$\Delta t = \frac{n \cdot (t - t_f)}{6300}$$

bei  $n$  herausragenden Graden.

Beispiel. Das Thermometer einer Heißdampfmaschine zeige eine Eintritts-Dampftemperatur von 300°. Die Skala tritt bei 100° aus der Fassung. Die Außen-temperatur am Thermometer beträgt 60° (infolge Strahlung vom Zylinder her). Die Fadenkorrektion wird daher, da  $n = 300 - 100 = 200$  Grade herausragen,

$$\Delta t = \frac{200 \cdot (300 - 60)}{6300} = 7,6^{\circ}, \text{ so daß die Dampftemperatur } 300 + 7,6 = 307,6^{\circ} \text{ ist.}$$

## I. Die Gase.

### 3. Die Gasgesetze von Boyle (Mariotte) und von Gay-Lussac, und das vereinigte Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz.

**Das Gesetz von Boyle (Mariotte).** Wird der Raum  $V_0$  einer beliebigen Gasmenge von der Temperatur  $t_0$ , dem absoluten Druck  $p_0$  und dem spez. Volumen  $v_0$  auf  $V$  vergrößert oder verkleinert, und zwar so, daß am Ende die Temperatur wieder  $t_0$  ist, so fällt (bzw. steigt) der absolute Gasdruck im umgekehrten Verhältnis der Räume. Es ist also

$$\frac{p}{p_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{v_0}{v},$$

oder

$$pV = p_0V_0; \quad pv = p_0v_0.$$

Mit Bezug auf das spezifische Gewicht der Gase besagt das Gesetz, daß sich bei gleicher Temperatur die spezifischen Gewichte wie die absoluten Drücke verhalten. Denn wegen  $\frac{v_0}{v} = \frac{\gamma}{\gamma_0}$  ist auch

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0}.$$

Beispiele: 1. Atmosphärische Luft von 0,10 kg/qcm Unterdruck und  $20^{\circ}\text{C}$  wird auf 7 kg/qcm Überdruck verdichtet. Auf welchen Teil des anfänglichen Raumes muß ihr Raum verkleinert werden, wenn der Barometerstand 720 mm beträgt; gleiche Endtemperatur vorausgesetzt.

Der abs. Anfangsdruck ist  $\frac{720}{735,6} - 0,10 = 0,98 - 0,10 = 0,88$  at.

Der abs. Enddruck  $\frac{720}{735,6} + 7,00 = 7,98$ .

Daher ist das Raumverhältnis („Verdichtungsverhältnis“)

$$\frac{V_0}{V} = \frac{p}{p_0} = \frac{7,98}{0,88} = 9,07.$$

Die Höhe der Temperatur spielt hierbei keine Rolle.

2. Wie groß ist das spez. Gewicht der Luft von  $0^{\circ}$  bei 600 mm Barometerstand, wenn es bei 760 mm (und  $0^{\circ}$ ) gleich 1,293 ist?

$$\text{Es ist } \gamma = 1,293 \cdot \frac{600}{760} = \underline{\underline{1.02 \text{ kg/cbm}}}.$$

3. Eine beliebige Luftmenge von 1 kg/qcm Überdruck dehne sich bei unveränderlicher Temperatur auf das Dreifache ihres Raumes aus. Wie groß wird die manometrische Endspannung? Barometerstand 550 mm.

Der abs. Anfangsdruck ist  $\frac{550}{735,6} + 1 = 1,747$ ,

daher ist der abs. Enddruck  $p = 1,747 \cdot \frac{1}{3} = 0,582$  at abs.,

also  $0,747 - 0,582 = 0,165$  at Unterdruck.

**Das Gesetz von Gay-Lussac.** Wird eine unter beliebigem unveränderlichem Druck stehende Gasmenge erwärmt (oder abgekühlt), so nimmt ihr Raum für jeden Grad Erwärmung (bzw. Abkühlung) um  $\frac{1}{273}$  des Raumes zu (bzw. ab), den sie bei  $0^{\circ}\text{C}$  und gleichem Drucke einnimmt. Dieses Gesetz gilt für alle Gase.

1. Form. Mit  $v_0$  als Volumen bei  $0^{\circ}$  ist demnach das Volumen  $v_1$  bei  $t_1^{\circ}$

$$v_1 = v_0 + v_0 \cdot \frac{t_1}{273} = v_0 \cdot \left(1 + \frac{t_1}{273}\right).$$

Bei einer anderen Temperatur  $t_2 > t_1$  wäre das Volumen

$$v_2 = v_0 + v_0 \cdot \frac{t_2}{273}.$$

Durch Subtraktion folgt

$$\underline{| v_2 - v_1 = v_0 \cdot \frac{t_2 - t_1}{273} |}$$

(abs. Raumvergrößerung bei Erwärmung von  $t_1$  auf  $t_2$ ).

2. Form. Durch Division der Volumina  $v_2$  und  $v_1$  folgt die verhältnismäßige Raumänderung

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1 + \frac{t_2}{273}}{1 + \frac{t_1}{273}}$$

oder

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1}.$$

In dieser Gleichung sind  $t_1$  und  $t_2$  Celsiusgrade. Daher müssen auch die Zahlen 273 im Zähler und Nenner, die zu  $t_1$  und  $t_2$  addiert sind, Celsiusgrade vorstellen.

Denkt man sich den Nullpunkt der Celsiusskala um 273 Celsiusgrade nach unten verlegt, so erhält man eine neue Skala, in der die gleiche Temperatur durch eine um 273 größere Gradzahl ( $T$ ) ausgedrückt wird. Es ist also

$$T_1 = 273 + t_1$$

$$T_2 = 273 + t_2.$$

Diese neue Skala wird als absolute Temperaturskala bezeichnet und  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  heißen „absolute Temperaturen“. Nun ist auch

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

in Worten: Bei gleichem Druck verhalten sich die Raum-inhalte gleicher Gewichtsmengen desselben Gases wie die absoluten Temperaturen.

Daß übrigens das Gesetz von Gay-Lussac nicht bis zu beliebig tiefen Temperaturen gültig sein kann, geht daraus hervor, daß mit  $T_2 = 0$  ( $t_2 = -273^\circ$ ) das Volumen des Gases  $v_2 = 0$  sein, das Gas also keinen Raum mehr einnehmen würde, was nicht denkbar ist.

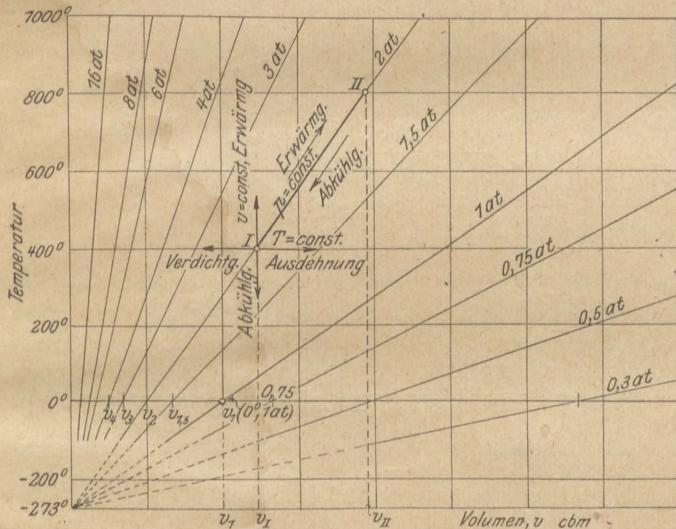


Fig. 4.

Für das spezifische Gewicht der Gase besagt das Gesetz: Bei verschiedener Temperatur, aber gleichem Drucke, verhalten sich die spezifischen Gewichte desselben Gases umgekehrt wie die absoluten Temperaturen.

Weil  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$  ist, so ist auch

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad (p = \text{konst.}).$$

Trägt man die Volumina als Abszissen, die Temperaturen ( $t$  oder  $T$ ) als Ordinaten auf (Fig. 4), so erhält man als graphisches Bild des Gay-Lussacschen Gesetzes eine Gerade I-II, die durch den absoluten Nullpunkt geht. Bei irgendeinem anderen Druck nimmt auch die Gerade eine andere Richtung durch den Nullpunkt an, und zwar

verläuft sie bei niedrigerem Druck tiefer, weil zu solchem bei gleicher Temperatur größere Volumina gehören, bei höherem Druck höher. Das Gesetz in seinem ganzen Umfang wird also durch eine Schar von unendlich vielen Geraden aus dem absoluten Nullpunkt verbildlicht. Fig. 4 ist die einfachste Form einer Zustandstafel der Gase. Jeder Punkt der Tafel ebene entspricht einem bestimmten Gaszustand.

Beispiele: 1. Wievielmal kleiner ist unter gleichem Druck der Rauminhalt derselben Gasmenge bei  $-20^{\circ}$  als bei  $+20^{\circ}$ ?

Es ist

$$\frac{v_{(+20)}}{v_{(-20)}} = \frac{273 + 20}{273 - 20} = \frac{293}{253} = 1,16.$$

Das Volumen ist also 1,16 mal kleiner; oder: das spezifische Gewicht ist bei  $-20^{\circ}$  um 16 v. H. größer als bei  $+20^{\circ}$ .

2. Wenn sich die Rauchgase einer Feuerung von  $1200^{\circ}\text{C}$  auf  $250^{\circ}\text{C}$  abkühlen, wievielmal weniger Raum nehmen sie am Ende der Feuerzüge ein als am Anfang?

Es ist

$$\frac{v_{(1200)}}{v_{(250)}} = \frac{273 + 1200}{273 + 250} = \frac{1473}{523} = 2,82.$$

Das Endvolumen ist 2,82 mal kleiner. (Demgemäß können die Feuerzüge gegen den Schornstein hin enger werden.)

**Das vereinigte Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz.** Das spezifische Gewicht eines Gases ist nach dem Boyleschen Gesetz dem Druck direkt und nach dem Gay-Lussacschen Gesetz der absoluten Temperatur umgekehrt proportional. Ist also  $\gamma_1$  das spez. Gewicht bei  $t_1^{\circ}$  und  $p_1$  at abs., so ist nach dem Boyleschen Gesetz das spez. Gewicht bei  $t_1^{\circ}$  und  $p$  at abs. gleich  $\gamma_1 \cdot \frac{p}{p_1}$ . Nach dem Gay-Lussacschen Gesetz ist es daher bei  $p$  at und  $t^{\circ}$  im Verhältnis  $(273 + t_1):(273 + t) = T_1:T$  größer als  $\gamma_1 \cdot \frac{p}{p_1}$ , daher

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \frac{p}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T}.$$

Diese Schlußfolgerung ist deshalb zulässig, weil das Boylesche Gesetz für jede Temperatur, das Gay-Lussacsche für jeden Druck gilt.

Mit  $\gamma = \frac{1}{v}$ ,  $\gamma_1 = \frac{1}{v_1}$  wird auch

$$v = v_1 \cdot \frac{p_1}{p} \cdot \frac{T}{T_1}$$

und wegen  $v = \frac{V}{G}$ ,  $v_1 = \frac{V_1}{G}$  auch

$$V = V_1 \cdot \frac{p_1}{p} \cdot \frac{T}{T_1}$$

Beispiele: 1. Das spez. Gew. trockener Luft ist bei  $0^\circ$  und 760 mm Hg 1,293 kg/cbm. Wie groß ist es bei  $+20^\circ$  und 710 mm?

$$\gamma = 1,293 \cdot \frac{710}{760} \cdot \frac{273 + 0}{273 + 20} = 1,126 \text{ kg/cbm.}$$

2. In einem luftverdünnten Raum von 0,9 cbm Inhalt herrscht eine Luftsleere von 60 cm Hg (Unterdruck), bei einem Barometerstand von 740 mm und einer (inneren) Temperatur von  $17^\circ$ . Welches Luftgewicht ist in dem Raum enthalten?

Mit

$$\gamma = 1,293 \cdot \frac{74 - 60}{76} \cdot \frac{273}{273 + 17} = 0,225 \text{ kg/cbm}$$

ist

$$G = \gamma \cdot V = 0,225 \cdot 0,9 = 0,2025 \text{ kg.}$$

3. Eine Gasmaschine verbraucht für die Nutzleistung und Stunde 550 l Leuchtgas von  $20^\circ$ . Barometerstand 700 mm. Wieviel Liter Gas sind dies bei  $0^\circ$  und 760 mm? (Reduktion des Gasverbrauchs auf den Normalzustand.)

Es ist

$$V_0 = V \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}$$

$$V_0 = 550 \cdot \frac{700}{760} \cdot \frac{273}{293} = 472 \text{ l.}$$

#### 4. Die allgemeine Zustandsgleichung der Gase.

Die Beziehung zwischen Druck, Raum und Temperatur im vorigen Abschnitt

$$v_1 = v \cdot \frac{p}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T}$$

kann man in der Form schreiben

$$\frac{p v}{T} = \frac{p_1 v_1}{T_1}$$

Der Wert  $\frac{p v}{T}$  ist also, so verschieden auch  $p$ ,  $v$  und  $T$  sein mögen, für ein und dasselbe Gas von unveränderlicher Größe. Wird dieser Wert mit  $R$  bezeichnet, so ist

$$\frac{p v}{T} = R (= \text{konst.}),$$

oder

$$p v = R T (p \text{ in kg/qm}, v \text{ in cbm/kg}).$$

Dies ist die allgemeine Zustandsgleichung der Gase. Sie setzt die drei Größen  $p$ ,  $v$ ,  $T$ , die den Zustand des Gases bestimmen, in eine allgemeine Beziehung, die immer gilt, wie auch im einzelnen Druck, Volumen und Temperatur sein mögen. Man erkennt, daß durch zwei dieser Größen immer die dritte bestimmt ist.

Die Konstante  $R$  ist für die verschiedenen Gasarten verschieden.  
Ihr Wert

$$R = \frac{p v}{T} = \frac{p}{\gamma T}$$

lässt sich berechnen, wenn das spez. Gewicht ( $\gamma_0$ ) für einen beliebigen Druck ( $p_0$ ) und eine beliebige Temperatur ( $T_0 = 273 + t_0$ ) bekannt ist. Ist z. B.  $t_0 = 0^\circ$ ,  $p_0 = 10333 \text{ kg/qm}$ , so ist

$$R = \frac{10333}{\gamma_0 \cdot 273} = \frac{37,85}{\gamma_0}.$$

Für trockene Luft ist z. B.  $\gamma_0 = 1,293 \text{ kg/cbm}$  bei  $0^\circ$  und 760 mm.  
Daher

$$R = \frac{37,85}{1,293} = 29,27.$$

Es ist wichtig, zu bemerken, daß in der Zustandsgleichung und allen später daraus hervorgehenden Beziehungen der Druck  $p$  als abs. Druck und in kg/qm einzuführen ist. — Nur wo Druckverhältnisse vorkommen, kann ohne weiteres mit einer anderen Druckeinheit, z. B. kg/qcm oder Quecksilbersäulen (abs.) gerechnet werden!

Die Zustandsgleichung in der obigen Form gilt für 1 kg Gas, weil sie das Volumen  $v$  von 1 kg enthält. Ersetzt man  $v$  durch  $V$  und  $G$ , gemäß

$$v = \frac{V}{G},$$

so wird

$$p V = G R T.$$

In dieser Form gilt die Zustandsgleichung für ein beliebiges Gasgewicht.

## 5. Zusammensetzung von Gasgemischen nach Gewichtsteilen und Raumteilen. Spezifisches Gewicht aus der Zusammensetzung. Mittleres oder scheinbares Molekulargewicht.

Die einzelnen Bestandteile eines Gasgemisches können nach Gewichtsanteilen oder nach Raumanteilen angegeben werden. Während das erstere keiner Erklärung bedarf, ist die Zusammensetzung nach Raumanteilen so aufzufassen: Man denkt sich die Einzelgase abgesondert und auf unter sich gleiche, sonst beliebige Drücke und Temperaturen gebracht. Das Verhältnis  $v$  des so gewonnenen Einzelraumes zur Summe aller dieser Einzelräume ist der Raumanteil des Einzelgases. Die raumprozentische Zusammensetzung folgt daraus durch Multiplikation mit 100.

Aus den Raumanteilen  $v_1, v_2, v_3 \dots$  lassen sich die Gewichtsanteile  $g_1, g_2, g_3$  berechnen (und umgekehrt), wenn die spezifischen Gewichte oder die Molekulargewichte aller Bestandteile bekannt sind. Das Gesamtgewicht der Raumeinheit ist nämlich (spez. Gew.)

$$\gamma = v_1 \cdot \gamma_1 + v_2 \cdot \gamma_2 + v_3 \cdot \gamma_3 \dots \quad (1)$$

also der Gewichtsanteil des Einzelgases

$$g_1 = \frac{v_1 \cdot \gamma_1}{v_1 \cdot \gamma_1 + v_2 \cdot \gamma_2 + \dots}, \quad g_2 = \frac{v_2 \cdot \gamma_2}{v_1 \cdot \gamma_1 + v_2 \cdot \gamma_2 + \dots} \dots \quad (2)$$

Andererseits sind bei gegebenen Gewichtsteilen die Raum-  
inhalte der Einzelgase im obigen Sinne  $\frac{g_1}{\gamma_1}, \frac{g_2}{\gamma_2}, \dots$ , ihre Summe also

$\frac{g_1}{\gamma_1} + \frac{g_2}{\gamma_2} + \dots$ , daher die verhältnismäßige Größe des einzelnen Raumes

$$v_1 = \frac{\frac{g_1}{\gamma_1}}{\frac{g_1}{\gamma_1} + \frac{g_2}{\gamma_2} + \dots}, \quad v_2 = \frac{\frac{g_2}{\gamma_2}}{\frac{g_1}{\gamma_1} + \frac{g_2}{\gamma_2} + \dots} \dots \dots \quad (3)$$

An Stelle von  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots$  können überall auch die (bequemeren) Molekulargewichte  $m_1, m_2, m_3 \dots$  gesetzt werden, da diese bei Gasen den spezifischen Gewichten proportional sind. (Abschn. 6.)

**Mittleres Molekulargewicht.** Aus

$$\gamma = v_1 \cdot \gamma_1 + v_2 \cdot \gamma_2 + v_3 \cdot \gamma_3 + \dots$$

folgt unmittelbar, wenn  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  und  $\gamma$  durch die Molekulargewichte  $m_1, m_2, m_3$  und  $m$  ersetzt werden, der Mittelwert (Durchschnittswert) des Molekulargewichtes, also das (scheinbare) Molekulargewicht der Mischung

$$m = v_1 \cdot m_1 + v_2 \cdot m_2 + v_3 \cdot m_3 + \dots \dots \dots \quad (4)$$

Das spezifische Gewicht wird hieraus nach Abschn. 6

$$\gamma = \frac{m}{22,4} \text{ (für } 0^\circ \text{ und } 760 \text{ mm}) \dots \dots \dots \quad (5)$$

1. Für ein Rauchgas hat sich folgende räumliche Zusammensetzung ergeben:

$$v(\text{CO}_2) = 12, \quad v(\text{O}_2) = 6, \quad v(\text{N}_2) = 82 \text{ v. H.}$$

Wieviel Gewichtsteile sind dies? Wie groß ist das spezifische Gewicht?

Mit  $m(\text{CO}_2) = 44, \quad m(\text{O}_2) = 32, \quad m(\text{N}_2) = 28,08$  wird

$$g(\text{CO}_2) = \frac{12 \cdot 44}{12 \cdot 44 + 6 \cdot 32 + 82 \cdot 28,08} = 0,173 \text{ (17,3 v. H.)}$$

$$g(\text{O}_2) = 0,063, \quad g(\text{N}_2) = 0,763.$$

Die einzelnen spezifischen Gewichte sind 1,965, 1,429, 1,254. Daher das spezifische Gewicht des Rauchgases

$$\gamma = 0,12 \cdot 1,965 + 0,06 \cdot 1,429 + 0,82 \cdot 1,254 = 1,35 \text{ kg/cbm.}$$

Bequemer wird, nach Gl. 5

$$\gamma = \frac{m}{22,4},$$

wobei

$$m = 0,12 \cdot 44 + 0,06 \cdot 32 + 0,82 \cdot 28,08 = 30,2,$$

daher

$$\gamma = 1,35.$$

## 6. Grundgesetze der chemischen Verbindung der Stoffe nach Gewicht und Raum. Gemeinsame Beziehungen für alle Gase.

Die chemische Verbindung eines Stoffes mit einem beliebigen anderen Stoff, mit dem eine solche erfahrungsgemäß möglich ist, erfolgt nach einem von Dalton gefundenen Gesetz in festen Gewichtsverhältnissen. Werden mit  $A, B, C, D \dots$  Elementarstoffe (Elemente) verschiedener Art bezeichnet, und mit  $a, b, c, d \dots$  die unveränderlichen Gewichtsverhältnisse, in denen diese Stoffe Verbindungen eingehen, so sagt das Dalton'sche Gesetz aus, daß bei einer Verbindung von  $A$  und  $B$  zu einem neuen Stoff  $a$  Gewichtsteile von  $A$  mit  $b$  Gewichtsteilen von  $B$  zusammentreten und  $a + b$  Gewichtsteile des neuen Stoffes bilden. Wesentlich ist, daß dies immer eintritt, auch wenn die Stoffe vor der Verbindung in anderen Gewichtsverhältnissen gemischt sind. In diesem Falle bleibt dann von dem Grundstoff, der im Überschuß über das Verhältnis  $a : b$  vorhanden ist, eine entsprechende Menge übrig, die nicht in die Verbindung eingeht (z. B. Luftüberschuß bei der Verbrennung). Bei der Zersetzung eines aus  $A$  und  $B$  bestehenden Stoffes stehen die Zersetzungsprodukte stets im Verhältnis  $a : b$ , gleichgültig ob die ganze Stoffmenge oder nur ein Teil davon zersetzt wird.

Nach dem Dalton'schen Gesetz treten aber auch dann, wenn eine Verbindung von  $A$  mit  $C$  oder  $D$  erfolgt,  $a$  Gewichtsteile von  $A$  zusammen mit  $c$  bzw.  $d$  Gewichtsteilen von  $C$  bzw.  $D$ . Man erhält also neue Stoffe, in denen  $a$  in den Verhältnissen  $a : b, a : c, a : d$  enthalten ist.

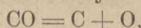
Verbindet sich ferner  $B$  mit  $C$ , so enthält der neue Stoff die Grundstoffe im Verhältnis  $b : c$  usw. Wählt man für einen willkürlichen Stoff die Grundzahl  $a$  beliebig, so erhält man für die Elemente eine fortlaufende Reihe von Verbindungsgewichten (Äquivalentgewichten)

$$a : b : c : d \text{ usw.}$$

aus denen immer zwei oder mehrere zu einem neuen Stoff zusammentreten können. Es hat sich ferner gezeigt, daß auch ganze Vielfache von  $a, b, c, d \dots$  usw. sich verbinden können, also  $ma, nb \dots$  Gewichtsteile von  $A, B \dots$ , wobei  $m$  und  $n = 1, 2, 3, 4 \dots$  sein kann. (Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen.)

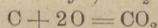
Als Vergleichsgrundzahl wird heute  $a = 16$  für Sauerstoff gewählt und diese Zahl wird das Atomgewicht des Sauerstoffs genannt. Jedem anderen Grundstoff kommt sein bestimmtes unveränderliches Atomgewicht zu ( $b, c, d$  usw.).

Denkt man sich unter den üblichen chemischen Benennungen der Stoffe, z. B. C = Kohlenstoff, O = Sauerstoff, H = Wasserstoff auch die Atomgewichtszahlen, so ergibt sich z. B. für Kohlenoxyd CO wegen



daß in diesem Stoff auf je  $\text{C} = 12$  Gewichtsteile Kohlenstoff  $\text{O} = 16$  Gewichtsteile Sauerstoff kommen. In 28 Gewichtsteilen CO sind 12 Gewichtsteile C und 16 Gewichtsteile O enthalten.

In der Kohlensäure (Kohlendioxyd)  $\text{CO}_2$  sind gemäß



oder

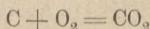
$$12 + 2 \cdot 16 = 44$$

auf 44 Gewichtsteile dieses Stoffes 12 Teile Kohlenstoff und 32 Teile Sauerstoff enthalten. Zur Verbrennung von 12 kg Kohlenstoff sind 32 kg Sauerstoff nötig, also für 1 kg C  $32/12 = 8/3 = 2,667$  kg O, und es werden bei der Verbrennung  $44/12 = 11/3 = 3,667$  kg  $\text{CO}_2$  gebildet.

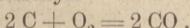
Während die kleinsten Teilchen der Elemente Atome genannt werden, heißen die kleinsten Teilchen von Verbindungen der Elemente Moleküle. Als Molekulargewicht einer Verbindung wird die Summe der in der Verbindung enthaltenen Atomgewichte bezeichnet. Das Molekulargewicht des CO ist somit  $12 + 16 = 28$ , das der  $\text{CO}_2$   $12 + 2 \cdot 16 = 44$ , das des Wassers  $\text{H}_2\text{O} = 2 \cdot 1,008 + 16 = 18,016$ .

Doppel-Atome, wie die des Wasserstoffs im Wasser, oder des Sauerstoffs in der Kohlensäure kommen auch bei gewissen Elementen in ihrem freien Gaszustand vor und werden dann ebenfalls Moleküle genannt. So sind z. B. der Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff zweiatomige Gase und werden als solche mit  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$  bezeichnet. Dagegen sind z. B. Argon, Helium und Quecksilber auch im Gaszustand einatomig.

Sofern nun z. B. an die Verbrennung von festem Kohlenstoff mit gasförmigem Sauerstoff gedacht wird, ist es deshalb richtiger, die Reaktionsgleichung zu schreiben



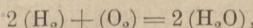
oder für die Bildung von Kohlenoxyd



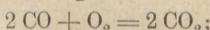
Im erstenen Falle verbindet sich 1 Atom C mit einem Molekül  $O_2$ , d. h.  $O_2$ , zu 1 Molekül  $CO_2$ ; im zweitenen Falle bilden 2 Atome Kohlenstoff mit 1 Molekül Sauerstoff 2 Moleküle  $CO$ .

Für die Gewichtsverhältnisse bleibt es allerdings gleich, ob man die erste oder die zweite Schreibweise wählt, jedoch nicht für die Raumverhältnisse, wie aus dem folgenden hervorgeht.

Ein zweites Grundgesetz, das von Gay-Lussac entdeckt wurde, betrifft die räumlichen Verhältnisse bei der Verbindung zweier oder mehrerer Gase zu einem neuen gasförmigen (oder andersartigen) Stoff. Gay-Lussac fand, daß sich die Gase in den denkbar einfachsten räumlichen Verhältnissen verbinden; es treten bei jeder Verbindung entweder gleiche Raumhalte oder ganze Vielfache davon zusammen und das neue Gas kann den gleichen Raum wie eines der Gase oder ein rationales Vielfaches davon einnehmen. So verbinden sich z. B. stets 2 Raumteile Wasserstoff und 1 Raumteil Sauerstoff zu 2 Raumteilen Wasserdampf, alle drei Stoffe bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gedacht. Für die räumlichen Verhältnisse der Reaktion gilt also



wenn die eingeklammerten Buchstaben gleiche Raumgrößen der Stoffe bezeichnen. Die Gleichung hat genau den gleichen Bau wie die obige zweite Gleichung für die Gewichtsverhältnisse, und diese Regel, nach welcher die Gewichtsgleichung auch räumlich gedeutet werden kann, ist für gasartige Stoffe allgemein gültig. Schreibt man also die Reaktionsgleichung für die Gewichtsverhältnisse so an, daß die Einzelgase mit ihren Molekulargewichten auftreten, so ergibt diese Gleichung auch die räumlichen Verhältnisse. Wenn z. B. Kohlenoxyd mit Sauerstoff zu Kohlensäure verbrennt, so gilt



räumlich gedeutet heißt dies: 2 Raumeinheiten Kohlenoxyd verbrennen mit 1 Raumeinheit Sauerstoff und die entstandene Kohlensäure nimmt den gleichen Raum ein, wie ursprünglich das Kohlenoxyd. Gegenüber dem Gesamtraum des Kohlenoxyds und des Sauerstoffs von  $2 + 1 = 3$  Raumeinheiten nimmt die Kohlensäure nur 2 Raumeinheiten ein.

Aus der Vereinigung des Dalton'schen und des Gay-Lussacschen Gesetzes in Verbindung mit der Atom- und Molekularhypothese ging die Regel von Avogadro hervor.

Nach dieser enthalten alle Gase bei gleicher Temperatur und gleichem Druck in gleichen Räumen die gleiche Anzahl von Molekülen. Die spez. Gewichte ( $\gamma$ ) der Gase verhalten sich also wie die Molekulargewichte ( $m$ ). Für zwei beliebige Gase 1 und 2 ist:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

Mit

$$\gamma_1 = \frac{1}{v_1}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{v_2}.$$

wird hieraus

$$m_1 v_1 = m_2 v_2.$$

$v_1, v_2$  sind die Rauminhalte von 1 kg.  $m_1 v_1$  und  $m_2 v_2$  können daher als die Rauminhalte von  $m_1$  kg, bzw.  $m_2$  kg dieser Gase angesehen werden. Wenn  $m$  die Zahl des Molekulargewichts ist, so bezeichnet man ein Gewicht von  $m$  kg als Kilogramm-Molekül (oder Mol).  $m_1 v_1, m_2 v_2$  sind also die Rauminhalte von 1 Mol und diese sind für alle Gase bei gleichen Drücken und Temperaturen gleich groß. Daher gilt das Gesetz:

Gewichtsmengen verschiedener Gase, die im Verhältnis der Molekulargewichte der Gase stehen, haben gleichen Rauminhalt.

So nehmen z. B. 32 kg O<sub>2</sub> den gleichen Raum ein wie 28,08 kg N<sub>2</sub> oder 28 kg CO oder 44 kg CO<sub>2</sub> usw., vorausgesetzt, daß sie unter gleichem Druck und gleicher Temperatur stehen. Dieser Raum wird aus dem Gewicht  $\gamma(O_2)$  von 1 cbm Sauerstoff bei 0° und 760 mm bestimmt. Mit  $\gamma(O_2) = 1,429\,234$  kg/cbm wird der Raum von 1 kg O<sub>2</sub>

$$v = \frac{1}{1,429\,234} \text{ cbm}.$$

Das Molekulargewicht des Sauerstoffs ist  $m = 32$ , es ist also 1 Mol Sauerstoff = 32 kg und diese nehmen bei 0° und 760 mm einen Raum von

$$\frac{32}{1,429\,234} = 22,4 \text{ cbm}$$

ein. Gleich groß ist der Raum von 1 Mol eines beliebigen Gases.

Die spez. Gewichte aller Gase lassen sich demnach aus der Beziehung ermitteln

$$\frac{m}{\gamma} = 22,4$$

oder

$$\gamma = \frac{m}{22,4} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (1)$$

(für 0° und 760 mm). Aus dem bekannten spez. Gewicht lässt sich hiernach umgekehrt auch das Molekulargewicht berechnen, was besonders für Gasmischungen bequem ist. Man erhält  $m = 22,4 \gamma$ , also für Gasmischungen von bekannter räumlicher Zusammensetzung

$$m = 22,4 (v_1 \gamma_1 + v_2 \gamma_2 + \dots)$$

Die Tabelle enthält die Molekulargewichte und die spez. Gewichte der wichtigsten Gase:

Stoff	Zeichen	Molek.-Gew. <i>m</i>	spez. Gew. bei 0° und 760 mm Hg	Gaskonst.
				<i>R</i>
Sauerstoff . . . .	O <sub>2</sub>	32	1,429	26,52
Wasserstoff . . . .	H <sub>2</sub>	2,016 (2)	0,090	420,
Stickstoff . . . .	N <sub>2</sub>	28,08	1,254	30,13
Kohlenoxyd . . . .	CO	28	1,251,	30,30
Kohlensäure . . . .	CO <sub>2</sub>	44	1,965	19,28
Wasserdampf . . . .	H <sub>2</sub> O	2,016 + 16 = 18,016	—	47,1
Methan . . . .	CH <sub>4</sub>	16,03	0,716	52,81
Luft . . . .	—	29 (28,95)	1,293	29,27
Leuchtgas . . . .	—	11,5	0,515	73,5
Kraftgas . . . .	—	22,4—26,9	1—1,2	32—36

Für eine beliebige Gasmenge lautet nach Abschn. 4 die Zustandsgleichung

$$pV = GRT.$$

Setzt man hierin  $G = m$  (Gewicht von 1 Mol), so ist für 0°, also  $T = 273$ , und 760 mm Hg, also  $p = 10333$  kg/qm das Volumen  $V = 22,4$  cbm zu setzen. Daher wird

$$10333 \cdot 22,4 = m \cdot R \cdot 273 \\ m \cdot R = 848 = R.$$

Die Gaskonstante eines beliebigen Gases vom Molekulargewicht  $m$  oder einer Gasmischung vom scheinbaren Molekulargewicht  $m$ , vgl. Abschn. 5, kann daher aus

$$R = \frac{848}{m} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

berechnet werden.

## 7. Zustandsgleichung der Gasmischungen. (Daltonsches Gesetz.)

Die Gesetze von Boyle und Gay-Lussac gelten für Mischungen beliebiger Gase gleicherweise wie für einfache Gase. Daher hat auch die Zustandsgleichung beliebiger Gasmischungen die Form

$$pv = RT \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

Es handelt sich nun darum, für eine Mischung von bestimmter Zusammensetzung (z. B. atmosphärische Luft oder eine Mischung aus Luft und Brenngas oder für Feuergase) die Gaskonstante („Mischungskonstante“) aus den Konstanten der Bestandteile herzuleiten.

Hierzu sind zwei weitere Erfahrungssätze erforderlich.

1. Innerhalb einer Gasmischung befolgt das einzelne Gas seine Zustandsgleichung, als ob die anderen Bestandteile nicht vorhanden wären.



2. Der Druck  $p$  der Mischung ist als Summe der Drücke ( $p_1, p_2, p_3$ ) der Bestandteile anzusehen (Daltonsches Gesetz), also

$$p = p_1 + p_2 + p_3 \dots \dots \dots \quad (2)$$

$p_1, p_2, p_3$  werden als Teildrücke (Partialdrücke) bezeichnet. Es sind diejenigen Drücke, die sich einstellen würden, wenn jeweils alle Bestandteile bis auf einen bei unverändertem Volumen und unveränderter Temperatur entfernt werden könnten (z. B. durch chemische Absorption). In der Luft z. B. besitzen der Sauerstoff und der Stickstoff verschiedenen Druck, jeder einen kleineren als den Atmosphärendruck. — Dagegen haben in einer Mischung alle Bestandteile gleiches Gesamtvolumen (nämlich das ganze Volumen) und gleiche Temperatur. Das spezifische Volumen der Bestandteile ist daher verschieden.

Wiegen nun in einer Gasmenge von  $G$  kg die Bestandteile  $G_1, G_2, G_3$  kg, so daß

$$G = G_1 + G_2 + G_3$$

ist, so gilt für die Einzelgase nach dem obigen ersten Satz

$$p_1 V = G_1 R_1 T$$

$$p_2 V = G_2 R_2 T$$

$$p_3 V = G_3 R_3 T.$$

Durch Summation folgt

$$(p_1 + p_2 + p_3) \cdot V = (G_1 R_1 + G_2 R_2 + G_3 R_3) T,$$

mit

$$p_1 + p_2 + p_3 = p$$

ist daher

$$p V = (G_1 R_1 + G_2 R_2 + G_3 R_3) T \dots \dots \dots \quad (3)$$

Für die Mischung als Ganzes gilt aber die allgemeine Zustandsgleichung mit der noch unbekannten Mischungskonstanten  $R_m$ , also

$$p V = G R_m T.$$

Durch Vergleichung der beiden Ausdrücke folgt

$$G R_m = G_1 R_1 + G_2 R_2 + G_3 R_3$$

oder

$$R_m = \frac{G_1}{G} \cdot R_1 + \frac{G_2}{G} \cdot R_2 + \frac{G_3}{G} \cdot R_3 \dots \dots \dots \quad (4)$$

Die einzelnen Gaskonstanten beteiligen sich also an der Mischungskonstanten im Verhältnis der Gewichtsanteile der Einzelgase. Mit

$$\frac{G_1}{G} = g_1, \quad \frac{G_2}{G} = g_2 \text{ usw.}$$

wird auch

$$R_m = g_1 R_1 + g_2 R_2 + g_3 R_3 \dots \dots \dots \quad (4a)$$

wobei  $g_1, g_2$  die verhältnismäßigen Anteile der Einzelgase am Gesamtgewicht sind (vgl. Abschn. 5).

Nach Abschn. 6 kann jedoch die Mischungskonstante auch ohne Benutzung der einzelnen Gaskonstanten bestimmt werden, lediglich aus der bekannten Zusammensetzung des Gases nach Raum- oder Gewichtsteilen. Es ist

$$R_m = \frac{848}{m} = \frac{848}{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3} \dots \dots \quad (4b)$$

Das spez. Gewicht der Gasmischung, ausgedrückt in dem der Bestandteile, ist wegen

$$\gamma_m = \frac{p}{R_m T}$$

und mit

$$R_1 = \frac{p}{\gamma_1 T}, \quad R_2 = \frac{p}{\gamma_2 T}$$

$$\gamma_m = \frac{1}{\frac{g_1}{\gamma_1} + \frac{g_2}{\gamma_2} + \frac{g_3}{\gamma_3}} \dots \dots \quad (5)$$

Hierin sind alle spez. Gewichte auf gleichen Druck und gleiche Temperatur zu beziehen, z. B. auf 760 mm und 0°.

Nach Abschn. 6 lässt es sich aber auch aus

$$\gamma_m = \frac{m}{22,4} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3}{22,4} \dots \dots \quad (6)$$

berechnen, also ohne Kenntnis der spez. Gewichte der Bestandteile.

**Größe der Teildrücke.** Nach der Zustandsgleichung ist

$$p_1 = \frac{G_1 R_1 T}{V}$$

$$p_2 = \frac{G_2 R_2 T}{V} \text{ usw.}$$

Hierach können die Teildrücke berechnet werden. Sie lassen sich aber übersichtlicher als Bruchteile des Gesamtdrucks darstellen. Dieser ist

$$p = \frac{G R_m T}{V};$$

daher wird durch Division

$$\frac{p_1}{p} = \frac{G_1}{G} \cdot \frac{R_1}{R_m},$$

oder

$$p_1 = g_1 \cdot \frac{R_1}{R_m} \cdot p \dots \dots \quad (7)$$

und in gleicher Weise

$$p_2 = g_2 \cdot \frac{R_2}{R_m} \cdot p$$

$$p_3 = g_3 \cdot \frac{R_3}{R_m} \cdot p \text{ (Partialdrücke).}$$

Am gesamten Gasdruck beteiligen sich demnach die Bestandteile einer Gasmischung im Verhältnis ihres Gewichtsanteils und ihrer Gaskonstanten.

Wesentlich einfacher lassen sich die Partialdrücke in der räumlichen Zusammensetzung des Gasgemisches ausdrücken. Denkt man sich die Einzelgase bei unveränderter Temperatur auf den Gesamtdruck  $p$  der Mischung gebracht, so gilt für das erste Gas

$$p \cdot V_1 = G_1 R_1 T.$$

Für dasselbe Gas innerhalb der Mischung gilt

$$p_1 V = G_1 R_1 T.$$

Daher ist

$$p V_1 = p_1 V$$

oder

$$p_1 = p \cdot \frac{V_1}{V} = p \cdot v_1 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ebenso

$$p_2 = p \cdot v_2,$$

$$p_3 = p \cdot v_3.$$

Die verhältnismäßigen Partialdrücke  $p_1:p$ ,  $p_2:p$  usw. sind also identisch mit den Verhältniszahlen der räumlichen Zusammensetzung.

Beispiele: 1. Die Luft besteht aus 23,6 Gewichtsteilen Sauerstoff und 76,4 Teilen Stickstoff in 100 Teilen. Wieviel Millimeter Hg Druck besitzen Sauerstoff (O) und Stickstoff (N) für sich in Luft von 760 mm Druck?

$$R_{(O)} = 26,52; \quad R_{(N)} = 30,13.$$

Es ist zunächst die Gaskonstante der Luft

$$R_l = 0,236 \cdot 26,52 + 0,764 \cdot 30,13 = 29,27,$$

daher

$$p_O = 0,236 \cdot \frac{26,52}{29,27} \cdot p = 0,213 \cdot p$$

$$p_N = 0,764 \cdot \frac{30,13}{29,27} \cdot p = 0,787 \cdot p.$$

Der Sauerstoffdruck beträgt daher

$$0,213 \cdot 760 = \underline{\underline{161,8 \text{ mm Hg}}},$$

der Stickstoffdruck

$$0,787 \cdot 760 = \underline{\underline{598,2 \text{ mm Hg}}}.$$

Viel einfacher folgt dieses Ergebnis aus der bekannten räumlichen Zusammensetzung der Luft

$$\begin{aligned} v_O &= 0,21, & v_N &= 0,79, \quad \text{nämlich} \\ p_O &= 0,21 \cdot 760 = 159,8, & p_N &= 0,79 \cdot 760 = 600,2. \end{aligned}$$

Die Übereinstimmung ist wegen der Abrundung von  $v$  auf 2 Dezimalen nicht vollständig.

2. Welche Gaskonstante, welches spez. Gewicht, welche Partialdrücke besitzt ein Gemenge aus 20 Gewichtsteilen Luft und 1 Gewichtsteil Leuchtgas?

Leuchtgas spez. Gew. bei  $0^\circ$  und 760 mm gleich 0,52 kg/cbm.

Die Gaskonstante des Leuchtgases ist  $R_g = \frac{37,85}{0,52} = 72,8$ , die der Luft = 29,27.

Daher ist für die Mischung

$$R = \frac{20}{21} \cdot 29,27 + \frac{1}{21} \cdot 72,8 = \underline{\underline{31,4}}.$$

Das spez. Gewicht:

$$\gamma = \frac{37,85}{31,4} = 1,21.$$

Die Partialdrücke: der Luft

$$\frac{20}{21} \cdot \frac{29,27}{31,4} \cdot p = 0,888 \cdot p,$$

des Leuchtgases

$$\frac{1}{21} \cdot \frac{72,8}{31,4} \cdot p = 0,111 \cdot p.$$

Daraus folgt nebenbei die räumliche Zusammensetzung der Mischung zu 0,888 Teilen Luft und 0,111 Teilen Leuchtgas, die man nach Abschn. 5 auch unmittelbar erhalten kann.

### 7a. Feuchte Luft<sup>1)</sup>.

Die atmosphärische Luft enthält stets einen gewissen Zusatz von Wasserdampf, der im klaren Zustande der Atmosphäre ungesättigt (überhitzt) ist. Es ist zulässig und gebräuchlich, diesen „Dunst“, der einen sehr geringen Druck besitzt, als gasförmige Beimengung zu behandeln, selbstverständlich nur so lange, als er noch nicht gesättigt oder naß ist (Nebel, Wolken).

Der Grenzzustand der Sättigung, in dem nicht nur der Wasserdampf, sondern auch die Luft als „gesättigt“ (mit Wasserdampf) bezeichnet wird, muß gemäß den Eigenschaften des Wasserdampfs eintreten, sobald die Luft auf 1 cbm so viel Dampf dem Gewichte nach enthält ( $\gamma_s$  kg/cbm), als nach den Dampftabellen der Lufttemperatur, die auch die Dampftemperatur ist, entspricht. In diesem Zustande besitzt nämlich der Dampf den größten Druck, den er bei der gerade vorliegenden Temperatur überhaupt annehmen kann. Das Eindringen von weiterem Dampf in die Luft wäre nur denkbar, wenn der Dampfdruck über dieses Maß steigen könnte. Gesättigte Luft oder jedes andere mit Wasserdampf gesättigte Gas enthält also auf 1 cbm ein ganz bestimmtes Dampfgewicht, das nur von der Temperatur, nicht vom Drucke der Luft abhängt und identisch ist mit dem Gewicht von 1 cbm gesättigten Dampfes von Lufttemperatur.

Ist der Wasserdampf der Luft naß, so ist sein Gewicht in 1 cbm größer als  $\gamma_s$ , die Luft ist übersättigt. Die Feuchtigkeit wird sichtbar als Wolke oder Nebel.

Enthält die Luft aber weniger Dampf als  $\gamma_s$  kg/cbm, so ist der Dampf (Dunst) ungesättigt. Das Gewicht des in 1 cbm feuchter Luft enthaltenen Wasserdampfes heißt absolute Feuchtigkeit.

Der Druck der feuchten Luft  $p$  ist nach dem Daltonschen Gesetz die Summe des Dampfdruckes  $p'$  und des Druckes  $p_l$  der reinen Luft. Der Teildruck der letzteren lässt sich schwer direkt bestimmen, leichter derjenige des Dampfes (Dunstdruck). Ist die Luft gerade ge-

<sup>1)</sup> Dieser Abschnitt setzt die Kenntnis der einfachsten Eigenschaften der Dämpfe voraus, vgl. Abschn. 34.

sättigt oder übersättigt, so hätte man nur die Lufttemperatur  $t$  zu bestimmen, um sogleich aus den Dampftabellen den dazu gehörigen Dampfdruck  $p_s$  entnehmen zu können. In ungesättigter Luft ist der Dunstdruck unter allen Umständen kleiner als dieser Wert, der die obere Grenze bildet.

Aus den Tabellen für Wasserdampf im Anhang ergibt sich hier nach der größte mögliche Dunstdruck und Wassergehalt in Luft von

$-20^{\circ}$	$0^{\circ}$	$+20^{\circ}$	$+30^{\circ}$	$+40^{\circ}$
$p_s = 0,96$	4,6	17,5	31,8	55 mm Hg.
$\gamma_s = 1,0$	4,7	17,0	30,1	51,3 g/cbm.

Das Augustsche Psychrometer, das allgemein zur Bestimmung des Dunstdrucks verwendet wird, beruht auf der Erscheinung, daß flüssiges Wasser an der freien Luft um so intensiver verdunstet, je weniger die Luft gesättigt ist. (In gesättigter Luft, Nebel, hört die Verdunstung auf.) Bei der Verdunstung wird nun Wärme verbraucht, die dem verdunstenden Wasser selbst entzogen wird und eine Temperaturniedrigung zur Folge hat („Naßkälte“). Das Psychrometer besteht aus zwei ganz gleichen nebeneinanderstehenden Thermometern. Über die Quecksilberkugel des einen wird ein nasser Lappen aus weitmaschigem Stoff gelegt, während die andere Kugel frei bleibt. Es zeigt sich, daß das befeuchtete Thermometer eine (mehr oder weniger) tiefere Temperatur anzeigt als das trockene. Aus dieser „psychrometrischen Differenz“ kann mittels Tabellen, die dem Instrument beigegeben sind, die Dunstsättigung und der Dunstdruck berechnet werden.<sup>1)</sup>

Angenähert kann der Dunstdruck  $p'$  berechnet werden aus

$$p' = p_s - \frac{1}{2} \tau \frac{B}{755},$$

wobei  $p_s$  der Sättigungsdruck für die Temperatur des befeuchteten Thermometers,  $B$  der Barometerstand (mm Hg),  $\tau$  die Temperaturdifferenz der Thermometer ist.

Das Verhältnis des Gewichtes  $\gamma'$  des in 1 cbm ungesättigter Luft enthaltenen Dampfes zum Gewichte  $\gamma_s$  des Kubikmeters gesättigten Dampfes von gleicher Temperatur wird als relative Feuchtigkeit oder Dunstsättigung ( $x$ ) bezeichnet; es ist

$$x = \frac{\gamma'}{\gamma_s} \cdot \dots \quad (1)$$

Die relative Feuchtigkeit ist also das Verhältnis der wirklichen absoluten Feuchtigkeit zur absoluten Feuchtigkeit der eben gesättigten Luft von gleicher Temperatur.

Ist der Dunstdruck  $p'$  und die Lufttemperatur  $t$  bestimmt worden, so läßt sich daraus  $x$  leicht berechnen. Für den ungesättigten Zustand des Dunstes gilt nämlich die Zustandsgleichung

$$p' v' = R_d (273 + t),$$

für den gesättigten dagegen bei gleicher Temperatur

daher ist

$$p_s v_s = R_d (273 + t),$$

$$p' v' = p_s v_s,$$

<sup>1)</sup> Eine anschauliche, aber weniger bekannte Theorie des Instruments ist in dem Buche von Weiss, Kondensation, enthalten.

mit  $v'$  und  $v_s$  als Volumen von 1 kg Dunst im ungesättigten und gesättigten Zustand. Nun ist aber

$$v' = \frac{1}{\gamma'} \text{ und } v_s = \frac{1}{\gamma_s},$$

daher

$$\frac{\gamma'}{\gamma_s} = \frac{p'}{p_s} = x \dots \dots \dots \quad (2)$$

Man hat also, wenn  $p'$  bekannt ist, nur noch  $p_s$  gemäß  $t$  aus den Dampftabellen zu entnehmen, um in dem Quotienten beider Drücke die Dunstsättigung zu erhalten.

Den Taupunkt, die Temperatur, bis zu welcher die ungesättigte Luft sich abkühlen muß, bis sie gesättigt wird, erhält man aus den Dampftabellen, indem man die zu dem gemessenen Dunstdruck  $p'$  gehörige Sättigungstemperatur aufsucht.

Beispiel. Bei einem Barometerstand von 758,7 mm (für 0°) und einer Lufttemperatur von +15,0° wurde der Dunstdruck mittels des Psychrometers zu 9,5 mm Hg bestimmt. Wie groß ist die Dunstsättigung, das Gewicht  $\gamma'$  des in 1 cbm Luft enthaltenen Dunstes und die Temperatur des Taupunktes?

Die Dampftabellen ergeben für +15° einen Sättigungsdruck von 12,73 mm, daher ist die Dunstsättigung

$$x = \frac{9,5}{12,73} = 0,746.$$

Nach den Dampftabellen ist ferner  $\gamma_s = 0,0133 \text{ kg/cbm}$  oder 13,3 g/cbm. Daher enthält die Luft  $\gamma' = 0,746 \cdot 13,3 = 9,9 \text{ g/cbm}$  Wasserdunst (absol. Feuchtigkeit).

## 8. Die Brennstoffe und ihre Zusammensetzung.

Die brennbaren Elemente der technisch wichtigen Brennstoffe sind Kohlenstoff und Wasserstoff, meist enthalten als Verbindungen dieser beiden Stoffe, also Kohlenwasserstoffe in der verschiedenartigsten Zusammensetzung und Vermengung untereinander und mit den Elementen. In gasförmigen Brennstoffen außerdem Kohlenoxyd, Schwefel in geringen Mengen, Nicht brennbare Beimengungen: Sauerstoff- und Stickstoff-Verbindungen, Feuchtigkeit (Wasser) und mineralische Bestandteile (Asche).

Feste Brennstoffe: Holz, Torf, Braunkohle, Steinkohle; Briketts aus Braunkohle und Steinkohle; Holzkohle und Koks als Destillationsrückstände.

Flüssige Brennstoffe: Das rohe Erdöl (Naphtha, Rohöl) und seine Destillate: Gasolin, Benzin, Petroleum und Rückstände der Destillation (Masut).

Der Steinkohlenteer, insonderheit seine Destillate, die Steinkohlen-Teeröle verschiedenster Zusammensetzung. Unterschieden in Leichtöle und schwere Teeröle. Zu ersteren das Benzol, als Handelsbenzol vermengt mit Toluol und Xylol in verschiedenen Mengen; das Steinkohlenbenzin oder Solventnaphtha. Die Schweröle bilden 40 v. H. des ganzen Teers, die Leichtöle nur rd. 10 v. H., 50 v. H. sind Pech. Zu den Schwerölen gehören z. B. das Anthracenöl, Kreosotöl, Solaröl, Gasöl.

Die Benzol-Kohlenwasserstoffe werden in Deutschland aus den Kokereigasen, nur zum geringsten Teil aus dem Teer gewonnen. Die Kokereien erzeugen das sog. Leichtöl (Benzol + Toluol + Xylol + Solventnaphtha), das in den Benzolfabriken weiterverarbeitet wird. Auch das feste Naphthalin, als motorischer Brennstoff verwendbar, wird aus Teer oder Kokereigasen gewonnen.

Die Braunkohlenteeröle, das Rohöl verschiedener Qualität, Solaröl, Gasöl, Paraffinöl.

Der Spiritus, mit verschiedenen Mengen Wasser vermengter Alkohol.

Mittelwerte der elementaren  
Zusammensetzung fester und flüssiger Brennstoffe  
in Hundertteilen des Gewichts.

Stoff	C	H	S	N	O	$\text{H}_2\text{O}$	Asche	Bemerkungen
Holz	49	6	—	—	44	bis 20	< 0,8	Auf die Trockensubstanz bezogen. Feuchtigkeit im lufttrockenen Zustand.
Torf	48	4,5	0,5 bis 0,9	1,1 — 2,7	20 — 34	bis 20	2 bis 30	" " "
Braunkohle	52	4	1 bis 4	0,6 — 1,7	15 — 20	12 — 14	4 11 u. m.	lufttrocken
Braunkohle-Briketts	54	4,4	1	0,5	22	12	6	"
Steinkohle	80	4,7	0,5 bis 1,5	0,7 — 1,7	6 — 11	1,3	6,5	"
Anthrazit	92	3,2	0,8	0,7	2,3	—	1,2	"
Koks	88 92	0,7 0,7	0,86 0,8		1,4 1,5	2 1,5	7 3,5	aus Ruhrmagerkohle aus Ruhrfettkohle
Erdöl und Destillate	85	14	—	—	1	—	—	Gemenge v. Kohlenwasserstoffen Benzin = Hexan + Heptan $\text{C}_6\text{H}_{14} + \text{C}_7\text{H}_{16}$
Steinkohlen-Teeröl (schwer)	90 bis 85	7 bis 13	0,4 bis 1					Aromatische (kohlenstoffreiche) Kohlenwasserstoffe
Steinkohlen-Teeröl Leichtöl (roh)								$0,59 \text{C}_6\text{H}_6 + 0,11 \text{C}_7\text{H}_8$ (Benzol) (Toluol) + $0,09 \text{C}_8\text{H}_{10} + 0,06 \text{C}_9\text{H}_{12}$ (Xylool) (Steinkohlenbenzin) + 0,15. Rückst.
Benzol ( $\text{C}_6\text{H}_6$ )	92,3	7,7						
Braunkohlen-Teeröl (Paraffinöl)	85	12						Fett-Kohlenwasserstoffe $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ , $\text{C}_n\text{H}_{2n}$ , $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$ (wasserstoffreich)
Alkohol (Äthyl-)	52,2	13,0			34,8			$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ .
Naphthalin	93,7	6,3						$\text{C}_{10}\text{H}_8$
Steinkohlenteer	87 bis 93	2 bis 6	0,2 —					

**Gasförmige Brennstoffe.** Das Leuchtgas, Destillationsprodukt der Steinkohle (Entgasung durch Erhitzung unter Luftabschluß). Zusammensetzung nicht unerheblich wechselnd mit der Kohle, dem zeitlichen Verlauf und der Temperatur der Entgasung. Nahe verwandt damit das Kokereigas.

## Mittlere Zusammensetzung für Leuchtgas:

	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	C <sub>n</sub> H <sub>2n</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>
Raumteile	48,5	35,0	4,56	7,18	1,82	0,25	2,70
Gewichtsteile	8,4	48,7	10,9	17,0	7,6	0,7	6,7

Spez. Gewicht 0,515 kg/cbm für 0° und 760 mm; Gaskonstante  $R = 73,5$ .

## Kokereegas. Mittelwerte der Zusammensetzung sind

H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>
57	23	6	2	12

(Raumteile).

Generatorgas, aus Koks, Steinkohle, Anthrazit, Braunkohlenbriketts, Torf. Bei den drei ersten Stoffen durch Einblasen (Durchsaugen) von Luft und Wasserdampf unter den Rost des Generators (Mischgas). Zusammensetzung verschieden je nach Brennstoff und Wassermenge.

Beispiele von Analysen von Generatorgas aus

	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	
Koks:	7,0	2,0	27,6	4,8	58,6	(Mittel aus vielen Analysen)
Steinkohle:	11,5	1,1	23,3	5,7	58,4	(Mittel aus 12 Analysen)
Belg. Anthrazit:	11,0	2,3	24,83	2,43	58,74	(Mittel aus 5 Analysen)
Braunkohlenbriketts:	25,9	2,1	17,1	10,5	44,3	(Mittel aus 4 Analysen)
Nasser Torf:	16,75	3,0	9,1	16,0	53,4	(Mittel aus 2 Analysen)

Gichtgas. Die Zusammensetzung dieser Gase schwankt naturgemäß. Mittelwerte sind

H <sub>2</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>
3	26	11	60.

## 9. Die technischen Verbrennungsprodukte.

Die Verbrennung erfolgt bei fast allen technischen Verbrennungsprozessen durch atmosphärische Luft, deren Sauerstoff sich bei hinreichend hoher Temperatur mit dem Kohlenstoff der Brennstoffe zu Kohlensäure, mit dem Wasserstoff zu Wasserdampf verbindet. Die Verbrennungsprodukte (Feuergase, Rauchgase) sind daher, sofern vollständige Verbrennung, sowohl hinsichtlich der Masse als des Oxydationsgrades stattfindet, aus Kohlensäure, Wasserdampf, Sauerstoff und Stickstoff in verschiedenen Mengen zusammengesetzte, gasförmige Körper. Die Gesetze für Gasgemische können daher auf sie, jedenfalls im heißen Zustand, angewendet werden.

## Der Luftbedarf zur vollständigen Verbrennung.

Den zur Verbrennung erforderlichen Sauerstoff liefert die atmosphärische Luft, die aus 23,2 Gewichtsteilen Sauerstoff und 76,8 Gewichtsteilen Stickstoff (+ Argon) besteht, von anderen dem Gewicht nach unbedeutenden Beimengungen abgesehen. In Raumteilen enthält sie 21 Teile O<sub>2</sub>, 79 Teile N<sub>2</sub>.

Ist der Sauerstoffbedarf  $k(O_2)$  in kg für 1 kg Brennstoff bekannt, so ist daher der Luftbedarf

$$L_0 = \frac{1}{0,232} k(O_2) \text{ kg/kg.}$$

Dieser Mindestwert ist für praktische Verbrennungsvorgänge nicht ausreichend, wenn vollständige Verbrennung eintreten soll. So wohl Feuerungen als Motoren bedürfen mehr Luft (25 bis 100 v. H.), so daß der wirkliche Luftbedarf

$$L = n L_0$$

ist, mit  $n = 1,25$  bis 2,0 und mehr.

Von dieser Luft gehen aber nur  $L_0$  kg mit ihrem Sauerstoff in die Verbrennung ein. Der Rest  $(n - 1) L_0$  kg Luft wird lediglich mit erhitzt, desgleichen der Stickstoff von  $L_0$  kg Luft, also  $0,768 L_0$  kg Stickstoff. Der überschüssige Sauerstoff in  $(n - 1)L_0$  kg überschüssiger Luft wiegt  $0,232(n - 1)L_0$  kg.

Liegt die Elementaranalyse vor, wie bei festen und flüssigen Brennstoffen, so kann  $k(O_2)$  berechnet werden aus

$$k(O_2) = \frac{8}{3}C + 8H - O,$$

wenn C, H und O Gewichtsanteile in 1 kg Brennstoff bedeuten. —

**Die Verbrennungsprodukte** (Feuergase) bestehen, soweit sie aus den brennbaren Bestandteilen herstammen, aus  $CO_2$  und  $H_2O$ ; im übrigen aus  $(n - 1) L_0$  kg Luft und  $0,768 L_0$  kg Stickstoff, sowie dem ursprünglichen Gehalt des Brennstoffs an unverbrennlichen gasförmigen Bestandteilen ( $CO_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ).

Da die Gaskonstanten von Luft und Stickstoff wenig verschieden sind, so können die  $(n - 1) L_0$  kg Luft und  $0,768 L_0$  kg Stickstoff, einschließlich des meist unbedeutenden  $O_2$ -,  $N_2$ - und  $CO_2$ -Gehaltes ( $g_r$ ) der Brennstoffe zusammengefaßt und, wo nötig, mit dem abgerundeten Werte  $R = 30$  der Gaskonstanten, sowie mit der spezifischen Wärme des Stickstoffs in Rechnung gestellt werden.

Das Gewicht der Feuergase aus 1 kg Brennstoff ist  $1 + n \cdot L_0$  kg, daher ist ihre Zusammensetzung nach Gewichtsanteilen

$$g(CO_2) = \frac{k(CO_2)}{1 + nL_0}; \quad g(H_2O) = \frac{k(H_2O)}{1 + nL_0}; \quad g(N + O) = \frac{k(N + O)}{1 + nL_0}.$$

Hierin ist nun bei gegebener Elementaranalyse (feste und flüssige Brennstoffe)

$$k(CO_2) = \frac{11}{3}C$$

$$k(H_2O) = 9H,$$

$$k(N + O) = (n - 0,232)L_0 + g_r.$$

Für Erdöldestillate wird z. B.

$$L_0 = 14,5 \text{ kg/kg}; \quad k(CO_2) = 3,12; \quad k(H_2O) = 1,26.$$

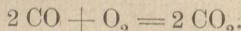
Die entstandene Kohlensäure wiegt bei Leuchtgas ungefähr das Doppelte, bei Kraftgas die Hälfte, bei Erdöl das Dreifache des Brennstoffs; der entstandene Wasserdampf entsprechend das 2,2, 0,07, 1,26 fache des Brennstoffgewichtes; und die gesamten Verbrennungsprodukte wiegen bei Leuchtgas mindestens das 14fache, bei Kraftgas das Doppelte, bei Erdöl das 15,5fache des Brennstoffs.

### Die Raumverhältnisse beim Verbrennungsvorgang.

Diese lassen sich zwar aus den Gewichtsverhältnissen herleiten gemäß Abschn. 5. Da jedoch die räumlichen Verhältnisse bei der Verbindung der Gase nach Abschn. 6 sehr einfachen Gesetzen folgen, so ist es im allgemeinen viel bequemer, sie ohne Bezugnahme auf die Gewichte zu verfolgen.

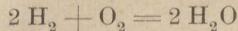
#### a) Gasförmige Brennstoffe.

Die Verbrennung des gasförmigen Kohlenoxyds CO zu Kohlensäure erfolgt z. B. nach der Formel



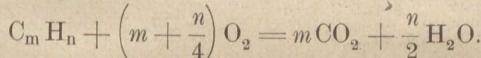
Räumlich bedeutet dies, daß 2 Raumteile CO (z. B. 2 cbm) zur vollständigen Verbrennung 1 Raumteil (1 cbm) O<sub>2</sub> erfordern, und daß die entstandene Kohlensäure (auf die Temperatur und den Druck wie vor der Verbrennung gebracht) einen Raum von 2 cbm einnimmt. Also verwandeln sich  $2 + 1 = 3$  cbm Gasgemenge in 2 cbm Verbrennungsprodukte. Es findet eine Verminderung auf  $\frac{2}{3}$  des ursprünglichen Gesamtraumes, also um 1 cbm, statt. Der Sauerstoffbedarf in cbm ist gleich der Hälfte des Raumes des zu verbrennenden Kohlenoxyds. Es wird dem Raume nach ebensoviel Kohlensäure gebildet, als Kohlenoxyd zu verbrennen war.

Für die Verbrennung des gasförmigen Wasserstoffs zu Wasserdampf folgt aus



eine Raumverminderung auf  $\frac{2}{3}$  des Gesamtraumes und eine Sauerstoffmenge gleich der Hälfte der Wasserstoffmenge, wie bei Kohlenoxyd.

Kohlenwasserstoffe der Zusammensetzung C<sub>m</sub>H<sub>n</sub> verbrennen nach der Gleichung:



Für 1 cbm C<sub>m</sub>H<sub>n</sub> sind also  $m + \frac{n}{4}$  cbm Sauerstoff erforderlich.

Es entstehen aus  $1 + m + \frac{n}{4}$  cbm gasförmigem Gemenge  $m + \frac{n}{2}$  cbm Verbrennungsgase, die Raumveränderung beträgt also:

$$\left(m + \frac{n}{2}\right) - \left(1 + m + \frac{n}{4}\right) = \frac{n}{4} - 1 \text{ cbm} \dots \dots (1)$$

Bei der Verbrennung von CH<sub>4</sub>, Methan, ist also die Raumänderung gleich Null, falls der Wasserdampf gasförmig bleibt; der Sauerstoff hat den  $m + \frac{n}{4} = 2$  fachen Raum des Methans.

**Beliebiges Brenngas.** Mit Rücksicht auf die beschriebenen Raumverhältnisse lassen sich für ein ganz beliebiges Gasgemisch von be-

kannter räumlicher Zusammensetzung die zur Verbrennung nötigen Sauerstoffmengen und die Gasmengen, aus denen die Verbrennungsprodukte bestehen, leicht bestimmen.

Das Brenngas sei zusammengesetzt nach dem Schema:

$$v(H_2) + v(CO) + v(CH_4) + v(O_2) + v(N_2) + v(CO_2) + v(H_2O) = 1 \quad (2)$$

Dann werden gebraucht (für 1 cbm Brenngas):

$$(O)_{\min} = \frac{v(CO) + v(H_2)}{2} + 2v(CH_4) - v(O_2) \text{ cbm Sauerstoff}, \quad (3)$$

also  $L_{\min} = \frac{(O)_{\min}}{0,21} \text{ cbm Luft} \dots \dots \dots \quad (3a)$

In den Verbrennungsprodukten von 1 cbm Brenngas sind enthalten:

Kohlensäure:

$$v(CO) + v(CH_4) + v(CO_2) \text{ cbm} = V[CO_2] \dots \dots \quad (4)$$

Wasser dampf:

$$v(H_2) + 2v(CH_4) + v(H_2O) \text{ cbm} = V[O_2] \quad \overset{H_2O}{\dots} \dots \quad (5)$$

Sauerstoff:

$$(n-1)(O)_{\min} \text{ cbm, mit } n \text{ als Luftüberschüßzahl,} = V[O_2]. \quad (6)$$

Stickstoff:

$$0,79nL_{\min} + v(N_2) \text{ cbm} = V[N_2] \dots \dots \quad (7)$$

Die Summe dieser 4 Anteile ist die gesamte Rauchgasmenge aus 1 cbm Brennstoff. zieht man von dieser Menge  $1 + nL_{\min}$  cbm, das Volumen des unverbrannten Gemisches ab, so erhält man die gesamte Raumänderung  $\Delta V$  bei der Verbrennung von 1 cbm Brenngas. Die Rechnung ergibt

$$\Delta V = -\frac{1}{2}v(CO) - \frac{1}{2}v(H_2) \text{ cbm/cbm}, \dots \dots \quad (8)$$

wie sich auch unmittelbar anschreiben lässt.

Das Volumen des gasförmigen Gemenges mit 1 cbm Brenngasgehalt vor der Verbrennung ist

$$V_0 = 1 + nL_{\min}.$$

Das Rauchgasvolumen bei gleichem Druck und gleicher Temperatur ist

$$V_g = 1 + nL_{\min} + \Delta V \dots \dots \dots \quad (9)$$

wobei  $\Delta V$  in den meisten Fällen negativ ist, also  $V_g < V_0$ .

Beispiel. Für das Durchschnittsgeneratorgas mit

$H_2 = 7,0, CH_4 = 2,0, CO = 27,6, CO_2 = 4,8, N_2 = 58,6$  v. H.  
wird

$$(O)_{\min} = \frac{1}{2} \cdot 0,276 + \frac{1}{2} \cdot 0,07 + 2 \cdot 0,02 = 0,213 \text{ cbm/cbm}$$

$$L_{\min} = \frac{0,213}{0,21} = 1,014 \text{ cbm/cbm};$$

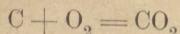
$$\Delta V = -\frac{1}{2} \cdot 0,276 - \frac{1}{2} \cdot 0,07 = -0,173 \text{ cbm/cbm}.$$

Mit der theoretischen Luftmenge, also  $n = 1$ , wird das Gemischvolumen  $1 + 1,014 = 2,014$ , das Rauchgasvolumen  $2,014 - 0,173 = 1,841$  cbm.

### b) Flüssige und feste Brennstoffe.

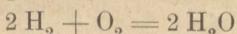
Ein beliebiger flüssiger oder fester Brennstoff enthalte C kg Kohlenstoff, H kg Wasserstoff und O kg Sauerstoff auf 1 kg.

Nach der Verbrennungsgleichung für Kohlenstoff



ist für 1 kg-Molekül, d. h. 12 kg Kohlenstoff, 1 kg-Molekül Sauerstoff nötig, dessen Volumen  $\mathfrak{V}_0 = 22,4$  cbm für  $0^\circ$  und 760 mm ist (Abschn. 6). Zur Verbrennung von 1 kg Kohlenstoff sind demnach  $\mathfrak{V}_0/12$  cbm Sauerstoff nötig und für C kg Kohlenstoff daher  $C \mathfrak{V}_0/12$  cbm Sauerstoff.

Bei der Verbrennung des Wasserstoffs gemäß



wird für je 2 kg-Moleküle, d. h.  $2 \cdot 2,016$  kg Wasserstoff 1 kg-Molekül  $= \mathfrak{V}_0$  cbm Sauerstoff gebraucht, für 1 kg Wasserstoff also  $\frac{\mathfrak{V}_0}{2 \cdot 2,016}$  und für H kg daher  $\frac{\mathfrak{V}_0 H}{2 \cdot 2,016}$  cbm Sauerstoff.

Im ganzen werden also für 1 kg Brennstoff

$$\frac{\mathfrak{V}_0 C}{12} + \frac{\mathfrak{V}_0 H}{2 \cdot 2,016} \text{ cbm Sauerstoff}$$

gebraucht, wovon indessen noch das Volumen des im Brennstoff selbst enthaltenen Sauerstoffs abgeht. Letzteres ist, da 32 kg Sauerstoff das Volumen  $\mathfrak{V}_0$  besitzen, gleich  $\mathfrak{V}_0 O/32$ , so daß die Sauerstoffzufuhr aus der Verbrennungsluft nur

$$O_{min} = \mathfrak{V}_0 \left( \frac{C}{12} + \frac{H}{4} - \frac{O}{32} \right) \text{ cbm} \quad (10)$$

beträgt. Daher ist

$$L_{min} = \frac{\mathfrak{V}_0}{0,21} \cdot \left( \frac{C}{12} + \frac{H}{4} - \frac{O}{32} \right) \text{ cbm Luft} \quad (11)$$

für 1 kg Brennstoff.

In ganz gleicher Weise folgt für 1 kg Kohlenstoff eine Kohlensäremenge  $\mathfrak{V}_0/12$  cbm und für 1 kg Wasserstoff eine Wasserdampfmenge  $\mathfrak{V}_0/2$  cbm, daher für C kg Kohlenstoff

$$V(CO_2) = \frac{\mathfrak{V}_0 C}{12}, \quad (12)$$

für H kg Wasserstoff

$$V(H_2O) = \frac{\mathfrak{V}_0 H}{2} \text{ cbm.} \quad (13)$$

Wird nun mit  $n$  facher Luftmenge verbrannt, so sind nach der Verbrennung noch

$$V(O_2) = (n - 1) O_{\min} \text{ cbm} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

überschüssiger Sauerstoff in den Verbrennungsgasen, während die gesamte Stickstoffmenge

$$V(N_2) = \frac{79}{21} n O_{\min} \text{ cbm} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

beträgt.

Die gesamte Verbrennungsgasmenge aus 1 kg Brennstoff ist somit

$$\begin{aligned} V_g &= V(CO_2) + V(H_2O) + V(O_2) + V(N_2) \\ &= \frac{\mathfrak{V}_0 C}{12} + \frac{\mathfrak{V}_0 H}{2} + (n - 1) O_{\min} + \frac{79}{21} n O_{\min} \\ &= \frac{\mathfrak{V}_0 C}{12} + \frac{\mathfrak{V}_0 H}{2} + \left( \frac{n}{0,21} - 1 \right) \mathfrak{V}_0 \cdot \left( \frac{C}{12} + \frac{H}{4} - \frac{O}{32} \right) \\ V_g &= \mathfrak{V}_0 \cdot \left[ \frac{H}{4} + \frac{n}{0,21} \cdot \left( \frac{C}{12} + \frac{H}{4} - \frac{O}{32} \right) + \frac{O}{32} \right] \quad \dots \dots \quad (16) \end{aligned}$$

Führt man zur Abkürzung ein

$$\mu = \frac{H}{4} + \frac{n}{0,21} \left( \frac{C}{12} + \frac{H}{4} - \frac{O}{32} \right) + \frac{O}{32} \quad \dots \dots \quad (17)$$

so wird  $V_g = \mu \mathfrak{V}_0$  mit  $\mathfrak{V}_0 = 22,4 \text{ cbm } 0^\circ, 760 \text{ mm} \dots \dots \quad (18)$

Die bei  $n$  fachem Luftüberschuß zur Verbrennung von 1 kg Brennstoff erforderliche Luftmenge ist  $L = n \cdot L_{\min}$ , also mit Gl. 11

$$L = \frac{n \cdot \mathfrak{V}_0}{0,21} \cdot \left( \frac{C}{12} + \frac{H}{4} - \frac{O}{32} \right) \text{ cbm.}$$

Dieser Wert ist um den Betrag  $\mathfrak{V}_0 \left( \frac{H}{4} + \frac{O}{32} \right)$  kleiner als der Raum

der Rauchgase bei gleichem Luftüberschuß nach Gl. 16.

Bemerkung. Das Volumen der heißen Verbrennungsgase ist in Wirklichkeit im Verhältnis  $\frac{273+t}{273}$  größer als die vorstehenden Werte, bei  $t = 273^\circ$  noch doppelt so groß, also auch reichlich doppelt so groß als das Volumen der in die Feuerung oder die Verbrennungskraftmaschine einströmenden Luft. —

Beispiel. Für eine Steinkohle sei  $C = 0,80 \text{ kg/kg}$ ,  $H = 0,047$ ,  $O = 0,06$ .

Der Luftbedarf für 1 kg ist ohne Luftüberschuß

$$L_{\min} = \frac{22,4}{0,21} \left( \frac{0,8}{12} + \frac{0,047}{4} - \frac{0,06}{32} \right) = 8,17 \text{ cbm von } 0^\circ \text{ und } 760 \text{ mm.}$$

Das Rauchgasvolumen

$$V_g = 8,17 + 5,6 \cdot 0,047 + 0,07 \cdot 0,06 = 8,17 + 0,263 + 0,042 = 8,47 \text{ cbm,}$$

bei  $0^\circ$  und  $760 \text{ mm}$ , bei  $273^\circ$  und  $760 \text{ mm}$  daher  $2 \cdot 8,47 = 16,94 \text{ cbm/kg}$

### Zur Beurteilung des Luftüberschusses aus der Rauchgasanalyse.

Aus der räumlichen Zusammensetzung der Rauchgase, die durch volumetrische chemische Analyse der Rauchgase (meist im sog. Orsatapparat) ermittelt wird, lassen sich, auch ohne Kenntnis der Zusammensetzung der Kohle, bestimmte Schlüsse auf die Größe des Luftüberschusses ziehen. Für den Feuerungsbetrieb ist dies von großer Wichtigkeit, weil bei zu großem Luftüberschuß zu viel Wärme mit den Rauchgasen aus dem Schornstein entweicht, bei ungenügender Luftmenge dagegen die Rauchgase noch brennbare Bestandteile enthalten.

Der Sauerstoffgehalt der Rauchgase bietet den nächstliegenden Anhalt für den Luftüberschuß. Bei Luftüberschuß enthalten die Rauchgase von 1 kg Brennstoff einen Luftrest von  $(n - 1) L_{min}$  cbm, also  $0,21(n - 1) L_{min}$  cbm Sauerstoff. Das Volumen der Rauchgase ist mit ziemlicher Annäherung gleich dem Luftvolumen (s. oben). Somit ist der räumliche Anteil des Sauerstoffs in den Rauchgasen sehr angenähert

$$v(O_2) = \frac{0,21(n - 1) L_{min}}{n L_{min}} = 0,21 \frac{n - 1}{n}, \quad \dots \dots \dots (1)$$

daher

$$n = \frac{21}{21 - 100 \cdot v(O_2)}. \quad \dots \dots \dots (2)$$

Die genauere Darstellung ergibt folgendes. Man hat mit  $V'_g$  als Rauchgasvolumen ohne Dampf

$$\text{I.} \quad v(CO_2) = \frac{\mathfrak{V}_0 C}{12 V'_g},$$

$$\text{II.} \quad v(O_2) = \frac{(n - 1) O_{\min}}{V'_g}$$

und

$$\text{III.} \quad v(N_2) = 1 - v(CO_2) - v(O_2),$$

$$\text{IIIa.} \quad v(N_2) = \frac{79}{21} \frac{n O_{\min}}{V'_g}.$$

Gl. III gilt allgemein, weil sich der Stickstoff bei vollständiger Verbrennung von C und H stets als Restglied des trockenen Feuer-gases ergibt; Gl. IIIa nur dann, wenn der Brennstoff keinen (oder wenig) eigenen Stickstoff enthält.

Anderen Falles ist, wenn  $N$  der Gewichtsanteil Stickstoff in 1 kg Brennstoff ist,

$$\text{IIIb.} \quad v(N_2) = \frac{79}{21} \frac{n O_{\min}}{V'_g} + \frac{\mathfrak{V}_0 N}{28 V'_g}.$$

Aus Gl. II und IIIa folgt

$$\frac{v(O_2)}{v(N_2)} = \frac{21 n - 1}{79 n},$$

somit

$$n = \frac{21}{21 - 79 \frac{v(O_2)}{v(N_2)}}. \quad \dots \dots \dots (3)$$

Bei festen Brennstoffen unterscheidet sich  $100 \cdot v(N_2)$  immer nur wenig von 79 und daher gibt diese genaue Gleichung nur wenig von Gl. 2 verschiedene Werte. Ihre Anwendung setzt voraus, daß mittels der Rauchgasanalyse  $v(CO_2)$  und  $v(O_2)$  bestimmt worden sind.

Die Summe von Kohlensäure und Sauerstoff im Rauchgas ist, wenn der Brennstoff nur Kohlenstoff als brennbaren Bestandteil enthält, bei jedem Luftüberschuß gleich groß, nämlich gleich dem Sauerstoffgehalt der Luft,

$$v(CO_2) + v(O_2) = 0,21, \dots \quad (4)$$

weil die neugebildete  $CO_2$  den gleichen Raum einnimmt, wie der dazu verbrauchte Sauerstoff. Ohne Luftüberschuß ist also  $v(CO_2) = 0,21$ ,  $v(O_2) = 0$ , mit Luftüberschuß ist  $v(CO_2) < 0,21$ . Für einen solchen Brennstoff würde es also genügen,  $v(CO_2)$  zu bestimmen, um den Luftüberschuß berechnen zu können. Aus Gl. 1 und 4 folgt einfach

$$n = \frac{0,21}{v(CO_2)}, \dots \quad (1a)$$

gleichbedeutend mit Gl. 2. In Wirklichkeit enthalten die meisten Brennstoffe auch Wasserstoff, und dann ist

$$v(CO_2) + v(O_2) < 0,21,$$

weil der Teil des Luftsauerstoffs, der zur Verbrennung des Wasserstoffs dient, mit dem Verbrennungswasser aus der Analyse verschwindet. Gl. 3 ergibt dann den genauen Luftüberschuß.

Ist  $v(CO_2)$  aus der Rauchgasanalyse bekannt, so kann das Volumen der trockenen Rauchgase berechnet werden, wenn man den C-Gehalt des Brennstoffs kennt. Nach Abschn. 9 ist

$$v(CO_2) = \frac{\mathfrak{V}_0 C}{12 V'_g},$$

daher mit  $\mathfrak{V}_0 = 22,4$

$$V'_g = \frac{22,4 C}{12 \cdot v(CO_2)}, \dots \quad (6)$$

Beispiel. Bei einem Verdampfungsversuch an einem Flammrohrkessel wurde als Mittelwert von zahlreichen Rauchgasanalysen gefunden

$$v(CO_2) = 0,10, \quad v(O_2) = 0,093,$$

daher

$$v(N_2) = 1 - 0,193 = 0,807.$$

Der Luftüberschuß ist angenähert

$$n = \frac{21}{21 - 9,3} = 1,80,$$

genauer

$$n = \frac{21}{21 - \frac{79}{80,7} \cdot 9,3} = 1,765.$$

Der Aschengehalt der Kohle fand sich zu rd. 0,11 des Gewichts; wird nun  $N + O = 0,06$  geschätzt, so ist

$$C + H = 1 - 0,17 = 0,83, \text{ und mit } H = \text{rd. } 0,06 \\ C = 0,77.$$

Daher wird das trockene Rauchgasvolumen von 1 kg Brennstoff (bei 760 mm und  $0^\circ$ )

$$V_g = \frac{0,773}{0,537 \cdot 0,10} = 14,4 \text{ cbm/kg.}$$

Bei  $273^\circ \text{C}$  wäre das Volumen  $2 \cdot 14,4 = 28,8 \text{ cbm.}$

## 10. Wärmemenge und Temperatur, spezifische Wärme.

Von der Wärme wissen wir heute, daß sie eine Form der Energie ist. Es wird angenommen, daß sie in Bewegungen der kleinsten Teile (Moleküle) der Körper besteht. Auf alles Folgende ist die Vorstellung, die man sich hiervon macht (kinetische Theorie), ohne Einfluß.

Die Wärme haftet den Körpern an und breitet sich gleichmäßig in ihnen aus. Gleiche Gewichtsteile eines in sich gleichartigen Körpers, der von anderen Körpern isoliert ist, enthalten im Wärmegleichgewicht gleiche Bruchteile der ganzen im Körper befindlichen Wärmeenergie oder Wärmemenge.

Der gleiche Körper kann Wärmeenergie in den verschiedensten Mengen enthalten, wie schon die alltägliche Erfahrung lehrt. Man kann einem Körper, etwa durch eine Wärme abgebende Flamme oder aus einer sonstigen „Wärmequelle“ mehr oder weniger Wärme mitteilen; umgekehrt kann der Körper von seiner eigenen Wärme an fremde Körper abgeben.

Wenn über den Weg, auf dem ein Körper seine Wärme erhalten hat, nichts bekannt ist, so können wir vermöge unseres Wärmesinns beurteilen, ob er im jeweiligen Zustande mehr oder weniger Wärme als in einem andern enthält. Wir unterscheiden „wärmere“ und „kältere“ Körper; den Grad der Erwärmung bezeichnen wir als Temperatur.

Der gleiche Körper oder verschiedene gleichschwere Körper aus gleichem Stoff enthalten im wärmeren Zustand mehr Wärme als im kälteren. Die Erfahrung lehrt aber weiter, daß gleichschwere Körper von verschiedenem Stoff, z. B. 1 kg Wasser und 1 kg Eisen, sehr verschiedene Wärmemengen enthalten und doch den gleichen Grad der Erwärmung, gleiche Temperatur besitzen können. Wasser braucht z. B., um in den gleichen Wärmezustand zu kommen, rund neunmal mehr Wärme als das gleiche Gewicht Schmiedeeisen.

Einen vom Wärmesinn unabhängigen Maßstab für die Temperatur erhält man aus den Veränderungen des Zustandes der Körper bei der Wärmeaufnahme oder -abgabe. Fast alle physikalischen Eigenschaften der Körper werden durch die Wärme verändert.

Vor allem ist es die Raumänderung der Körper durch die Wärme, die zur Temperaturbestimmung geeignet ist.

Das Urmaß für die Temperaturskala wird durch die Ausdehnung der Gase gewonnen, da diese unter allen Körpern die

stärksten Raumänderungen durch die Wärme erleiden. Unter den Gasen zeichnet sich wiederum der Wasserstoff durch das gleichmäigste Verhalten aus (Wasserstoffthermometer).

Von anderen, durch die Wärme hervorgebrachten Veränderungen werden hauptsächlich die Änderung des elektrischen Leitungswiderstandes mit der Temperatur (Platindraht, oft in Quarzglas eingeschlossen, sog. Quarzglas-Widerstandsthermometer) und die durch Temperaturunterschiede wachgerufenen thermoelektrischen Ströme bez. Spannungsunterschiede (thermoelektrische Pyrometer) zur Temperaturmessung benützt. Bei den letzteren sind zwei Metalldrähte aus verschiedenem Metall zusammengelötet. Die eine Lötstelle wird der zu messenden Temperatur, die andere der Luft- oder Eistemperatur ausgesetzt. Der bei Temperaturdifferenz beider Lötstellen auftretende thermoelektrische Spannungsunterschied ist dem Temperaturunterschied annähernd verhältnisgleich. Für Feuertemperaturen besteht der eine Draht des „Elements“ aus Platin, der andere aus der Legierung Platirhodium. Bei Heißdampftemperaturen wird Kupfer und Constantan gewählt.

**Spezifische Wärme.** Wenn die in einem Körper enthaltene Wärmemenge auf irgendeine Weise vergrößert (oder vermindert) wird, so steigt (oder fällt) seine Temperatur. Gleichen Temperaturänderungen entsprechen jedoch, unter sonst gleichen Umständen, bei verschiedenen Körpern gleichen Gewichtes sehr ungleiche Wärmemengen. Die „Aufnahmefähigkeit“ für die Wärme (Wärmekapazität) ist von der Natur der Körper abhängig.

Die Wärmemenge, die man 1 kg flüssigem Wasser zuzuführen hat, um seine Temperatur um  $1^{\circ}\text{C}$  zu erhöhen, wird als „Einheit der Wärmemenge“ (Wärmeeinheit, Kalorie, abgekürzt WE bzw. Cal) angenommen<sup>1)</sup>.

Zur Erwärmung von 1 Gramm Wasser ist der 1000te Teil dieser Wärmemenge erforderlich. Diese Einheit ist in der Physik gebräuchlich und wird als Gramm-Kalorie bezeichnet (cal). Die technische Kalorie kann man als Kilogramm-Kalorie bezeichnen, abgekürzt kcal. In diesem Buche ist die technische Kalorie mit Cal abgekürzt, es ist also 1 Cal = 1 kcal.

Unter „spezifischer Wärme“ ( $c$ ) eines beliebigen Körpers versteht man die Anzahl Wärmeeinheiten, die gebraucht werden, um 1 kg des Körpers um  $1^{\circ}\text{C}$  zu erwärmen.

Bei festen und flüssigen Körpern ist die spez. Wärme eindeutig (abgesehen von etwaiger Abhängigkeit von der Temperatur). Bei Gasen und Dämpfen dagegen kann  $c$  alle möglichen Werte annehmen, je nach den äußeren Umständen, unter denen die Erwärmung vor sich geht.

Die Messung von Wärmemengen geschieht in der Weise, daß die Körper, welche die zu messende Wärme enthalten, mit Wasser in leitende Verbindung gebracht werden, das die Körperwärme aufnimmt. Aus der Temperaturerhöhung und dem Gewicht des erwärmten Wassers kann die übertragene Wärmemenge berechnet werden (Kalorimeter).

<sup>1)</sup> Für verschiedene hohe Temperaturen des Wassers ist dieser Wert nicht ganz gleich. Die Temperatur, für welche die Einheit gilt, ist  $15$  bis  $18^{\circ}\text{C}$ . Die Änderungen sind aber, wenigstens zwischen  $0$  und  $100^{\circ}$ , nicht so groß, daß sie bei gewöhnlichen technischen Rechnungen berücksichtigt werden müßten.

Mittelwerte von spez. Wärm'en fester und flüssiger Körper.  
 (Spez. Wärm'en der Gase siehe Abschn. 12 und 14.)

Stoff	Spez. Wärme (Cal/kg)
Aluminium . . . . .	0,17—0,22
Blei . . . . .	0,03
Eisen aller Art . . . . .	0,11 (bis ca. 100°)
Kupfer . . . . .	0,09
Zink . . . . .	0,09
Zinn . . . . .	0,056
Bronze . . . . .	0,09
Gesteine verschiedener Art . . . . .	rd. 0,20 (im trockenen Zustand)
Steinkohle . . . . .	0,31
Glas . . . . .	0,11—0,22
Wasser . . . . .	1 (bei 15° und zwischen 0° und 100° im Mittel)
Eis . . . . .	0,502 (zwischen —1 und —21°)
Ammoniak . . . . .	0,93 (0 — 20°), 0,86 (0 — 20°)
Schwefligsäure . . . . .	0,33 (0 — 20°), 0,31 (0 — 20°)
Kohlensäure . . . . .	0,64 (0 — 20°), 0,48 (0 — 20°)
Alkohol . . . . .	0,56 (0—15°)
Olivenöl . . . . .	0,47
Petroleum und Benzin . . . . .	0,50

11. Abhängigkeit der spezifischen Wärme von der Temperatur.  
 Wahre und mittlere spezifische Wärme.

Die spez. Wärme fester und flüssiger Körper ist zwar von der Höhe der Temperatur nicht völlig unabhängig, auch in weiter Entfernung von dem Schmelz- bzw. Siedepunkte nicht. Jedoch sind die Unterschiede innerhalb nicht zu weiter Grenzen nicht bedeutend.

Solange nur mäßige Temperaturunterschiede untersucht wurden hielt man auch die spez. Wärme der Gase ( $c_p$  und  $c_v$ ) für gar nicht oder nur sehr wenig veränderlich. Untersuchungen bei Temperaturen von 0° bis rd. 3000° ergaben jedoch, daß bei diesen Temperaturen  $c_v$  und  $c_p$  doch sehr erheblich größer sind, als zwischen 0° und 100°. Diese Tatsache ist für die Beurteilung der Vorgänge in den Verbrennungskraftmaschinen, in denen Temperaturen bis 2000° auftreten, von Wichtigkeit.

**Mittlere und wahre spez. Wärme.** Ist zur Erwärmung des Kilogramms eines beliebigen Körpers von  $t_0$  auf  $t_1^0$  die Wärme  $Q$  erforderlich, so wird der Wert

$$\frac{Q}{t_1 - t_0} = c_m$$

als „mittlere spez. Wärme zwischen  $t_0$  und  $t_1^0$ “ bezeichnet. Dies ist die durchschnittlich für 1° Erwärmung nötige Wärmemenge.

Erweist sich dieser Quotient auch zwischen beliebigen anderen Temperaturintervallen innerhalb  $t_1 - t_0$  als gleich groß, so ist er mit der „wahren“ spez. Wärme identisch. Es ist alsdann für jeden einzelnen Grad die gleiche Wärme  $c$  erforderlich; die mittlere, gleichzeitig die wahre spez. Wärme, ist in diesem Falle unveränderlich.

Werden aber für gleiche Temperaturunterschiede bei verschiedener Höhe der Temperatur verschiedene Wärmemengen gebraucht, z. B. von  $0^{\circ}$  auf  $100^{\circ}$  eine andere als von  $100^{\circ}$  auf  $200^{\circ}$ , von  $600-700^{\circ}$

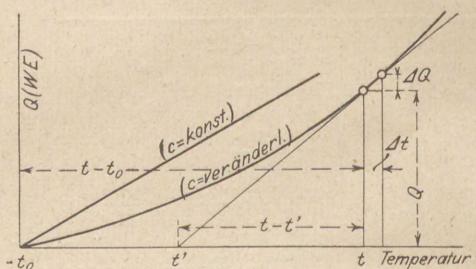


Fig. 5.

usw., so ist zunächst die mittlere spez. Wärme für alle diese Intervalle ungleich. Aber auch innerhalb der einzelnen Intervalle werden die Werte  $c_m$  ungleich ausfallen, z. B. anders von  $0-10^{\circ}$  als von  $10-20^{\circ}$ , von  $20-30^{\circ}$  usw. Selbst für einzelne Grade oder Bruchteile davon ist dann die spez. Wärme verschieden.

Je kleiner indessen der Temperaturunterschied gewählt wird, um so geringer wird der Unterschied zwischen der mittleren und der wahren spez. Wärme ausfallen. Die mittlere spez. Wärme für ein unbeschränkt kleines Temperaturintervall wird als wahre spez. Wärme bezeichnet. Ist also zur Erwärmung um  $Δt^0$  die Wärme  $ΔQ$  erforderlich, so ist  $c = \frac{ΔQ}{Δt}$  (wahre spez. Wärme).

Trägt man die zur Erwärmung von  $t_0$  auf  $t^0$  erforderlichen Wärmemengen  $Q$  als Ordinaten zu den Temperaturen als Abszissen auf, Fig. 5, so wird man bei veränderlichem  $c_m$  eine krumme Linie erhalten, dagegen bei unveränderlichem eine Gerade. Denn nur im letzteren Falle ist die Wärmemenge der Temperaturerhöhung proportional.

Zieht man die Tangente bei  $t$ , so ist

$$c = \frac{ΔQ}{Δt} = \frac{Q}{t - t_0} \quad (\text{wahre spez. Wärme bei } t).$$

Dagegen ist

$$c_m = \frac{Q}{t - t_0}$$

(mittlere spez. Wärme von  $t_0$  bis  $t$ ).

Ist im besonderen Falle die  $c$ -Linie eine Gerade (die spez. Wärme ändert sich „linear“ mit der Temperatur), so wird auch die  $c_m$ -Linie gerade. Die mittlere spez. Wärme  $c_m$  zwischen  $t_0$  und  $t$  ist dann gleich der wahren spez. Wärme für die halbe Temperatur (z. B. die mittlere zwischen  $0$  und  $2000^{\circ}$  gleich der wahren bei  $1000^{\circ}$ ) Fig. 6.

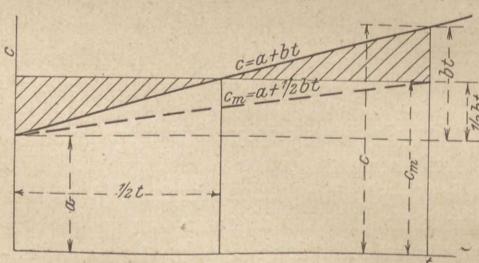


Fig. 6.

Wenn allgemein  
 $c = a + bt$   
ist, so ist

$$c_m = a + \frac{1}{2}bt,$$

zwischen  $0^{\circ}$  und  $t^0$ .

## 12. Spezifische Wärme der Gase.

Während die spez. Wärmen fester und flüssiger Körper von den äußeren Umständen bei der Erwärmung oder Abkühlung, insbesondere von Änderungen des Druckes und Volumens fast unabhängig sind, zeigen die spez. Wärmen gasartiger Körper eine sehr bedeutende Abhängigkeit von diesen Umständen.

Zwei Fälle sind von grundsätzlicher Wichtigkeit, die Erwärmung bei konstantem Volumen und die Erwärmung bei konstantem Druck des Gases. Im ersten Falle wird das Gas in einem allseitig fest geschlossenen Gefäß, ohne die Möglichkeit einer Ausdehnung oder Zusammenziehung seines Raumes, erwärmt bzw. gekühlt, wobei die Wärmemenge  $c_v$  für 1 kg und  $1^{\circ}$  gebraucht wird (spez. Wärme bei konstantem Volumen). Im zweiten Falle wird das Gas in einem offenen Gefäß oder in einem durch einen Kolben oder sonstigen beweglichen Verschluß abgesperrten Gefäß erwärmt, so daß es, ohne seinen Druck zu ändern, seinen Raum beliebig vergrößern oder verkleinern kann. Dabei wird für 1 kg und  $1^{\circ}$  die Wärmemenge  $c_p$  gebraucht (spez. Wärme bei konstantem Druck).

Alle Messungen der spez. Wärme von Gasen beziehen sich auf diese zwei Fälle. Ist  $c_v$  oder  $c_p$  bekannt, so lassen sich die spez. Wärmen für beliebige andere Fälle herleiten. Selbst  $c_v$  und  $c_p$  bestimmen sich gegenseitig (Abschn. 21 und unten). Mit der absoluten Höhe der Temperatur ändern sich, wie in Abschn. 11 allgemein erwähnt, auch die Werte von  $c_v$  und  $c_p$ .

Die verschiedenen Gasarten lassen sich hinsichtlich des Verhaltens ihrer spez. Wärmen  $c_v$  und  $c_p$  in drei scharf unterschiedene Gruppen einteilen. Die erste, technisch bedeutungslose Gruppe bilden die einatomigen Gase (Argon, Helium u. a.), die zweite und technisch weitaus wichtigste die zweiatomigen oder einfachen Gase und ihre Mischungen ( $O_2$ ,  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $CO$  usw.), die dritte die mehratomigen Gase, unter denen  $CH_4$ ,  $C_2H_4$ ,  $C_2H_2$  die technisch wichtigsten sind. Auch  $SO_2$ ,  $NH_3$ ,  $CO_2$  und  $H_2O$  im gasartigen Zustand rechnen hierzu. Für die erste und zweite Gruppe läßt sich mit guter Annäherung ein allgemeines Gesetz aufstellen, das lautet:

Zur Erwärmung gleicher Volumina verschiedener Gase von gleicher Atomzahl sind unter gleichen äußeren Umständen gleiche Wärmemengen nötig, Druck und Temperatur bei allen Gasen als gleich vorausgesetzt.

Bezeichnet man also die auf die Masse von 1 cbm von  $0^{\circ}$  und 760 mm bezogenen spezifischen Wärmen bei konstantem Volumen und bei konstantem Druck mit  $\mathfrak{C}_v$  bzw.  $\mathfrak{C}_p$ , so haben die zweiatomigen Gase gleiches  $\mathfrak{C}_v$  und gleiches  $\mathfrak{C}_p$ ; es ist

$$\mathfrak{C}_v(O_2) = \mathfrak{C}_v(N_2) = \mathfrak{C}_v(CO) = \mathfrak{C}_v(H_2) = \mathfrak{C}_v(\text{Luft});$$

ebenso für  $\mathfrak{C}_p$ .

Die gewöhnliche auf 1 kg bezogene spez. Wärme ergibt sich daraus wie folgt. Die Gewichte gleicher Volumina verschiedener Gase verhalten sich wie ihre Molekulargewichte  $m_1$ ,  $m_2$  usw. Zur Erwärmung von  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3 \dots$  kg der Gase sind z. B. bei konstantem Druck  $m_1 c_{p_1}$ ,  $m_2 c_{p_2}$ ,  $m_3 c_{p_3} \dots$  Cal erforderlich. Alle diese Werte sind nach dem obigen Gesetz für die zweiatomigen Gase unter sich gleich, weil  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  kg von jedem Gas das gleiche Volumen, nämlich 22,4 cbm bei  $0^{\circ}$  und 760 mm einnehmen (Abschn. 6), also

$$m_1 c_{p_1} = m_2 c_{p_2} = m_3 c_{p_3}.$$

Andererseits ist die spez. Wärme bezogen auf die Masse von 22,4 cbm von  $0^{\circ}$  und 760 mm gleich 22,4  $\text{C}_v$ . Man hat also

$$m_1 c_{p_1} = m_2 c_{p_2} = m_3 c_{p_3} = 22,4 \text{ } \mathfrak{C}_v.$$

Das Produkt  $mc_p$ , d. h. die spez. Wärme bezogen auf die Menge von  $m$  kg eines Gases, bezeichnet man als Molekularwärme. Die zweiatomigen Gase haben also gleiche Molekularwärmnen, ebenso die einatomigen unter sich.

Für die zweiatomigen Gase können als Mittelwerte bei  $0^{\circ}$  angenommen werden

$$mc_p = 6,86,$$

$$mc_v = 4,88,$$

daher

$$\mathfrak{C}_p = 0,306,$$

$$\mathfrak{C}_v = 0,218 \text{ Cal/cbm } 0^{\circ}, 760 \text{ mm.}$$

Die hieraus mit den entsprechenden Molekulargewichten berechneten Werte, sowie die aus direkten Versuchen ermittelten Werte  $c_p$  sind nebenan zusammengestellt.

	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	Luft
$m = 32$	2,016		28,08	28	28,95
$c_p = 0,214$	3,40		0,244	0,245	0,237 (berechnet)
$c_p = 0,218$	3,40—3,41		0,249	0,242	0,241 (Versuch).

Für  $c_v$  erhält man

	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	Luft
$c_v = 0,152$	2,42		0,174	0,174	0,168 (berechnet)
$c_v = 0,156$	2,415		0,178	0,171	0,172 (Versuch).

**Abhängigkeit von der Temperatur.** Nach den neueren Versuchen ist es sicher, daß die spez. Wärmnen  $c_v$  und  $c_p$  aller Gase, außer den 1 atomigen, mit wachsender Temperatur zunehmen, und zwar für 2 atomige Gase proportional mit der Temperatur. Man hat also

$$c_p = c_{p_0} + bt$$

$$c_v = c_{v_0} + bt.$$

Der Faktor  $b$  ist für  $c_p$  und  $c_v$  deswegen der gleiche, weil der Unterschied von  $c_p$  und  $c_v$  bei allen Temperaturen gleich groß ist.

Das obenerwähnte Gesetz von der sehr angenäherten Gleichheit der Molekularwärmens der zweiatomigen Gase gilt, wie Langen durch Versuche mit den verschiedensten Mischungen dieser Gase bewiesen hat, auch für hohe Temperaturen. Es ist also

$$mc_v = 4,88 + 0,00106 t$$

$$mc_p = 6,86 + 0,00106 t.$$

Daraus ergeben sich folgende Beziehungen:

Sauerstoff  $c_v = 0,156 + 0,0000332 t; c_p = 0,218 + 0,0000332 t$

Stickstoff  $c_v = 0,178 + 0,0000378 t; c_p = 0,249 + 0,0000378 t$

Wasserstoff  $c_v = 2,415 + 0,000526 t; c_p = 3,40 + 0,000526 t$

Kohlenoxyd  $c_v = 0,171 + 0,0000378 t; c_p = 0,242 + 0,0000378 t$

Luft  $c_v = 0,172 + 0,0000366 t; c_p = 0,241 + 0,0000366 t$

Die mittleren spez. Wärmens folgen daraus, indem man den Faktor von  $t$  überall halbiert, also von dem Temperaturzuschlag nur die Hälfte nimmt.

### Beziehung zwischen $c_p$ und $c_v$ . Verhältnis $k = c_p : c_v$ .

In Abschn. 21 wird gezeigt, daß bei Gasen zwischen  $c_p$  und  $c_v$  die Beziehung besteht

$$c_p - c_v = \frac{R}{427}.$$

$c_p$  ist also stets größer als  $c_v$ .

Nun ist nach Abschn. 6

$$R = \frac{848}{m}, \text{ somit}$$

$$mc_p - mc_v = \frac{848}{427} = 1,985.$$

Der Unterschied der beiden Molekularwärmens ist für alle Gase gleich 1,985.

Wenn für ein beliebiges Gas  $c_p$  und das Molekulargewicht  $m$  bekannt ist, so läßt sich  $c_v$  berechnen aus

$$c_v = c_p - \frac{1,985}{m}.$$

Mit

$$c_p = c_v + \frac{1,985}{m}$$

folgt ferner das Verhältnis der beiden spez. Wärmens

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{1,985}{mc_v},$$

oder

$$k = \frac{mc_p}{mc_p - 1,985}.$$

Umgekehrt ist

$$c_v = \frac{1,985}{m} \frac{1}{k-1}$$

$$c_p = \frac{1,985}{m} \frac{k}{k-1}.$$

Ist daher von irgendeinem Gas der Wert von  $k$  bekannt (dieser Wert ist experimentell vielfach bestimmt worden), so läßt sich daraus  $c_v$  und  $c_p$  berechnen und umgekehrt.

Nach dem Ausdruck für  $k$  müssen die 2atomigen Gase gleiches  $k$  besitzen, falls ihre Molekularwärme die gleiche ist. Wird diese, wie oben,  $mc_v = 4,88$  gesetzt, so erhält man

$$k = 1 + \frac{1,985}{4,88} = 1,407.$$

**Einfluß der Temperatur auf  $k$ .** Die Beziehung

$$k = 1 + \frac{1,985}{mc_v}$$

gilt für alle Temperaturen. Nun ist aber für die zweiatomigen Gase

$$mc_v = 4,9 + 0,00106 t,$$

daher

$$k = 1 + \frac{1,985}{4,9 + 0,00106 t}.$$

Mit zunehmender Temperatur nimmt somit  $k$  ab. Innerhalb kleinerer Temperaturunterschiede ist allerdings die Veränderlichkeit gering.

Z. B. ist noch für  $100^\circ$ ,  $200^\circ$ ,  $k = 1,397$ ,  $1,388$ , während für  $0^\circ$   $k = 1,406$  ist. Man kann daher bei den gewöhnlichen Temperaturen unter  $100^\circ$  bis  $200^\circ$  mit dem Mittelwert  $k = 1,40$  rechnen.

Bei sehr hohen Temperaturen (Feuergastemperaturen) wird jedoch  $k$  erheblich kleiner. So hat man bei  $1000^\circ$ ,  $2000^\circ$ ,  $k = 1,333$ ,  $1,283$ . Tafel I zeigt den Verlauf von  $k$  mit wachsender Temperatur.

**Mittlere und wahre spez. Wärme der Kohlensäure bei konstantem Druck.**

$t^\circ C$	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$c_{p_m}$	0,202	0,209	0,217	0,225	0,232	0,238	0,243	0,248	0,253	0,257	0,260
$c_p$	0,202	0,215	0,230	0,244	0,257	0,268	0,275	0,283	0,289	0,293	0,297
$t$	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3000	
$c_{p_m}$	0,265	0,270	0,275	0,280	0,283	0,286	0,289	0,291	0,294	0,296	
$c_p$	0,301	0,307 <sub>5</sub>	0,311	0,315	0,319	0,322	0,325	0,329	0,333	0,336	

Mittlere und wahre spez. Wärme des hoch überhitzten Wasserdampfes bei konstantem Druck.

$t^{\circ}C$	0°	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$c_{p_m}$	0,462	0,464	0,465	0,468	0,470	0,473	0,476	0,479	0,484	0,490	0,495
$c_p$	0,462	0,465	0,470	0,475	0,481	0,489	0,499	0,509	0,521	0,535	0,551
$t^{\circ}C$	1100°	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3000
$c_{p_m}$	0,500	0,506	0,520	0,535	0,554	0,578	0,603	0,629	0,655	0,683	0,713
$c_p$	0,572	0,594	0,644	0,696	0,750	0,808	0,865	0,924	0,984	1,044	1,105

Weiteres über den Wasserdampf im mäßig überhitzten Zustand vgl. den nächsten Abschnitt.

### 13. Spezifische Wärme des überhitzten Wasserdampfes.

In der Nähe der Sättigung und bei den üblichen Überhitzungsgraden ist  $c_p$  nicht nur mit der Temperatur, sondern auch mit dem Druck veränderlich.

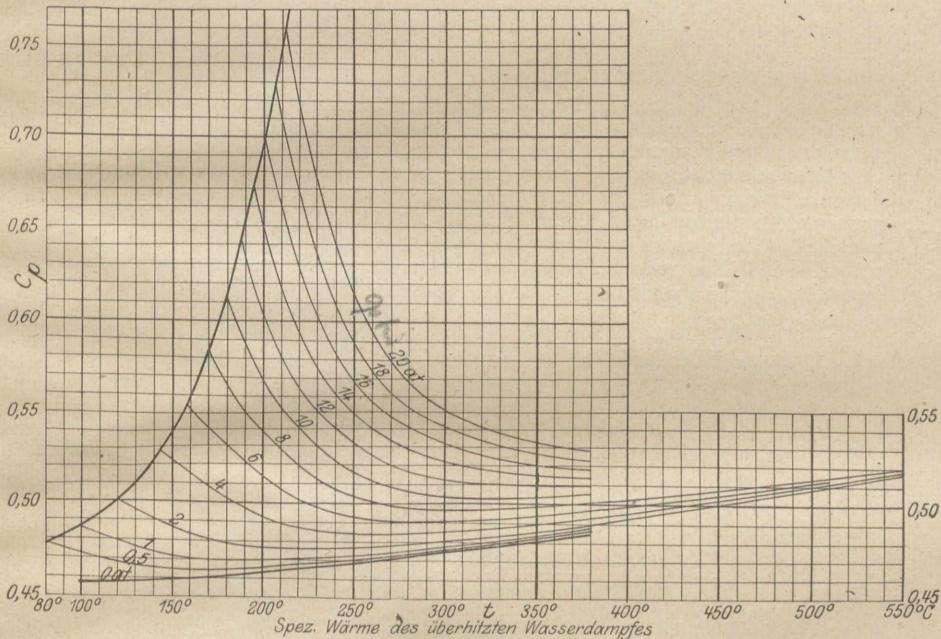


Fig. 7.

Die endgültige Entscheidung über das Gesetz der Veränderung von  $c_p$  mit Druck und Temperatur brachten die bekannten Versuche von Knoblauch und Jakob im Laboratorium für technische Physik der

Technischen Hochschule in München. Nach diesen Versuchen nimmt  $c_p$  bei Überhitzung unter konstantem Druck von der Sättigung an mit wachsender Temperatur zunächst ab, aber nur bis zu einer gewissen vom Druck abhängigen Überhitzungstemperatur, um alsdann wieder zuzunehmen.

Fig. 7 zeigt die letzten Münchener Versuchsergebnisse. Die Temperatur, von der an  $c_p$  wieder zunimmt, liegt hiernach zwischen  $200^{\circ}$  und mehr als  $350^{\circ}$  je nach dem Druck. Der größte Wert von  $c_p$  für 20 at beträgt rd. 0,76. Über die hiernach bestimmten mittleren spez. Wärmen vgl. Abschnitt 36.

#### 14. Spezifische Wärme von Gasgemengen.

Ein Gasgemenge bestehe aus  $g_1, g_2, g_3$  Gewichtsteilen verschiedener Gase mit den spez. Wärmen  $c_1, c_2, c_3$ . Seine spez. Wärme  $c$  ergibt sich dann wie folgt:

Zur Erwärmung der Einzelgase in der Mischung um je  $1^{\circ}$  sind erforderlich  $g_1 c_1, g_2 c_2, g_3 c_3$  Cal, wobei vorausgesetzt wird, daß  $c_1, c_2, c_3$  vom Druck unabhängig sind. Zur Erwärmung des Ganzen sind  $(g_1 + g_2 + g_3 + \dots) \cdot c$ , oder wegen  $g_1 + g_2 + g_3 + \dots = 1 \text{ kg}$ ,  $c$  Cal erforderlich. Es ist also

$$c = g_1 c_1 + g_2 c_2 + g_3 c_3.$$

(spez. Wärme der Mischung).

Sind  $c_1, c_2, c_3$  von der Temperatur abhängig, so behält die Formel ihre Richtigkeit. Man braucht sich nur eine Erwärmung um  $\Delta t$  oder  $dt$  Grade vorzustellen. Der Faktor  $\Delta t$  fällt dann wieder heraus.

Für die Ausrechnung ist es zweckmäßig, zwischen Mischungen der 2 atomigen Gase unter sich ( $O_2, H_2, N_2, CO$ ), zwischen Mischungen 2 atomiger und mehratomiger Gase untereinander (z. B. Leuchtgas oder Kraftgas u. ä.) und zwischen solchen Mischungen zu unterscheiden, die neben Gasen auch  $CO_2$  und  $H_2O$  enthalten (z. B. Feuergase). Die beiden letzten Gruppen können der allgemeinen Darstellung nach gemeinsam behandelt werden.

Für Mischungen 2 atomiger Gase lässt sich  $c$  angeben, ohne auf  $c_1, c_2, c_3$  zurückzugreifen. Denn es ist:

$$m_1 c_{v_1} = m_2 c_{v_2} = m_3 c_{v_3} = 4,88 + 0,00106 t$$

$$m_1 c_{p_1} = m_2 c_{p_2} = m_3 c_{p_3} = 6,86 + 0,00106 t.$$

Für die Mischung wird daher, wenn man die obige Formel schreibt

$$c = \frac{m_1 c_1}{m_1} \cdot g_1 + \frac{m_2 c_2}{m_2} \cdot g_2 + \dots$$

$$c_v = \left( \frac{g_1}{m_1} + \frac{g_2}{m_2} + \frac{g_3}{m_3} + \dots \right) (4,88 + 0,00106 t) \dots (1)$$

Für konstanten Druck hat man 6,86 an Stelle von 4,88 einzuführen.

#### Spezifische Wärme der Feuergase.

Bei vollständiger Verbrennung mit Luft sind die technischen Feuergase Mischungen aus Kohlensäure, Wasserdampf, Stickstoff und Sauerstoff. Der Sauerstoff fehlt, wenn die Verbrennung ohne über-

schüssige Luft erfolgt. Die Zusammensetzung eines Feuergases wird meist in Raumteilen angegeben sein

$$v(CO_2) + v(H_2O) + v(N_2) + v(O_2) = 1 \quad \dots \quad (1)$$

Da nun in 1 Mol =  $m$  kg = 22,4 cbm des Feuergases  $m_{CO_2} \cdot v(CO_2)$  kg Kohlensäure,  $m_{H_2O} \cdot v(H_2O)$  kg Wasserdampf usw. enthalten sind, so erhält man bei Erwärmung um  $1^{\circ}$

$$mc_p = v(CO_2) \cdot (mc_p)_{CO_2} + v(H_2O) \cdot (mc_p)_{H_2O} + [v(N_2) + v(O_2)] \cdot (mc_p)_{2\text{ atom}} \quad \dots \quad (2)$$

Darin ist das Molekulargewicht des Feuergases

$$m = 44 \cdot v(CO_2) + 18 \cdot v(H_2O) + 28,08 \cdot v(N_2) + 32 \cdot v(O_2) \quad (3)$$

$$\text{und } (mc_p)_{2\text{ atom}} = 6,86 + 0,00106 t \quad \dots \quad (3a)$$

Die Molekulärwärmnen  $(mc_p)_{CO_2}$  der Kohlensäure und  $(mc_p)_{H_2O}$  des Wasserdampfs, sowie  $(mc_p)_{2\text{ atom}}$  sind aus Abschn. 12 zu entnehmen und mit diesen Werten kann nach Gl. 2 die Molekulärwärme eines beliebig zusammengesetzten Feuergases berechnet werden.

Im Durchschnitt ist für alle Feuergase ohne überschüssige Luft (reine Feuergase)

$$mc_p = 7,3 + \frac{1,6}{1000} \cdot t = 6,86 + \frac{1,6}{1000} \cdot T \quad \dots \quad (4)$$

Für konstantes Volumen ist

$$mc_v = 5,315 + \frac{1,6}{1000} \cdot t = 4,875 + \frac{1,6}{1000} \cdot T \quad \dots \quad (4a)$$

Wegen der Verschiedenheit der Molekulargewichte  $m$  sind die auf 1 kg bezogenen Werte  $c_p$  bzw.  $c_v$  verschieden. Mit dem mittleren Wert  $m = 30$  wäre aber für alle reinen Feuergase durchschnittlich

$$c_p = 0,243 + \frac{0,533 t}{10000} = 0,229 + \frac{0,533}{10000} \cdot T \quad \dots \quad (5)$$

$$c_v = 0,177 + \frac{0,533 t}{10000} = 0,162 + \frac{0,533}{10000} \cdot T \quad \dots \quad (5a)$$

Aus der Molekulärwärme folgt die spez. Wärme bezogen auf die Masse von 1 cbm bei  $0^{\circ}$  und 760 mm durch Division mit dem allen Gasen gemeinsamen Molvolumen von 22,4 cbm, also

$$\mathfrak{C}_p = 0,326 + \frac{0,715}{10000} \cdot t \quad \dots \quad (6)$$

$$\mathfrak{C}_v = 0,237 + \frac{0,715}{10000} \cdot t \quad \dots \quad (6a)$$

Für Feuergase mit Luftüberschuß wird

$$mc_p = v_{g0} \cdot \left( 7,3 + \frac{1,6}{1000} t \right) + v_l \cdot \left( 6,86 + \frac{1,06}{1000} t \right) \quad \dots \quad (7a)$$

und entsprechend

$$mc_v = v_{g0} \left( 5,315 + \frac{1,6}{1000} t \right) + v_l \cdot \left( 4,875 + \frac{1,06}{1000} t \right) \quad \dots \quad (7b)$$

mit  $v_{g0}$  als räumlichem Anteil des eigentlichen Feuergases,  $v_l$  als dem der überschüssigen Verbrennungsluft.

Für feste und flüssige Brennstoffe ist angenähert, mit  $n$  als Luftüberschußzahl,

$$\nu_{go} = \frac{1}{n}, \quad \nu_l = \frac{n-1}{n}.$$

Die mittleren Molekularwärmen folgen hieraus durch Halbierung des Faktors von  $t$  oder  $T$  (vgl. Abschn. 11). In Taf. I sind dieselben für reine Feuergase, für Luft und für Feuergase mit den Luftgehalten  $\nu_l = 0,1$  bis  $0,9$  aufgetragen.

#### Wärmeinhalt der Feuergase. Wärmetafel.

Die zur Erwärmung von  $0^{\circ}$  auf  $t^{\circ}$  oder zur Abkühlung von  $t^{\circ}$  auf  $0^{\circ}$  bei unveränderlichem Druck erforderliche Wärmemenge ist für 1 kg Feuergas

$$Q_p = c_{p_m} \cdot t$$

für 1 Mol = m kg Feuergas

$$m Q_p = (mc_p)_m \cdot t$$

und für die Gasmasse von 1 cbm von  $0^{\circ}$  und 760 mm

$$Q'_p = \frac{(mc_p)_m}{22,4} \cdot t = (\mathfrak{C}_p)_m \cdot t.$$

Erfolgt die Temperaturänderung zwischen den Grenzen  $t_1$  und  $t_2$ , so ist

$$Q_p = (c_{p_m})_2 \cdot t_2 - (c_{p_m})_1 \cdot t_1,$$

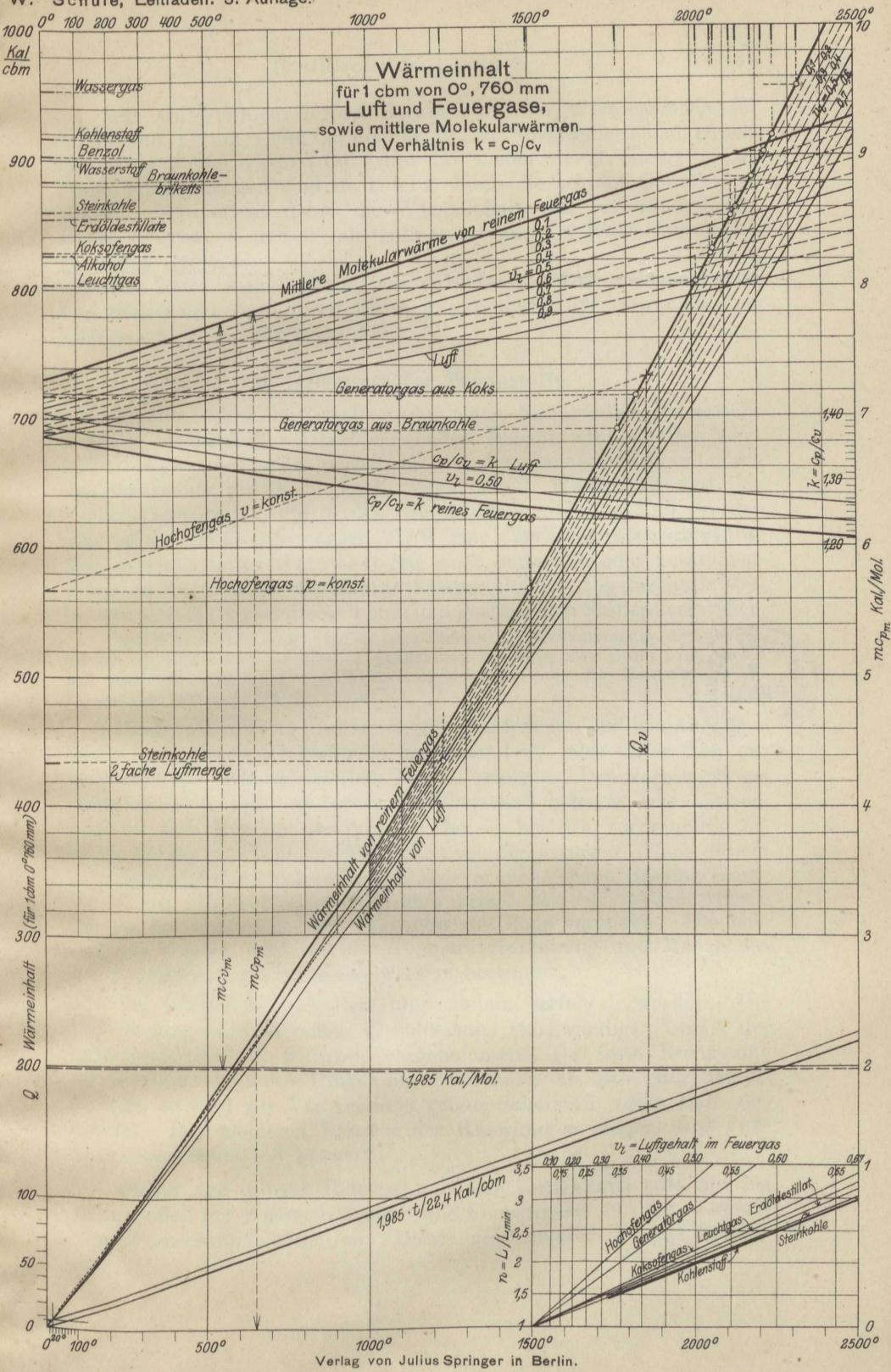
wenn  $(c_{p_m})_1$  und  $(c_{p_m})_2$  die mittleren spez. Wärmen zwischen  $0^{\circ}$  und  $t_1^{\circ}$  bzw.  $0^{\circ}$  und  $t_2^{\circ}$  sind.

Bei Erwärmung unter unveränderlichem Raum tritt an Stelle von  $c_{p_m}$  überall  $c_{\nu_m}$ .

Für die Anwendung bequemer sind die hiernach berechneten Kurven der Wärmemengen in Tafel I. Für alle reinen Feuergase ist die Wärmemenge für 1 cbm oder 1 Mol zwischen gleichen Temperaturen gleich groß. Tafel I enthält diese Kurve, sowie diejenige für Luft. Die dazwischen liegenden gestrichelten Kurven gelten für Feuergase mit einem Luftüberschuß von  $\nu_l$  Raumteilen, dem nach früherem für jedes Feuergas ein besonderer Wert der Luftüberschußzahl  $n$  entspricht, gemäß der Nebenfigur unten.

Will man die Wärmemengen für 1 Mol statt für 1 cbm, so hat man die Tafelwerte mit dem Molvolumen 22,4 zu vervielfachen; für 1 kg erhält man die Wärmemengen durch Vervielfachung mit  $m/22,4$ , ein Wert, der identisch ist mit dem spez. Gewicht  $\gamma_0$  des Feuergases (bei  $0^{\circ}$  und 760 mm).

Um mittels der Tafel die Temperatursteigerung  $t - t_0$  zu bestimmen, die der Zufuhr von  $Q'$  Cal zu der Masse von 1 cbm Gas ( $0^{\circ}$ , 760 mm) entspricht, hat man in der Tafel I gemäß Fig. 5 zu dem Ordinaten-Unterschied  $Q'$  den zugehörigen Abszissen-Unterschied  $t - t_0$  der Wärmemengenkurve zu bestimmen. Der Anfangspunkt mit der Abszisse  $t_0$  braucht dabei nicht, wie in Fig. 5, mit dem Ursprung zusammenzufallen. In Taf. I ist auf diese Weise eine Reihe von Verbrennungstemperaturen bestimmt worden.





článkem W  
z 100. 20. nov. 1900  
zařazený v knižnici  
významného muzea v Bratislavě  
v dnešního dne

Für unveränderlichen Raum sind die Wärmemengen für 1 Mol und  $1^{\circ}$  um 1,985 Cal kleiner als für unveränderlichen Druck, daher für  $t^{\circ}$  um  $1,985 \cdot t$  Cal, und für 1 cbm um  $1,985 \cdot t/22,4$  Cal. Diese Wärmemengen sind in Tafel I durch die schräge Gerade dargestellt. Man erhält daher die Wärmeinhalte für unveränderlichen Raum zwischen  $t^{\circ}$  und  $0^{\circ}$  als Ordinatenstücke der Wärmekurven bis zu dieser Geraden.

Die Tafel enthält ferner die mittleren Molekularwärmen von reinen und verdünnten Feuergasen und Luft, sowie die Verhältnisse  $k = c_p/c_v$  für diese Fälle.

### 15. Heizwert der Brennstoffe.

Die für technische Zwecke verbrauchte, insbesondere alle zur Gewinnung mechanischer Arbeit verwendete Wärme wird aus den Verbrennungsvorgängen gewonnen. Bei der chemischen Vereinigung des Sauerstoffs mit Kohlenstoff, Kohlenoxyd, Wasserstoff und den Kohlenwasserstoffen, die in den Brennstoffen enthalten sind, werden sehr erhebliche Energiemengen als Wärme (Verbrennungswärme) frei. Man versteht unter Heizwert (H) eines einfachen oder zusammengesetzten Brennstoffes die Anzahl Wärmeeinheiten, die durch die Verbrennung von 1 kg oder von 1 cbm (bei gasförmigen Stoffen) entstehen.

Mit Wärmetönung wird in der Chemie die Wärmemenge bezeichnet, die bei irgendwelchen chemischen Reaktionen zwischen zwei Stoffen im ganzen frei oder gebunden wird. Die Verbrennungswärme oder der Heizwert ist ein besonderer Fall von Wärmetönung.

Die Bestimmung des Heizwerts gasförmiger und leichtflüssiger Stoffe kann durch Verbrennung an freier Luft, also unter dem unveränderlichen atmosphärischen Druck, erfolgen. Den Verbrennungsprodukten, die mit beliebigem Luftüberschuß behaftet sein können, wird zu dem Zwecke die Wärme, die sie bei der Verbrennung erhalten haben, durch kaltes Wasser vollständig entzogen. Nach diesem Grundsatz ist das Junkers'sche Kalorimeter gebaut, das im wesentlichen aus einem kleinen Heizröhrenkessel besteht, dessen Abgase bis auf die Lufttemperatur abgekühlt die Züge verlassen. Die entwickelte Wärme wird aus der Temperaturerhöhung und Menge des stetig durchströmenden Kesselwassers bestimmt.

Bei festen Brennstoffen muß anders verfahren werden. Die Verbrennung wird in einem geschlossenen starkwandigen Gefäß, der kalorimetrischen Bombe, vorgenommen. Da feste Brennstoffe viel schwerer in kalter Umgebung verbrennen, als gas- oder dampfförmige, so wird zur Verbrennung reiner Sauerstoff, nicht Luft verwendet. Des kleineren Raumes des Kalimeters wegen wird verdichteter Sauerstoff benutzt.

**Oberer und unterer Heizwert.** Dieser Unterschied tritt nur bei Brennstoffen mit Wasserstoffgehalt und Feuchtigkeit auf, deren Feuer-gase Wasserdampf enthalten. Dieser geht nämlich bei der Abkühl-

lung auf die Anfangstemperatur im Kalorimeter in den gesättigten Zustand und schließlich in flüssiges Wasser über (Verbrennungswasser), und dabei gibt er auch seine Verdampfungswärme und Flüssigkeitswärme ab. Bei der kalorimetrischen Heizwertbestimmung wird also diese Wärme mit gemessen.

Als technischer Heizwert gilt jedoch nicht dieser kalorimetrische oder „obere“ Heizwert. Für die nutzbare Verwendung der Verbrennungswärme in Feuerungen und Verbrennungsmotoren kommt nämlich so tiefe Abkühlung wie im Kalorimeter gar nicht in Frage. Das Verbrennungswasser kann mit den Schornstein- bzw. Auspuffgasen nur dampfförmig, äußerstenfalls als trocken gesättigter Dampf, in Wirklichkeit stark überhitzt, entweichen, also keinesfalls die Verdampfungswärme, noch weniger die Flüssigkeitswärme nutzbringend abgeben. Für die Ausnutzung der Verbrennungswärme zur Dampf- oder Kraftzeugung kann daher dieser Betrag nicht in Rechnung gestellt werden.

Demgemäß wird als nutzbarer oder „unterer“ Heizwert der um die Gesamtwärme des Verbrennungs- und Feuchtigkeitswassers verminderte obere Heizwert bezeichnet. Die Gesamtwärme des Wassers ist mit Rücksicht auf die Ausgangstemperatur von rd. 20° ungefähr 600 Cal für 1 kg Wasser. Bilden sich also aus 1 kg (oder 1 cbm) Brennstoff  $W$  kg Verbrennungswasser einschl. der ursprünglichen Feuchtigkeit, so ist der untere Heizwert

$$H_u = H - 600 W.$$

Im Junkers-Kalorimeter kann das Verbrennungswasser aufgefangen, somit außer dem oberen auch der untere Heizwert bestimmt werden.

**Heizwert von Gasgemischen.** Sind bei Gasgemischen, z. B. bei Generatorgas oder Leuchtgas, die Mischungsbestandteile ( $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{CH}_4$  u. a.) dem Raum oder Gewicht nach bekannt, so kann der Heizwert als Summe der Heizwerte der Bestandteile, nach Maßgabe ihres Gewichts- oder Raumanteils, berechnet werden. Wesentlich einfacher als die Ermittlung der Mischungsbestandteile ist jedoch die unmittelbare Bestimmung mittels des Junkers-Kalorimeters.

**Heizwert aus der Elementaranalyse.** Für Steinkohle kann der Heizwert annähernd als Summe der Heizwerte der brennbaren Elementarbestandteile (Kohlenstoff, Wasserstoff, Schwefel) berechnet werden.

Es gilt (Verbandsformel)

$$H_u = 8100 C + 29000 \left( H - \frac{O}{8} \right) + 2500 S - 600 W,$$

worin  $C$ ,  $H$ ,  $O$ ,  $S$ ,  $W$  die Gewichtsanteile der betreffenden Stoffe ( $W$  = Wassergehalt) in 1 kg Kohle sind.

Für andere Brennstoffe gibt diese Formel weniger genaue Werte. Der Sauerstoffgehalt  $O$  wird als chemisch gebunden mit Wasser-

stoff angesehen, wodurch die Menge des brennbaren Wasserstoffs auf  $H - \frac{O}{8}$  vermindert erscheint.

**Heizwert von Brennstoff-Luftgemischen.** Ist einem brennbaren Gase so viel Luft beigemengt, als zur vollständigen Verbrennung nötig ist, allgemein  $n \cdot L_0$  kg (oder cbm) auf 1 kg (oder cbm) Brennstoff, so ist der untere Heizwert dieses Gemisches

$$H_g = \frac{H_u}{1 + nL_0}.$$

Für die Leistungsfähigkeit von Verbrennungsmotoren kommt dieser Wert, der sog. Gemisch-Heizwert, nicht  $H_u$  selbst, in Betracht.

Mit  $n = 1$  wird z. B. für

	CO	$H_2$	$CH_4$	Leuchtgas	Kraftgas	Gichtgas
$(H_g)_{max}$	900	906	810	800	600	530 Cal/cbm.

Bei Luftüberschüß wird  $H_g$  entsprechend kleiner.

### Heizwerte einiger Brennstoffe.

Stoff	$H$		$H_u$	
	1 kg	1 cbm (0°, 760 mm)	1 kg	1 cbm (0°, 760 mm)
Kohlenstoff C . . . . .	8080	—	—	—
Kohlenoxyd CO . . . . .	2440	3050	—	—
Wasserstoff $H_2$ . . . . .	34 200	3070	28 800	2570
Sumpfgas $CH_4$ . . . . .	13 240	9470	11 910	8510
Leuchtgas . . . . .	10 700	5500	—	5000
Kokereigas . . . . .	—	—	—	3760
Kraftgas . . . . .	—	—	—	1300
Gichtgas . . . . .	—	—	—	750—950
Acetylen . . . . .	12 000	13 900	11 600	13 470
Petroleum . . . . .	—	—	10 500	—
Gasöl . . . . .	—	—	9800—10 150	—
Benzin . . . . .	—	—	10 500	—
Alkohol . . . . .	7184	—	6480	—
Steinkohle . . . . .	—	—	6800—7700	—
Gaskoks . . . . .	—	—	6900	—
Braunkohle . . . . .	—	—	4500—5000	—
Braunkohlenbriketts . . . . .	—	—	4800—5100	—
Torf . . . . .	—	—	3600—4600	—
Holz . . . . .	—	—	4500	—
Naphthalin . . . . .	9700	—	9370	—
Benzol . . . . .	10 000	—	9590	—
Braunkohlen-Teeröl . . . . .	—	—	9000—9800	—
Steinkohlen-Teeröl . . . . .	—	—	8800—9200	—
Rohteer . . . . .	—	—	8000—8800	—

### 15a. Abgasverluste.

Mit den heißen Abgasen der Feuerungen und Verbrennungskraftmaschinen entweicht ein Teil der Verbrennungswärme des Brennstoffs unausgenützt. Es handelt sich um eine einfache und doch genaue Bestimmung dieses Wärmeverlustes, ausgedrückt in Bruchteilen des Heizwertes des Brennstoffs.

In dem Temperaturgebiet zwischen  $0^{\circ}$  und etwa  $600^{\circ}$ , das in Frage kommt, nimmt nach Taf. I der Wärmeinhalt von Feuergasen jeder Art, ob rein oder verdünnt, sehr angenähert linear mit der

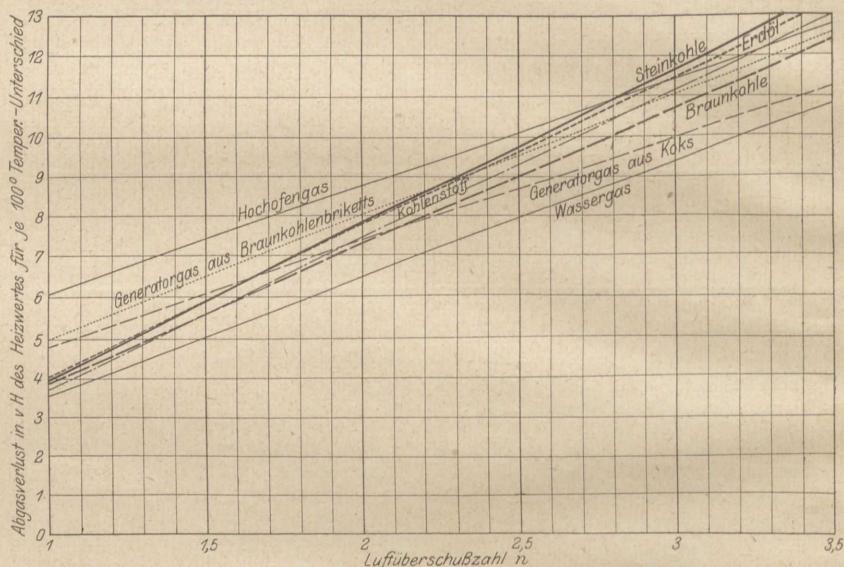


Fig. 8.

Temperatur zu. Gemäß der punktierten Geraden durch den Ursprung in Taf. I kann man für die Masse von 1 cbm eines beliebigen Feuergases ( $0^{\circ}$ , 760 mm) setzen

$$Q = 0,34(t - t_0) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

Mit  $H_u$  als unterem Heizwert,  $V_g$  als Feuergasraum von 1 kg (oder 1 cbm) Brennstoff wird der ursprüngliche Wärmeinhalt der Masse von 1 cbm Feuergas gleich  $H_u/V_g$ .

Der verhältnismäßige Abgasverlust ist als Verhältnis dieser beiden Beträge

$$s = \frac{0,34(t - t_0)}{H_u/V_g} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Hierin ist, mit  $V_{g_0}$  als Feuergasmenge ohne Luftüberschuß,  $L_{min}$  als theoretischer Luftmenge,  $n$  als Luftüberschußzahl, wie leicht folgt

$$V_g = V_{g_0} \cdot \left[ 1 + (n - 1) \frac{L_{min}}{V_{g_0}} \right]$$

und folglich der Abgasverlust

$$s = \frac{0,34(t - t_0)}{H_u/V_{g_0}} \left[ 1 + (n - 1) \frac{L_{min}}{V_{g_0}} \right] \dots \quad (3)$$

Nun ist  $H_u/V_{g_0}$ , der ursprüngliche Wärmeinhalt von 1 cbm reinem Feuergas, ein für einen Brennstoff mit bekanntem  $H_u$  und bekannter Zusammensetzung berechenbarer Wert. Zahlenmäßig zeigt er selbst für Brennstoffe sehr verschiedener Art nur mäßige Unterschiede und wird daher für solche gleicher Art, z. B. verschiedene Sorten Steinkohle, um so weniger von einem dieser Art eigentümlichen Mittelwert abweichen. Ähnliches gilt von dem Verhältnis  $L_{min}/V_{g_0}$ . Es genügt also im allgemeinen, wenn die Art des Brennstoffs — ob Steinkohle, Erdöldestillate, Generatorgas usw. — bekannt ist, aus dem die Feuergase stammen, um den Abgasverlust nach Gl. 3 berechnen zu können. Durch Messung zu bestimmen sind lediglich die Abgas- und Lufttemperatur, sowie der Luftüberschuß (Abschn. 9).

Der Abgasverlust wächst nach Gl. 3 gegenüber seinem Wert bei reinem Feuergas, der durch den Ausdruck vor der Klammer dargestellt wird, im gleichen Verhältnis mit  $n - 1$ . Trägt man also  $n - 1$  (oder  $n$ ) als Abszissen, die Werte  $s/(t - t_0)$ , d. h. die Abgasverluste für je  $1^{\circ}$  Temperaturüberschuß, als Ordinaten auf, so erhält man für jeden Brennstoff eine Gerade. In Fig. 8 ist dies für die wichtigsten Brennstoffe ausgeführt. Die Ordinaten der Figur sind die Abgasverluste in Hundertteilen des Heizwerts für je  $100^{\circ}$  Temperaturüberschuß der Abgase.

Ist z. B. bei einer mit Steinkohle betriebenen Feuerung die Abgastemperatur  $320^{\circ}$ , die Außentemperatur  $20^{\circ}$ , der Luftüberschuß  $n = 1,5$  fach, so ist der Abgasverlust für je  $100^{\circ}$  nach Fig. 8 gleich 5,9 v. H., also für  $300^{\circ}$  gleich  $3 \cdot 5,9 = 17,7$  v. H.

## 16. Vermischungsdruck und Vermischungstemperatur von Gasen.

In mehreren Gefäßen mit den Rauminhalten  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  cbm seien gleichartige oder ungleichartige Gase vom Drucke  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  und der Temperatur  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ) enthalten.

Welcher Druck und welche Temperatur stellt sich, wenn die Gefäße untereinander in Verbindung gebracht werden, nach dem vollständigen Ausgleich (Vermischung) in dem gemeinsamen Raum

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

ein?

Der Inhalt eines Kilogramm Gas an fühlbarer Wärme (über  $0^{\circ}$ ) wird durch  $c_p \cdot t$  dargestellt. Die Summe der Wärmeinhalte der ein-

zernen Gase vor der Vermischung ist gleich dem Wärmeinhalt des Gemenges. Sind daher  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  die Einzelgewichte,

$$G = G_1 + G_2 + G_3$$

das Gesamtgewicht, so ist

$$G_1 c_{v_1} t_1 + G_2 c_{v_2} t_2 + G_3 c_{v_3} t_3 = G c_v t,$$

demnach die Mischungstemperatur, wegen

$$\begin{aligned} G c_v &= G_1 c_{v_1} + G_2 c_{v_2} + G_3 c_{v_3} \\ t &= \frac{G_1 c_{v_1} t_1 + G_2 c_{v_2} t_2 + \dots}{G_1 c_{v_1} + G_2 c_{v_2} + \dots}, \end{aligned}$$

daher mit  $T = 273 + t$

$$T = \frac{G_1 c_{v_1} T_1 + G_2 c_{v_2} T_2 + \dots}{G_1 c_{v_1} + G_2 c_{v_2} + \dots}.$$

Nun ist nach der Zustandsgleichung der Gase

$$p_1 V_1 = G_1 R_1 T_1,$$

daher

$$G_1 = \frac{p_1 V_1}{R_1 T_1},$$

ebenso für  $G_2$ ,  $G_3$ . Damit wird

$$T = \frac{p_1 V_1 \cdot \frac{c_{v_1}}{R_1} + p_2 V_2 \cdot \frac{c_{v_2}}{R_2} + \dots}{\frac{p_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{c_{v_1}}{R_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} \cdot \frac{c_{v_2}}{R_2} + \dots}$$

Nun ist nach Abschn. 12 für die zweiatomigen Gase  $m \cdot c_v$  gleich groß, und nach Abschn. 6 ebenso  $m \cdot R$  für alle Gase. Daher sind die Quotienten

$$\frac{c_{v_1}}{R_1}, \quad \frac{c_{v_2}}{R_2} \dots$$

bei zweiatomigen Gasen und ihren Gemischen unter sich gleich. Es ist daher für solche Gase

$$T = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + \dots}{\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \dots} \dots \dots \quad (1)$$

(Vermischungs-Temperatur).

Mit

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = G_1 R_1$$

usw. ist auch

$$T = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + \dots}{G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots}$$

und mit

$$G R = G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots$$

$$T = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + \dots}{R G};$$

der Mischungsdruck  $p$  folgt hiermit, wegen  $T = \frac{p V}{G R}$ , aus

$$p V = p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + \dots \dots \quad (2)$$

Die Summe der Produkte aus Druck und Volumen vor der Mischung ist gleich dem Produkt aus Druck und Volumen nachher.

Sind die Drücke vor der Vermischung gleich, nur die Temperaturen verschieden, so wird die Mischungstemperatur

$$T = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} + \frac{V_3}{T_3} + \dots} = T_1 \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}{V_1 + V_2 \frac{T_1}{T_2} + V_3 \frac{T_1}{T_3} + \dots} \quad \dots \quad (3)$$

und der Mischungsdruck  $p = p_1$ , d. h. bei der Mischung tritt keine Druckänderung ein.

Sind dagegen die Temperaturen vor der Mischung gleich und die Drücke verschieden, so folgt

$$T = T_1,$$

d. h. bei der Mischung tritt keine Temperaturänderung ein.

Der Mischungsdruck ist nach Gl. 2 überhaupt von den Temperaturen unabhängig, kann also ohne Kenntnis derselben berechnet werden.

Die Zulässigkeit des obigen Ansatzes beruht darauf, daß die Energie der Gase durch  $c_p \cdot t$  bestimmt ist und bei der Vermischung unverändert bleibt (Absch. 23).

Erfolgt die Vermischung von vornherein nicht bei unveränderlichem Raum, sondern bei unveränderlichem Druck, der dann in allen Einzelräumen  $V_1, V_2, V_3$  gleich  $p_1$  ist, so bleibt die obige Herleitung unverändert, nur ist überall  $c_p$  an Stelle von  $c_v$  zu setzen. Gl. 1, 2 u. 3 bleiben also bestehen und aus Gl. 2 folgt mit  $p = p_1 = p_2 = p_3$   $V = V_1 + V_2 + V_3$ , d. h. der Raum der Mischung ist ebenso groß wie die Summe der Räume der Bestandteile vor der Vermischung,

Beispiel. 0,5 cbm Druckluft von 5 kg/qcm Überdruck und  $40^\circ C$  werden mit 2 cbm Luft von atmosphärischem Druck (1,033 kg/qcm) und  $-10^\circ C$  gemischt. Wie groß wird der Mischungsdruck ( $p$ ) und die Mischungstemperatur  $t$ ?

Es ist nach Gl. 2

$$\begin{aligned} p \cdot (0,5 + 2) &= 6,033 \cdot 0,5 + 1,033 \cdot 2 \\ p &= 2,03 \text{ at abs.} \end{aligned}$$

oder

$$\underline{\underline{1,0 \text{ at Überdruck}}}$$

ferner nach Gl. 1

$$T = \frac{5 \cdot 0,5 + 1,033 \cdot 2}{\frac{5 \cdot 0,5}{313} + \frac{1,033 \cdot 2}{263}} = 288 \text{ abs.}$$

$$t = 288 - 273 = \underline{\underline{+15^\circ C.}}$$

### 17. Die Ausdehnungs- und Verdichtungsarbeit (Raumarbeit) der Gase und Dämpfe. Die absolute Arbeit und die Betriebsarbeit (Nutzarbeit).

Eine in einem festen Gefäß (Fig. 9) eingeschlossene Gasmenge von atmosphärischem Druck, deren Raum durch einen dicht schließenden Kolben vergrößert oder verkleinert werden kann, verhält sich gegenüber von außen veranlaßten Bewegungen des Kolbens wie eine elastische Feder. Um den Kolben von I aus nach innen zu treiben, bedarf es einer Druckkraft  $P_k$  an der Kolbenstange, die in dem Maße anwächst, als der Gasraum verkleinert wird. Das Wachstum von  $P_k$  auf dem Wege I-II des Kolbens soll durch den Verlauf der Kurve ab

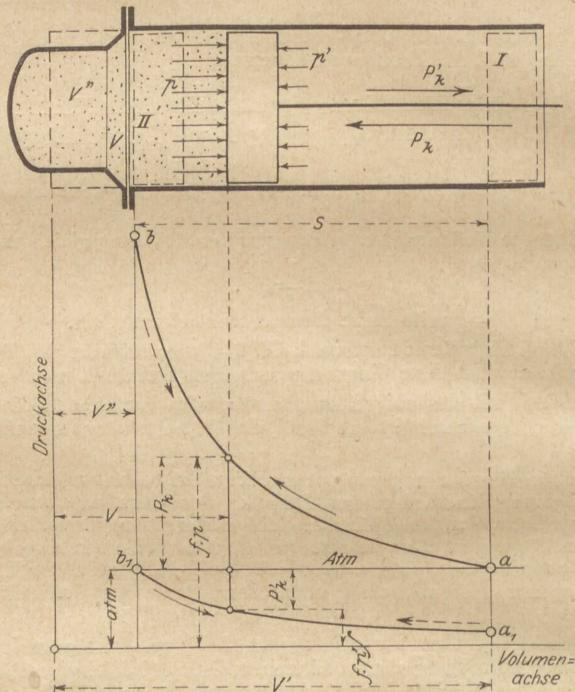


Fig. 9.

dargestellt werden, deren Ordinaten, über der Linie  $ab_1$  gemessen, gleich  $P_k$  seien. Auf dem Wege I-II verrichtet die Kraft  $P_k$  an der Kolbenstange, aber auch der auf der Außenfläche des Kolbens lastende Atmosphärendruck leistet an der Innenfläche des Kolbens Widerstandsarbit.

Befindet sich der Kolben in II und ist in dieser Stellung das Gefäß mit Gas vom Außendruck gefüllt, so bedarf es zum Herausziehen des Kolbens einer Zugkraft  $P_k'$  an der Stange, die in dem Maße zunimmt, als der Gasraum vergrößert wird. Die Kurve  $b_1 a_1$  zeigt die zu den verschiedenen Kolbenstellungen gehörigen Zugkräfte, die von  $ab_1$  nach unten abgetragen sind. Wieder leistet die Zugkraft  $P_k'$  Arbeit, während der Außendruck Widerstandsarbit verrichtet. Auch der innen auf dem Kolben lastende Gasdruck verrichtet Arbeit, diesmal im Sinne der äußeren Kraft  $P_k'$ .

Ist ferner in der Kolbenstellung II das Gefäß mit Gas von höherem als dem Außendruck gefüllt, so kann der Gasdruck den Kolben unter Überwindung einer Widerstandskraft  $P_k$  an der Stange, sowie des von außen auf dem Kolben lastenden Atmosphärendrucks so weit nach außen treiben, bis infolge der Raumvergrößerung der Überdruck des Gases verschwunden ist. Das Gas verrichtet dabei Arbeit.

Wenn sich endlich in der Stellung I verdünntes Gas, d. h. Gas von kleinerem Druck als dem Außendruck, im Gefäß befindet, so kann der Kolben bei der Einwärtsbewegung eine ziehende Widerstandskraft  $P_k'$  so lange überwinden, bis durch die Raumverminderung der Unterdruck verschwunden ist.

Diese Vorgänge lassen sich dahin zusammenfassen, daß bei jeder Raumänderung eines Gases oder Dampfes mechanische Arbeit geleistet wird. Es kann sich hierbei entweder um die vom Gase selbst aufgenommene oder abgegebene Arbeit, die absolute Gasarbeit, handeln, oder um die an der Kolbenstange verrichtete Arbeit (Betriebsarbeit, Nutzarbeit).

**Wert der absoluten Gasarbeit.** Die Art und Weise, wie sich der Gasdruck auf den Kolben mit der Raumänderung verändert, kann sehr verschieden sein, je nach den Wärmemengen, die das Gas während der Raumänderung aufnimmt oder abgibt. Der Verlauf der Gasdrucklinie kann also ganz beliebig gewählt werden, wenn es sich, wie hier, darum handelt, für einen gegebenen Druckverlauf die Gasarbeit zu bestimmen.

Rückt der Kolben um den sehr kleinen Weg  $ds$  vor, so steigt zwar der absolute Gasdruck  $p$ , aber nur um den im Verhältnis zu seiner Größe verschwindend kleinen Betrag  $dp$ . Die Arbeit des Gasdruckes  $f \cdot p$  kann daher gleich  $f \cdot p \cdot ds$  gesetzt werden. Nun ist  $f \cdot ds$  die Änderung (Zunahme oder Abnahme) des Gasraumes durch die Veränderung der Kolbenstellung,  $dV = f \cdot ds$ . Die Arbeit auf dem Wege  $ds$  ist daher

$$dL = p \cdot dV.$$

Läßt man den Kolben ruckweise um  $ds_1, ds_2, ds_3$  usw. vorrücken oder zurückweichen, wobei der Gasraum um  $dV_1, dV_2, dV_3 \dots$  abnimmt bzw. zunimmt, so werden vom Gasdruck nacheinander die Arbeiten  $p_1 dV_1, p_2 dV_2, p_3 dV_3 \dots$  verrichtet. Auf einem Wege von beliebiger Länge wird daher vom Gasdruck die Arbeit

$$L_G = p_1 dV_1 + p_2 dV_2 + p_3 dV_3 + \dots$$

(von  $V''$  bis  $V'$ ) oder abgekürzt

$$L_G = \int_{V''}^{V'} p \cdot dV$$

geleistet.

Dies ist die von einer beliebigen Gasmenge vom Volumen  $V$  und vom Gewichte  $G$  bei einer Raumänderung von  $V'$  auf  $V''$  geleistete bzw. aufgenommene mechanische Arbeit.

Für  $G = 1 \text{ kg}$  Gas wird wegen  $V = v$  (spez. Vol.)

$$L = \int_{v''}^{v'} p \cdot dv.$$

$L$  und  $L_G$  hängen zusammen durch die Beziehung

$$L_G = G \cdot L,$$

d. h., unter gleichen Umständen leisten  $G \text{ kg}$  Gas die  $G$  fache Arbeit von  $1 \text{ kg}$  Gas.

Wegen  $V = G \cdot v$  ist nämlich  $dV = G \cdot dv$ , somit

$$L_G = \int_{v''}^{v'} p \cdot G \cdot dv = G \cdot \int_{v''}^{v'} p \cdot dv = G \cdot L$$

Arbeit, die vom Gase abgegeben wird, also Ausdehnungsarbeit, gilt als positiv, aufgenommene Arbeit, also Verdichtungsarbeit, als negativ.

**Graphische Darstellung der Gasarbeit.** (Arbeitsdiagramm, Druckvolumendiagramm.) Werden die absoluten Gasdrücke  $p$  als Ordinaten, die dazugehörigen Gasräume  $V$  (oder  $v$ ) als Abszissen aufgetragen, Fig. 10 (Druckvolumendiagramm), so wird das Arbeitselement  $p \cdot dV$  durch den schraffierten Flächenstreifen dargestellt. Die ganze von dem Gase bei einer Volumänderung von  $V'$  auf  $V''$  aufgenommene bzw. bei Ausdehnung verrichtete Arbeit entspricht demnach als Summe der Arbeitselemente der Kurvenfläche  $AB'B'A'$ . Aus diesem Grunde heißt das Diagramm auch „Arbeitsdiagramm“.

Wie im praktischen Falle die Druckachse zu legen ist, geht aus Fig. 9 hervor. Die eigentliche Diagrammkurve verläuft innerhalb des Hubraumes (oder Hubes) des Kolbens. Das jeweilige Gas- (oder Dampf-) Volumen ist aber die Summe aus dem vom Kolben freigemachten (oder verdrängten) Volumen und dem Raum  $V''$ , in welchen das Gas bei der inneren Kolbeneinstellung zurückgedrängt wird. Bei Gasmaschinen heißt  $V''$  Verdichtungs- oder Kompressionsraum, bei Dampfmaschinen schädlicher Raum. Die Druckachse liegt also um die verhältnismäßige Größe dieses Raumes jenseits des Diagrammanfangs.

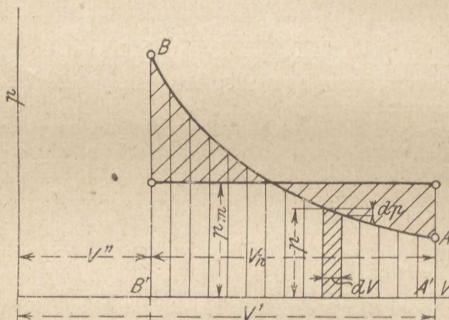


Fig. 10.

gewissen mittleren Größe  $p_m$  während der gleichen Raumänderung geleistet würde.

Im Arbeitsdiagramm ist dann  $p_m$  die Höhe des Rechtecks, dessen Länge gleich  $A'B'$  und dessen Fläche gleich der Arbeitsfläche  $A B B' A'$  ist. Aus dem Diagramm kann also  $p_m$  durch Planimetrieren dieser Fläche und Dividieren durch  $A'B'$  (ohne Rücksicht auf den Längenmaßstab) erhalten werden. Die Gasarbeit selbst ist dann

$$L = p_m \cdot (V' - V'')$$

worin  $p_m$  in kg/qm,  $V'$  und  $V''$  in cbm einzuführen sind.

In praktischen Fällen ist häufig  $V' - V''$  das Hubvolumen eines Zylinders mit der Kolbenfläche  $O$  und dem Kolbenhub  $H$ . Dann ist

$$L = O \cdot p_m \cdot H.$$

Hier kann  $p_m$  auch in kg/qcm eingeführt werden, wenn  $O$  in qcm ausgedrückt wird;  $H$  in m.

#### Die absolute Gasarbeit und die Betriebsarbeit (Nutzarbeit).

Der eben ermittelte Arbeitswert stellt im Falle der Ausdehnung die Arbeit dar, die das Gas an die Innenfläche des Kolbens abgibt, und im Falle der Raumverkleinerung die Arbeit, die durch die äußeren Kräfte mittels der Innenfläche des Kolbens auf das Gas übertragen wird. Er wird als absolute Gasarbeit bezeichnet.

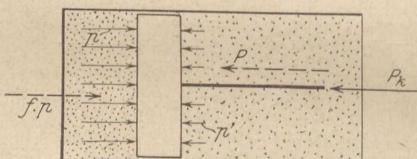


Fig. 11.

Da nun der Außenraum des Gefäßes Fig. 11 nie völlig luftleer ist, sondern stets Gase oder Dämpfe von mehr oder weniger hohem Drucke  $p'$  enthält, so besteht die Kraft  $P$ , die im ganzen von außen auf den Kolben einwirkt, immer aus einem gleichmäßig über seinen Querschnitt  $f$  verteilten Drucke  $f p'$  und einer Einzelkraft  $\pm P_k$  an der Stange. Es ist, Fig. 11,

$$P = f p' \pm P_k.$$

An der Innenfläche wirkt auf die Kolbenfläche die Kraft  $f p$ , die im Falle des Gleichgewichts gleich der Außenkraft sein muß. Man hat daher

$$f \cdot p = f \cdot p' \pm P_k,$$

somit

$$\pm P_k = f \cdot (p - p').$$

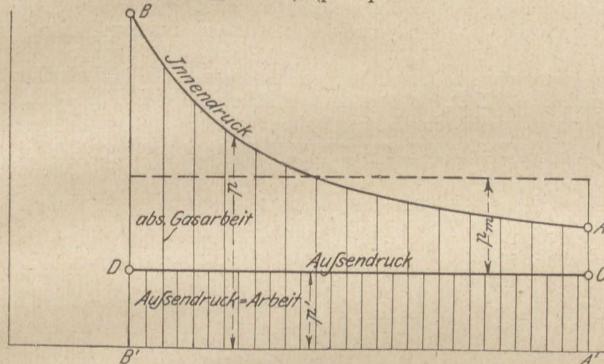


Fig. 12.

Bei der Ausdehnung drückt das Gas mit der Kraft  $f p$  auf den Kolben. Die Nutzkraft  $P_k$  an der Kolbenstange ist um  $f p'$  kleiner. Die Arbeit, die von  $P_k$  verrichtet wird (Nutzarbeits), ist demgemäß um die Arbeit von  $f p'$  kleiner als die absolute Gasarbeit.

Bei der Verdichtung ist dagegen nicht die Kraft  $f p$  aufzuwenden, die auf das Gas wirkt, sondern eine um  $f p'$  kleinere Kraft. Der wirkliche Arbeitsaufwand (Betriebsarbeit) zur Verdichtung ist um die Arbeit des Außendrucks kleiner als die absolute Verdichtungsarbeit.



Fig. 12a.

Ist der Gasdruck kleiner als der Außendruck, Fig. 12a, so kann der Außendruck bei dem Verdichtungsvorgang  $AB$  außer der von ihm geleisteten Verdichtungsarbeit noch die Nutzarbeit  $ABDC$  an die Kolbenstange abgeben (Nutzen des Vakuums).

Umgekehrt muß bei dem Verdünnungsvorgang ( $BA$ ) an der Kolbenstange die Arbeit  $ABDC$  von außen aufgewendet werden, denn der Gasdruck  $p$  selbst hält nur einem gleich großen Teil des Gegendrucks  $p'$  das Gleichgewicht (Luftpumpenarbeit).

**Arbeitsermittlung bei geschlossener Diagrammfläche.** Bei den Arbeitsvorgängen in Dampf- und Gasmaschinen, in Kompressoren und Luftpumpen mit Kolbenbewegung handelt es sich in erster Linie um die bei einem vollen Arbeitsspiel vom Kolben abgegebene oder aufgenommene Arbeit. Ein Spiel erstreckt sich über 2 Hübe (Hingang und Rückgang) des Kolbens, bei Gasmaschinen meist (Viertakt) über 4 Hübe.

Während eines Spieles verläuft z. B. bei Kondensationsdampfmaschinen der Druck im Zylinder auf einer Kolbenseite nach Art der Fig. 13. Von A aus fällt der Druck während des ganzen Hinganges  $AB$ ; auf dem Rückgang  $BFA$  fällt er zunächst ebenfalls, um dann allmählich wieder bei A zum Anfangswert zurückzukehren. Die Diagrammlinie ist also zum Unterschied von vorhin geschlossen.

Die Maschine sei einfach wirkend, d. h. die andere Zylinderseite sei offen, der Kolben also von außen mit dem Atmosphärendruck belastet (Linie  $CD$ ).

Gemäß den obigen Ermittlungen ist nun die Nutzarbeit während des Hingangs gleich  $ABDC$ , während des Rückgangs  $E'FE - BDE' - EAC$ , also im ganzen während des Doppelhubes

$$L = ABDC + E'FE - BDE' - EAC.$$

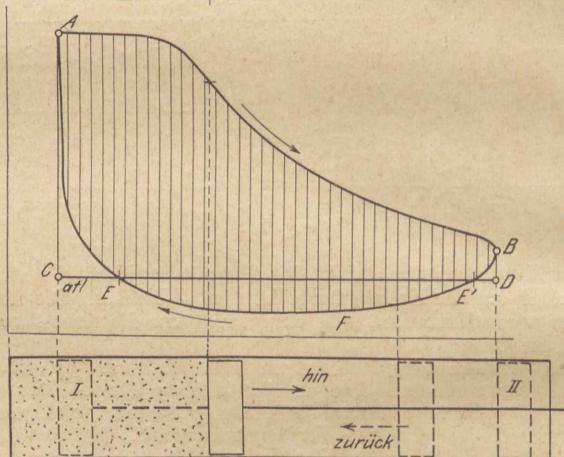


Fig. 13.

Diese Flächensumme ist die Fläche innerhalb der geschlossenen Diagrammlinie  $ABFEA$ .

Für die Nutzarbeit des Dampfes der einen Kolbenseite ist es demnach ohne Belang, in welcher Höhe die Drucklinie der anderen Seite verläuft. Die zweite Kolbenseite kann mit der Atmosphäre, einem Vakuum oder einem Raum von höherem Druck verbunden sein. Die Fläche des „Indikatordiagramms“ stellt unter allen Umständen die vom Dampfe einer Kolbenseite an den Kolben während einer Umdrehung abgegebene Nutzarbeit dar.

Auf die Größe dieser Fläche selbst ist es natürlich von Einfluß, ob der Arbeitsraum mit der Atmosphäre oder einem Vakuum verbunden ist (Verlauf der Linie  $BFE$ ).

Die doppelt wirkende Maschine kommt der Wirkung nach zwei einfach wirkenden Maschinen gleich. Die Dampfarbeit beider Kolbenseiten zusammen während einer Umdrehung ist gleich der Summe der Diagrammflächen beider Kolbenseiten. Das einzelne Dampfdiagramm stellt die Arbeit des Dampfes einer Kolbenseite während einer Umdrehung dar.

Der Umstand, daß hier der Gegendruck jeder Kolbenseite aus dem Dampfdruck der anderen besteht, ändert nichts an der ganzen Nutzarbeit, wohl aber an der Verteilung dieser Arbeit über die Umdrehung.

Man kann die Nutzarbeit einer Kolbenseite auch als den Unterschied der absoluten Dampfarbeiten der einen Seite beim Hingang und Rückgang auffassen.

## 18. Einfluß der Wärme auf den Gaszustand im allgemeinen. Die verschiedenen Zustandsänderungen.

Wird ein Gas in einem Gefäß, das durch einen beweglichen Kolben verschlossen ist, von außen erhitzt oder abgekühlt, so ändern sich mit der Temperatur im allgemeinen Druck und Volumen gleichzeitig. Denn diese Größen sind durch die Zustandsgleichung  $pv = RT$  mit der Temperatur und miteinander verbunden. Im besonderen Falle kann eine der Größen auch unverändert bleiben. Wird z. B. durch Erhitzung  $T$  verdoppelt, so kann dabei  $v$  unverändert bleiben; dann steigt  $p$  auf das Doppelte. Es kann auch  $p$  unverändert bleiben, dann muß, wenn  $T$  verdoppelt werden soll, auch  $v$  verdoppelt werden. Die Wärmemengen in beiden Fällen sind verschieden ( $c_v$  und  $c_p$ ), überhaupt entspricht der gleichen Temperaturänderung in jedem besonderen Falle, je nach der dabei eintretenden Volumenänderung (oder Druckänderung), eine andere Wärmemenge.

Umgekehrt ist im allgemeinen mit jeder Zustandsänderung (d. h. Änderung von Druck, Volumen und Temperatur) ein Zugang oder Abgang von Wärme verbunden. Die Temperaturänderung allein besagt aber bei den Gasen, im vollen Gegensatz zu den festen Körpern, noch nichts über die Größe der Wärmemenge. Diese hängt durchaus von den gleichzeitigen Änderungen von Druck und Volumen ab.

Hinsichtlich der Zustandsänderung sind folgende Fälle möglich:

1. Das Gefäß ist von unveränderlichem Rauminhalt. Nur Temperatur und Druck können sich durch Zufuhr oder Entziehung von Wärme ändern.  $v = \text{konst.}$

2. Das Gefäß ist durch einen Kolben verschlossen, auf dem ein unveränderlicher Druck liegt, so daß auch der Gasdruck sich nicht ändern kann. Dann nimmt bei der Erwärmung mit der Temperatur der Raum zu, bei der Abkühlung ab.  $p = \text{konst.}$

Die Erwärmung in einem offenen Gefäß gehört hierher.

3. Der Rauminhalt wird während der Erwärmung durch einen Kolben derart verändert, daß trotz der Wärmezufuhr keine Temperatursteigerung eintritt: Gemäß der Zustandsgleichung der Gase bleibt dann das Produkt  $pv$  unverändert, und zwar muß das Volumen, wie aus dem Späteren hervorgeht, bei Wärmezufuhr vergrößert, bei Wärmeentziehung verkleinert werden. Isothermische Zustandsänderung.  $T = \text{konst.}$  oder  $t = \text{konst.}$

4. Druck, Volumen und Temperatur können auch ohne gleichzeitige Wärmezufuhr oder -entziehung, also auf rein mechanischem Wege, durch Zusammendrücken oder Ausdehnen geändert werden.

Diese Zustandsänderung ist streng genommen nur in einem für Wärme gänzlich undurchlässigen Gefäß möglich. Daher trägt sie den Namen „adiabatische Zustandsänderung“.

5. Druck und Volumen und mit ihnen die Temperatur ändern sich unter Zufuhr oder Entziehung von Wärme nach einem beliebigen Gesetz. (Allgemeinster Fall der Zustandsänderung.)

### 19. Zustandsänderung bei unveränderlichem Rauminhalt.

In einem Raum von unveränderlicher Größe,  $V$  cbm, wird ein beliebiges Gas vom Druck  $p_1$  und der absoluten Temperatur  $T_1$  durch Mitteilung von Wärme erhitzt. Zur Erhöhung der Temperatur auf  $T_2$  ist für jedes kg Gas die Wärme

$$Q = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

erforderlich. Handelt es sich nur um mäßige Temperatursteigerung, so ist  $c_v$  als unveränderlich, d. h. unabhängig von  $T_1$  und  $T_2$  zu betrachten. Bei Erhitzung auf Feuergastemperaturen ist dies unzustimmt. Wenn  $T_2$  gegeben ist, so kann  $Q$  aus

$$Q = (c_v)_m \cdot (T_2 - T_1)$$

berechnet werden, mit  $(c_v)_m$  als mittlerer spez. Wärme zwischen  $T_2$  und  $T_1$ . Ist aber  $Q$  gegeben und  $T_2 - T_1$  gesucht, so führt Taf. I zum Ziel (vgl. S. 45).

Im Raum von  $V$  cbm sind

$$G = \frac{p_1 V}{R T_1} \text{ kg}$$

enthalten. Die wirklich erforderliche Wärme ist also  $G \cdot Q$  Cal.

Mit dem gesamten Volumen  $V$  bleibt auch das spez. Volumen unverändert. Für den Anfang gilt also

$$p_1 v = R T_1,$$

für das Ende

$$p_2 v = R T_2.$$

Daraus folgt

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

d. h., der Druck des Gases wächst im Verhältnis der absoluten Temperaturen.

Ist nicht  $T_2$  gegeben, sondern  $Q$ , so schreibe man

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1},$$

oder

$$\frac{p_2}{p_1} - 1 = \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

$T_2 - T_1$  erhält man bei veränderlicher spez. Wärme aus Taf. I und damit

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

Die gleiche Temperatursteigerung  $T_2 - T_1$  bringt also eine um so größere verhältnismäßige Drucksteigerung  $p_2/p_1$  hervor, je niedriger die Anfangstemperatur ist.

Bei Abkühlung ist entsprechend zu verfahren. Hierbei fällt der Druck. Die Formeln ändern sich nicht.

Mechanische Arbeit wird bei dieser Zustandsänderung nicht verrichtet.

Beispiele: 1. Welche Erwärmung ist nötig, um Luft von  $15^{\circ}$  in einem geschlossenen Raum vom atmosphärischen Druck bis auf 2 kg/qem Überdruck zu bringen?

Es ist

$$\frac{T_2}{273 + 15} = \frac{2 + 1,033}{1,033}, \text{ daher } T_2 = 835 \text{ abs., } t_2 = 572^{\circ} \text{ C.}$$

Es ist also mit Rücksicht auf die viel zu hohen Temperaturen technisch ausgeschlossen, Gase in geschlossenen Kesseln nach Art der Dampfkessel durch äußere Feuerung auf Drücke von mehr als 2 kg/qem zu bringen.

2. Ein brennbares Gemisch aus Leuchtgas und Luft enthalte so viel Gas, daß auf 1 cbm Gemisch von  $0^{\circ}$  und 760 mm bei der Verbrennung 500 Cal frei werden.

Welche Temperatur- und Drucksteigerung tritt bei der plötzlichen Verbrennung unter unveränderlichem Rauminhalt ein?

Die Temperatursteigerung hängt wegen der Zunahme der spez. Wärme mit der Temperatur in gewissem Grade von der Anfangstemperatur  $T_1$  ab. Ist diese bekannt, so folgt die Temperatursteigerung  $\tau$  aus Taf. I gemäß Abschn. 14. Unter der Voraussetzung, daß das Feuergas etwa 50 v. H. Raumteile Luft enthält, ergibt die Wärmemengenkurve für  $v_t = 0,5$  in Taf. I bei den Anfangstemperaturen

	$t_1 = 100^{\circ}$	$200^{\circ}$	$300^{\circ}$	$500^{\circ}$
oder	$T_1 = 373$	473	573	773 abs.

die Endtemperaturen

	$t_2 = 1475$	1560	1635	$1800^{\circ} \text{ C.}$
daher	$T_2 = 1748$	1833	1908	2073,

damit wird das Drucksteigerungsverhältnis

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = 4,69 \quad 3,88 \quad 3,33 \quad 2,68,$$

also abnehmend mit wachsender Anfangstemperatur.

Der Enddruck  $p_2$  ist durch den Anfangsdruck mitbestimmt.

Beträgt dieser beziehungsweise (etwa infolge adiabatischer Verdichtung eines Gemenges von 1 at)

	$p_1 = 1$	2,5	5	14 at abs.
so wird	$p_2 = 4,69$	9,70	16,65	37,6 at abs.

Bei innerer Wärmeentwicklung, wie sie in den Verbrennungsmotoren benutzt wird, ist also im Gegensatz zu äußerer Erhitzung die „Wärmezufuhr unter konstantem Volumen“ ein sehr geeignetes Mittel zur Erzielung von motorisch brauchbaren Drücken. Die hohen Temperaturen werden in den Verbrennungsmotoren durch ihre kurze Dauer und die kräftige Kühlung der Wände unschädlich. Diese erhitzen sich weitaus nicht so hoch, wie die Verbrennungsprodukte.

## 20. Zustandsänderung bei unveränderlichem Druck.

In einem Gefäß vom Volumen  $V_1$ , Fig. 14, wird Gas von der Temperatur  $T_1$  durch einen mit der festen Belastung  $P$  versehenen Kolben auf der Spannung  $p$  erhalten. Bei Erwärmung von außen steigt die Temperatur und gleichzeitig dehnt sich das Gas aus, der Kolben steigt.

Die ganze Raumvergrößerung beträgt nach dem Gesetz von Gay-Lussac

$$V_2 - V_1 = V_0 \cdot \frac{T_2 - T_1}{273}$$

(vgl. Abschn. 3, 1. Form), woraus sich durch Division mit der Kolbenfläche  $O$  der Kolbenweg  $s$  ergibt.  $V_0$  ist das Volumen der Gasmenge bei  $0^\circ\text{C}$ . — Die verhältnismäßige Raumvergrößerung ist

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

(Gay-Lussacsches Gesetz, 2. Form).

Die zur Erwärmung von 1 kg des Gases um  $\tau^0 = T_2 - T_1$  erforderliche Wärme ist

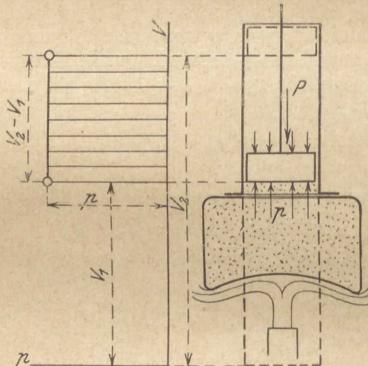


Fig. 14.

$$Q = c_p \cdot \tau,$$

mit  $c_p$  als spez. Wärme bei konstantem Druck. Über diese gilt das gleiche wie über  $c_v$  in Abschn. 19. Bei gegebenem  $Q$  kann  $\tau$ , bei gegebenem  $\tau$  kann  $Q$  nach S. 45 aus Tafel I abgelesen werden, falls  $c_p$  veränderlich ist.

Mit

$$G = \frac{p_1 V_1}{R T_1}$$

wird die gesamte Wärmemenge gleich  $G \cdot Q$  Cal.

**Mechanische Arbeit.** Zum Unterschied vom vorhergehenden Falle wird von dem Gase die mechanische Arbeit (absolute Gasarbeit)

$$L_G = f p s$$

verrichtet, oder wegen

$$f s = V_2 - V_1$$

$$L_G = p(V_2 - V_1).$$

Die Arbeit von 1 kg Gas wird mit  $V_2 = v_2$ ,  $V_1 = v_1$

$$L = p(v_2 - v_1).$$

Dies lässt sich noch anders ausdrücken. Für den Anfang gilt

$$p v_1 = R T_1,$$

für das Ende

$$p v_2 = R T_2.$$

Durch Subtraktion wird  $p(v_2 - v_1) = L = R(T_2 - T_1)$ .

**Mechanische Bedeutung der Gaskonstanten  $R$ .** Mit  $T_2 - T_1 = 1^{\circ}\text{C}$  wird

$$L \text{ (für } 1^{\circ}) = R.$$

$R$  bedeutet also die absolute Ausdehnungsarbeit in mkg, die 1 kg des betreffenden Gases bei Erwärmung unter konstantem Druck um  $1^{\circ}\text{C}$  verrichtet.

**Beispiele:** 1. Wieviel Wärme ist in einer Luftheizung durch die Feuerung auf die Luft zu übertragen, wenn stündlich 1000 cbm warme Luft von  $60^{\circ}$  aus Luft von  $-15^{\circ}$  herzustellen sind?

Zur Erwärmung von 1 kg um  $60 + 15 = 75^{\circ}$  sind  $75 \cdot c_p = 75 \cdot 0,238 = 17,85$  Cal. erforderlich. — Das spez. Gewicht der Luft von  $60^{\circ}$  ist bei 760 mm gleich  $1,3 \cdot \frac{273}{(273 + 60)} = 1,07$  kg/cbm. Daher wiegen 1000 cbm warme Luft  $1000 \cdot 1,07 = 1070$  kg. Es müssen also der Luft stündlich  $1070 \cdot 17,85 = 19100$  Cal. mitgeteilt werden.

2. In einen mit Luft von 35 at abs. und  $700^{\circ}$  gefüllten Zylinder wird Brennstoff (Petroleum) allmählich in solcher Weise eingeführt, daß während der Verbrennung der Gasdruck hinter dem ausweichenden Kolben unveränderlich 35 at bleibt. (Gleichdruck-Verbrennungsmotor.)

Welche Temperatur  $T_2$  herrscht im Gase bei Schluß der Brennstoffzufuhr, wenn sein Rauminhalt durch den Kolben bis dahin auf das  $2\frac{1}{2}$ fache angewachsen ist? Welche Wärmemenge ist, für 1 cbm von  $0^{\circ}$  760 mm, durch die Verbrennung entstanden? Welche absolute Arbeit hat der Gasdruck während der Verbrennung verrichtet?

Es ist

$$\frac{T_2}{273 + 700} = \frac{2,5}{1}, \quad T_2 = 2430 \text{ abs.}; \quad t_2 = 2157^{\circ}\text{C}.$$

Die Temperatursteigerung ist  $\tau = 2157 - 700 = 1457^{\circ}\text{C}$  bei einer Anfangstemperatur von  $700^{\circ}\text{C}$ . Dies entspricht nach Taf. I für die Verbrennungsprodukte einer Wärmezufuhr von rd. 580 Cal/cbm. Die absolute Gasarbeit ist  $L = R \cdot (T_2 - T_1) = 29,3 \cdot 1457 = 42800$  mkg/kg.

## 21. Verwandlung von Wärme in Arbeit und von Arbeit in Wärme bei der Zustandsänderung mit unveränderlichem Druck. Mechanisches Wärmeäquivalent. Erster Hauptsatz der Mechanischen Wärmetheorie.

Wird die gleiche Gasmenge bei unveränderlichem Druck um die gleiche Anzahl von Graden erwärmt, wie bei unveränderlichem Raum, so ist für jedes Kilogramm und jeden Grad eine um  $c_p - c_v$  größere Wärmemenge erforderlich. Der Mehrbetrag an fühlbarer im Gase wirklich vorhandener Wärme ist jedoch in beiden Fällen am Ende der gleiche; denn er hängt nicht davon ab, wie die höhere Temperatur zustande kommt, sondern nur von dieser Temperatur selbst. Dieser Betrag ist gleich  $c_v \cdot t$ , da bei unveränderlichem Raum die ganze zugeführte Wärme auf Temperatursteigerung verwendet wird.

Von den  $c_p \cdot t$  Cal, die das Gas bei unveränderlichem Druck aufnimmt, verschwinden also während der Ausdehnung  $c_p \cdot t - c_v \cdot t$ , oder für jeden Grad Erwärmung  $c_p - c_v$  Cal (sie werden „latent“).

Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Zustandsänderungen liegt nun darin, daß bei konstantem Druck vom Gase mechanische Arbeit verrichtet wird, bei konstantem Volumen nicht. Die Ursache des Mehrverbrauchs an Wärme im ersten Falle kann lediglich darin begründet sein. Die Ausdehnung und die dabei verrichtete Gasarbeit ist ebenso eine Folge der Wärmemittelung an das Gas wie die Temperaturerhöhung. Bei unveränderlichem Raum hat die Wärme nur die letztere zu leisten.

Man stellt sich nun vor, daß die latent gewordenen  $c_p - c_v$  Cal zur Leistung der Ausdehnungsarbeit verbraucht wurden. Die letztere beträgt nach Abschn. 20 für je  $1^{\circ} R$  mkg/kg. Es entspricht also einem Meterkilogramm geleisteter Arbeit ein Wärmeverbrauch von

$$A = \frac{c_p - c_v}{R} \text{ Cal.}$$

Dieser Wert erweist sich nun, wenn man die Zahlenwerte von  $c_p$ ,  $c_v$  und  $R$ , soweit sie aus unmittelbaren Versuchen genau bekannt sind, einführt, als gleich groß für alle Arten von Gasen und als unabhängig von der Veränderlichkeit des  $c_p$  und  $c_v$  mit der Temperatur. Es ist

$$A = \frac{1}{427} \text{ Cal/mkg.}$$

Zwecks Bestätigung dieser Tatsache ist zu beachten, daß nur  $c_p$ ,  $k = \frac{c_p}{c_v}$

und  $R$  aus Versuchen direkt ermittelt sind, während sich  $c_v$ , von den Explosionsversuchen abgesehen, bis jetzt aus Versuchen direkt nicht genau ermitteln läßt.  $R = 37,85/\gamma_0$  wird aus dem spez. Gewicht berechnet. Mit Rücksicht auf diese Umstände schreiben wir

$$A = \frac{\gamma_0 c_p}{37,85} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

und setzen hierin die aus unabhängigen Versuchen ermittelten Werte von  $\gamma_0$ ,  $c_p$  und  $k$  ein. Hierbei ist für  $c_p$  und  $k$ , die sich mit der Temperatur ändern, gleiche Temperatur vorauszusetzen, während  $\gamma_0$  für  $0^{\circ}$  und 760 mm gilt.

Nun ist z. B. für Sauerstoff

$$\gamma_0 = 1,4292 \text{ kg/cbm}, \quad c_p = 0,2175 \text{ Cal/kg}, \quad k = 1,40,$$

daher

$$A = \frac{1,4292 \cdot 0,2175}{37,85} \left(1 - \frac{1}{1,4}\right) = \frac{1}{427}.$$

Für Luft ist

$$\gamma_0 = 1,2928, \quad c_p = 0,240, \quad k = 1,40,$$

daher

$$A = \frac{1,2928 \cdot 0,240}{37,85} \left(1 - \frac{1}{1,40}\right) = \frac{1}{427}.$$

Demnach entspricht einer in mechanische Arbeit umgesetzten Wärmemenge von  $\frac{1}{427}$  Cal ein Arbeitsgewinn von 1 mkg.

Wird das Gas bei konstantem Druck um  $t^{\circ}$  abgekühlt (vgl. Fig. 14, vor. Abschn.), so muß ihm die Wärme  $c_p \cdot t$  entzogen werden. Seinem Inhalt an fühlbarer Wärme nach könnte es jedoch bei dieser

Abkühlung aus sich selbst nur  $c_v \cdot t$  Cal abgeben, aus dem gleichen Grunde wie es oben nur  $c_v \cdot t$  Cal als Wärme in sich aufnehmen konnte. Der Mehrbetrag von  $(c_p - c_v) \cdot t$ , den es darüber hinaus abgibt, entsteht dadurch, daß die mechanische Arbeit, die von dem Außendruck bei der Raumverminderung auf das Gas übertragen wird, im Gase selbst in Wärme verwandelt und als solche abgeleitet wird. Es entspricht daher einer Wärmeeinheit, die durch Umsetzung von mechanischer Arbeit in Wärme entsteht, ein Arbeitsaufwand von

$$\frac{R}{c_p - c_v} = \frac{1}{A} = 427 \text{ mkg/Cal.}$$

Dieser Umsetzung oder „Verwandlung“ von Wärme in Arbeit und umgekehrt liegt ein ganz allgemein gültiges, von den besonderen Eigenschaften der Gase gänzlich unabhängiges Gesetz zugrunde, das Gesetz von der Äquivalenz von Wärme und Arbeit. Es lautet:

Wenn auf irgendeinem Wege aus Wärme mechanische Arbeit oder aus mechanischer Arbeit Wärme entsteht, so entspricht jeder wirklich in Arbeit verwandelten, also als Wärme verschwundenen Wärmeeinheit eine Arbeit von 427 mkg (Mechanisches Wärmeäquivalent). Umgekehrt entspricht jedem Meterkilogramm verschwundener, in Wärme verwandelter mechanischer Arbeit eine neu gebildete Wärmemenge von 1/427 Cal.

Dieses Gesetz ist 1842 von Robert Mayer entdeckt worden. Seine allgemeine Gültigkeit wurde 1843 zuerst von Joule durch mannigfaltige Versuche, seitdem durch zahllose Erfahrungen und Versuche mit Körpern und unter Umständen aller Art bewiesen. Mayer berechnete die Äquivalenzzahl mittels der damals bekannten Werte von  $c_p$ ,  $c_v$  und  $R$  nach dem obigen Verfahren. Diese heute genauer bekannten Werte liefern, wie oben gezeigt, bei Sauerstoff und Stickstoff den Wert 427, der in dieser Größe auch aus Versuchen ermittelt ist, bei denen mechanische Arbeit durch Reibung bzw. Wirbelung in Wärme übergeführt wird.

Setzt man nun das Äquivalenzgesetz als allgemein gültig voraus, so gilt für alle gasförmigen Körper, die der Zustandsgleichung

$$p v = RT$$

folgen, die wichtige Beziehung

$$c_p - c_v = \frac{1}{427} R$$

oder mit

$$R = \frac{848}{m}$$

$$m c_p - m c_v = \frac{848}{427} = 1,98,$$

d. h. der Unterschied der Molekularwärmnen bei konstantem Druck und konstantem Volumen ist für alle Gase bei allen Temperaturen gleich 1,98.

Die Erweiterung des ersten Hauptgesetzes der Wärme auf andere Naturvorgänge, wie die elektrischen und chemischen, führte Mayer und Helmholtz zur Aufstellung des Satzes von der Erhaltung der Energie, der besagt, daß eine einmal vorhandene Menge von Energie nicht verloren gehen und auf keine Weise vernichtet werden kann. Nur die Form der Energie kann sich ändern; grundsätzlich kann jede Form der Energie in jede andere, sei es unmittelbar oder mittelbar, übergeführt werden. Die Hauptformen der Energie sind die mechanische Energie, als Bewegungsenergie (kinetische) oder Spannungsenergie (potentielle), die Wärmeenergie, die elektrische Energie und die chemische Energie.

Der Satz besagt aber weiter noch, daß Energie auch nicht erschaffen werden kann. Wenn auf irgendeine Weise Energie „gewonnen“ wird, so kann es sich immer nur um eine Entnahme aus dem vorhandenen Energievorrat der Welt handeln. Dieser Satz ist gleichbedeutend mit der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile, d. h. einer ständig ohne fremden Antrieb und ohne Verbrauch von Betriebsstoffen in Bewegung bleibenden Vorrichtung, welche Nutzbarkeit leisten oder auch nur die eigene Reibungsarbeit überwinden könnte.

### 21a. Die Einheiten der mechanischen, kalorischen, chemischen und elektrischen Energie.

Die technische Einheit der mechanischen Energie ist das Meterkilogramm (mkg), die der kalorischen oder Wärmeenergie die Kilogrammkalorie (Cal oder kcal). Zwischen beiden besteht die Beziehung

$$1 \text{ mkg} = \frac{1}{427} \text{ Cal} \quad \text{oder}$$

$$1 \text{ Cal} = 427 \text{ mkg}.$$

Man wird im allgemeinen mechanische Energiemengen (mechanische Arbeit oder Arbeitsfähigkeit, Bewegungsenergie) im mechanischen Maß und Wärmemengen im kalorischen oder Wärmemaß ausdrücken. Wegen der Unabhängigkeit der Energiebeträge von der Erscheinungsform der Energie kann man jedoch auch umgekehrt mechanische Energiemengen im Wärmemaß, Wärmemengen im mechanischen Maß darstellen.

So pflegt man im Dampfturbinenbau die Arbeitsfähigkeit des Dampfes zwischen zwei gegebenen Drücken als Wärmegefälle zu bezeichnen und in Cal auszudrücken (Abschn. 47). Ein Wärmegefälle von 90 Cal würde z. B. eine verfügbare Arbeitsmenge von  $90 \cdot 427 = 38\,430$  mkg bedeuten. Umgekehrt ist vorgeschlagen worden, Wärmegrößen wie die spezifische Wärme, Verdampfungswärme u. a. statt in Cal in mkg oder in elektrischen Einheiten (Wattsekunden) auszudrücken, um ein einheitliches Maß zu haben. Die spezifische Wärme der Luft würde dann statt  $c_p = 0,24 \text{ Cal/kg}$  betragen  $c_p = 0,24 \cdot 427 = 102,5 \text{ mkg/kg}$ .

Die bei chemischen Reaktionen auftretenden oder verfügbaren Energiemengen werden allgemein im Wärmemaß, also in Cal oder cal ausgedrückt.

Technisch besonders wichtig ist der Zusammenhang der elektrischen Energieeinheit mit der kalorischen und mechanischen. Das elektrische (elektrodynamische) Maßsystem baut sich auf dem sogenannten absoluten mechanischen Maßsystem (cm, g, sec- oder

*c, g, s*-System) auf. In diesem ist die Einheit der Arbeit oder Energie das Erg.

1 Erg ist die Arbeit, die von der Krafteinheit des absoluten Maßsystems, dem Dyn, auf einem Weg von 1 cm verrichtet wird.

$$1 \text{ Erg} = 1 \text{ Dyn} \cdot 1 \text{ cm}.$$

Ein Dyn ist aber die Kraft, die der Masse eines Grammgewichts (der Masseneinheit des absoluten Maßsystems) die Beschleunigung 1 cm/sec<sup>2</sup> erteilt. Im technischen mechanischen Maßsystem (m, kg, sec) ist diese Masse, da hier die Krafteinheit gleich der Gewichtseinheit (kg) ist, gleich 1/(1000 · 9,81) technischen Masseneinheiten. So mit ist wegen

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$

$$1 \text{ Dyn} = \frac{1}{1000 \cdot 9,81} \cdot \frac{1}{100} \text{ kg} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^5} \text{ kg} = \frac{1}{981} \text{ g}.$$

Also ist

$$1 \text{ Erg} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^5} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^7} \text{ mkg.}$$

Wegen der Kleinheit des Erg wird als praktische Einheit der elektrischen Energie ein 10<sup>7</sup> mal so großer Wert angenommen, der als 1 Joule bezeichnet wird. Es ist also

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg} = \frac{1}{9,81} \text{ mkg} = 0,102 \text{ mkg.}$$

Die elektrische Energie wird somit grundsätzlich im mechanischen (absoluten) Maß ausgedrückt, nur ist die Größe der elektrischen Arbeitseinheit eine andere als die der mechanischen. In kalorischen Einheiten ist

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81 \cdot 427} \text{ Cal} = \frac{0,239}{1000} \text{ Cal} = 0,239 \text{ cal.}$$

1000 Joule elektrische Energie (= 102 mkg) ergeben somit, vollständig in Wärme umgewandelt (z. B. durch Draht- oder Flüssigkeitswiderstände) eine Wärmemenge von 0,239 Cal.

Im Maschinenbetrieb werden Energiemengen meist mit Bezug auf die Zeit, in der sie geleistet werden, angegeben. Die in 1 Sekunde geleistete oder verbrauchte Energie wird als Leistung oder Effekt bezeichnet. Auch der Effekt kann entweder im mechanischen oder kalorischen oder elektrischen Maß ausgedrückt werden. Im mechanischen Maß ist die Einheit des Effekts 1 mkg/sec. Jedoch wird meist mit einer 75 mal so großen Einheit, der Pferdestärke (PS), gerechnet. Es ist

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ mkg/sec},$$

$$1 \text{ mkg/sec} = \frac{1}{75} \text{ PS},$$

Im elektrischen Maß ist die Einheit des Effekts 1 Joule/sec. Diese Einheit hat einen besonderen Namen und heißt 1 Watt. Es ist also

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sec} = \frac{1}{9,81} \text{ mkg/sec} = 0,102 \text{ mkg/sec}.$$

1000 Watt heißen 1 Kilowatt (kW), es ist daher

$$1 \text{ Kilowatt} = 1000 \text{ Joule/sec} = \frac{1000}{9,81} = 102 \text{ mkg/sec}$$

und

$$1 \text{ Kilowatt} = \frac{1000}{9,81 \cdot 75} = 1,36 \text{ PS}$$

oder

$$1 \text{ PS} = 0,736 \text{ kW}.$$

Ist die Leistung bekannt, so kann man daraus die in einer beliebigen Zeit geleistete oder verbrauchte Energiemenge durch Multiplikation mit dieser Zeit erhalten. Die in 1 sec geleistete Arbeit ist also, wenn der Effekt in mkg/sec angegeben ist, eine gleich große Zahl in mkg. Ist der Effekt in PS gegeben, so ist die Arbeit, die in 1 Sekunde geleistet wird, die PS-Sekunde. In der Regel rechnet man mit PS-Stunden und es ist

$$1 \text{ PSSt} = 75 \cdot 3600 = 270\,000 \text{ mkg}.$$

Die PS-Stunde ist also eine erheblich größere Arbeitseinheit als das mkg. Im kalorischen Maß ist

$$1 \text{ PSSt} = \frac{75 \cdot 3600}{427} = 632,3 \text{ Cal}.$$

Verwandelt man also 1 PSSt mechanische Arbeit, etwa durch Bremsen einer Dampfmaschine, vollständig in Wärme, so werden an der Bremse stündlich 632,3 Cal entwickelt. Werden 100 PS abgebremst, so hat man stündlich 63 230 Cal mit dem Kühlwasser der Bremse abzuführen.

Die aus dem elektrischen Effekt abgeleitete Energieeinheit ist die Wattsekunde, die identisch mit dem Joule ist. Es ist

$$1 \text{ Wattsekunde} = 1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81} \text{ mkg} = \frac{0,239}{1000} \text{ Cal} = 0,239 \text{ cal},$$

oder

$$1 \text{ cal} = \frac{1}{1000} \text{ Cal} = 4,1842 \text{ Wattsekunden}.$$

Im Maschinenbetrieb rechnet man mit dem Kilowatt und mit der Stunde, also mit der Kilowattstunde als Arbeitseinheit. Es ist

$$1 \text{ Kilowattstunde (kWSt)} = 1000 \cdot 3600 = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Joule}$$

und wegen

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81 \cdot 427} \text{ Cal}$$

$$1 \text{ kWSt} = \frac{3,6 \cdot 10^6}{9,81 \cdot 427} = 859,4 \text{ Cal} = 366\,970 \text{ mkg}.$$

Wird also 1 Kflowattstunde vollständig in Wärme verwandelt, etwa durch Umsetzung in einem elektrischen Widerstand, so werden 859,4 Cal Wärme entwickelt. Man kann also, wenn man unmittelbar mittels elektrischer Energie Dampf mit der Gesamtwärme  $\lambda$  erzeugen will, mit 1 kWSt höchstens  $859,4/\lambda$  kg Dampf erhalten, also z. B. mit  $\lambda = 632$  (Dampf von 1 at)  $859,4/632 = 1,36$  kg Dampf.

Zwischen Kilowattstunde und PS-Stunde besteht die gleiche Beziehung wie zwischen Kilowatt und PS, also

$$\begin{aligned}1 \text{ kWSt} &= 1,36 \text{ PSSt}, \\1 \text{ PSSt} &= 0,736 \text{ kWSt}.\end{aligned}$$

## 22. Wirtschaftlicher Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschinen.

Dampfmaschinen, Dampfturbinen und Verbrennungsmotoren sind Wärmekraftmaschinen, da die Quelle der Arbeitsfähigkeit dieser Maschinen in der Wärme liegt, die ihnen mit dem Dampf bzw. dem Heizwert der Treibgase zugeführt wird. Ein Teil dieser Wärme wird in den Maschinen durch Vermittlung des Dampfes oder der Gase in mechanische Arbeit verwandelt, während der Rest als Wärme des Abdampfs, des Kondensats, der Abgase, des Kühlwassers wieder ausgestoßen wird. Es ist selbstverständlich, daß man im allgemeinen den ersten Teil der in der Maschine arbeitenden Wärme möglichst groß zu machen bestrebt ist. Dadurch werden einerseits die Brennstoffkosten für eine verlangte Arbeitsleistung möglichst klein, andererseits werden die Maschinen bei gleicher Größe arbeitsfähiger.

Ein Gasmotor mit schlechter Verbrennung wird die erwartete Leistung trotz großen Gasverbrauchs nicht erreichen; ein Motor mit guter Wärmeverwandlung erhält bei gleicher Leistung kleinere Abmessungen.

Erst durch die Entdeckung des mechanischen Äquivalents der Wärme ist ein Urteil darüber möglich geworden, in welchem Grade eine im Betriebe befindliche Maschine die ihr zugefügte Wärme überhaupt ausnützt. Denn vordem war es nicht bekannt, welche absolute Arbeitsfähigkeit die der Maschine zugeführte Wärme besitzt, und ein Vergleich dieser Wärme mit der tatsächlichen Maschinenleistung war deshalb unmöglich.

Unter dem „wirtschaftlichen Wirkungsgrad“ versteht man das Verhältnis der Nutzarbeit (effektiven Leistung) der Maschine zum absoluten Arbeitswert der für den Betrieb der Maschine in der gleichen Zeit verbrauchten Wärme.

Aus dem gemessenen Brennstoffverbrauch  $C$  der Maschine für die effektive Pferdestärke und Stunde ergibt sich dieser Wert wie folgt.

Hat der Brennstoff einen Heizwert von  $H$  Cal für 1 kg oder 1 cbm (oder bei Dampfmaschinen 1 kg Dampf den Wärmeinhalt  $H$ ), so werden zur Leistung von 1 PS-St.  $C \cdot H$  Cal verbraucht. Diese Wärme, wenn vollständig in Arbeit verwandelt, würde  $427 C \cdot H$  mkg Arbeit liefern. Tatsächlich werden von der Maschine mit dieser Wärme

1 PS-St. = 75 · 3600 mkg geleistet. Daher ist der wirtschaftliche Wirkungsgrad

$$\eta_w = \frac{3600 \cdot 75}{427 C \cdot H} = \frac{632}{C \cdot H}.$$

Beispiele: 1. Eine Dampflokomobile verbrauche für die Nutzleistung 0,9 kg Kohle mit 7000 Cal/kg Heizwert.

Wieviel Bruchteile der in der Kohle enthaltenen Wärmeenergie werden in Nutzarbeit verwandelt?

$$\eta_w = \frac{632}{0,9 \cdot 7000} \approx 0,10 \text{ oder } 10 \text{ v. H.}$$

2. Eine Gasmaschine verbrauche stündlich auf jede Nutzleistung 500 l Gas von 5100 Cal/cbm Heizwert.  $\eta_w = ?$

$$\eta_w = \frac{632}{0,5 \cdot 5100} = 0,248 \text{ oder } 24,8 \text{ v. H.}$$

Der Wärmeverbrauch für 1 PS-St., also das Produkt  $W = C \cdot H$ , wird auch als Maßstab für die Wärmeausnutzung verwendet. Der kleinste denkbare (aber nicht mögliche) Wert wäre  $W = 632$ . In den zwei obigen Beispielen ist bzw.  $W = 6300$  und  $2550$  Cal/PS-St. Bei den besten neuen Heißdampflokomobilen sind gegen 3000 Cal für 1 PS-St. erreicht worden, bei Gas- und Ölmotoren bis 2000 Cal.

Die Werte  $\eta_w$  und  $W$  gestatten einen unmittelbaren Vergleich der Güte der Wärmeausnutzung von Dampfmaschinen und Gas- oder Ölmaschinen mit beliebigen Dampfzuständen und Brennstoffen.

### 23. Die Wärmegleichung der Gase; Verhalten der Gase bei beliebigen Zustandsänderungen.

Nach Abschn. 18 ist mit jeder Zustandsänderung der Gase, mit einer Ausnahme (Abschn. 25), ein Zu- oder Abgang von Wärme verbunden; andererseits bewirkt jede Wärmemitteilung oder -entziehung eine Änderung des Gaszustandes, d. h. von Temperatur, Druck und Volumen.

Die Rolle, die hierbei die Wärme spielt, geht deutlich aus Abschn. 20 hervor. Ein Teil wird zur Temperatursteigerung verbraucht und bleibt als Wärme im Gas; der andere Teil verschwindet als Wärme und wird zur Leistung der absoluten Gasarbeit verbraucht, bzw. in diese verwandelt. Ob dabei der Druck wie in Abschn. 20 unveränderlich bleibt oder nicht, ist für diesen allgemeinen Vorgang ohne Belang.

Erfährt 1 kg Gas eine Temperatursteigerung von  $t_1$  auf  $t_2$ , so wird die Zunahme an fühlbarer Wärme unter allen Umständen durch  $c_v \cdot (t_2 - t_1)$  dargestellt, ganz gleichgültig, ob das Volumen oder der Druck gleich bleiben oder nicht. Dies ist ein durch die Erfahrung bestätigtes Gesetz.

Streng gilt dieses Gesetz nur für ideale Gase; für die wirklichen Gase ist es als eine um so genauere Näherung zu betrachten, je weiter dieselben von ihrem „Kondensationspunkt“ entfernt sind.

Bei einer beliebigen Zustandsänderung wird also die Wärmemenge  $c_v \cdot (t_2 - t_1)$  zur Erwärmung verbraucht. Ist ferner  $L$  die bei dieser Zustandsänderung verrichtete absolute Gasarbeit, so ist die für diesen Zweck verbrauchte Wärme  $L/427 = A \cdot L$ . Wenn nun  $Q$  die im ganzen für 1 kg zugeführte Wärmemenge ist, so muß

$$Q = c_v \cdot (t_2 - t_1) + A \cdot L$$

sein.

Wird nicht Arbeit vom Gase verrichtet (Expansion), sondern aufgenommen (Kompression), so ist  $L$  als negative Größe einzuführen.

$L$  wird durch die Fläche des „Arbeitsdiagramms“ dargestellt. Wegen  $t_2 - t_1 = T_2 - T_1$  ist auch

$$Q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + A \cdot L.$$

Für den Anfangszustand gilt

$$p_1 v_1 = RT_1,$$

für das Ende

$$p_2 v_2 = RT_2,$$

daher wird

$$Q = \frac{c_v}{R} \cdot (p_2 v_2 - p_1 v_1) + A \cdot L.$$

Nach Abschn. 21 ist nun

$$c_p - c_v = A R,$$

somit

$$\frac{R}{c_v} = \frac{1}{A} \cdot \left( \frac{c_p}{c_v} - 1 \right),$$

daher mit

$$\frac{c_p}{c_v} = k, \quad \frac{c_v}{R} = \frac{A}{k-1}.$$

Also wird  $Q = \frac{A}{k-1} \cdot (p_2 v_2 - p_1 v_1) + A \cdot L$ ,

gültig für 1 kg.

Für eine beliebige Gasmenge von  $G$  kg wird

$$Q_G = \frac{A}{k-1} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1) + A \cdot L_G,$$

wegen

$$L_G = G \cdot L$$

und

$$G v_2 = V_2, \quad G v_1 = V_1.$$

Die Beziehungen zwischen  $c_p$ ,  $c_v$ ,  $k$  und  $R$  kommen später häufig vor. Die wichtigsten sind

$$\frac{c_p}{c_v} = k$$

$$\frac{A R}{c_v} = k - 1; \quad \frac{c_v}{A R} = \frac{1}{k-1},$$

$$\frac{A R}{c_p} = \frac{k-1}{k}; \quad \frac{c_p}{A R} = \frac{k}{k-1}.$$

**Wärmegleichung für unbeschränkt kleine Zustandsänderungen.** Jede Zustandsänderung zwischen zwei beliebig großen Grenzwerten

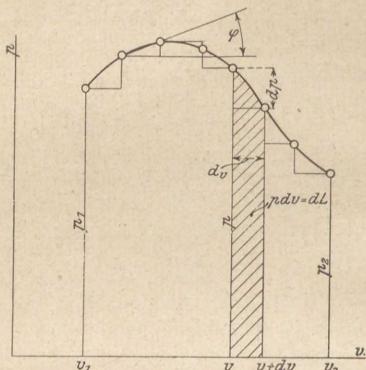


Fig. 15.

angeschrieben werden. In der Gleichung

$$Q = c_v(T_2 - T_1) + A L$$

tritt an Stelle von  $T_2 - T_1$  die kleine Änderung (das Differential)  $dT$ , an Stelle von  $L$  das „Arbeitselement“  $dL$ , dessen Wert nach Abschn. 17 durch  $p dv$  ausgedrückt wird. Also ist

$$dQ = c_v dT + A p dv.$$

Diese Gleichung gilt sowohl für unveränderliche, als für veränderliche spezifische Wärme  $c_v$ .

**Zustandsgleichung für die elementare Zustandsänderung.** Für den Beginn der Änderung gilt

$$p v = R T,$$

$$\text{für das Ende } (p + dp)(v + dv) = R(T + dT),$$

$$\text{oder } p v + p dv + v' dp + dp dv = RT + R dT.$$

Durch Subtraktion wird

$$p dv + v dp + dp dv = R dT.$$

Division mit  $dp$  ergibt

$$p \frac{dv}{dp} + v + dv = R \frac{dT}{dp}.$$

$\frac{dv}{dp}$  ist im Druckvolumendiagramm (Fig. 15) das Maß für die Neigung der Kurve an der betreffenden Stelle ( $= \cot \varphi$ ), hat also einen bestimmten endlichen Wert. Ebenso ist  $\frac{dT}{dp}$  das Maß für die Neigung der Drucktemperaturkurve, deren Verlauf aus der  $p, v$ -Kurve ermittelt werden könnte. Die letzte Gleichung enthält also nur Werte von end-

licher Größe, bis auf die unbeschränkt kleine Größe  $dv$ . Im Grenzfall verschwindet diese gegen den Wert der übrigen und es wird

$$p \frac{dv}{dp} + v = R \frac{dT}{dp},$$

oder einfacher

$$p \cdot dv + v \cdot dp = R \cdot dT$$

(Zustandsgleichung für unbeschränkt kleine Zustandsänderung).

#### 24. Zustandsänderung bei gleichbleibender Temperatur.

(Isothermische Zustandsänderung.)

Bei unveränderlicher Temperatur stehen Druck und Volumen im reziprokenen Verhältnis

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Es ist

$$p_1 v_1 = p_2 v_2$$

oder

$$pv = \text{konst.}$$

Die Druckvolumenkurve ist also eine gleichseitige Hyperbel. Sind Druck und Volumen in einem Anfangszustand durch Punkt  $A$  (Fig. 16) gegeben, so kann leicht der Endpunkt  $B$ , der einer Raumzunahme von  $v_1$  auf  $v_2$  entspricht, gefunden werden.

Ziehe durch  $A$  eine Horizontale und eine Vertikale und durch  $O$  den Strahl  $OB''$ . Durch den Punkt  $A''$ , wo dieser die Vertikale durch  $A$  trifft, ziehe eine Horizontale, die sich mit der Vertikalen durch  $B''$  in  $B$  trifft. Dies ist der gesuchte Endpunkt.

Beweis: Es verhält sich

$$B'B'': A'A'' = OB': OA',$$

oder

$$p_1 : p_2 = v_2 : v_1,$$

wie es verlangt ist.

Hieraus folgt die bekannte, vielbenützte Konstruktion, Fig. 17 für Expansion, Fig. 18 für Kompression von  $A$  aus.

Regel: Ziehe durch  $A$  eine Horizontale und Vertikale. Von  $O$  aus ziehe beliebige Strahlen und durch ihre Schnittpunkte mit jenen wieder Horizontale und Vertikale. Diese treffen sich in Punkten der Hyperbel.

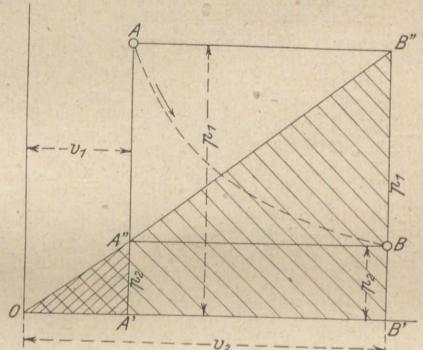


Fig. 16.

Die absolute Gasarbeit  $L$ , die bei der Ausdehnung abgegeben, bei der Verdichtung aufgenommen wird, ist gleich der Fläche  $ABB'B'A'$  (Fig. 17). Gemäß den bekannten Eigenschaften der gleichseitigen Hyperbel ist diese Fläche

$$L = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

oder

$$L = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

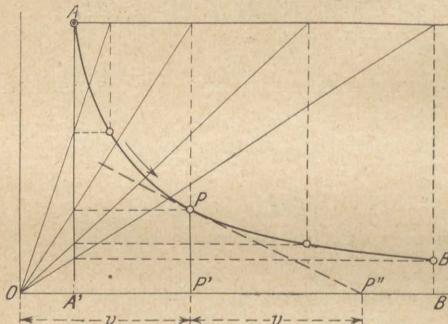


Fig. 17.

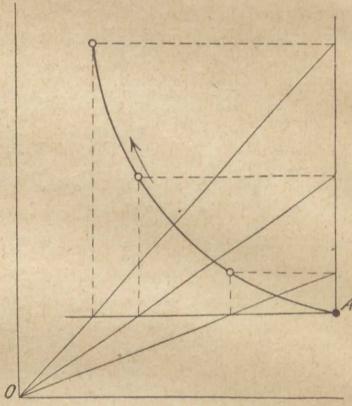


Fig. 18.

Für die Rechnung sind die Logarithmen mit der Basis 10 bequemer. Mit diesen wird

$$L = 2,303 p_1 v_1 \log \frac{p_1}{p_2}$$

(für 1 kg Gas),

$$L_g = 2,303 p_1 V_1 \log \frac{p_1}{p_2}$$

(für beliebige Gasmenge).

Die Wärmemenge, die von  $A$  bis  $B$  zuzuführen ist, folgt aus

$$Q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + AL.$$

Wegen  $T_2 - T_1 = 0$  fällt das erste Glied weg, es ist

$$Q = +AL.$$

Soll also bei der Ausdehnung die Temperatur nicht fallen, so muß eine Wärmemenge gleich dem Äquivalent der geleisteten absoluten Gasarbeit zugeführt werden.

Man kann dies auch so ausdrücken: Bei der isothermischen Expansion wird die gesamte zugeführte Wärme und nur diese in absolute Gasarbeit verwandelt.

Für Verdichtung, wobei  $L$  negativ ist, gilt

$$Q = -AL.$$

Soll demnach bei Verdichtung die Temperatur nicht steigen, so muß eine Wärmemenge gleich dem Äquivalent der absoluten Verdichtungsarbeit abgeleitet werden. — Bei der isothermischen Kompression wird die ganze absolute Verdichtungsarbeit in Wärme verwandelt und mit dem Kühlwasser abgeführt.

Soll die  $p, v$ -Kurve in allen Teilen der Hyperbel folgen, so muß in jedem Augenblick die dem Arbeitselement äquivalente Wärme zu- bzw. abgeleitet werden: Es muß gemäß Abschn. 23  $dQ = Apdv$  sein, und zwar  $+dQ$  für  $+dv$  (Expansion) und  $-dQ$  für  $-dv$  (Kompression). Die für gleiche (kleine) Volumzunahmen erforderlichen Wärmemengen nehmen also proportional mit dem Drucke ab. — Bei der Verdichtung nehmen die abzuführenden Wärmemengen (für gleiche kleine Zusammendrückungen) im gleichen Verhältnis mit dem Druck zu.

Beispiel (vgl. auch Abschn. 3, Boylesches Gesetz).

1. Luft vom Drucke  $p_0$  soll isothermisch auf den absoluten Druck  $p$  at verdichtet werden. Welche absolute Verdichtungsarbeit ist auf die Luft zu übertragen? Welche Wärmemenge ist während der Verdichtung aus der Luft abzuleiten? Als Bezugseinheit soll 1 cbm Druckluft dienen.

Es ist, da  $p$  in at abs. gegeben ist,

$$L = 2,303 \cdot 10\,000 pV \log \frac{p}{p_0},$$

oder mit

$$V = 1 \text{ cbm}$$

$$L = 23\,030 p \log \frac{p}{p_0} \text{ mkg/cbm.}$$

$$Q = \frac{1}{427} L.$$

Es wird mit  $p_0 = 1 \text{ kg/qcm}$  für

$p = 1,5$	$3$	$6$	$9$	$15 \text{ kg/qcm abs.}$
$L = 6100$	$32\,950$	$107\,400$	$197\,500$	$406\,000 \text{ mkg/cbm}$
$Q = 14,3$	$77,2$	$252$	$463$	$952 \text{ Cal/cbm.}$

## 25. Zustandsänderung ohne Wärmezufuhr und Wärmeentziehung.

(Adiabatische Zustandsänderung.)

Wenn sich bei der mechanischen Verdichtung eines Gases die Temperatur nicht ändern soll, so muß ihm nach Abschn. 23 eine bestimmte Wärmemenge entzogen werden. Geschieht dies nicht, so steigt die Temperatur. Soll umgekehrt bei der Ausdehnung von gespanntem Gas die Temperatur unverändert bleiben, so ist ihm Wärme zuzuführen. Unterbleibt dies, so muß die Temperatur fallen.

In diesem Abschnitt handelt es sich um die Ermittlung der Temperaturänderungen, der Druckvolumenkurve und der Gasarbeit, wenn das Gas verdichtet wird oder sich ausdehnt, ohne daß es nach außen Wärme abgibt oder Wärme von außen aufnimmt.

Für die Ausdehnung und Verdichtung der Gase in den Motoren ist diese Zustandsänderung sehr wichtig. Wenn auch die Metallzylinder die Eigenschaft als Isolatoren für Wärme nicht besitzen und unter Umständen sogar absichtlich gekühlt oder erwärmt werden, so gilt doch die adiabatische Zustandsänderung

als idealer Fall, weil bei ihr die Arbeitsabgabe ganz aus dem Wärmeinhalt des Gases erfolgt; der Wärmeaustausch zwischen Gas und Wänden ist bei dem raschen Gange der Maschinen während der Expansion nicht allzu erheblich.

Die Wärmegleichung

$$Q = c_v(T_2 - T_1) + AL$$

ergibt mit  $Q = 0$

$$-c_v(T_2 - T_1) = AL.$$

Für  $+AL$  (Ausdehnung) muß daher  $T_2 - T_1 < 0$ , d. h.  $T_2 < T_1$  sein. Die Temperatur sinkt. Die Ausdehnungsarbeit ist  $\frac{c_v}{A} \cdot (T_1 - T_2)$ , also gleich dem Arbeitsäquivalent der aus dem Gas verschwundenen Wärmemenge. Für  $-AL$  (Verdichtung) muß  $T_2 > T_1$  sein, damit die linke Seite negativ wird. Die Temperatur steigt. Die Vergrößerung der Gaswärme, die der Erwärmung um  $T_2 - T_1$  entspricht, nämlich  $c_v(T_2 - T_1)$  ist gleich dem Wärmeäquivalent  $AL$  der Verdichtungsarbeit  $L$ .

Bei der adiabatischen Zustandsänderung findet sich also die absolute Verdichtungsarbeit vollständig als Wärme im Gase wieder, während umgekehrt die bei der Ausdehnung verrichtete absolute Gasarbeit vollständig und ausschließlich aus der Eigenwärme des Gases stammt.

**Gasarbeit, Druckvolumenkurve.** Für den Anfangszustand gilt (Fig. 19)

$$p_1 v_1 = RT_1,$$

für das Ende

$$p_2 v_2 = RT_2.$$

Durch Subtraktion wird

$$T_2 - T_1 = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{R}.$$

Damit wird die Gasarbeit

$$L = \frac{c_v}{A R} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

oder mit

$$\frac{c_v}{A R} = \frac{1}{k - 1}$$

(s. Abschn. 23)

$$L = \frac{1}{k - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Nun ist  $L$  gleich der Fläche  $AB'B'A'$  der  $p, v$ -Kurve. Diese Kurve muß gemäß der letzten Beziehung so beschaffen sein, daß ihre Fläche zwischen zwei Ordinaten  $p_1$  und  $p_2$  immer der  $(k - 1)$ te Teil des Unterschieds der Koordinaten-Rechtecke  $p_1 v_1$  (am Anfang) und  $p_2 v_2$  (am Ende) ist. Dieser Gesetzmäßigkeits entspricht nur eine bestimmte Kurvengattung. Es läßt sich leicht noch eine andere Eigenschaft der  $p, v$ -Kurve finden.

Für eine elementare Zustandsänderung ist die Wärmegleichung  
(s. Abschn. 23)

$$dQ = c_v dT + Ap dv.$$

Hier wird mit

$$dQ = 0.$$

$$c_v dT = -Ap dv.$$

Die Zustandsgleichung (s. Abschn. 23) lautet

$$pdv + vdp = RdT.$$

Eliminiert man  $dT$  aus beiden Beziehungen, so wird

$$-vdp = pdv \cdot \left(1 + \frac{AR}{c_v}\right).$$

Nach Abschn. 23 ist

$$\frac{AR}{c_v} = k - 1,$$

also

$$1 + \frac{AR}{c_v} = k;$$

hiermit wird

$$\frac{dp}{dv} = -k \frac{p}{v}. \quad \dots (1)$$

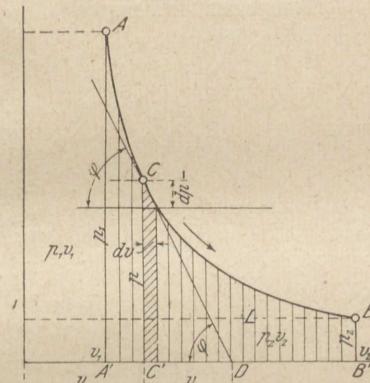


Fig. 19.

Diese Beziehung bestimmt die Richtung der Tangente an die  $p, v$ -Kurve in einem beliebigen Punkte mit den Koordinaten  $p, v$ .

Nach Fig. 1.9 ist

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-dp}{dv},$$

daher

$$C'D = \frac{CC'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{p}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Mit

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{kp}{v}$$

wird also

$$C'D = \frac{v}{k}.$$

$C'D$  ist die Projektion der Tangente  $CD$  auf die Abszissenachse (Subtangente). Diese ist also für alle Kurvenpunkte der  $k$ te Teil der jeweiligen Abszisse.

Diese geometrische Eigenschaft, wie auch die oben für die Fläche ermittelte, kommt den sogenannten allgemeinen Hyperbeln zu, deren Gleichung, mit  $p$  und  $v$  als Koordinaten, lautet

$$pv^k = \text{konst.} \quad \dots \quad (2)$$

Diese Beziehung heißt auch das Poissonsche Gesetz. Wir werden sie stets als Gleichung der Adiabate, die Kurve selbst als Adiabate bezeichnen.

Für alle zweiatomigen Gase ist  $k = \frac{c_p}{c_v}$  gleich groß, bei den gewöhnlichen Temperaturen  $k = 1,4$  (s. Abschn. 12). Diese Gase haben also gleiche Adiabaten. (Dagegen ist für Methan  $k = 1,31$ , Äthylen 1,24, Argon 1,67.) Bei sehr hohen Temperaturen hat  $k$  kleinere Werte, z. B. bei  $1200^\circ$   $k = 1,32$  für Luft,  $k = 1,27$  für luftfreies Feuergas, vgl. Tafel I. — Bei sehr großen Temperaturänderungen ist  $k$  veränderlich und Gl. 2 gilt dann nur annähernd.

**Temperaturänderung.** Aus den Zustandsgleichungen für Anfang und Ende folgt

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} \\ p_1 v_1^k &= p_2 v_2^k \\ \frac{p_2}{p_1} &= \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \quad \text{wird also} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \end{aligned} \quad (3)$$

Mit

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \end{aligned} \quad (4)$$

Für unbeschränkt kleine Änderungen folgt durch Elimination von  $dv$  und  $v$  aus den Beziehungen in Abschn. 23

$$\frac{dT}{dp} = \frac{k-1}{k} \frac{T}{p} \quad (5)$$

**Mechanische Arbeit.** Man kann diese entweder, wie im Anfang gezeigt, aus der Temperaturänderung bestimmen nach

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) \quad (6)$$

oder aus der Druck- und Volumänderung nach

$$L = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (7)$$

Unmittelbar aus der Druck- oder Volumänderung ergibt sich  $L$ , wenn in dieser Beziehung gemäß der  $p, v$ -Kurve

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k$$

gesetzt wird. Dann wird

$$L = \frac{p_1 v_1}{k-1} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \right], \quad (8)$$

in gleicher Weise mit der Druckänderung

$$L = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \dots \dots \quad (9)$$

Je nach Umständen kommt der eine oder andere dieser vier Ausdrücke zur Anwendung. Sie gelten für 1 kg Gas. Für eine beliebige Gasmenge vom Volumen  $V$  (Gewicht  $G$ ) ist überall  $v$  durch  $V$  zuersetzen. Gleichung 9 kann auch in

$$L = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \dots \dots \quad (10)$$

umgeformt werden.

Beim Verdichtungsvorgang werden diese Ausdrücke negativ, weil  $v_2 < v_1$ ,  $p_2 > p_1$ ,  $T_2 > T_1$ . Bei praktischen Rechnungen hat es keinen Zweck, das negative Vorzeichen mitzunehmen. Man kann einfach die Vorzeichen in den Klammern umkehren und erhält dann z. B.

$$L = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \dots \dots \quad (9a)$$

**Konstruktion der Adiabate.** Es sei ein Punkt  $A$  und der Exponent  $k$  gegeben. Die Kurve zu zeichnen.

1. Das Verfahren, die Punkte einzurechnen, führt im allgemeinen am raschesten zum Ziel und ist am genauesten. Es sei z. B. in  $A$ , Fig. 20,  $p_1 = 55$  mm,  $v_1 = 23$  mm. Für  $p = 40, 30, 20, 10$  mm wird

dann die Abszisse  $v = 23 \cdot \left( \frac{55}{40} \right)^{\frac{1}{1.4}} = 28.8$  mm (bzw. 35.8, 48.0, 79 mm).

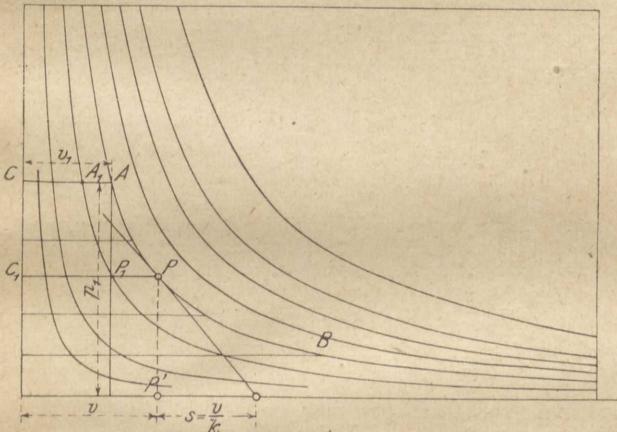


Fig. 20.

Beliebige andere Adiabaten, z. B. durch  $A_1$ , erhält man aus  $AB$  dadurch, daß man die Abszissen ( $C_1 P$ ) von  $AB$  im Verhältnis  $CA_1 : CA$  teilt und die Teilpunkte ( $P_1$ ) verbindet. Fig. 20 enthält eine Schar von Adiabaten, zwischen denen man auf diese Weise leicht beliebige weitere Kurven einschalten kann.

Da für einen bestimmten Wert von  $k$  die verhältnismäßige Raumänderung  $v : v_0$  durch die verhältnismäßige Druckänderung bestimmt ist, so kann man bei gegebenem Anfangszustand  $p_0$ ,  $v_0$  die adiabatische Druckkurve aus Tabellen wie die nachstehenden, die für  $k = 1,4$  gelten, einrechnen.

### Ausdehnung.

$\frac{p}{p_0}$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,025
-----------------	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-------

$\frac{v}{v_0}$	1	1,078	1,173	1,290	1,440	1,640	1,924	2,363	3,157	5,180	8,498	13,942
-----------------	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

### Verdichtung.

$\frac{p}{p_0}$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-----------------	---	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	----

$\frac{v}{v_0}$	1	0,748	0,610	0,457	0,372	0,317	0,279	0,249	0,227	0,209	0,193.
-----------------	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

2. **Graphisches Verfahren** a) nach Brauer. (Fig. 21.) Von  $O$  aus ziehe man unter dem beliebigen Winkel  $\alpha$  einen Strahl. Ein zweiter Strahl wird unter  $\beta$  zur Druckachse gezogen, wobei  $\beta$  (bzw.  $\operatorname{tg} \beta$ ) aus

$$\operatorname{tg} \beta = (1 + \operatorname{tg} \alpha)^k - 1$$

bestimmt werden muß. Dann befolgt man von  $A$  ausgehend, die durch die Pfeile angegebene Zickzackkonstruktion. Die Parallelen müssen unter  $45^\circ$  geneigt sein.

Je größer man  $\alpha$  wählt, um so weiter fallen die Punkte auseinander.

Für  $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$  (oder  $20 : 100$ ) wird z. B., mit  $k = 1,4$ ,  $\operatorname{tg} \beta = 29,08 : 100$ .

Die Konstruktion muß sehr sorgfältig ausgeführt werden, da sich alle kleinen Zeichenfehler auf die nachfolgenden Punkte fortpflanzen!

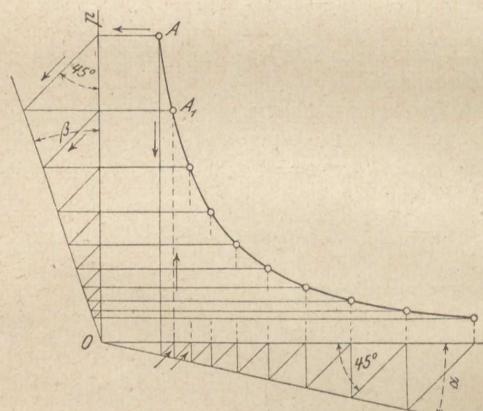


Fig. 21.

Beispiele. 1. Ein Leuchtgas-Luftgemisch von 0,9 at abs. und  $50^\circ$  wird bis auf den fünften Teil seines Raumes adiabatisch verdichtet. Wie groß ist der Druck und die Temperatur am Ende?  $k = 1,38$ .

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{1,38}; \quad p_2 = 0,9 \cdot 5^{1,38} = 8,295 \text{ at abs.};$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}; \quad T_2 = (273 + 50) \cdot 5^{0,38} = 595 \text{ abs.}; \quad t_2 = 595 - 273 = \underline{\underline{322^\circ}}.$$

2. Druckluft von 4 at Überdruck und  $40^\circ$  soll auf 0,5 at Überdruck in einem Zylinder expandieren. Um das Wievielfache ist ihr Volumen zu vergrößern, wie groß ist die Endtemperatur?

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &= \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} \\ \log \frac{v_2}{v_1} &= \frac{1}{1,41} \cdot \log \frac{4 + 1,033}{0,5 + 1,033} = 0,3659. \\ \underline{\underline{v_2 = 2,322 v_1}}, \end{aligned}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{0,5 + 1,033}{4 + 1,033} \right)^{0,41} = \frac{1}{1,414},$$

somit

$$T_2 = \frac{273 + 40}{1,414} = 221 \text{ abs.}, \quad t_2 = -52^\circ.$$

3. Im Diesel-Motor wird Luft so hoch verdichtet, daß ihre Temperatur über die Entzündungstemperatur des Petroleums steigt. Wie groß ist der (kleinste) Verdichtungsraum im Verhältnis zum ganzen Raum des Zylinders zu nehmen und wie hoch steigt die Verdichtungsspannung, wenn die Endtemperatur  $850^\circ \text{ C}$  sein soll? Anfangstemperatur  $100^\circ$ ;  $k = 1,4$ .

Wegen

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

ist

$$\frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{273 + 850}{273 + 100} \right)^{\frac{1}{0,4}} = 15,73,$$

oder

$$v_2 = 0,0636 v_1,$$

d. h.  $6,36$  v. H. des Gesamtraumes, oder

$$100 \cdot \frac{v_2}{v_1 - v_2} = \frac{100}{14,73} = 6,8 \text{ v. H. des Hubraums.}$$

Ferner ist

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1 \cdot T_2}{v_2 \cdot T_1} = 15,73 \cdot 3,01 = 47,4.$$

Mit

$$p_1 = 0,9 \text{ at abs.}$$

daher

$$\underline{p_2 \approx 42,8 \text{ at abs.}}$$

## 26. Verlauf der Druckkurven im allgemeinen. Polytropische Zustandsänderung oder Zustandsänderung mit unveränderlicher spezifischer Wärme.

Wird ein Gas unter gleichzeitiger, mehr oder minder ausgiebiger Kühlung mechanisch verdichtet, so wird stets die ganze absolute Gasarbeit in Wärme umgesetzt. Nach der allgemeinen Wärmegleichung für Gasverdichtung

$$Q = c_v (T_2 - T_1) - AL$$

(Abschn. 23) ist nämlich

$$AL = c_v (T_2 - T_1) - Q.$$

Bei Wärmeentziehung ist  $Q$  negativ, es wird dann

$$AL = c_v (T_2 - T_1) - (-Q) = c_v (T_2 - T_1) + Q,$$

in Worten: Die Summe der im Gase neu entstandenen Wärme  $c_v (T_2 - T_1)$  und der fortgeleiteten Wärme  $Q$  ist gleich dem Wärmeäquivalent der abs. Gasarbeit  $AL$ .

Der Unterschied im Druckverlauf bei den verschiedenen möglichen Verdichtungsarten wird lediglich dadurch bedingt, wieviel von der jeweils aufgewendeten Verdichtungsarbeit als Wärme im Gase verbleibt und welcher Teil durch Leitung oder Strahlung fortgeleitet wird. Bei isothermischer Verdichtung (Abschn. 24) geht die ganze Verdichtungsarbeit als Wärme ins Kühlwasser, bei adiabatischer Verdichtung

bleibt sie im Gase. Die beiden Verdichtungslinien verlaufen dementsprechend verschieden.

Bei vorhandener Kühlung entsteht ein Druckverlauf unter der Adiabate nach  $AB_1$ ,  $AB_2$ ; erst wenn so viel Wärme abgeleitet wird, als das Äquivalent der absoluten Verdichtungsarbeit beträgt, fällt die Verdichtungslinie auf die Isotherme  $AB_i$ , Fig. 22.

Ist die Kühlung so stark, daß während der ganzen Verdichtung die Temperatur stetig fällt, so entsteht  $AB_4$ .

Wird während der Verdichtung nicht gekühlt, sondern erwärmt, so erhält man  $AB_3$ . Selbst ein Verlauf nach  $AB_5$  ist möglich, z. B. bei gekühlten Schleudergebläsen, wo das Gas im Inneren durch Reibung und Wirbel erhitzt und gleichzeitig von außen gekühlt wird.

Bei der Ausdehnung unter Wärmezufuhr wird, solange die Temperatur fällt ( $T_2 < T_1$ ), stets die ganze zugeführte Wärme ( $Q$ ) und außerdem ein Teil der Eigenwärme des Gases,  $c_v(T_1 - T_2)$ , in mechanische Arbeit umgesetzt. Aus der Wärmegleichung für Ausdehnung

$$Q = c_v(T_2 - T_1) + AL$$

geht dies, wenn sie in der Form

$$AL = Q + c_v(T_1 - T_2)$$

geschrieben wird, unmittelbar hervor.

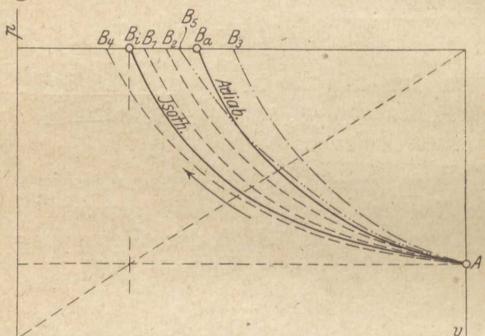


Fig. 22.

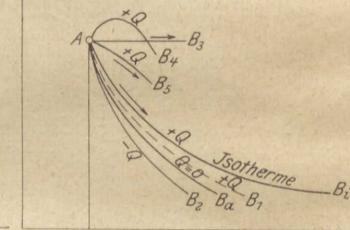


Fig. 23.

Auch hier hängt der jeweilige Verlauf der Druckkurven, Fig. 23, nur davon ab, wieviel von der Gasarbeit durch die äußere Wärmezufuhr und wieviel durch die Eigenwärme entsteht. Die Adiabate  $AB_a$  ergibt sich, wenn die ganze Gasarbeit von der Eigenwärme, die Isotherme  $AB_i$ , wenn sie von der äußeren Wärme geliefert wird. Wird zwar Wärme während der ganzen Ausdehnung zugeführt, aber nicht so viel, daß isothermischer Verlauf eintritt, so fällt die Drucklinie  $AB_1$  zwischen Isotherme und Adiabate.

Wird aber so viel Wärme zugeführt, daß trotz der Ausdehnung die Temperatur steigt, z. B. bei Ausdehnung unter gleichem Druck nach  $AB_3$ , bei der Verbrennung im Diesel-Motor oder bei zu langsamer

Verbrennung im Gasmotor nach  $AB_4$  oder  $AB_5$ , so verläuft die Drucklinie oberhalb der Isotherme  $AB_i$ . Die Wärmegleichung in der Form

$$AL = Q - c_v(T_2 - T_1)$$

besagt jetzt, daß nicht die ganze zugeführte Wärme  $Q$  in Arbeit  $L$  verwandelt wird, sondern ein um die Zunahme der Eigenwärme  $c_v(T_2 - T_1)$  geringerer Betrag.

Wird endlich Wärme abgeleitet, während das Volumen wächst, so fällt die Drucklinie  $AB_2$  unter die Adiabate.

Die Druckkurven können überhaupt, je nach der Menge der für 1 kg Gas zugeführten Wärme und nach der Art ihrer Verteilung über die Zustandsänderung, die verschiedensten Formen annehmen.

Besonders einfache Kurven ergeben sich, wenn die Wärme  $Q$  in solcher Verteilung zugeführt (oder abgeleitet) wird, daß immer der gleiche Bruchteil  $\psi Q$  davon zur Vermehrung der Eigenwärme, d. h. zur Temperaturerhöhung Verwendung findet. Der Rest  $(1 - \psi)Q$  wird dabei in Arbeit verwandelt. Es ist dann

$$\psi Q = c_v(T_2 - T_1)$$

$$\text{oder } Q = \frac{c_v}{\psi}(T_2 - T_1) = c(T_2 - T_1) \quad \dots \quad (1)$$

Den unveränderlichen Wert

$$c = \frac{c_v}{\psi}$$

kann man als „spezifische Wärme“ bezeichnen, da dies die Wärme ist, die in diesem Falle zur Temperatursteigerung (oder Verminderung) um je  $1^\circ$  verbraucht wird. Bei beliebiger Zustandsänderung ist dieser Wert für jeden einzelnen Grad ein anderer, die spez. Wärme ist „veränderlich“, während sie in diesen besonderen Fällen unveränderlich ist.

Der Verlauf der entsprechenden Druckkurven ergibt sich leicht aus der Wärmegleichung in Verbindung mit der Zustandsgleichung. Die erstere:

$$Q = c_v(T_2 - T_1) + AL$$

$$\text{ergibt } AL = \frac{c_v}{\psi}(T_2 - T_1) - c_v(T_2 - T_1),$$

$$\text{oder } AL = (c - c_v)(T_2 - T_1) \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{Mit } T_1 = \frac{p_1 v_1}{R}, \quad T_2 = \frac{p_2 v_2}{R}$$

$$\text{wird hieraus } L = \frac{c - c_v}{AR}(p_2 v_2 - p_1 v_1),$$

$$\text{oder mit } AR = c_p - c_v$$

$$L = \frac{c_v - c}{c_p - c_v}(p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad \dots \quad (3)$$

Die Druckvolumenkurve hat demnach, wie diejenige der adiabatischen Zustandsänderung, die Eigenschaft, daß ihre Fläche ( $L$ ) zwischen zwei Ordinaten überall das gleiche Vielfache  $\left(\frac{c_v - c}{c_p - c_v}\right)$  des Unterschieds der Koordinaten-Rechtecke  $(p_2 v_2 - p_1 v_1)$  ist. Sie ist daher eine Kurve derselben Art, wie die Adiabate, d. h. eine allgemeine Hyperbel mit der Gleichung

$$p v^m = \text{konst.} \quad \dots \quad (4)$$

wo  $m$  an Stelle von  $k$  getreten ist.

Die Fläche einer solchen Kurve ist nach Abschn. 25

$$L = \frac{1}{m-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad \dots \quad (5)$$

Zur Auswertung von  $m$  dient also die Beziehung

$$\frac{1}{m-1} = \frac{c_v - c}{c_p - c_v}.$$

Daraus folgt

$$m = \frac{c_p - c}{c_v - c}. \quad \dots \quad (6)$$

und umgekehrt  $c = \frac{m c_v - c_p}{m-1} = c_v \cdot \frac{m-k}{m-1}$  (6a)

Das Temperaturverhältnis ist

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}$$

oder mit  $p_1 v_1^m = p_2 v_2^m$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{m-1} \quad \dots \quad (7)$$

und die Temperatursteigerung

$$T_2 - T_1 = T_1 \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] \quad \dots \quad (7a)$$

Für die Arbeit folgt aus Gl. 5

$$L = \frac{p_1 v_1}{m-1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right] = \frac{p_1 v_1}{m-1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{m-1} \right]. \quad (8)$$

Das Verhältnis der zugeführten Wärme zur absoluten Gasarbeit wird aus Gl. 1 und 2

$$\frac{Q}{AL} = \frac{c}{c - c_v} = \frac{k - m}{k - 1} \quad \dots \quad (9)$$

**Allgemeine Bedeutung der polytropischen Zustandsänderung.** Die früher behandelten Fälle der Zustandsänderungen können als besondere Fälle der polytropischen aufgefaßt werden. (Daher der Name „polytropisch“ für den allgemeineren Fall.) Es wird nämlich aus der Gleichung

$$p v^m = \text{konst.}$$

mit

$$\begin{aligned} m = 1 & \quad pV = \text{konst.; isothermisch;} & c = +\infty \\ m = k & \quad pV^k = \text{konst.; adiabatisch;} & c = 0 \\ m = 0 & \quad p = \text{konst.; konstanter Druck;} & c = c_p \\ m = +\infty & \quad V = \text{konst.; konst. Volumen;} & c = c_v. \end{aligned}$$

Fig. 24 zeigt diese Hauptfälle und eine Anzahl von Zwischenfällen.

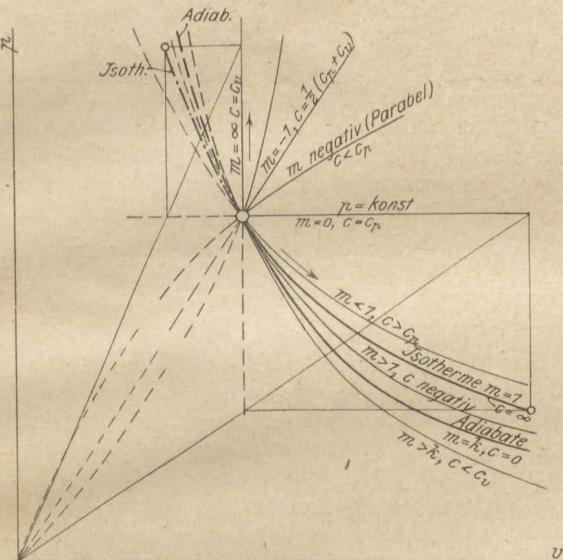


Fig. 24.

Im Maschinenbetrieb (Motoren, Luftpumpen, Kompressoren) verlaufen die Zustandsänderungen nie genau adiabatisch oder isothermisch. Dagegen kann oft der wirklichen Drucklinie mit für Vorausberechnungen hinreichender Genauigkeit eine Poly trope unterstellt werden.

## 27. Das Wärmediagramm und die Entropie der Gase.

Die Wärmemengen, die bei beliebigen Zustandsänderungen eines Gases von diesem aufgenommen oder abgegeben werden, lassen sich in ähnlicher Weise, wie dies mit der Gasarbeit im Druck-Volumendiagramm geschieht, durch Diagrammflächen zur Darstellung bringen. Bei den folgenden hierauf bezüglichen Ermittlungen tritt eine bisher nicht erwähnte Zustandsgröße, die Entropie der Gase, in die Erscheinung.

Auf dem folgenden Wege ergibt sich ein für alle Fälle geeignetes Verfahren zur Darstellung der Wärmemengen, das nicht nur auf Gase, sondern auch auf Dämpfe anwendbar und von allgemeiner Bedeutung ist.

Bei der Verrichtung mechanischer Arbeit, etwa durch gespannte Gase, ist die Kraft, der Gasdruck, das eigentlich treibende, arbeitende Element. Der Weg, beim Gase die Raumänderung, ist nur die unerlässliche Bedingung, daß die Kraft Arbeit leistet. Der Wert der absoluten Arbeit ist durch das Produkt  $p dv$  aus absolutem Gasdruck und Raumänderung, bzw. durch  $p_m(v - v_0)$  bei endlichen Zustandsänderungen mit veränderlichem oder unveränderlichem Druck bestimmt.

Nun ist auch die Wärme, wie die mechanische oder elektrische Energie, eine Energieform besonderer Art. Man kann daher fragen, welche Wärmegröße der treibenden Kraft der mechanischen, der Spannung der elektrischen Energie entspricht. Dies ist offenbar die Temperatur, das Maß für die „Spannkraft“ der Wärme, für ihre „Intensität“. Der Temperaturüberschuß über die Temperatur der Umgebung ist ja auch für den verfügbaren mechanischen Energiewert der Wärme die maßgebende Bestimmungsgröße, ganz wie der Überdruck des Gases für die Nutzarbeit. Ohne entsprechend hohe Temperaturen haben die größten Mengen von Wärmeenergie geringen oder gar keinen mechanischen Wert.

Will man nun den Absolutwert der Wärmeenergie, die Wärmemenge, als ein Produkt darstellen, in dem die absolute Temperatur  $T$ , entsprechend dem absoluten Druck der mechanischen Energie, als der eine Faktor auftritt, so hat man analog

$$dL = pdv$$

zu setzen

$$dQ = TdS.$$

Hierin ist  $dS$  die elementare Änderung derjenigen noch unbekannten Bestimmungsgröße der Wärmeenergie, die dem Weg oder der Raumänderung ( $dv$ ) der mechanischen Energie entspricht.

Für endliche Wärmemengen  $Q$ , die mit veränderlicher Temperatur (entsprechend dem veränderlichen Druck) arbeiten, wäre analog

$$L = p_m(v - v_0)$$

zu setzen

$$Q = T_m(S - S_0),$$

mit  $T_m$  als Mittelwert der veränderlichen Temperatur.

Die Temperatur  $T$  ist eine Größe, die an sich mit den besonderen Eigenschaften der Körper nichts zu tun hat. Körper der denkbar verschiedensten Art nehmen, miteinander in Berührung gebracht, gleiche Temperaturen an. Das gleiche gilt für den Druck und das Volumen.  $p$ ,  $v$  und  $T$  sind nicht Eigenschaften der Körper, wie etwa das Gewicht, das optische, das elektrische, das elastische Verhalten, sondern sie sind allgemeine Kennzeichen für den augenblicklichen Körperzustand. Es fragt sich nun, ob die oben eingeführte Größe  $S$  auch von solcher Art ist oder nicht und welchen Wert sie besitzt.

Die bekannten Eigenschaften der Gase ermöglichen in einfacher Weise die Entscheidung dieser Frage, wenigstens für die Gase.

Ersetzt man in der Wärmegleichung der Gase  $dQ$  durch  $TdS$ , so wird

$$TdS = c_v dT + Apdv,$$

also  $dS = c_v \frac{dT}{T} + A \frac{pdv}{T} \dots \dots \dots \quad (\text{I})$

Setzt man im zweiten Gliede für  $T$  den Wert  $\frac{p v}{R}$ , so wird

$$dS = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v} \dots \dots \dots \quad (\text{II})$$

Eine dritte Form wird hieraus wegen

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} \quad (\text{Abschn. 23})$$

und  $c_p - c_v = AR$  (Abschn. 21)

$$dS = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p} \dots \dots \dots \quad (\text{III})$$

Für eine ganz beliebige endliche Zustandsänderung zwischen  $T_0, v_0$  als Anfangs-,  $T, v$  als Endwerten wird daher durch Addition der kleinen Änderungen  $dS_1, dS_2$  usw. (Integration) in Gl. II der ganze Zuwachs, den die Größe  $S$  erfährt

$$S - S_0 = c_v \ln \frac{T}{T_0} + AR \ln \frac{v}{v_0} \dots \dots \quad (\text{IV})$$

Gelangt also ein Gas auf ganz beliebigem Wege, deren es unendlich viele mit den verschiedensten Werten der zu- und abgeleiteten Wärmemengen gibt, vom Zustande  $T_0, v_0, p_0$  in den Zustand  $T, v, p$ , so ändert sich die Größe  $S$ , wie diese Gleichung lehrt, immer um den gleichen Betrag. Ihre Änderung ist also in der Tat ein Kennzeichen für den Zustand  $B$ , genauer für den Unterschied dieses Zustandes gegenüber dem gegebenen Anfangszustand  $A$ ; denn sie ist gänzlich unabhängig von dem zufälligen Wege, auf welchem  $B$  von  $A$  aus erreicht wird. Hierin unterscheidet sie sich scharf z. B. von der Wärmemenge  $Q$  und der Arbeit  $L$ , die in hohem Maße von den Zwischenzuständen abhängen, über welche das Gas von dem einen Zustand ( $A$ ) in den anderen ( $B$ ) übergeht. Für  $S$  ist wegen der Rolle, die diese Größe bei der Verwandlung von Wärme in Arbeit, also für den in Maschinen nutzbaren Arbeitswert der Wärme spielt, von Clausius der Name Entropie (Verwandlungsinhalt) eingeführt worden.

Trägt man als Ordinaten die absoluten Temperaturen  $T$ , als Abszissen die Entropiewerte  $S$  auf, so erhält man das sogenannte Wärmediagramm ( $T, S$ -Diagramm), auch Entropiediagramm schlechthin, Fig. 25. In diesem stellt gemäß  $dQ = TdS$  ein schmaler Streifen zwischen zwei Ordinaten die Wärme  $dQ$  dar, die das Gas bei der entsprechenden kleinen Zustandsänderung aufnimmt (oder bei abnehmen-

dem  $S$  abgibt). Die einer endlichen Zustandsänderung entsprechende Wärmezufuhr  $Q$  wird daher durch die Fläche  $A'B'B''A''$  zwischen der Anfangs- und der Endordinate des Entropiediagramms dargestellt.

Liegt z. B. eine beliebige Druckkurve  $AB$  (Fig. 26) vor, so kann man nach der Gleichung der Gasentropie die Entropieänderungen (von  $A$  ab) für den Endpunkt  $B$  und für beliebige Zwischenpunkte auf  $AB$  berechnen. Diese Werte trägt man in Fig. 25 als Abszissen zu den (ebenfalls aus  $AB$  bestimmmbaren) Temperaturen  $T$  als Ordinaten auf. Man erhält dann die Kurve  $A'B'$ , die man als „Abbildung“ der Druckkurve  $AB$  im Entropiediagramm bezeichnen kann. Die auf dem Wege  $AB$  zuführende Wärme  $Q$  ist gleich der Fläche  $A'B'B''A''$ . Fig. 25 und 26 entsprechen sich maßstäblich.  $AB$  ist also eine unter kräftiger Wärmezufuhr verlaufende Zustandsänderung.

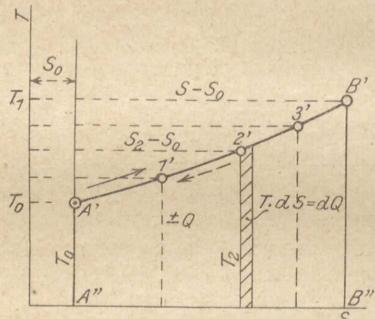


Fig. 25.

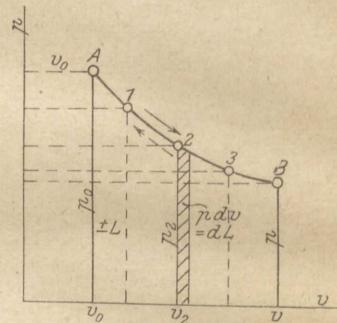


Fig. 26.

Der obige Ausdruck für die Entropieänderung lässt sich, mit dem gewöhnlichen Logarithmus, schreiben

$$S - S_0 = 2,303 \left( c_v \log \frac{T}{T_0} + AR \log \frac{v}{v_0} \right); \quad \dots \quad (1)$$

durch einfache Umformungen mit Hilfe der Zustandsgleichung und der Beziehungen zwischen  $k$ ,  $c_p$ ,  $c_v$  und  $AR$  erhält man auch

$$S - S_0 = 2,303 \left( c_p \log \frac{T}{T_0} - AR \log \frac{p}{p_0} \right), \quad \dots \quad (2)$$

oder  $S - S_0 = 2,303 \left( c_p \log \frac{v}{v_0} + c_v \log \frac{p}{p_0} \right) \dots \quad (3)$

Je nachdem  $T$  und  $v$ ,  $T$  und  $p$  oder  $p$  und  $v$  bekannt sind, kann der eine oder andere dieser Ausdrücke Anwendung finden. Sie gelten für unveränderliches  $c_p$  und  $c_v$ .

Für mit der Temperatur veränderliche spez. Wärmeln behalten die Gl. I, II und III ihre Geltung. An Stelle der Gl. 1 bis 3 treten jedoch andere Beziehungen, je nach dem Gesetz der Abhängigkeit der spez. Wärmeln von der Temperatur.

Eine ausführliche Darlegung hierüber nebst Tafeln vgl. Z. Ver. deutsch. Ing. 1916, S. 630 u. f. W. Schüle, Die thermischen Eigenchaften der einfachen Gase und der technischen Feuergase zwischen  $0^{\circ}$  und  $3000^{\circ}\text{C}^1$ .

## 28. Entropie-Temperatur-Diagramme für die wichtigsten Zustandsänderungen.

### 1. Die isothermische Zustandsänderung. ( $T = \text{konst.}$ )

Sind die Temperaturen, also die Ordinaten der Entropielinie, unveränderlich, so ergibt sich als Bild der Zustandsänderung eine der Abszissenachse parallele Gerade  $A'B'$  (Fig. 27).

Die bei der Ausdehnung zuzuführende Wärme ist gleich dem Rechteck unter  $A'B'$ , also

$$Q = T(S - S_0).$$

Bei der Verdichtung ist dieselbe Wärmemenge

$$T(S_0 - S) = -T(S - S_0)$$

zu entziehen. Der Entropieunterschied für die zwei Zustände  $A'$  und  $B'$  ist wegen  $\log \frac{T}{T_0} = 0$

$$S - S_0 = A R \ln \frac{v}{v_0}$$

$$\text{oder mit } \frac{v}{v_0} = \frac{p_0}{p} \quad S - S_0 = A R \ln \frac{p_0}{p}.$$

Hiermit wird

$$Q = A R T \ln \frac{p_0}{p}$$

oder mit  $p v = p_0 v_0 = RT$

$$Q = A p_0 v_0 \ln \frac{p_0}{p},$$

wie schon in Abschn. 24 abgeleitet.

### 2. Die adiabatische Zustandsänderung. (Fig. 28.)

Für diese gilt (Abschn. 25)  $dQ = 0$ , daher ist wegen

$$dQ = T dS$$

auch

$$dS = 0,$$

somit

$$S - S_0 = 0 \quad \text{oder} \quad S = \text{konst.}$$

<sup>1)</sup> Sonderabdruck der Feuergastafel in größerem Maßstab im Verlag von Julius Springer, Berlin.

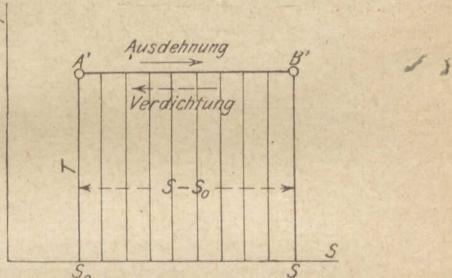


Fig. 27.

Während des Verlaufes dieser Zustandsänderung ändert sich also die Entropie nicht, sie wird deshalb auch als isentropisch bezeichnet (von gleichbleibender Entropie).

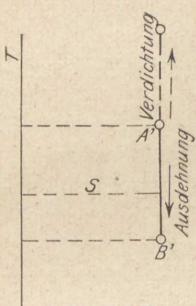


Fig. 28.

Im Entropie-Temperatur-Diagramm wird sie durch eine zur  $T$ -Achse parallele Gerade dargestellt. Diese ist die Abbildung der adiabatischen Druck-Volumenkurve im Arbeitsdiagramm. Sie zeigt die Abnahme bzw. Zunahme der Temperatur bei adiabatischer Ausdehnung bzw. Verdichtung. Gemäß der Gleichung der Gasentropie

$$dS = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v}$$

$S$  ist mit  $dS = 0$

$$dT = - \frac{ART}{c_v} \cdot \frac{dv}{v}.$$

Ist also  $dv$  positiv (Ausdehnung), so wird  $dT$  negativ (Abkühlung); ist dagegen  $dv$  negativ (Verdichtung), so wird  $dT$  positiv (Erhitzung). Dieses Ergebnis wurde in Abschn. 25 auf andere Weise gewonnen.

Die Gleichung der Druck-Volumenkurve folgt aus

$$S - S_0 = 2,303 \left( c_v \log \frac{p}{p_0} + c_p \log \frac{v}{v_0} \right)$$

mit  $S - S_0 = 0$  zu

$$\log \frac{p}{p_0} = - \frac{c_p}{c_v} \log \frac{v}{v_0}$$

oder mit  $k = \frac{c_p}{c_v}$        $\frac{p}{p_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^k$

$$pv^k = p_0 v_0^k. \quad (\text{Vgl. Abschn. 25.})$$

In gleicher Weise folgen aus den beiden anderen Ausdrücken für die Entropie am Ende von Abschn. 27 die schon aus Abschn. 25 bekannten Beziehungen

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{und} \quad \frac{T}{T_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{k-1}.$$

### 3. Zustandsänderung bei konstantem Druck. ( $p = p_0$ )

Vgl. Abschn. 20.

Die allgemeine Formel

$$S - S_0 = 2,303 c_v \left( \log \frac{p}{p_0} + k \log \frac{v}{v_0} \right)$$

geht mit  $p = p_0$ , also  $\log \frac{p}{p_0} = 0$ , über in

$$S - S_0 = 2,303 c_p \log \frac{v}{v_0}$$

oder mit

$$\frac{T}{T_0} = \frac{v}{v_0}$$

$$S - S_0 = 2,303 c_p \log \frac{T}{T_0}$$

Im Entropie-Temperatur-Diagramm wird also diese Zustandsänderung durch eine logarithmische Linie dargestellt,  $A'B'$  (Fig. 29). Die unter  $A'B'$  liegende Fläche ist die während der Zustandsänderung zugeführte Wärme

$$Q_p = c_p (T - T_0).$$

#### 4. Zustandsänderung bei konstantem Volumen. ( $v = v_0$ )

Vgl. Abschn. 19.

In gleicher Weise wie bei 3. wird mit  $v = v_0$ , also  $\log \frac{v}{v_0} = 0$

$$S - S_0 = 2,303 c_v \log \frac{p}{p_0}$$

oder mit

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}$$

$$S - S_0 = 2,303 c_v \log \frac{T}{T_0}$$

Im Entropie-Temperatur-Diagramm ist diese Zustandsänderung wie 3. durch eine logarithmische Linie dargestellt,  $A'C'$  (Fig. 29). Die Abszissen der Linie  $v = \text{konst.}$  sind vom gleichen Ausgangspunkt  $A'$  an im Verhältnis  $c_v/c_p$ , also  $k$  mal kürzer als die entsprechenden für gleiche Temperatursteigerung  $T/T_0$  für  $p = \text{konst.}$  Die Kurve  $v = \text{konst.}$  verläuft also steiler.

Die zugeführte Wärme  $Q = c_v (T - T_0)$  wird durch die unter  $A'C'$  liegende, schräg schraffierte Fläche dargestellt.

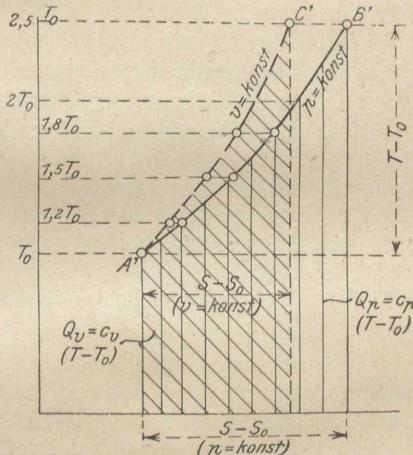


Fig. 29.

## 29. Das zweite Hauptgesetz der Wärme. (Zweiter Hauptsatz.)

Zwischen der Verwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme z. B. bei der Reibung fester oder flüssiger Körper, und dem umgekehrten Vorgang, der Verwandlung von Wärme in mechanische Nutzarbeit, besteht ein tiefgreifender Unterschied, der aus folgendem erhellt.

Eine gegebene Menge mechanischer Arbeit, z. B. die von einem Wassermotor oder von einem fallenden Gewicht geleistete Arbeit oder die Bewegungsenergie von Massen läßt sich durch Bremsen der Vorrichtung bzw. durch vollständige Hemmung der Bewegung restlos in Wärme umsetzen und als solche kalorimetrisch nachweisen, wenn man nur sorgt, daß keine Wärme entweicht. Die mechanische Energie  $L$  findet sich dann als die äquivalente Wärme

$$Q = \frac{1}{427} L$$

vollständig wieder.

Dagegen kann man an jeder Dampf- oder Gasmaschine aufs leichteste feststellen, daß weder die indizierte und noch weniger die Nutzarbeit der Maschine das mechanische Äquivalent der vom Dampf oder Gas in den Zylinder mitgebrachten Wärme  $Q_1$  ist. Diese Arbeit stellt vielmehr das Äquivalent einer bedeutend kleineren Wärmemenge dar. Von der ursprünglichen Wärme des Gases wird also, wie die Erfahrung zeigt, stets nur ein Bruchteil (bei der Dampfmaschine 5—20 v. H., bei der Gasmaschine bis 35 v. H.) in mechanische Arbeit verwandelt, und dies, obwohl alle möglichen Mittel angewendet werden — schon aus wirtschaftlichen Gründen —, um die Wärme so restlos wie möglich in Arbeit umzusetzen.

Die Frage ist nun, ob und warum es nicht möglich ist, nahezu die ganze zugeführte Wärme, abgesehen vom unvermeidlichen Entweichen einer geringen Wärmemenge, in Arbeit umzusetzen.

Der erste Hauptsatz besagt lediglich, daß, wenn auf irgendeinem beliebigen Wege durch Wärme Arbeit entstanden ist, zwischen dieser Arbeit  $L$  und dem verwandelten Teile  $Q$  der ganzen beteiligten, an den Arbeitskörper gebundenen Wärme  $Q_1$ , ein unveränderliches, von der Art und Weise der Arbeitsgewinnung unabhängiges Verhältnis besteht

$$\frac{L}{Q} = 427.$$

Wie groß aber im allgemeinen der verwandelte oder verwandelbare Bruchteil  $Q$  von  $Q_1$  sein kann, darüber sagt dieser Satz gar nichts aus. Die Annahme, daß die Arbeit  $427 \cdot Q_1$  zu gewinnen sein müßte, würde sogar zu einer falschen und irreführenden Beurteilung der Wärmemotoren verleiten, da sie einen unter den gewöhnlich gegebenen Verhältnissen viel zu hohen Nutzen in Aussicht stellen würde. Andererseits sagt der erste Hauptsatz auch nichts dagegen aus, ob aus der Wärme  $Q_1$  nicht doch ein erheblich größerer Gewinn unter veränderten

Umständen zu erzielen sein würde. Tatsächlich können wir z. B. in der Gasmaschine einen wesentlich größeren Prozentsatz der zugeführten Wärme als Arbeit gewinnen als in der Dampfmaschine.

Nach dieser für die Technik ungemein wichtigen Richtung bedurfte das Äquivalenzgesetz einer Ergänzung, die sich als ein zweites, selbständiges Gesetz von überaus weittragender Bedeutung erwies.

Die Grundlage dafür ist bereits von Carnot gegeben worden, der erkannte, daß die Möglichkeit, überhaupt aus Wärme Arbeit zu gewinnen, unter allen Umständen an das Vorhandensein eines Temperaturunterschiedes gebunden ist. So unermeßlich groß das mechanische Äquivalent der in den Körpern unserer Umgebung enthaltenen, von der Sonne zugestrahlten Wärme ist, so vermögen wir doch so gut wie nichts davon für mechanische Arbeitsverrichtung nutzbar zu machen, weil alle diese Körper annähernd gleiche Temperatur besitzen. Wir müssen, wie ja die technische Erfahrung lehrt, künstlich möglichst große Temperaturunterschiede schaffen, indem wir Verbrennungsprozesse mit höchster Temperatursteigerung herbeiführen (Dampfkesselfeuerung, Verbrennungskraftmaschinen). Von der hierbei entwickelten hochtemperierte Wärme vermögen wir einen Bruchteil in Arbeit zu verwandeln, die der Motor nach außen abgibt.

Wie nun die Arbeitsfähigkeit der Wärme vom Temperaturgefälle abhängt (Carnotsche Funktion), konnte Carnot schon deshalb nicht allgemein entscheiden, weil hierzu die Kenntnis des Äquivalenzgesetzes notwendig ist. Nach der Entdeckung des letzteren war es der deutsche Physiker Clausius, der, an die Carnotschen Untersuchungen anknüpfend, den „zweiten Hauptsatz“ der Mechanischen Wärmetheorie auffand. Nach der gleichen Richtung war in England W. Thomson erfolgreich tätig.

Clausius zeigte, daß allerdings nach dem Carnotschen Prinzip bei der Arbeitsleistung durch Wärme die Temperatur fallen muß, gleichzeitig aber nach dem Mayerschen Gesetz unter allen Umständen ein der Arbeit äquivalenter Teil der Wärme als solche verschwindet. Mit einem Temperaturfall muß zwar keine Arbeitsleistung verbunden sein, wie die gewöhnlichsten Erfahrungen über Wärmeleitung und -strahlung lehren. Wenn aber die Wärme, durch besondere Einrichtungen (Maschinen) dazu gezwungen, beim Temperaturfall auch Arbeit verrichtet, dann verwandelt sich ein äquivalenter Bruchteil dieser Wärme in Arbeit und verschwindet als Wärme. Der Rest der mitarbeitenden Wärme kann zwar keine Arbeit mehr verrichten (jedenfalls nicht in der gleichen Maschine), aber wäre dieser nicht verwandelte, größere Rest nicht aufgewendet worden, so wäre auch die Verwandlung des anderen Teiles nicht gelungen. Mit anderen Worten:

Die Umwandlung einer Wärmemenge  $Q$  in die äquivalente mechanische Nutzarbeit  $427 Q$  ist technisch unmöglich, wenn nicht gleichzeitig eine zusätzliche Wärmemenge  $Q_2$  aufgewendet wird, die nicht in Arbeit übergeht.

Um demnach die Arbeit  $L = 427 Q$  zu gewinnen, ist die Wärme aufzuwenden

$$Q + Q_2 = Q_1.$$

$Q_2$  ist je nach Umständen verschieden; je kleiner es ist, um so besser, denn diese Wärme muß ursprünglich ebenso wie  $Q$  hohe Temperatur besitzen, also aus Brennstoffen erzeugt werden.

Bei der Leistung motorischer Arbeit geht die Wärme von höherer zu tieferer Temperatur über. Der umgekehrte Fall ist die Kälteerzeugung. Bei dieser müssen Körper unter die Temperatur ihrer Umgebung abgekühlt werden. Dabei muß die Wärme des mehr und mehr sich abkühlenden Körpers von einem immer tieferen Temperaturniveau auf das der Umgebung „gehoben“ werden. (Über Kälteerzeugung vgl. Abschn. 41.) Dieser Vorgang ist nun ebensowenig ohne Aufwand von mechanischer Arbeit möglich, als die Gewinnung motorischer Arbeit aus Wärme ohne zusätzlichen Wärmeaufwand gelingt.

„Wärme kann nicht von selbst, d. h. ohne Aufwand von mechanischer Arbeit, Wärme oder andersartiger Energie von einem Körper mit tieferer Temperatur auf einen solchen von höherer Temperatur übergehen (oder von tieferer auf höhere Temperatur gebracht werden).“

Dieser Satz ist von Clausius als in der Erfahrung begründeter Grundsatz aufgestellt und als „zweiter Hauptsatz“ der mechanischen Wärmetheorie bezeichnet worden.

Der Satz kennzeichnet in der Tat die Sachlage äußerst zutreffend. Denn wenn es möglich wäre, Körper ohne Energieaufwand unter die Temperatur ihrer Umgebung abzukühlen, d. h. ihren Wärmeinhalt unter Erniedrigung ihrer Temperatur der Umgebung zuzuführen, so könnte man künstlich Wärmegefälle schaffen, mittels deren sich nachher ein Teil der Wärme unserer Umgebung in Arbeit verwandeln ließe. Ein Perpetuum mobile zweiter Art, das nicht gegen das Energiegesetz verstößen würde, da es tatsächlich vorhandene Energiemengen nur in die Form der mechanischen Energie umsetzte, wäre alsdann denkbar. Aber auch eine solche Maschine ist, wie alle Erfahrungen lehren, unmöglich und mit den Naturgesetzen unvereinbar. Darin besteht eben der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.

### 30. Der Carnotsche Kreisprozeß.

Um die wichtige Frage zu entscheiden, welche Arbeit  $L$  im günstigsten Falle aus einer Wärmemenge  $Q_1$  gewonnen werden kann, wenn ein Temperaturgefälle mit der festen oberen Grenze  $T_1$  und der festen unteren Grenze  $T_2$  verfügbar ist, denkt man sich folgendes Arbeitsverfahren mit einem beliebigen Gase als arbeitendem Körper ausgeführt.

Es sei z. B. 1 kg Luft vom Druck  $p_1$  und der Temperatur  $T_1$  gegeben, Punkt A Fig. 30. Diese Luftpumpe dehne sich arbeitsver-

richtend in einem für Wärme durchlässigen Zylinder mit Kolben isothermisch bis  $B$  aus. Dabei muß eine nach Abschn. 24 berechenbare Wärmemenge  $Q_1$  zugeführt werden. Diese Wärme kann man sich aus einer verhältnismäßig so großen Menge heißer Flüssigkeit, die den Zylinder umspült, bezogen denken, daß die Temperatur der Heizflüssigkeit infolge der Wärmeabgabe nicht merkbar fällt. Von  $B$  an dehne sich das Gas ohne Wärmezufuhr oder -entziehung, also „adiabatisch“, weiter arbeitsverrichtend aus, bis seine Temperatur auf die untere Grenztemperatur  $T_2$  gefallen ist. Man hätte das Gas zu diesem Zweck in einen anderen, für Wärme undurchlässigen Arbeitszylinder zu schaffen.

Um nun das Gas aus dem Zustand  $C$  wieder in seinen Anfangszustand zurückzubringen, so daß ein geschlossenes Arbeitsdiagramm entsteht, das sich mit dem gleichen Gas unbeschränkt oft wiederholen läßt („Kreisprozeß“), verfährt man weiter wie folgt.

Zunächst wird das Gas bei der unveränderlichen unteren Temperatur  $T_2$  verdichtet, wobei ihm eine nach Abschn. 24 berechenbare Wärmemenge  $Q_2$  entzogen werden muß. Als Kühlkörper, der die

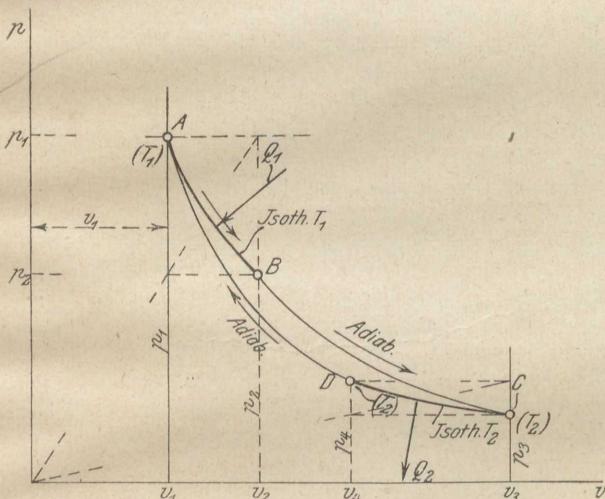


Fig. 30.

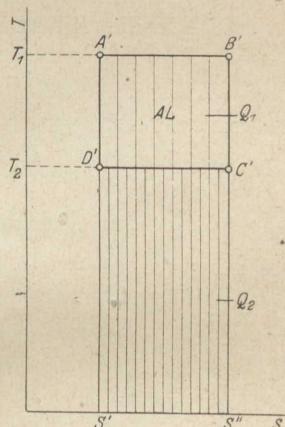


Fig. 30a.

Verdichtungswärmen aufnehmen kann, ohne seine Temperatur  $T_2$  merkbar zu ändern, kann man sich eine verhältnismäßig große Menge Flüssigkeit von der Temperatur  $T_2$  denken, die den Zylinder umspült, der nun wieder für Wärme durchlässig sein muß.

Um schließlich wieder den Anfangszustand der Luft zu erhalten, d. h. im Arbeitsdiagramm auf den Punkt  $A$  zurückzugelangen, verdichtet man zuletzt die Luft mittels des Arbeitskolbens adiabatisch. Man hat es in der Hand, den Endpunkt  $D$  der isothermischen Verdichtung so zu wählen, daß die von dort ausgehende Verdichtungs-

Adiabate durch  $A$  geht. In  $A$  ist die Luft wieder in ihrem Anfangszustand. Der Kreislauf oder Kreisprozeß, den sie beschrieben hat, war nur ein Mittel, um die Arbeit  $L$  zu gewinnen, die durch die geschlossene Fläche  $ABCD$  dargestellt wird. Da sich am Ende an der arbeitenden Luft nichts verändert hat, so muß die gewonnene Arbeit aus der Wärme stammen, die etwa im Lauf des Kreisprozesses verschwunden ist. Da  $Q_1$  Cal zugeführt und  $Q_2$  Cal abgeleitet worden sind, so sind  $Q_1 - Q_2$  Cal verschwunden. Diese Wärme hat sich in die gleichwertige Arbeit  $L$  verwandelt und daher muß nach dem I. Hauptsatz sein:

$$AL = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right).$$

Die bei der isothermischen Ausdehnung ( $AB$ , Fig. 30) dem Gase zuzuführende Wärme ist nun nach Abschn. 24

$$Q_1 = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Die bei der isothermischen Verdichtung ( $CD$ ) abzuleitende Wärme ist ebenso

$$Q_2 = RT_2 \ln \frac{v_3}{v_4}.$$

Für die Adiabaten  $BC$  und  $AD$  gilt nach Abschn. 25

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{k-1}$$

und

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_4}\right)^{k-1}.$$

Aus der Gleichheit folgt

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1}{v_4}$$

oder

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}.$$

Nun ist

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\ln \frac{v_3}{v_4}}{\ln \frac{v_2}{v_1}},$$

daher wegen der letzten Gleichung auch

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

somit

$$AL = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Der thermische Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{AL}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Der Bruchteil  $\eta$  der aufgewendeten Wärme  $Q_1$ , der durch den Carnot-Prozeß in mechanische Arbeit verwandelt werden kann, ist hiernach nur von dem Verhältnis der absoluten Temperaturen abhängig, zwischen denen der Prozeß verläuft.

Schreibt man

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

so erkennt man, daß  $\eta$  nicht allein vom Temperaturgefälle, sondern auch von dem Absolutwert der oberen Temperatur abhängt.

Die ganze Wärme  $Q_1$  könnte nur dann in Arbeit verwandelt werden, wenn  $\frac{T_2}{T_1} = 0$ , d. h.  $T_2 = 0$  wäre. Die Wärmeentziehung müßte bei einer Temperatur von  $-273^{\circ}$  vor sich gehen können, was nicht möglich ist, da es so kalte Kühlkörper nicht gibt. Aus diesem Grunde ist es auch unmöglich, eine gegebene Wärmemenge vollständig in nutzbare Betriebsarbeit umzusetzen derart daß, wie bei dem Kreisprozeß, der arbeitende Körper (die Luft) im ganzen keine Veränderung erleidet und somit ein **Verbrauch von Arbeitsluft nicht stattfindet**<sup>1)</sup>.

Die tiefsten Temperaturen, die für die Wärmeentziehung bei motorischen Prozessen in Frage kommen, sind die gewöhnlichen Kühlwassertemperaturen, also  $5^{\circ}$  bis  $20^{\circ}$ , durchschnittlich  $10^{\circ}$ , somit  $T_2 = 273 + 10 = 283$ .

Man erhält für  $20^{\circ}$  untere Temperatur, also  $T_2 = 273 + 20 = 293$ , bei oberen Temperaturen von

$t_1 = 1200$	1000	800	600	400	200	100
$T_1 = 1473$	1273	1073	873	673	473	373
$\eta = 0,81$	0,77	0,73	0,66	0,56	0,38	0,21

Wäre also ein Carnotscher Kreisprozeß z. B. mit der Feuergastemperatur von  $1200^{\circ}$  C als oberer und der Kühlwassertemperatur von  $20^{\circ}$  als unterer Grenze praktisch durchführbar — was nicht der Fall ist —, so ließen sich 81 v. H. der aufgewendeten Wärme (d. h. der Verbrennungswärme) in mechanische Arbeit umsetzen. Unsere Wärmekraftmaschinen (Dampfmaschine, Gas- und Ölmaschine) arbeiten demgegenüber, selbst unter Außerachtlassung aller Nebenverluste, wesentlich ungünstiger.

<sup>1)</sup> Wenn die Arbeitsluft dauernd zu niedrigerem Druck übergehen, also verbraucht werden darf, so ist, wie in Abschn. 26 gezeigt, vollständige Wärmeverwandlung möglich, jedoch nur auf Kosten des zur Herstellung der Druckluft erforderlichen Arbeitsaufwands.

Grundsätzlich ist es nun von größter Bedeutung, ob sich der Wirkungsgrad des Carnotschen Prozesses ändert, wenn man an Stelle eines idealen Gases ein wirkliches Gas mit seinen abweichenden Eigenschaften (z. B. mit veränderlicher spez. Wärme) oder gar gesättigte oder überhitzte Dämpfe als Arbeitskörper verwendet. Das Ergebnis einer dahingehenden Untersuchung ist, daß der Wirkungsgrad der gleiche bleiben muß, wenn nur zwischen gleichen Temperaturgrenzen  $T_1$  und  $T_2$  gearbeitet wird. Wäre dies nicht der Fall, so könnte man also mit Hilfe anderer Arbeitskörper kleinere oder größere Bruchteile von  $Q_1$  in Arbeit verwandeln als mit Gasen. Durch geeignetes Zusammenarbeiten von Motoren und Kältemaschinen (mit Carnotschen Prozessen) würde man dann beliebig große Wärmemengen unserer Umgebung in Arbeit verwandeln, also ein Perpetuum mobile zweiter Art herstellen können. Dies ist aber nach dem II. Hauptsatz unmöglich.

Aus dieser allgemeinen Gültigkeit des Carnotschen Wirkungsgrades kann man weiterhin den für die praktische Wärmelehre sehr wichtigen Schluß ziehen, daß auch der Entropiebegriff, wie er in Abschn. 27 aus den Eigenschaften der Gase gewonnen wurde, für beliebige Körper Geltung behält. Dann ist also die bei einer beliebigen kleinen Zustandsänderung eines gesättigten oder überhitzten Dampfes zu- oder abgeleitete Wärmemenge ebenso wie bei den Gasen

$$dQ = T \cdot dS$$

und für isothermische Zustandsänderungen

$$Q = T \cdot (S_2 - S_1).$$

Für isothermische Zustandsänderungen läßt sich dies, wie folgt, zeigen. Ist der arbeitende Körper ein Gas, so gilt im Carnotschen Kreisprozeß

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{oder} \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

$\frac{Q_1}{T_1}$  ist nach Abschn. 28 die Entropiezunahme infolge der isothermischen Wärmezufuhr  $Q_1$ ,  $\frac{Q_2}{T_2}$  die Entropieabnahme infolge der Wärmeentziehung  $Q_2$ ; die Zunahme ist ebenso groß wie die Abnahme der Entropie.

Für einen beliebigen Arbeitskörper ist die Gültigkeit dieser Beziehung erst nachzuweisen. Zunächst gilt

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

wie oben gezeigt. Ferner ist allgemein nach dem I. Hauptsatz

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Durch Gleichsetzen beider Werte erhält man

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

Würde z. B. im Punkte  $A$ , Fig. 30, 1 kg heißes Wasser von der Siedetemperatur, in  $B$  trocken gesättigter Dampf vorliegen, so würde die Entropie der Gewichtseinheit des Wassers bei der Verdampfung wachsen um  $S'' - S' = r_1/T_1$ , weil  $Q_1 = r_1$  und  $T_1 = \text{konst.}$  ist.

Es wäre also

$$Q_1 = T_1 (S'' - S').$$

Für beliebige Zustandsänderungen kommt man zum Ziel, wenn man einen Kreisprozeß mit den betreffenden Zustandsänderungen als Kurven der Wärmezufuhr und -entziehung annimmt und diesen in sehr viele, sehr kleine Carnotsche Prozesse zerlegt<sup>1)</sup>.

Die Darstellung des Carnotschen Kreisprozesses Fig. 30 im Entropie-Diagramm zeigt Fig. 30a.  $A'B'$  stellt die isothermische Ausdehnung  $AB$  dar,  $B'C'$  die adiabatische Ausdehnung  $BC$  (vgl. Abschn. 28, Fig. 27 u. 28), ebenso  $C'D'$  die isothermische Verdichtung  $CD$ ,  $D'A'$  die adiabatische Verdichtung  $DA$ . Die Strecke  $A'B' = S'' - S'$  ist die Entropiezunahme  $Q_1/T_1$ , die Strecke  $C'D'$  die Entropieabnahme  $Q_2/T_2$ . Das Rechteck  $A'B'S''S'$  ist die zugeführte Wärme  $Q_1$ , das Rechteck unter  $C'D'$  die abgeleitete Wärme  $Q_2$ , das Rechteck  $A'B'C'D'$  also die in Arbeit verwandelte Wärme  $Q_1 - Q_2$  oder die gewonnene Arbeit  $AL$  im Wärmemaß (in Kalorien). Das Entropiediagramm  $A'B'C'D'$  behält seine Gestalt für jeden Arbeitskörper, während der Verlauf der Linien im Druckvolumendiagramm ganz verschieden ist, je nachdem ein Gas, ein gesättigter oder überhitzter Dampf arbeitet.

## Anwendungen zur Lehre von den Gasen.

### 31. Arbeitsaufwand zur Herstellung von Druckluft.

**Der Arbeitsvorgang in den Kolbenmaschinen zur Luftverdichtung (Kolbenkompressoren).** Während des Hingangs des Kolbens, von links nach rechts, (Fig. 31) füllt sich der Zylinder durch das Saugventil mit Luft von (annähernd) atmosphärischer Spannung  $p_0$ . Druckverlauf  $AB$ . Während des Rückgangs verdichtet der Kolben die Luft, wobei die Spannung stetig steigt, Druckverlauf  $BC$ . Das Druckventil öffnet sich (Punkt  $C$ ), sobald die Zylinderspannung die Höhe des Gegendrucks  $p$  des Druckluftbehälters erreicht (bzw. um ein geringes übersteigt). Von da ab verdrängt der Kolben unter Überwindung des unveränderlichen Druckes  $p$  die Druckluft aus dem Zylinder und befördert sie in den Druckluftkessel. — Ist der Behälterdruck nicht  $p$ , sondern  $p_1 < p$ , so öffnet das Druckventil schon bei  $C_1$ , ist er  $p_2 > p$ , erst bei  $C_2$ . — Ist der Kessel anfänglich ohne Druckluft, so muß er allmählich aufgefüllt werden, wobei das Druckventil ganz nahe bei  $B$ , dann immer weiter von  $B$  entfernt, bei  $C_1$ ,

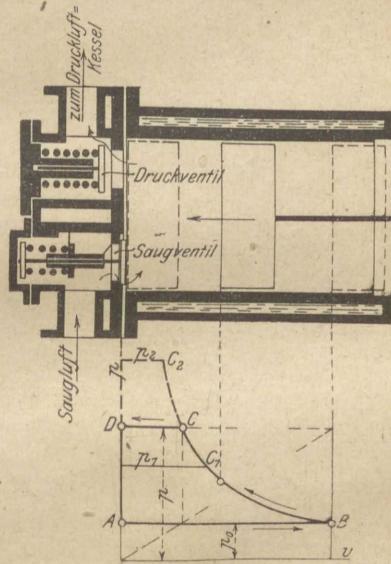


Fig. 31.

<sup>1)</sup> Bezuglich der genaueren Beweisführung in diesem Abschnitt muß auf das größere Werk verwiesen werden.

$C_1, C_2$  öffnet. Die Entnahme von Luft aus dem Kessel muß, wenn der Druck unveränderlich  $p$  bleiben soll, gleich der in gleicher Zeit vom Kompressor zugeschobenen Luftmenge sein.

Der Druckverlauf im Luftzylinder während eines Arbeitsspieles wird durch das geschlossene Diagramm  $A B C D$  dargestellt. Nach Abschn. 17 ist die von der Kolbenstange auf die Luft während eines Spieles übertragene Arbeit, der Arbeitsaufwand (Betriebsarbeit), gleich der Fläche  $A B C D$ .

Die Größe dieser Fläche hängt außer von der Druckhöhe  $p$ , auf die gefördert wird, von dem besonderen Verlauf der Verdichtungslinie  $B C$  ab. Es sind verschiedene Fälle möglich.

1. Die Verdichtung erfolgt adiabatisch, also in einem ungekühlten Zylinder. Dann folgt  $B C$  dem Gesetz  $p \cdot v^k = \text{konst.}$  (Adiabate). Die Lufttemperatur steigt von  $B$  bis  $C$ .

2. Die Verdichtung erfolgt ohne Temperatursteigerung, isothermisch. Dann muß nach Abschn. 24 der Zylinder gekühlt sein. Fig. 31.

3. In Wirklichkeit liegt bei gekühlten Kompressoren die Verdichtungslinie zwischen Isotherme und Adiabate. Denn es ist im allgemeinen selbst durch kräftige Kühlung nicht möglich, die Temperatursteigerung ganz zu verhindern. Der wirklichen Verdichtungslinie kann für viele Zwecke eine Polytrope mit  $m < k$  unterstellt werden.

Fig. 32 läßt erkennen, daß die Betriebsarbeit für gleiche Luftgewichte am größten für adiabatische, am kleinsten für isothermische Verdichtung ist. Der Unterschied wächst mit dem Druck.

In der Praxis der Luftverdichtung sucht man daher dem isothermischen Vorgang möglichst nahe zu kommen. Bei der adiabatischen Verdichtung bleibt zwar die ganze abs. Verdichtungsarbeit als Wärme in der Luft. Bis zum Verwendungsort der Druckluft geht jedoch diese Wärme durch Leitung und Strahlung verloren, so daß sich am Ende die adiabatisch verdichtete Luft in keinem anderen Zustand befindet, als die isothermisch verdichtete, die mit kleinerem Arbeitsaufwand, also im allgemeinen billiger herzustellen ist.

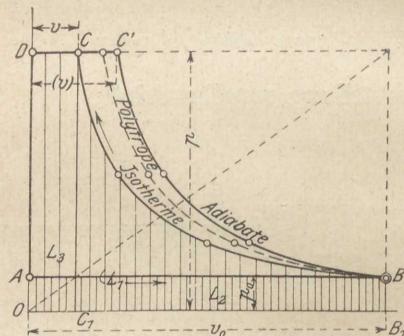


Fig. 32.

a) Isothermische Verdichtung.  
Die Arbeitsfläche  $L$  (theoretische Betriebsarbeit) besteht aus den drei Teilen  $L_1 = B C C_1 B_1$  (absolute Verdichtungsarbeit),  $L_2 = A B B_1 O$  (absolute Luftpumpanarbeit beim Ansaugen),  $L_3 = C D O C_1$  (absolute Ausschubararbeit), Fig. 32. Es ist

$$L = L_1 + L_3 - L_2.$$

Hierin ist für 1 kg nach Abschn. 24

$$L_1 = 2,303 p_0 v_0 \log \frac{p}{p_0},$$

ferner

$$L_3 = p v$$

$$L_2 = p_0 v_0,$$

daher

$$L = 2,303 p_0 v_0 \log \frac{p}{p_0} + p v - p_0 v_0.$$

Wegen  $p v = p_0 v_0$  (Isotherme) ist daher

$$L = 2,303 p_0 v_0 \log \frac{p}{p_0} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

für 1 kg Luft. Für ein beliebiges Luftgewicht  $G$  vom Anfangsvolumen  $V_0$  ist die Arbeit  $G$  mal so groß, also wegen  $G v_0 = V_0$

$$L_G = 2,303 p_0 V_0 \log \frac{p}{p_0} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Für 1 cbm Saugluft,  $V_0 = 1$ , ist also

$$L_0 = 2,303 p_0 \log \frac{p}{p_0} \quad \dots \dots \dots \quad (2a)$$

Für ein beliebiges Druckluftvolumen  $V$  wird wegen

$$pV = p_0 V_0$$

$$L_V = 2,303 pV \log \frac{p}{p_0},$$

daher für 1 cbm Druckluft ( $V = 1$ ) die Betriebsarbeit in mkg

$$L(1 \text{ cbm}) = 2,303 p \log \frac{p}{p_0} \quad (\text{p in kg/qm}) \quad \dots \dots \quad (3)$$

Die Betriebsarbeit ist, wie man sieht, bei isothermischer Verdichtung (aber nur bei dieser) gleich der absoluten Verdichtungsarbeit.

Die bei der isothermischen Verdichtung abzuleitende Wärme ist für 1 kg Luft  $A L_1$  Cal (Abschn. 23), also im vorliegenden Falle das Wärmeäquivalent der Betriebsarbeit. Dies sind

$$Q = \frac{2,303}{427} p_0 v_0 \log \frac{p}{p_0} \text{ Cal}$$

für 1 kg Luft, oder

$$Q_0(1 \text{ cbm}) = \frac{1}{185} p_0 \log \frac{p}{p_0} \text{ Cal}$$

für 1 cbm Saugluft oder

$$Q(1 \text{ cbm}) = \frac{1}{185} p \log \frac{p}{p_0} \text{ Cal}$$

für 1 cbm Druckluft.

b) **Adiabatische Verdichtung.** Hier ist

$$L_1 = \frac{1}{k-1} \cdot (p v - p_0 v_0) \quad (\text{nach Abschn. 25})$$

$$L_2 = p_0 v_0$$

$$L_3 = p v,$$

daher

$$L = L_1 + L_3 - L_2 = \frac{k}{k-1} \cdot (p v - p_0 v_0).$$

Es ist demnach

$$L = k L_1,$$

d. h. die Betriebsarbeit ist  $k = 1,4$  mal so groß als die absolute Verdichtungsarbeit. Diese ist nach Abschn. 25

$$L_1 = \frac{p_0 v_0}{k-1} \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

daher die Betriebsarbeit

$$L = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad \dots \dots \quad (4)$$

Nach Abschn. 25 ist ferner

$$L_1 = 427 c_v (T - T_0),$$

daher mit

$$\tau = T - T_0 \text{ (adiabatische Erwärmung)}$$

$$L = 427 k c_v \tau \quad \text{oder wegen } k = c_p/c_v$$

$$L = 427 c_p \tau \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

Hierin ist wegen

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\tau = T - T_0 = T_0 \cdot \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad \dots \quad \dots \quad (6)$$

Aus Gl. 4 erhält man auch mit  $p v^k = p_0 v_0^k$  leicht

$$L = p v \cdot \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

Für 1 cbm wird, wenn  $v$  durch  $V$  ersetzt wird und  $V=1$  gesetzt wird

$$L(1 \text{ cbm}) = p \cdot \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

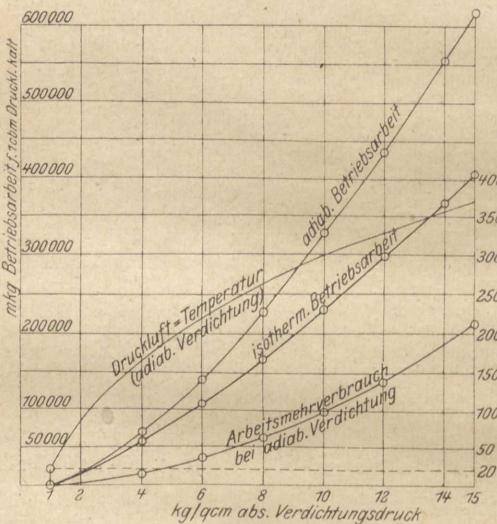


Fig. 33.

temperatur. Bei Verdichtungsdrücken über 5 at abs. übersteigt die adiabatische Drucklufttemperatur bereits 200°, der Betrieb wird also mit Rücksicht auf Kolbenschmierung und Stopfbüchsen schwierig. — Der Arbeitsmehrverbrauch bei adiabatischer Verdichtung gegenüber isothermischer erreicht bei 10 at abs. bereits 100 000 mkg/cbm, oder im Wärmemaß 234 Cal/cbm.

(theoretische Betriebsarbeit für 1 cbm warme Druckluft).

Auf 1 cbm kalte Druckluft von der Sauglufttemperatur berechnet wird die Betriebsarbeit, da die abgekühlte Luft ein im Verhältnis  $T_0/T$  kleineres Volumen besitzt (statt 1 cbm nur  $T_0/T$  cbm), im Verhältnis  $T/T_0$  größer, also mit  $k = 1,4$ ,

$$L(1 \text{ cbm, kalt}) = 3,44 p \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (7)$$

(adiabatische Betriebsarbeit für 1 cbm kalte Druckluft).

Fig. 33 zeigt für Drücke von 1 bis 15 kg/qcm abs. die Betriebsarbeit für 1 cbm kalte Druckluft bei isothermischer und adiabatischer Verdichtung, sowie die Drucklufttemperatur für 20° Anfangstemperatur.

c) **Polytropische Verdichtung.** Folgt die Verdichtungslinie der Polytrope  $p v^m = \text{konst.}$  mit  $m < k$ , so wird in ganz gleicher Weise wie bei dem adiabatischen Vorgang die Betriebsarbeit

$$L = \frac{m}{m-1} (p v - p_0 v_0),$$

also auch hier

$$L = m L_1.$$

Die Betriebsarbeit wird  $m$  mal größer als die abs. Verdichtungsarbeit. Nach Abschn. 25 ist ferner

$$L_1 = 427 (c_v - c) (T - T_0),$$

worin

$$c = c_v \frac{m-k}{m-1}.$$

Damit wird

$$L = 427 m \frac{c_p - c_v}{m-1} (T - T_0)$$

oder mit

$$c_p - c_v = \frac{R}{427}$$

$$L = \frac{m}{m-1} R (T - T_0) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

Hierin ist  $T - T_0$  bestimmt durch

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}};$$

hiermit wird

$$L = \frac{m}{m-1} R T_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right].$$

Mit  $R T_0 = p_0 v_0$  lässt sich auch schreiben

$$L = \frac{m}{m-1} p_0 v_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] \dots \dots \dots \quad (9)$$

Wird Gl. 8 in der Form geschrieben

$$L = \frac{m}{m-1} R T \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right),$$

so folgt, wenn man vom Endzustand der Luft ausgehen will,

$$L = \frac{m}{m-1} p v \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right] (\text{für } 1 \text{ kg}) \dots \dots \dots \quad (10)$$

Für eine beliebige Luftmenge ergibt sich die Betriebsarbeit durch Multiplikation mit dem Luftgewicht  $G$ , oder durch Ersatz von  $v$  bzw.  $v_0$  durch  $V$  oder  $V_0$ . Damit wird für  $V=1 \text{ cbm}$  warme Druckluft

$$L (1 \text{ cbm warm}) = \frac{m}{m-1} p \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]$$

oder

$$= \frac{m}{m-1} p \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right).$$

Für 1 cbm bis auf die Anfangstemperatur  $T_0$  abgekühlte Druckluft wird wie oben unter b)

$$\begin{aligned} L(1 \text{ cbm kalt}) &= \frac{m}{m-1} p \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \\ &= \frac{m}{m-1} p \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] \quad \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

Für 1 cbm Saugluft wird dagegen aus Gl. 9

$$L(1 \text{ cbm Saugl.}) = \frac{m}{m-1} \cdot p_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] \quad \dots \dots \dots (11a)$$

Die für 1 kg abzuführende Wärme wird nach Abschn. 25

$$Q = c(T - T_0),$$

$$Q = c_v \cdot \frac{m-k}{m-1} \cdot (T - T_0).$$

Aus der Betriebsarbeit kann die erforderliche Wärmeabfuhr (innerhalb des Kompressors) mittels

$$Q = \frac{1}{427} \frac{m-k}{m(k-1)} \cdot L \quad \dots \dots \dots (12)$$

berechnet werden.

**Leistungsbedarf.** Die für eine stündliche Luftmenge von  $V$  cbm erforderliche Leistung in Pferdestärken ist wegen 1 PS-St. = 3600 · 75 mkg

$$N_0 = \frac{L \cdot V}{3600 \cdot 75} = \frac{L \cdot V}{270000} \text{ PS}$$

(theoretische indizierte Leistung).

Für 1 cbm stündlich angesaugte Luft ist z. B. die erforderliche Leistung mit Gl. 9

$$N_0 = \frac{m}{m-1} \frac{p_0}{270000} \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right], \quad \dots \dots \dots (13)$$

eine Beziehung, die mit  $m = k$  auch für adiabatische Verdichtung gilt. Für isothermische Verdichtung ist dagegen

$$N_0 = 2,303 \frac{p_0}{270000} \log \frac{p}{p_0} \quad \dots \dots \dots (14)$$

Bei ausgiebiger Kühlung kann der Exponent  $m$  durchschnittlich gleich

1,25 bis 1,30 gesetzt werden, bei langsamem Gang des Kompressors u. U. noch kleiner. In Wirklichkeit ist  $m$  nicht unveränderlich, d. h. die wirkliche Verdichtungslinie ist meist keine Polytrope im obigen Sinn. Am Anfang pflegt der Exponent größer, am Ende der Verdichtung kleiner zu sein, als dem durchschnittlichen Verlauf der Verdichtungslinie entspricht, wenn man diese durch eine Polytrope ausgleicht. Dies röhrt von dem verschiedenen Temperaturen unterschieden und dem entsprechend zwischen Luft und Zylinderwand am Anfang und Ende her. Fig. 34 zeigt ein Indikatordiagramm.

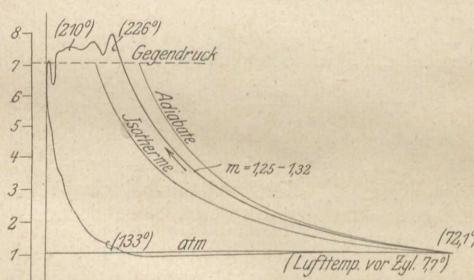


Fig. 34.

peraturunterschied und dem entsprechend zwischen Luft und Zylinderwand am Anfang und Ende her. Fig. 34 zeigt ein Indikatordiagramm.

Beispiel. 1. Welche Betriebsarbeit in PS ist mindestens in einem Kompressor aufzuwenden, um stündlich 100 cbm Druckluft von 4 at Überdruck und Außenlufttemperatur herzustellen? Luftdruck 1,033 at abs.

a) bei isothermischer, b) bei adiabatischer, c) bei polytropischer Verdichtung mit  $m = 1,22$ .

Zu a)

$$L = 2,303 p \log \frac{p}{p_0} = 2,303 \cdot (4 + 1,033) \cdot 10000 \cdot \log \frac{4 + 1,033}{1,033}$$

$$= 79712 \text{ mkg/cbm}$$

$$N_0 = \frac{79712 \cdot 100}{270000} = \underline{\underline{29,5 \text{ PS}_1}}$$

Stündlich im ganzen abzuführende Wärme

$$\frac{79712 \cdot 100}{427} = 18660 \text{ Cal.}$$

Zu b)

$$L = 3,44 p \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = 3,44 \cdot (4 + 1,033) \cdot 10000 \cdot \left[ \left( \frac{5,033}{1,033} \right)^{\frac{0,41}{1,41}} - 1 \right]$$

$$= 101300 \text{ mkg/cbm}$$

$$N_0 = \frac{101300 \cdot 100}{270000} = \underline{\underline{37,5 \text{ PS}_1}}$$

Zu c)

$$L = \frac{m}{m-1} p \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] = \frac{1,22}{0,22} \cdot 50330 \cdot \left[ \left( \frac{5,033}{1,033} \right)^{\frac{0,22}{1,22}} - 1 \right]$$

$$= 92000 \text{ mkg/cbm}$$

$$N_0 = \underline{\underline{34,1 \text{ PS}_1}}$$

Lufttemperatur beim Austritt aus dem Kompressor

$$T = T_0 \cdot \left( \frac{5,033}{1,033} \right)^{\frac{0,22}{1,22}} = T_0 \cdot 1,330.$$

Mit  $t_0 = 20^\circ$  Anfangstemperatur wird

$$273 + t = (273 + 20) \cdot 1,33; \quad t = \underline{\underline{117^\circ}}$$

Stündlich abzuführende Wärme

$$\frac{1}{427} \cdot \frac{m-k}{m(k-1)} \cdot LV = \frac{1}{427} \cdot \frac{1,22 - 1,41}{1,22 \cdot 0,41} \cdot 92000 \cdot 100 = - 8180 \text{ Cal.}$$

Bei Erwärmung des Kühlwassers um  $10^\circ$  ist also eine stündliche Kühlwassermenge von

$$\frac{8180}{10} = \underline{\underline{818 \text{ l}}}$$

erforderlich.

### 32. Die Arbeitsweise der Verbrennungsmotoren nach dem Ottoschen Prinzip (Gas-, Benzin-, Spiritusmotoren).

In dem einfach- oder doppeltwirkenden Arbeitszylinder des Motors wird vom vorwärtsgehenden Kolben ein Gemenge von atmosphärischem oder kleinerem Druck, bestehend aus Luft und Brenngas (Leuchtgas, Generator- oder Kraftgas, Gichtgas, Benzindämpfen usw.) angesaugt, Linie *ab* (Fig. 35). Nachdem sich im rechten Totpunkt des Kurbelns das Einlaßventil geschlossen hat, verdichtet der rückwärts laufende Kolben das Gemenge, Linie *bc*. Im linken Totpunkt ist der größte Verdichtungsdruck  $p_1$  erreicht. Das Drucksteigerungsverhältnis

$p_1/p_0$  hängt von dem Verhältnis der Räume  $V_c$  (Verdichtungsraum) und  $V_c + V_h$  ( $V_h$  = Hubraum) ab. Im Augenblick der stärksten Verdichtung wird das Gemenge entzündet (meist elektrisch), wobei die Spannung infolge der Erhitzung fast augenblicklich, also bei unveränderlichem Gesamtraum der Verbrennungsprodukte, von  $p_1$  auf  $p_2$  steigt, Linie  $cd$ . Die Höhe von  $p_2$  richtet sich nach

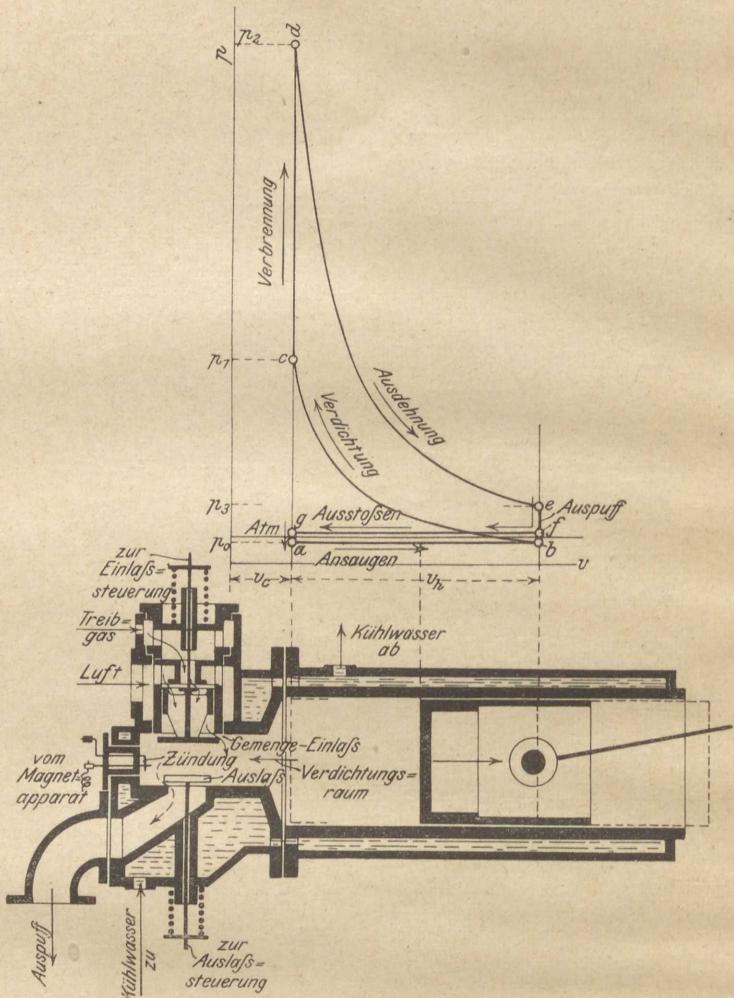


Fig. 35.

der im Gemenge enthaltenen Brenngasmenge und dem Heizwert des Brenngases, oder einfach nach dem Heizwert des Gemenges, aber auch nach dem Anfangsdruck  $p_1$  und der Anfangstemperatur  $T_1$  (vgl. Abschn. 19). Die hochgespannten und glühenden Verbrennungsprodukte dehnen sich nun während des Kolbenhingangs von  $V_c$  auf  $V_c + V_h$  aus, wobei der Druck allmählich von  $p_2$  auf  $p_3$  fällt, Linie  $de$ . Mit der Spannung  $p_3$  treten die Verbrennungsgase nahe dem äußeren Totpunkt durch das Auslaßventil ins Freie, wobei die

Spannung im Zylinder rasch bis  $p_4$  fällt, Linie  $ef$ . Während des Rückweges schiebt der Kolben die noch im Zylinder befindlichen Gase von annähernd atmosphärischem Druck hinaus, bis auf den Rest  $V_c$ , der sich dann mit dem frischen Gemenge bei dem neuen Spiele vermischt. Ein Arbeitsspiel erfordert also vier Kolbenhübe. Die Maschine arbeitet „im Viertakt“.

**Zweitakt.** Das ganze Verfahren läßt sich auch mit zwei Hüben des Kolbens erledigen, wenn man den Saughub und den Auspuffhub wegfallen läßt. Das Gemisch muß dann mittels besonderer Ladepumpen für Luft und Gas in der Nähe des äußeren Totpunktes in den Zylinder eingeblasen werden. Kurz vorher wird der Zylinder von den Abgasresten durch Ausblasen (SpülLuft) gereinigt. Baulich ergeben sich hieraus zwar sehr erhebliche Verschiedenheiten der Motoren; die nachstehenden

Erörterungen haben aber im allgemeinen für beide Arten Gel tung.

Die bei einem Spiel an den Kolben abgegebene Nutzarbeit ergibt sich wie folgt, Fig. 36. Während der beiden aufeinanderfolgenden Hübe der Verdichtung ( $bc$ ) und der Ausdehnung ( $de$ ) wird nach Abschnitt 17 die Arbeit ( $bcd e$ ) an das Gestänge abgegeben.

Während des Ansauge- und Ausstoßhubes wird dagegen die durch das Rechteck  $abfg$  dargestellte Arbeit seitens des Gestänges aufgewendet. In Fig. 36 findet das Ansaugen mit erheblichem Unterdruck statt, so daß diese Fläche wesentlich größer ausfällt als in Fig. 35 (vgl. Abschn. 17).

Die Nutzarbeit ist der Unterschied dieser beiden Flächen; sie wird, wie aus Fig. 36 zu entnehmen, auch durch den Unterschied der beiden schräg schraffierten, mit + und - bezeichneten, geschlossenen Teilflächen dargestellt. — Für die Arbeitsbestimmung aus Indikatordiagrammen ist die letztere Darstellung am bequemsten. Der Kurvenzug  $cdefga'b'c$  wird mit dem Planimeter von Anfang bis Ende durchfahren, wobei sich die Differenz  $+f_1 - f_2$  von selbst ergibt. Für die rechnerische Behandlung dagegen muß die andere Darstellungsweise gewählt werden. Es ist also die Nutzarbeit (theor. indiz. Arbeit)

$$\begin{aligned} L = & \text{Fläche } (a_1 deb_1) - \text{Fläche } (a_1 cbb_1) \\ & (\text{Ausdehnung und Verdichtung}) \\ = & \text{Fläche } (a_1 gfb_1) + \text{Fläche } (a_1 ga'b b_1) \\ & (\text{Ausstoßen und Ansaugen}). \end{aligned}$$

Bezüglich der letzten Fläche ist zu bemerken, daß sich der Unterdruck  $p_0$ , der durch Drosseln des angesaugten Gemenges zustande kommt, nicht auf einmal nach  $ga$ , sondern nur allmählich nach  $ga'$  einstellt. Für die Berechnung der theoretisch möglichen Leistung genügt aber diese Annahme vollkommen.

Diagramme mit starkem Unterdruck, wie Fig. 36, kommen bei normal belasteten Maschinen nicht vor, dagegen bei leerlaufenden oder schwach belasteten Maschinen, wenn sich die Regulierung nicht nur auf Verminderung der Gasmenge, sondern auch der Luftmenge erstreckt. Dem größeren Unterdruck

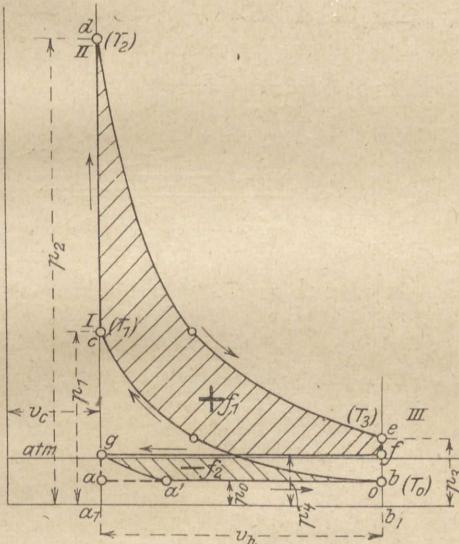


Fig. 36.

entspricht dann eine geringere Menge brennbares Gemisch (Quantitätsregulierung). Fig. 36 a ist ein derartiges Leerlaufdiagramm eines Leuchtgasmotors.

Als idealer Fall ist für die Ausdehnung und Verdichtung adiabatischer Verlauf anzunehmen. Die nur aus Betriebsgründen, wie Kolbenschmierung, Verhindern des Erglühens der Wandungen und zu starker Erhitzung des ange saugten Gemenges notwendige kräftige Kühlung, vgl. Fig. 35, vermag auch in Wirklichkeit die Kurven *de* und *be* nicht sehr erheblich vom adiabatischen Verlauf abzulenken (vgl. Fig. 36 a und 36 b).

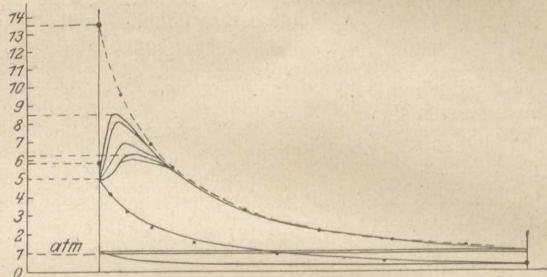


Fig. 36 a.

Es ist nun nach Abschn. 25, wenn man angenähert mit unveränd. spez. Wärme  $c_v$  rechnet:

$$\text{Fläche } (a_1 d e b_1) = 427 \cdot c_v \cdot (T_2 - T_3),$$

wenn  $T_2$  und  $T_3$  die absoluten Temperaturen bei *d* und *e* sind.

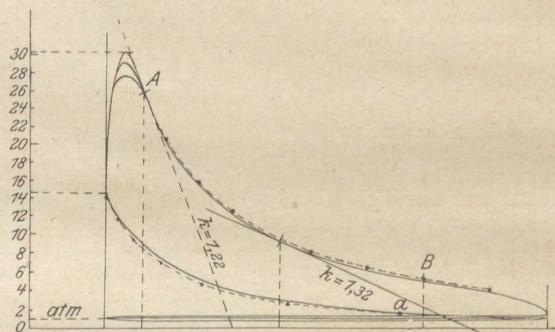


Fig. 36 b.

Ferner ist

$$\text{Fläche } (a_1 c b b_1) = 427 \cdot c_v \cdot (T_1 - T_0).$$

Daher ist die nutzbare Gasarbeit aus 1 kg Gemenge während des Ausdehnungs- und Verdichtungshubes

$$L = 427 \cdot [c_v \cdot (T_2 - T_3) - c_v \cdot (T_1 - T_0)] \quad \dots \quad (1)$$

Die negative Arbeit ist bei Normalleistung verhältnismäßig sehr klein, da hierbei mit möglichst geringer Drosselung gearbeitet wird. Für den hier betrachteten idealen Fall fällt sie dann grundsätzlich weg, weil sie einen Arbeitsverlust darstellt, von dem abgesehen werden soll. Gl. 1 stellt also den Arbeitsgewinn dar.

Die durch die Verbrennung auf der Strecke  $cd$  im Gase entstandene Wärme ist, aus der Temperaturänderung  $T_2 - T_1$  berechnet,

$$Q_v = c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

Das absolute mechanische Äquivalent dieser Wärme wäre

$$L_0 = 427 c_v \cdot (T_2 - T_1) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Dies ist die dem Prozeß als Wärme zugeführte Energie, von der ein möglichst großer Bruchteil in Arbeit verwandelt werden soll. Dieser Bruchteil, der „thermische Wirkungsgrad des Idealprozesses“, ist

$$\eta_{th} = \frac{L}{L_0}.$$

Man erhält aus Gl. 1 und 2

$$\eta_{th} = \frac{L}{L_0} = \frac{c_v \cdot (T_2 - T_3) - c_v \cdot (T_1 - T_0)}{c_v \cdot (T_2 - T_1)} \quad \dots \dots \quad (3)$$

oder

$$\eta_{th} = \frac{T_2 - T_3 - (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1}.$$

Die Temperaturen  $T_0$  und  $T_1$  einerseits,  $T_3$  und  $T_2$  anderseits stehen in der Beziehung

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{T_2}{T_3},$$

denn jedes dieser Verhältnisse ist gleich  $\varepsilon^{k-1}$ . Daraus folgt

$$\frac{T_1 - T_0}{T_1} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}$$

oder

$$T_2 - T_3 = \frac{T_2}{T_1} \cdot (T_1 - T_0).$$

Führt man dies in  $\eta_{th}$  ein, so wird

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_0}{T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1} \quad \dots \dots \quad (3a)$$

Hierfür kann auch geschrieben werden

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

oder

$$= 1 - \left( \frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \dots \dots \quad (3b)$$

Wenn nun auch die hieraus zu errechnenden Werte von  $\eta_{th}$  zahlenmäßig wegen der starken Veränderlichkeit der spez. Wärmes nicht ganz richtig sein können, so lassen doch diese Ausdrücke den überragenden Einfluß des Verdichtungsverhältnisses  $\varepsilon$  bzw. der Drucksteigerung  $p_1/p_0$  erkennen. Je höher die Kompression getrieben wird, desto größer wird  $\eta_{th}$ . Die Erklärung dafür ist, neben der obigen Herleitung, der Umstand, daß mit zunehmendem Verdichtungsgrad auch das räumliche Ausdehnungsverhältnis zunimmt, die Spannkraft der heißen Gase daher durch Expansion in höherem Grade ausgenützt wird. Tatsächlich wiesen schon die ersten Ottoschen Motoren einen dreimal kleineren Gasverbrauch auf als die älteren Lenoirschen Maschinen, die ohne Gemengeverdichtung arbeiteten, und alle späteren Erfahrungen haben bewiesen, daß aus der gleichen Gasmenge ein um so höherer

Prozentsatz mechanischer Arbeit gewonnen wird, je höher die Kompression gesteigert wird.

Die heutigen mit Leuchtgas oder Kraftgas arbeitenden Motoren mit Verdichtung auf 12 bis 15 kg/qcm verwandeln unter günstigen Umständen bis ca. 34 v. H. des Heizwertes des verbrauchten Gases in indizierte Arbeit.

Für

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{1}{15}$$

würde nach obiger Formel

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\frac{0,41}{15,41}} = 0,54. \quad (= 54 \text{ v. H.})$$

Die große Abweichung zwischen dem errechneten Wert und dem tatsächlichen kommt allerdings zu einem sehr erheblichen Teil auf Rechnung der Wärmeverluste durch Übergang an das Kühlwasser; zum anderen aber auf die Ungenauigkeit der Formel infolge der Annahme unveränderlicher spez. Wärme.

Der Brennstoffverbrauch  $C_i$  für 1 PS<sub>St</sub> ergibt sich aus dem Heizwert  $H$  des Brennstoffs und dem thermischen Wirkungsgrad nach Abschn. 22. Fig. 36 b zeigt ein Indikatordiagramm einer Leuchtgasmaschine bei starker Belastung. Die gestrichelten Kurven sind die theoretischen Ausdehnungs- und Verdichtungslinien.

### 33. Die Arbeitsweise der Verbrennungsmotoren nach Diesel (Ölmotoren).

Auch diese Maschinen arbeiten, wie die Gasmaschinen, gewöhnlich im Viertakt. Der Unterschied gegenüber dem Ottoschen Verfahren besteht darin, daß der Kolben beim ersten Hub nicht ein brennbares Gemisch ansaugt, sondern nur Luft. Diese wird beim zweiten Hub auf 30 bis 40 at, also sehr viel höher als das Gemisch in den Gasmaschinen, verdichtet, wobei sie sich sehr stark erhitzt (s. Abschn. 25, Beisp. 3). Nach Erreichung des höchsten Verdichtungsdruckes, also beim Beginn des dritten Hubes, wird eine größere oder kleinere Menge fein zerstäubtes Öl (Petroleum, Masut, Rohöl, Gasöl, Paraffinöl) mittels Preßluft eingeblasen.

Das Öl verbrennt so wie es eingeblasen wird in der glühenden Luft. Dabei steigt die Temperatur, der zugeführten Verbrennungswärme und dem Druckverlauf entsprechend. Die Einspritzung wird so geleitet, daß der Druck während der Verbrennung unverändert bleibt (Gleichdruckverfahren) oder sich wenigstens nicht erheblich ändert.

Nach beendetem Einspritzen und Verbrennung expandieren die Verbrennungsprodukte bis nahe zum Ende des dritten Hubes und werden alsdann ausgestoßen.

Das Arbeitsdiagramm Fig. 37 entwickelt sich danach in folgender Weise. Von  $a$  bis  $b$  Ansaugen von Luft mit geringem Unterdruck. Der Kolben geht vom oberen bis zum unteren Totpunkt. — Von  $b$  bis  $c$  Verdichten auf 30 bis 40 at; die Luft erhitzt sich bis gegen  $800^{\circ}$ . Der Kolben geht vom unteren zum oberen Totpunkt. — In  $c$  Beginn, in  $d$  Ende der Einspritzung und Verbrennung. Linie  $cd$  grundsätzlich eine Gerade, in Wirklichkeit meist im Anfang kleine Druckerhöhung, dann Abfall mit allmählichem Übergang in die Expansionslinie. Von  $d$  bis  $e$  Expansion der glühenden Verbrennungsgase. Der Kolben geht vom oberen bis zum unteren Totpunkt. — In  $e$  Beginn des Auspuffs (in Wirklichkeit etwas früher),  $ef$  Linie des raschen Druckausgleichs durch Abströmen der gespannten Feuergase,  $fg$  Ausstoßlinie, Reinigung des Zylinders von Feuergasresten durch den aufwärtsgehenden Kolben.

Die bei einem Arbeitsspiel an den Kolben abgegebene Nutzarbeit  $L$

kann hier, da Ansaugen mit starkem Unterdruck nicht in Frage kommt, gleich der Fläche  $bcde$  gesetzt werden. Diese besteht aus der Volldruckfläche  $f_1 = (c_1 c d d_1)$ , der Expansionsfläche  $f_2 = (d_1 d e e_1)$  und der Kompressionsfläche  $f_3 = (b c c_1 e_1)$ . Es ist

$$L = f_1 + f_2 - f_3.$$

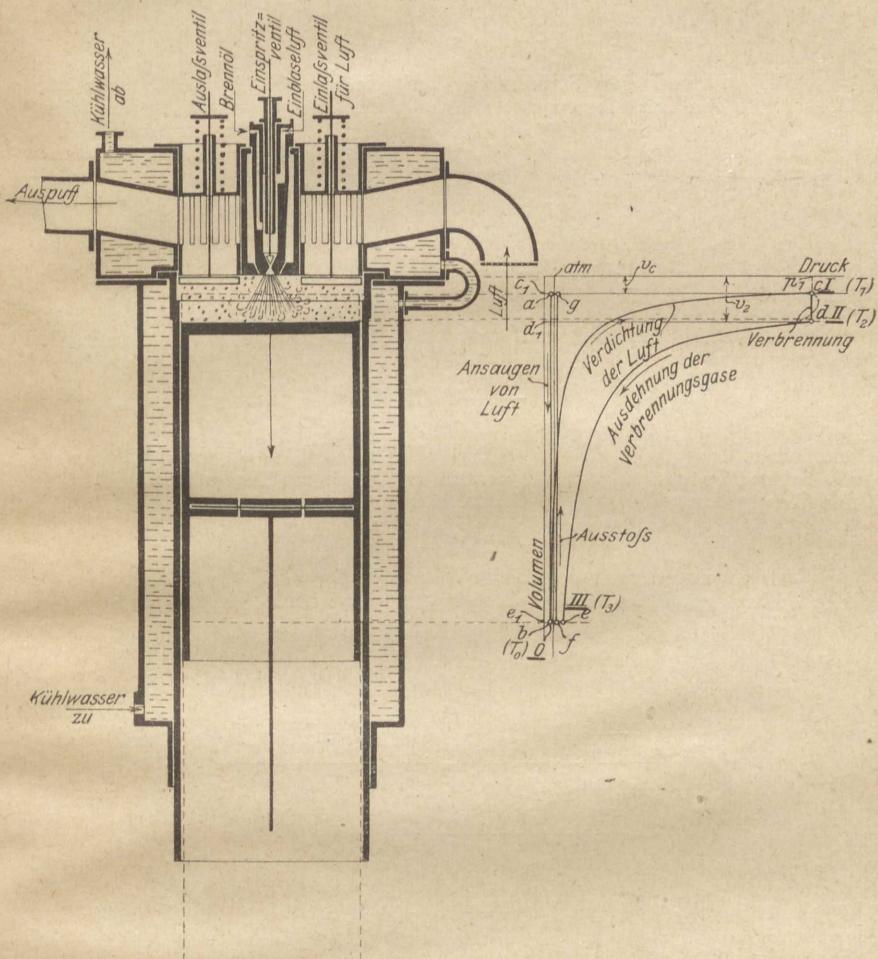


Fig. 37.

Im einzelnen ist:

$$f_1 = p_1 (v_2 - v_c),$$

oder mit  $p_1 v_2 = R T_2$ ,  $p_1 v_c = R T_1$

$$f_1 = R (T_2 - T_1),$$

gültig für 1 kg des Zylinderinhaltes. Für 1 cbm Inhalt ( $0^\circ$ , 760 mm) wäre dagegen

$$f_1 = \gamma_0 R (T_2 - T_1).$$

Ferner ist nach Abschn. 25 für unveränderliche spez. Wärme  $c_v$

$$f_2 = 427 \cdot c_v \cdot (T_2 - T_3)$$

und

$$f_3 = 427 \cdot c_v \cdot (T_1 - T_0).$$

Damit wird

$$L = R(T_2 - T_1) + 427 [c_v \cdot (T_2 - T_3) - c_v \cdot (T_1 - T_0)].$$

Die während der Verbrennung (*cd*) eintretende Temperatursteigerung  $T_2 - T_1$  ist von der Wärmemenge abhängig, die durch Verbrennung von Brenn-

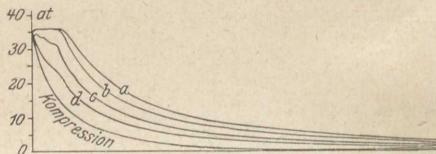


Fig. 37a.

öl mit 1 kg Luft frei wird. Nun sind zur vollständigen Verbrennung von 1 kg Petroleum (und Destillaten) nach Abschn. 9 theoretisch 14,5 kg Luft erforderlich, tatsächlich aber, bei 25 v. H. Luftüberschuß, mindestens  $14,5 \cdot 1,25 = 18,2$  kg. Es können also praktisch mit 1 kg Luft nicht mehr als

1/18,2 kg Petroleum verbrannt werden. Diese Petroleummenge kann eine Wärmemenge von rund

$$\frac{11000}{18,2} = 605 \text{ Cal}$$

entwickeln. So groß, oder bei größerem Luftüberschuß beliebig kleiner, kann die bei der Verbrennung unter konstantem Druck zugeführte Wärme  $Q_p$  sein. Die Temperatursteigerung  $T_2 - T_1$  folgt hiermit aus

$$Q_p = c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Der absolute Arbeitswert dieser Wärme ist  $L_0 = 427 Q_p$  mkg. Der thermische Wirkungsgrad des Diesel-Prozesses wird hiernach

$$\eta_{th} = \frac{L}{L_0}$$

oder

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= \frac{\frac{R}{427} \cdot (T_2 - T_1) + c_v \cdot [T_2 - T_3 - (T_1 - T_0)]}{c_p (T_2 - T_1)} \\ &= \frac{R}{427 c_p} + \frac{1}{k} \cdot \frac{T_2 - T_3 - (T_1 - T_0)}{T_2 - T_1}. \end{aligned}$$

Mit

$$\frac{R}{427 c_p} = \frac{k-1}{k}$$

(nach Abschn. 23) wird hieraus

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \cdot \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}.$$

Wird mit  $\varepsilon$  das Verdichtungsverhältnis  $\frac{V_h + V_c}{V_c}$ , mit  $\varphi$  das Verhältnis des größten und kleinsten Verbrennungsraumes  $\frac{V_2}{V_c}$  bezeichnet, so wird nach den Formeln für die adiabatische Zustandsänderung (s. Abschn. 25)

$$\frac{T_1}{T_0} = \varepsilon^{k-1} \quad \text{und} \quad \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)^{k-1}.$$

Ferner ist für die Erwärmung unter konstantem Druck während der Verbrennung (Abschn. 20)

$$\frac{T_2}{T_1} = \varphi.$$

Wird geschrieben

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \cdot \frac{T_0}{T_1} \cdot \frac{\frac{T_3 - 1}{T_0 - 1}}{\frac{T_2 - 1}{T_1}},$$

so wird mit

$$\frac{T_3}{T_0} = \frac{T_1}{T_0} \cdot \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \varphi^k$$

$$\underline{\eta_{th} = 1 - \frac{T_0}{T_1} \cdot \frac{\varphi^k - 1}{k(\varphi - 1)}}$$

oder

$$= 1 - \frac{1}{\varphi^k - 1} \cdot \frac{\varphi^k - 1}{k(\varphi - 1)}.$$

$\varphi$  liegt zwischen 1 und rd. 3. Es wird für

$$\varphi = 1,5 \quad \varphi = 3$$

$$\frac{\varphi^k - 1}{k(\varphi - 1)} = 1,09 \quad 1,31.$$

Verglichen mit dem Wirkungsgrad des Ottoschen Prozesses  $\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$

ist hiernach der des Diesel-Prozesses bei gleichem  $\frac{T_0}{T_1}$ , d. h. gleicher Verdichtungsspannung kleiner. Richtiger ist es aber, die beiden Prozesse bei gleichen Höchstdrücken zu vergleichen. Dabei stellt sich der Wirkungsgrad des Diesel-Prozesses etwas höher als der des Ottoschen Verfahrens.

## II. Die Dämpfe.

### Der Wasserdampf.

#### 34. Der gesättigte Wasserdampf. Druck und Temperatur; spezifisches Gewicht und Volumen.

Die Eigenschaften des Wasserdampfes zeigen sich am deutlichsten, wenn seine Entstehung aus dem flüssigen Wasser verfolgt wird.

Soll Wasser in einem offenen Gefäß, also unter dem gleichbleibenden Luftdruck, durch Wärmezufuhr verdampft werden, so steigt seine Temperatur erst auf rd.  $100^{\circ}$ . Von da ab beginnt die Dampfentwicklung in der ganzen Masse. Der Druck dieses Dampfes ist gleich dem Atmosphärendruck, also  $1,033 \text{ kg/qcm abs.}$ , seine Temperatur wie die des Wassers  $100^{\circ}$ . Sie steigt auch bei der stärksten Wärmezufuhr nicht weiter.

Liegt auf der Wasseroberfläche im geschlossenen Dampfkessel ein höherer Druck, so ist die Wassertemperatur, bei der die Verdampfung beginnt, und daher auch die Dampftemperatur höher. Das dem Kessel während des Betriebes zugeführte Speisewasser muß erst auf diese Temperatur erwärmt werden, ehe es an der Dampflieferung teilnimmt. Bei niedrigerem Druck, also z. B. auf Bergen im offenen Gefäß oder in einem geschlossenen Gefäß mit teilweisem Vakuum beginnt die Verdampfung schon unter  $100^{\circ}$ . Wasser von  $20^{\circ}$  siedet z. B., wenn der Druck bis  $17,4 \text{ mm Hg}$  erniedrigt wird.

Die Dampfentwicklung und damit auch die Existenz des Dampfes von bestimmtem Druck ( $p$ ) ist also an ganz bestimmte vom Druck abhängige Temperaturen, die Siedetemperaturen, gebunden<sup>1)</sup>. Umgekehrt entspricht auch jeder gegebenen Dampftemperatur ein ganz

<sup>1)</sup> Die Verdunstung ist ein Verdampfungsvorgang, bei dem lediglich die freie Oberfläche des Wassers beteiligt ist. Sie ist abhängig von dem Teildruck des Wasserdampfs in der umgebenden Luft und hört erst auf, wenn dieser Druck gleich dem zur Wassertemperatur gehörigen Siededruck wird (wenn also die umgebende Luft mit Wasserdampf gesättigt ist). Im offenen Gefäß beginnt daher die Verdunstung wegen der Kleinheit des Dunstdrucks der Luft schon lange vor dem Sieden.

bestimmter Siededruck. Der Dampf in dem Zustande, wie er sich aus dem flüssigen Wasser entwickelt, heißt gesättigt. Nur für solchen Dampf gelten die Erörterungen in diesem Abschnitt. Der Zusammenhang zwischen Dampfdruck  $p_s$  und Dampftemperatur  $t_s$  im Siedezustand geht aus Fig. 40 hervor, in der die Dampftemperaturen als Abszissen, die Drücke als Ordinaten aufgetragen sind (Dampfdruckkurve). Die Dampftabellen im Anhang enthalten ebenfalls die zusammengehörigen Werte von  $p_s$  und  $t_s$ . Die neuesten und wohl genauesten Versuche darüber stammen aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Bis dahin waren im allgemeinen Gebrauch die Werte von Regnault, die recht genau mit den neuesten Ergebnissen übereinstimmen. Andere Versuchsreihen stammen von Battelli, von Ramsay und Young, von Cailletet, sowie aus dem Münchener Laboratorium für Technische Physik (Knoblauch, Linde und Klebe). Die in diesem Buche angegebenen Zahlen sind den erstgenannten Versuchsreihen entnommen.

Eine allgemeine Formel, durch welche die Versuchsergebnisse zwischen  $0^\circ$  und  $374^\circ$  (kritische Temperatur) oder auch nur zwischen  $0^\circ$  und  $200^\circ$  (übliche technische Grenzen) genau dargestellt werden, existiert nicht. Dagegen gibt es eine große Zahl von Formeln, die sich in einem engeren Gebiet dem Verlauf der Versuchskurve recht genau anpassen lassen. Eine solche Formel, die auch von der für technische Zwecke nötigen Einfachheit ist, lautet

$$\log p_s = A - \frac{B}{T_s},$$

oder

$$T_s = \frac{B}{A - \log p_s}.$$

Es ist

a) zwischen  $20^\circ$  und  $100^\circ$ :

$$\log p_s = 5,9778 - \frac{2224,4}{T_s} \quad (p_s \text{ in kg/qcm}).$$

b) zwischen  $100^\circ$  und  $200^\circ$ :

$$\log p_s = 5,6485 - \frac{2101,1}{T_s}.$$

### Spezifisches Volumen $v_s$ und spezifisches Gewicht $\gamma_s$ .

Je höher der Dampfdruck ist, um so dichter ist der Dampf; das gleiche Dampfgewicht nimmt einen kleineren Raum ein. Verhielte sich der gesättigte Dampf hinsichtlich des Zusammenhangs von Druck, Volumen und Temperatur wie ein Gas, so wäre

$$\frac{v_{s1}}{v_{s2}} = \frac{p_{s2}}{p_{s1}} \frac{T_{s1}}{T_{s2}}$$

oder

$$p_s v_s = R T_s.$$

Diese Beziehung gilt tatsächlich mit einer gewissen, nicht allzu geringen Annäherung. Setzt man für  $R$  die Konstante des gasförmigen Wasserdampfs  $R = 47,1$ , so erhält man

$$v_s = 47,1 \frac{T_s}{p_s} (p_s \text{ in kg/qm}).$$

Wird hieraus mit den zusammengehörigen Sättigungswerten von  $p_s$  und  $T_s$  das Volumen berechnet, so findet man, daß sich stets ein etwas größerer Wert ergibt als aus den unmittelbaren Versuchen.

Die neuesten und genauesten Versuche, deren Ergebnisse in vorzüglicher Übereinstimmung mit den aus anderen Versuchswerten (Verdampfungswärme und Dampfspannungskurve) streng berechenbaren Werten stehen, sind im Laboratorium für Technische Physik in München ausgeführt worden. Diese Werte sind den im Anhang enthaltenen Dampftabellen zugrunde gelegt.

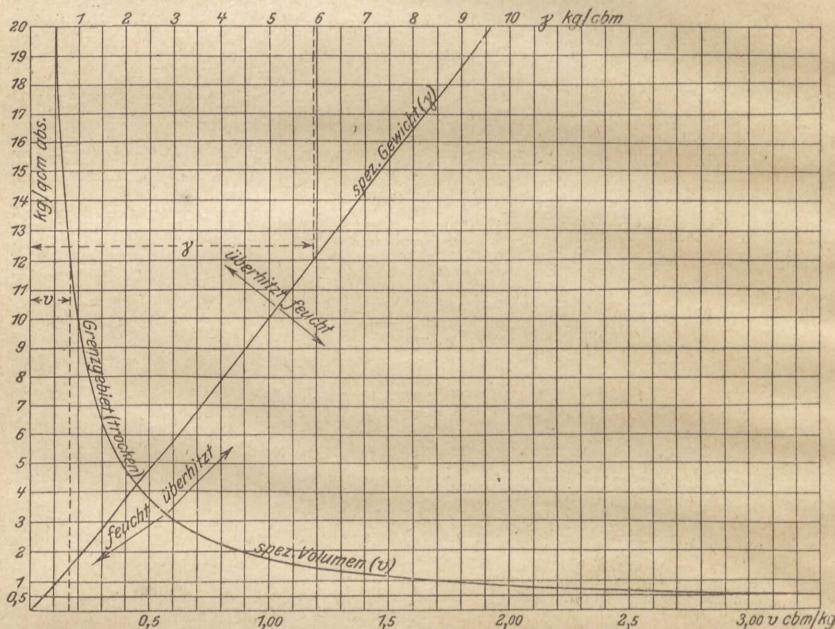


Fig. 38.

Nach Mollier gilt übrigens mit guter Annäherung

$$v_s = \frac{1,7235}{p^{\frac{15}{16}}} (p \text{ in kg/qcm}),$$

$$\gamma_s = 0,5802 p^{\frac{15}{16}}.$$

Für nicht zu weite Grenzen ist daher das spez. Gewicht ungefähr dem Druck proportional (in ganz roher Schätzung etwa die Hälfte der Zahl des absoluten Dampfdrucks in at).

In Fig. 38 sind die Dampfdrücke als Ordinaten, die spez. Volumina und die spez. Gewichte als Abszissen aufgetragen. Die Linie des Volumens (sog. Grenzkurve) ist eine hyperbelartige Kurve, die des Gewichts eine fast gerade, durch den Ursprung gehende Linie.

**Feuchter oder nasser Dampf.** Alles Vorhergehende bezieht sich auf reinen, sog. trockenen Sattdampf. Schon bei der Dampferzeugung werden aber mehr oder weniger Flüssigkeitsteilchen in den Dampfraum mitgerissen, die als Tröpfchen im Dampfe schweben und so einen Teil der Dampfmasse bilden. Wo dies auch nicht der Fall ist, entstehen doch bei der geringsten Wärmeabgabe des Dampfes an die Gefäßwände, z. B. in allen Rohrleitungen und in den Dampfmaschinenzylindern, solche Wasserteilchen durch Rückverwandlung (Kondensation) eines Teils des reinen Dampfs. Denn wie bei der Verdampfung jedes Flüssigkeitsteilchens vom Dampfe Wärme aufgenommen (verbraucht) wird, ohne daß Druck und Temperatur zu steigen brauchen, so kann umgekehrt der Dampf Wärme nach außen abgeben, ohne daß sich  $p$  und  $t$  zu ändern brauchen; dabei geht aber eine der abgegebenen Wärmemenge genau entsprechende Gewichtsmenge Dampf in den flüssigen Zustand über. (Hierüber vgl. unten „Verdampfungswärme“). Daher existiert der Sattdampf praktisch immer als ein Gemenge von reinem Dampf mit Flüssigkeit. Er wird dann als feuchter oder, je nach dem Grade, als nasser Dampf bezeichnet. Seine Zusammensetzung wird in Gewichtsteilen angegeben. Das Gewicht  $x$  des reinen Dampfs in 1 kg feuchtem Dampf heißt verhältnismäßige Dampfmenge oder Dampfgehalt (auch spezifische Dampfmenge). Die Flüssigkeit in 1 kg Dampf wiegt dann  $1 - x$  kg; dies ist die Dampfnässe oder Feuchtigkeit. Sowohl  $x$  als  $1 - x$  werden häufig in Prozenten angegeben.  $x = 0,9$ , also  $1 - x = 0,1$  entspricht 90 v. H. Dampfgehalt und 10 v. H. Feuchtigkeit.

Das Volumen  $v$  von 1 kg feuchtem Dampf ist kleiner als das des trockenen Dampfs  $v_s$ . Denkt man sich nämlich einen Teil des letzteren bei unveränderlichem Druck kondensiert, so findet eine Raumverminderung (ohne Gewichtsverminderung) statt, da das Niederschlagswasser einen viel kleineren Raum einnimmt als der Dampf, aus dem es entstand. — Der Raum, den  $x$  kg trockener Dampf einnehmen, ist  $x \cdot v_s$ , während die übrigen  $1 - x$  kg Wasser den Raum  $(1 - x) \cdot 0,001$  cbm beanspruchen ( $1$  kg Wasser =  $1$  l =  $0,001$  cbm). Daher nimmt 1 kg feuchter Dampf den Raum ein

$$v = x v_s + (1 - x) \cdot 0,001.$$

Ist, wie bei allem Gebrauchsdampf, der Dampfgehalt vorwiegend, so ist  $0,001 \cdot (1 - x)$  sehr klein gegen  $x \cdot v_s$ . Selbst bei 15 at und  $x = 0,75$  macht der Rauminhalt der Flüssigkeit noch nicht  $\frac{1}{4}$  v. H. des Gesamtraumes aus. Es genügt also weitaus, das spez. Volumen des Feuchten Dampfes zu setzen

$$v = x v_s,$$

oder das spez. Gewicht

$$\gamma = \frac{\gamma_s}{x}.$$

Der feuchte Dampf ist im umgekehrten Verhältnis des Dampfgehaltes schwerer als der trocken gesättigte Dampf. Druck und Temperatur des feuchten Dampfes sind identisch mit denen des trockenen gesättigten Dampfes.

### 35. Wärmemengen bei der Dampfbildung und der Kondensation des Dampfes.

Die näheren Umstände, unter denen die Überführung des Wassers in Dampf oder des Dampfes in Wasser erfolgt, sind nicht ohne Einfluß auf die verbrauchten bzw. frei werdenden Wärmemengen. Im nachstehenden wird vorausgesetzt, daß beide Vorgänge sich unter unveränderlichem Druck, dem Siededruck  $p_s$ , abspielen.

Das flüssige, kalte Wasser soll unter einen Druck gleich dem gewünschten Siededruck gesetzt und dann unter diesem Druck durch Wärmezufuhr verdampft werden. Der Fall liegt im Dampfkessel vor, wo das kalte Wasser durch die Speisepumpe erst auf den Kesseldruck gebracht (und in den Kessel geschafft) wird, wonach erst die Wärmeaufnahme beginnt. Von der zur Förderung des Wassers aus der Atmosphäre in den Kessel nötigen Arbeit, dem Speisungsaufwand, wird als Anteil an dem gesamten Energieaufwand der Dampferzeugung zunächst abgesehen.

Ein Beispiel für den entgegengesetzten Vorgang ist die Kondensation des Dampfes in den Kondensatoren der Dampfmaschinen. Dort erfolgt die Verwandlung des (niedrig gespannten) Dampfes in Wasser und dessen weitere Abkühlung unter dem unveränderlichen Kondensatordruck (Unterdruk).

Der Vorgang der Dampferzeugung aus kaltem Wasser zerfällt dann in zwei Abschnitte, die Erwärmung des Wassers bis zur Siedetemperatur und die Verdampfung, Fig. 39; ebenso sind bei der Kondensation zu unterscheiden die Verwandlung des Dampfes in Wasser von der Siedetemperatur und die Abkühlung des Wassers (im Normalfall bis  $0^\circ$ ).

#### a) Erwärmung bis zur Siedetemperatur.

Die Wärmemenge, die zur Erwärmung von 1 kg Wasser von  $0^\circ$  bis zu der dem jeweiligen Siededruck entsprechenden Temperatur erforderlich ist, heißt Flüssigkeitswärme,  $q$ . Man kann, mit  $c$  als spez. Wärme des flüssigen Wassers, setzen

$$q = c_m \cdot t.$$

Die spez. Wärme  $c$  kann als unabhängig vom Druck angenommen werden. Dagegen nimmt sie mit der Temperatur von etwa  $20^\circ$  bis zu den höchsten Temperaturen, unter denen flüssiges Wasser bestehen kann ( $374^\circ$ ), stetig zu.

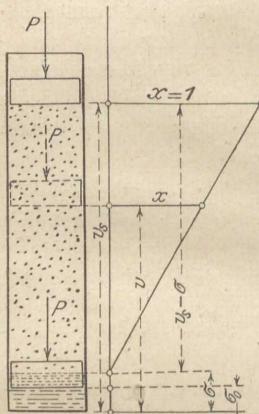


Fig. 39.

Zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  sind die Unterschiede sehr gering. Die mittlere spez. Wärme  $c_m$  ist daher in diesem Gebiete nahezu identisch mit der wahren spez. Wärme  $c$ ; jedenfalls kann man in diesem Gebiet für alle praktischen Zwecke setzen

$$c = c_m = 1.$$

Damit wird auch

$$q \approx t.$$

Dagegen wird bei höheren Temperaturen

$$q > t,$$

wenn auch innerhalb des praktisch verwerteten Temperaturgebietes der Unterschied nicht groß ist. Bei  $200^{\circ}$  hat man z. B.

$$q = 203,1 \text{ Cal.}$$

Gleichzeitig mit der Temperatur nimmt bei der Erwärmung auch das Volumen  $\sigma$  des Wassers zu<sup>1)</sup>. Bis  $100^{\circ}$  beträgt die Zunahme 4,33 v. H. des Volumens bei  $4^{\circ}$ , bis  $200^{\circ}$  15,7 v. H., bis  $300^{\circ}$  schon 38,7 v. H. Die mittleren Ausdehnungskoeffizienten für je  $1^{\circ}$  betragen also bis zu diesen Temperaturen  $0,0433/96 = 1/2218$ , bzw.  $1/1248$ , bzw.  $1/766$ , zeigen also eine bedeutende Zunahme mit der Temperatur.

Der Unterschied zwischen dem Volumen  $v_s$  des gesättigten Dampfes von  $t_s^{\circ}$  und dem des Wassers von  $0^{\circ}$  ( $\sigma_0$ ) ist die Raumvergrößerung infolge der Erwärmung und Verdampfung ( $v_s - \sigma_0$ ), während die Raumvergrößerung durch die Verdampfung allein  $v_s - \sigma$  ist. Für sehr viele Fälle, und immer dann, wenn die Differenz  $v_s - \sigma$  vor kommt, ist es innerhalb der gebräuchlichen Dampfdrücke völlig ausreichend,  $\sigma = 0,001$  zu setzen, bei Drücken über 3 at bis 15 at, wenn man will,  $\sigma = 0,0011$  (cbm/kg).

In den Tabellen I und II im Anhang ist  $\sigma$ -nicht in cbm/kg, sondern in Liter/kg angegeben.

Die verhältnismäßige Raumvergrößerung bei der Dampfbildung ist  $v_s/\sigma$ . Dieser Wert ist bei  $100^{\circ}$  gleich  $1,674/0,00104 = 1610$ , bei  $200^{\circ}$  gleich  $0,1287/0,00116 = 111$ ; dagegen bei  $50^{\circ}$  gleich  $12,02/0,00101 = 11900$ !

b) **Verdampfung.** Nachdem die Siedetemperatur erreicht ist, beginnt die Verdampfung. Die gesamte, von da ab zugeführte Wärme wird zur Dampfbildung verbraucht, ohne daß die geringste Temperaturänderung eintritt. Die Wärmemenge  $r$ , die nötig ist, um 1 kg Wasser von der dem Siededruck entsprechenden Siedetemperatur vollständig in Dampf überzuführen, heißt Verdampfungswärme<sup>2)</sup>. Nach vollendetem Dampfbildung ist diese Wärme im Dampf nicht mehr als Wärme vorhanden, die fühlbare Wärme des Dampfes ist nicht

<sup>1)</sup> Bekannt ist die für das Naturleben so wichtige Abweichung hiervon zwischen  $0^{\circ}$  und ca.  $4^{\circ}$ , wo das Volumen bei der Erwärmung abnimmt, bei der Abkühlung zunimmt.

<sup>2)</sup> Früher „latente Wärme“, weil sie als Wärme bei der Verdampfung verschwindet und erst bei der Kondensation des Dampfes wieder zum Vorschein kommt.

größer als die des siedenden Wassers, da die Temperatur unverändert geblieben ist.

Bei der Verdampfung wird eben die Wärme  $r$  ganz in Arbeit umgesetzt. Einerseits ist die äußere Arbeit zu leisten, die zur Überwindung des Druckes  $p_s$  bei der Raumvergrößerung  $v_s - \sigma$  notwendig ist, also  $p_s(v_s - \sigma)$  mkg (in Fig. 39 die Hubarbeit des Kolbens von  $\sigma$  bis  $v_s$ ). Ihr entspricht die gleichwertige Wärmemenge  $Ap_s(v_s - \sigma)$ , die als „äußere Verdampfungswärme“ bezeichnet wird.

Durch diesen Betrag wird jedoch der Verbrauch  $r$ , wie die Versuche

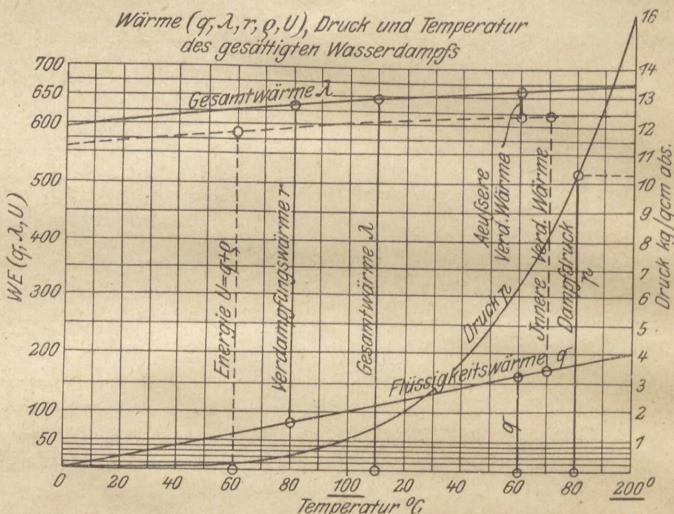


Fig. 40.

zeigen, noch lange nicht gedeckt. Es verschwindet also von der zugeführten Wärme noch außerdem der Betrag

$$r - \frac{1}{427} p_s(v_s - \sigma) = \varrho \text{ Cal}$$

im Dampf.

Dies ist nur durch den Umstand zu erklären, daß zur Lösung des inneren (molekularen) Zusammenhangs der Flüssigkeit, wie sie zur Dampfentwicklung nötig ist, die mechanische Arbeit  $427 \varrho$  mkg verbraucht wird.

Demgemäß hat man sich die Verdampfungswärme  $r$  als Summe einer „äußeren“ und einer „inneren“ Verdampfungswärme zu denken,

$$r = \frac{1}{427} p_s(v_s - \sigma) + \varrho.$$

Von diesen beiden Teilen ist die innere Verdampfungswärme trotz der sehr bedeutenden Raumvergrößerung bei der Verdampfung der

weitaus größere. Aus Fig. 40 ist dies ersichtlich. Die gestrichelte Linie zerlegt  $r$  in die beiden Teile.

Hier nach ist nun der gesamte Wärmebedarf zur Herstellung von 1 kg trockenen, gesättigten Dampfes aus Wasser von  $0^{\circ}$  bei Verdampfung unter dem unveränderlichen Siededruck

$$\lambda = q + r.$$

Dieser Wert wird als Gesamtwärme bezeichnet. Es ist die Wärmemenge, die aus der Feuerung eines Dampfkessels in jedes dem Kessel zugeführte kg Speisewasser übergehen muß, wenn dieses mit  $0^{\circ}$  in den Kessel eintritt und den Kessel als trockener Dampf verläßt.

Kommt, wie immer, das Speisewasser mit mehr als  $0^{\circ}$  in den Kessel, so ist der Wärmeaufwand  $\lambda'$  um die Flüssigkeitswärme  $q_0$  des Speisewassers bei der Temperatur  $t_0$  kleiner als der obige, von  $0^{\circ}$  an gerechnete Wert, also

$$\lambda' = \lambda - q_0.$$

Tritt der Dampf feucht aus dem Kessel aus, so ist ein weiterer Betrag abzuziehen, vgl. unten.

#### Werte der Verdampfungs- und Gesamtwärme; Energie.

Die neuesten und wohl genauesten Versuche über die Verdampfungswärme stammen aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Die Dampftabellen im Anhang enthalten diese Werte von  $r$ .

Zwischen  $100^{\circ}$  und  $200^{\circ}$  kann man  $r$  sehr angenähert berechnen nach

$$r = 539 - 0,712(t - 100)$$

$$r = 610,2 - 0,712t$$

und  $\lambda$  aus

$$\lambda = 639 + 0,311(t - 100)$$

oder

$$\lambda = 608 + 0,311t.$$

**Energie des Dampfes.** Bei der Verdampfung wird die Arbeit (in Cal)  $A_p(v_s - \sigma)$  nach außen abgegeben (äußere Verdampfungswärme), während der Teil  $q$  der Verdampfungswärme, der zur Leistung innerer Arbeit verbraucht wird, als Spannungsenergie im Dampf verbleibt. Auch die Flüssigkeitswärme  $q$  ist nach der Verdampfung, und zwar als Wärme, im Dampf noch enthalten. Von der gesamten dem Dampf zugeführten Wärme befindet sich also die Menge  $q + \sigma$  als Energieinhalt im Dampf.

Man bezeichnet

$$q + \sigma = U$$

als Energie des Dampfes (auch innere Energie).

Von Bedeutung ist dieser Wert insbesondere bei der adiabatischen Ausdehnung des Dampfs, deren Arbeit ganz aus  $U$  bestritten wird.

Die als Raumarbeit bei der Verdampfung nach außen abgegebene Wärme  $A p(v_s - \sigma)$  ist nicht als verloren zu betrachten. Wenn nämlich der Dampf unter unveränderlichem Druck wieder verflüssigt wird, so leistet der äußere Druck  $p_s$  bei der Raumverminderung die Arbeit  $p_s(v_s - \sigma)$ , die im Dampfe in Wärme übergeht, ganz ähnlich wie bei der Abkühlung eines Gases (Abschn. 20), vgl. auch Fig. 14. Nur infolge dieses Umstandes wird bei der Kondensation des Dampfes unter dem Siededrucke genau die gleiche Wärme aus dem Dampf frei (bzw. muß ihm entzogen werden, um ihn zu verflüssigen), wie bei der Verdampfung unter dem gleichen Druck aufzuwenden war.

Findet jedoch die Verdampfung unter konstantem Druck, also bei wachsendem Volumen statt, dagegen die Verflüssigung unter unveränderlichem Volumen, daher bei sinkendem Druck, so wird im letzteren Falle eine um den Wert  $A p_s(v_s - \sigma)$  geringere Wärmemenge frei. Dafür entsteht im Dampfraum ein Unterdruck, vermöge dessen der äußere Luftdruck noch Arbeit zu leisten vermag.

#### Speisungsaufwand und Wärmeinhalt bei konstantem Druck.

Der Speisungsaufwand, d. h. die zum Hineindrücken des Wassers in den Kessel aus der Atmosphäre erforderliche Arbeit, ohne Rücksicht auf die Nebenverluste bei diesem Vorgang, beträgt im Wärmemaß

$$A(p - p_0) \sigma_0 \text{ Cal},$$

wenn  $p_0$  der äußere Luftdruck in kg/qm ist.

Dieser Wert ist gegenüber den Wärmemengen, die bei der Dampfbildung auftreten, äußerst gering. Für  $p = 20 \cdot 10000$ , d. h. 20 at, wird er erst

$$\frac{19 \cdot 10000 \cdot 0,001}{427} = 0,45 \text{ Cal/kg}.$$

Da der Speisungsaufwand nur mittelbar, unter Umständen auch gar nicht aus der vom Dampf im Kessel aufgenommenen Wärme  $\lambda$  bestritten wird, außerdem in Wirklichkeit, ausgedrückt in Wärme aus der Kesselfeuerung, ein großes Vielfaches des ideellen Wertes betragen kann<sup>1)</sup>, so ist es üblich und der Klarheit der Verhältnisse wegen zweckmäßiger, ihn nicht dem Energieaufwand für die Verdampfung zuzurechnen.

Unter „Wärmeinhalt bei konstantem Druck“ versteht man die Größe

$$J = U + A p v.$$

Setzt man

$$U = q + \varrho, \quad v = v_s$$

für trockenen Dampf, so wird

$$J = q + \varrho + A p v_s$$

oder

$$= q + \varrho + A p (v_s - \sigma) + A p \sigma.$$

Die Summe der drei ersten Werte ist  $\lambda$ , so daß man erhält

$$J = \lambda + A p \sigma;$$

der „Wärmeinhalt“ ist also um den kleinen Wert  $A p \sigma$ , d. h. fast genau um den Speisungsaufwand, größer als die Gesamtwärme.

**Feuchter Dampf.** Die im feuchten Dampf enthaltenen Wärmemengen sind, für die Gewichtseinheit, geringer als im trockenen Dampf. Da 1 kg reiner Dampf die Gesamtwärme  $q + r$  erfordert, so müssen für den Dampfgehalt von  $x$  kg in 1 kg feuchtem Dampf  $(q + r)x$  Cal aufgewendet werden; außerdem für den Feuchtigkeitsgehalt von  $(1 - x)$  kg

<sup>1)</sup> z. B., wenn Dampf aus dem Kessel verwendet wird, um eine Dampfspeisepumpe (Kolbenpumpe) zu betreiben, oder wenn eine Speisepumpe von der Transmission aus angetrieben wird.

$(1 - x) q$  Cal Flüssigkeitswärme. Daher ist die Gesamtwärme von 1 kg feuchtem Dampf, gerechnet von  $0^0$  an,  $(q + r)x + q(1 - x)$  oder

$$\lambda_f = q + xr.$$

Mit  $v$  als Volumen des Dampfes erhält man auch

$$\lambda_f = q + x\varrho + Ap(v - \sigma),$$

da  $\varrho$ , die Flüssigkeitswärme, im feuchten Dampf in gleichem Betrag aufzuwenden ist wie im trockenen, während als innere Verdampfungswärme nur  $x\varrho$  Cal und als äußere Verdampfungswärme nur  $Ap(v - \sigma)$  Cal nötig sind.

Verglichen mit der Gesamtwärme  $q + r$  des trockenen Dampfes ist die des feuchten um  $(q + r) - (q + xr)$ , also um  $(1 - x)r$  Cal kleiner. Hat man nun Speisewasser von  $t_0^0$ , so ist der gesamte Wärmeaufwand zur Herstellung von 1 kg feuchtem Dampf mit  $x$  Gewichtsteilen Dampfgehalt

$$\lambda'_f = \lambda - q_0 - (1 - x)r,$$

worin  $\lambda$ ,  $q_0$  und  $r$  den Dampftabellen zu entnehmen sind.

Man erhält z. B. für Dampf von 9 at Überdruck mit 5 v. H. Feuchtigkeit bei  $t_0 = 15^0$  Speisewassertemperatur wegen  $p_s = 9 + 1 = 10$  (bei 735,5 mm Barometerstand)

$$\begin{aligned}\lambda'_f &= 663,8 - 15,05 - 0,05 \cdot 482,6 \\ &= \underline{\underline{624,6}} \text{ Cal/kg.}\end{aligned}$$

Die Energie des feuchten Dampfes erhält man als Summe der Flüssigkeitswärme  $q$  und der inneren Verdampfungswärme  $x\varrho$

$$U_f = q + x\varrho.$$

Beispiele. 1. Ein Dampfkesselmanometer zeigt auf 7,5 kg/qcm. Wie hoch ist die Dampftemperatur, wenn das Barometer zur gleichen Zeit auf 710 mm Hg steht?

Die absolute Dampfspannung ist

$$p = 7,5 + \frac{710}{735,6} = 7,5 + 0,966 = \underline{\underline{8,466}} \text{ kg/qcm abs.}$$

Nach den Dampftabellen ist daher

$$t = 172,2 - 2,6 \cdot \frac{0,034}{0,4} \text{ (Interpolation von } 8,5 \text{ rückwärts)} = \underline{\underline{172,0^0}}.$$

2. Wieviel wiegen 10 cbm feuchter Dampf von 7 at Überdruck mit 12 v. H. Feuchtigkeit?

1 cbm trockener Dampf von  $7 + 1,033 = 8,033$  at abs. wiegt nach Tabelle  $4,082 + 0,232 \cdot \frac{0,033}{0,5} = 4,235$  kg.

Mit  $x = 1 - 0,12 = 0,88$  ist daher das Gewicht von 1 cbm des feuchten Dampfes  $\frac{4,235}{0,88} = 4,81$  kg. Es wiegen somit 10 cbm 48,1 kg.

3. Ein Dampfkessel liefert den Dampf für eine 100 PS-Dampfmaschine, die für 1 PS/St. 9 kg Dampf von 8 kg/qcm abs. verbrauche. Welche Wärmemenge muß aus der Feuerung stündlich auf das Kesselwasser übergehen? Temperatur des Speisewassers  $15^0$ .

Stündliche Dampfleiferung 900 kg. Nach der Tabelle Gesamtwärme des trockenen Dampfes bei Speisewasser von  $0^{\circ}$  gleich 660,9 Cal; bei  $15^{\circ}$  Wassertemperatur  $660,9 - 15 = 645,9$  Cal. Der Dampf muß somit in der Stunde  $900 \cdot 645,9 = 581310$  Cal aufnehmen. Bei 70 v. H. Kessel-Wirkungsgrad und Kohle von 7000 Cal/kg Heizwert entspricht dies einer stündlichen Kohlenmenge von  $\frac{581310}{0,7 \cdot 7000} = 118,5$  kg.

### 36. Der überhitzte Wasserdampf. Entstehung. Wärmeinhalt. Wahre und mittlere spezifische Wärme bei konstantem Druck. Zustandsgleichung. Grenzkurve.

Wenn dem gesättigten (und trockenen) Dampf, wie er vom Dampfkessel geliefert wird, an einer vom Wasserspiegel entfernten Stelle noch

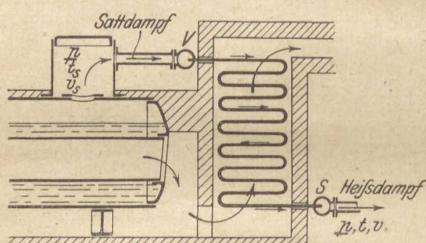


Fig. 41.

weiter Wärme aus Feuergasen zugeführt wird, so vergrößert sich sein Volumen, und seine Temperatur steigt über die zum Kesseldruck gehörige Sättigungstemperatur. Dabei soll, wie dies immer bei der praktischen Überhitzung zutrifft, der Raum, in dem der Dampf die zusätzliche Wärme aufnimmt (Überhitzer), in freier Verbindung mit dem

Dampfraum des Kessels stehen. Dann herrscht auch im Überhitzer der gleiche Druck wie im Kessel.

Fig. 41 zeigt, unter Hinweglassung aller für den praktischen Betrieb erforderlichen Absperrventile, die Anordnung. Aus dem Dom tritt der Sattdampf in einen Verteilkörper  $V$ , an den eine Reihe nebeneinander liegender Rohrschläuche angeschlossen ist. Diese bilden den eigentlichen Überhitzer. Die Überhitzerrohre vereinigen sich beim Austritt aus dem Heizraum in einem Sammler  $S$ , an den die Heißdampfleitung anschließt. Der Dampf tritt in den Verteiler  $V$  mit der Kesseltemperatur  $t_s$ , erhitzt sich beim Durchströmen der Rohre von oben nach unten und tritt in den Sammler mit der Temperatur  $t > t_s$  ein. Da gleichzeitig sein Volumen von  $v_s$  auf  $v$  wächst, so verläßt er die Überhitzerrohre mit größerer Geschwindigkeit, als er ihnen aus  $V$  zuströmte.

Ob zur Überhitzung die Abgase des Kessels verwendet werden oder eine besondere Feuerung angeordnet ist, bleibt selbstverständlich für die Eigenschaften des Heißdampfes, um die es sich hier allein handelt, ganz gleich.

Überhitzter Dampf oder Heißdampf ist demnach Dampf, dessen Temperatur höher ist als die seinem Drucke gemäß den Dampftabellen entsprechende Sättigungstemperatur. Hat z. B. Dampf von 9 at abs. eine Temperatur von  $300^{\circ}$ , so ist er um  $300 - 174,6 = 125,4^{\circ}$  überhitzt; ist bei gleicher Temperatur der Druck nur 5 at abs., so beträgt die Überhitzung  $300 - 151,1 = 148,9^{\circ}$ .

Der überhitzte Zustand läßt sich auch aus dem spez. Volumen oder spez. Gewicht erkennen, da ja das Dampfvolumen bei der Überhitzung wächst bzw. das spez. Gewicht abnimmt. Dampf ist überhitzt, wenn ein bestimmtes Gewicht bei gleichem Druck einen größeren Raum einnimmt, als es als Satt dampf gemäß den Tabellen einnehmen würde; oder wenn im gleichen Raume dem Gewicht nach weniger Dampf enthalten ist, als der Raum bei gleichem Druck Satt dampf fassen könnte. So ist z. B. der atmosphärische Wasserdampf gewöhnlich im überhitzten Zustand; erst bei der beginnenden Wolken- und Nebelbildung tritt er in das Sättigungsgebiet ein. (Überhitzter Dampf heißt auch ungesättigt.)

**Gesamtwärme.** Die Herstellung des Heißdampfes setzt das Vorhandensein von Satt dampf vom gleichen Druck voraus, erfordert also in jedem Falle zunächst den Wärmeaufwand für Satt dampf,  $q + r$  Cal. Dazu tritt die Überhitzungswärme.

Das allgemeine Verhalten des in der Überhitzung begriffenen Dampfes stimmt mit dem der Gase überein. Ein Teil der unter konstantem Druck zugeführten Überhitzungswärme wird zur Temperatursteigerung, der andere zur Ausdehnungsarbeit verbraucht. Die ganze Wärmemenge, die zur Erwärmung von 1 kg Dampf um je  $1^{\circ}$  aufzuwenden ist, heißt wie bei den Gasen spez. Wärme bei konstantem Druck,  $c_p$ .

Man nahm früher an, daß  $c_p$  unabhängig von der Temperatur und dem Drucke sei und den Wert 0,48 besitze. Durch die Versuche von Knoblauch und Jakob<sup>1)</sup> ist endgültig entschieden, daß diese Annahme nicht entfernt zutrifft.  $c_p$  ist vielmehr um so größer, je höher bei gleicher Temperatur der Druck ist; bei gleichem Druck wird  $c_p$  vom Sättigungspunkt aus mit steigender Temperatur zunächst kleiner, um dann von 250 bis  $300^{\circ}$  an wieder langsam zuzunehmen. Fig. 7 Abschn. 13 läßt diese Art der Abhängigkeit erkennen.

Die Überhitzungswärme richtet sich nach dem Mittelwert der spez. Wärme zwischen den betreffenden Temperaturen, wie dies für den Fall der Veränderlichkeit der spez. Wärme in Abschn. 11 ausgeführt ist. Aus den Kurven Fig. 7 sind von Knoblauch die Werte  $(c_p)_m$  für die verschiedenen Drücke und Temperaturen berechnet worden, vgl. die umstehende Zahlentafel. Die Zahlen gelten zwischen der Sättigungstemperatur, die unter dem Druck vermerkt ist, und den Heißdampftemperaturen in der ersten Vertikalspalte.

Der Wärmeinhalt kann nun nach

$$\lambda = q + r + (c_p)_m \cdot (t - t_s)$$

berechnet werden.  $q + r$  ist aus den Dampftabellen zu entnehmen. Unmittelbar kann  $\lambda (= i)$  aus der Tafel III entnommen werden. Vgl. Abschn. 47.

**Die Zustandsgleichung.** Während bei Satt dampf einem bestimmten Druck  $p$  nur eine einzige Temperatur und, wenn der Dampf trocken ist, ein einziges Volumen zugehört, kann Heißdampf von bestimmtem Druck jede Temperatur besitzen, die höher ist als die zu seinem Druck  $p$  gehörige Satt dampftemperatur, und jedes Volumen, das

<sup>1)</sup> Vgl. Abschn. 13.

Mittlere spez. Wärme  $c_{pm}$  für überhitzten Wasserdampf.

$p =$	0,5 at	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$t_s =$	80,9 °C	99,1	119,6	142,9	158,1	169,6	179,1	187,1	194,2	200,5	206,2	211,4
$c_{ps} =$	0,478	0,487	0,501	0,528	0,555	0,584	0,613	0,642	0,671	0,699	0,729	0,760
120°	0,473	0,483	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
140	0,471	0,480	0,496	—	—	—	—	—	—	—	—	—
160	0,470	0,478	0,491	0,521	—	—	—	—	—	—	—	—
180	0,470	0,476	0,488	0,515	0,544	0,576	—	—	—	—	—	—
200	0,469	0,475	0,486	0,509	0,534	0,561	0,590	0,623	0,660	—	—	—
220	0,469	0,475	0,485	0,505	0,526	0,548	0,572	0,599	0,629	0,661	0,697	0,738
240	0,469	0,474	0,484	0,501	0,519	0,538	0,558	0,580	0,605	0,631	0,660	0,694
260	0,469	0,474	0,483	0,499	0,514	0,530	0,548	0,567	0,588	0,610	0,634	0,660
280	0,470	0,474	0,482	0,497	0,510	0,525	0,540	0,556	0,575	0,594	0,615	0,637
300	0,470	0,474	0,482	0,496	0,508	0,521	0,534	0,548	0,565	0,582	0,600	0,619
320	0,471	0,475	0,482	0,495	0,505	0,517	0,530	0,543	0,558	0,572	0,589	0,606
340	0,472	0,476	0,482	0,494	0,504	0,515	0,527	0,538	0,552	0,565	0,580	0,596
360	0,473	0,477	0,483	0,494	0,504	0,514	0,524	0,535	0,548	0,560	0,574	0,587
380	0,475	0,478	0,483	0,494	0,503	0,512	0,522	0,533	0,545	0,556	0,568	0,580
400	—	—	0,484	0,494	0,503	0,511	—	—	—	—	—	—
450	—	—	0,486	0,495	0,503	0,510	—	—	—	—	—	—
500	—	—	0,489	0,497	0,504	0,510	—	—	—	—	—	—
550	—	—	0,492	0,499	0,505	0,511	—	—	—	—	—	—

größer ist als das seinem Drucke entsprechende Sattdampfvolumen. Die drei Zustandsgrößen  $p, v, T$  sind unter sich, wie bei den Gasen, durch eine Beziehung, die Zustandsgleichung des Heißdampfes, verbunden. Der Heißdampf verhält sich zwar im allgemeinen wie die Gase. Die bekannte Gasgleichung

$$pv = RT$$

gibt jedoch keine hinreichende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen, besonders nicht in der Nähe des Sättigungsgebietes.

Nach den Versuchen in München ist es möglich geworden, Gleichungen aufzustellen, die mit großer Genauigkeit innerhalb des Versuchsgebietes, wohl auch eine erhebliche Strecke darüber hinaus, Gültigkeit besitzen.

Als Näherungsgleichung, die für die meisten technischen Rechnungen, insbesondere die Berechnung des spez. Volumens oder Gewichts aus Druck und Temperatur, völlig ausreicht, gibt R. Linde (frühere Gleichung von Tumlirz)

$$pv = 47,1 T - 0,016 p,$$

oder

$$p(v + 0,016) = 47,1 T \quad (p \text{ in kg/qm}).$$

In dieser Form hat die Gleichung Ähnlichkeit mit der Gasgleichung. Sie unterscheidet sich von dieser nur durch das Glied 0,016 bei  $v$ . — Das zu einem Druck  $p$  und einer Temperatur  $T$  gehörige spez. Volumen ist somit

$$v = \frac{47,1 T}{p} - 0,016,$$

das spez. Gewicht  $\gamma = \frac{1}{v}$ . Für  $p$  in kg/qcm wird

$$\gamma = \frac{10000}{\frac{47,1 T}{p} - 160}.$$

Diese Beziehungen verlieren ihre Gültigkeit vollständig, sobald der Dampf bei einer Zustandsänderung in das Sattdampfgebiet eintritt. Dies ist der Fall, wenn  $p$  und  $v$  oder  $p$  und  $T$  oder  $v$  und  $T$  Werte annehmen, die sich gemäß den für Sattdampf gültigen Dampftabellen entsprechen. — In Fig. 38 trennt die Kurve, welche die zusammengehörigen Werte  $p_s$  und  $v_s$  gemäß den Dampftabellen wiedergibt, das Gebiet der überhitzten von dem der feuchten Dämpfe. Sie heißt daher auch Grenzkurve. Ihre Gleichung lautet sehr angenähert

$$p^{1/6} \cdot v_s = 1,7235. \quad (p \text{ in kg/qcm.})$$

Beispiele. 1. Welche Wärmemenge wird zur Überhitzung von 1 kg Sattdampf von 10 kg/qcm abs. bis auf  $350^{\circ}$  gebraucht? Um wieviel v. H. ist also die Gesamtwärme dieses Heißdampfs größer als die des Sattdampfs von 10 kg/qcm?

Die Temperatur des Sattdampfes ist  $179,1^{\circ}$ , die Überhitzung also  $t - t_s = 350 - 179,1 = 170,9^{\circ}$ . Die spez. Wärme zwischen  $179,1^{\circ}$  und  $350^{\circ}$  ist bei 10 at ( $c_p$ )<sub>m</sub> = 0,525, daher die Überhitzungswärme  $0,525 \cdot 170,9 = 89,7$  Cal.

Die Gesamtwärme des Sattdampfes ist 663,8, daher die des Heißdampfes  $\lambda = 663,8 + 89,7 = 753,5$  Cal; die letztere ist um  $\frac{89,7 \cdot 100}{663,8} = 13,5$  v. H. größer.

2. Der in den Dampfmaschinen verwendete Heißdampf hat in der Regel nicht über  $350^{\circ}$  Temperatur. Wievielmal größer ist also höchstens das Volumen dieses Heißdampfes gegenüber Sattdampf von gleichem Druck bei 1, 4, 8, 18 kg/qcm abs.?

Es ist  $v = \frac{47,1 T}{p} - 0,016$ , also mit  $T = 273 + 350 = 623$  abs.

$p = 10\,000$	$40\,000$	$80\,000$	$130\,000$ kg/qm
$v = 2,918$	$0,717$	$0,351$	$0,210$ cbm/kg.

Für Sattdampf ist

$$v_s = 1,722 \quad 0,471 \quad 0,246 \quad 0,156,$$

die Volumvergrößerung also

$$\frac{v}{v_s} = 1,69 \quad 1,52 \quad \underline{1,43} \quad \underline{1,35}.$$

Überschlägig kann auch, wie bei den Gasen,  $\frac{v}{v_s} = \frac{T}{T_s}$  gesetzt werden. Für 8 at würde hiernach mit  $T_s = 273 + 169,5 = 442,5$  das Verhältnis  $\frac{v}{v_s} = \frac{623}{442,5} = 1,41$ .

### 37. Entropie des Wasserdampfes.

#### a) Sattdampf.

Nach Abschn. 27 u. 30 erhält man die Wärmemenge, die der Gewichtseinheit (des Gases, bzw. Dampfes) bei einer beliebigen kleinen Zustandsänderung zuzuführen oder zu entziehen ist, aus

$$dQ = TdS.$$

Hierin ist  $T$  die augenblickliche absolute Temperatur,  $dS$  die kleine Änderung der Entropie  $S$  (Zunahme oder bei Wärmeentziehung Abnahme).

Die Entropie  $S$  ist eine Größe, die nur vom augenblicklichen Zustand des Dampfes abhängt, also durch die diesem Zustande entsprechenden Werte von  $p$ ,  $v$ ,  $T$  eindeutig bestimmt ist. Wie der Dampf in diesen Zustand gelangt, ist für  $S$  ganz gleichgültig. Wenn es daher auch nicht möglich ist, so wie bei den Gasen den Wert von  $S$  aus den allgemeinen Beziehungen zwischen  $p$ ,  $v$ ,  $T$  und  $Q$  herzuleiten, weil diese ihren genauen Formen nach nicht bekannt sind, so kann man dazu ebensogut eine beliebige spezielle Zustandsänderung benutzen, deren Verlauf bekannt ist. Setzt man für einen beliebigen Anfangszustand, z. B. bei Dämpfen für Wasser von  $0^{\circ}$ , die Entropie gleich  $S_0$  oder gleich Null, so lässt sich aus den durch Versuche genau bekannten Vorgängen bei der Verdampfung unter

konstantem Druck die Änderung  $S - S_0$  der Entropie zwischen zwei beliebigen Zuständen bestimmen.

Der Zuwachs der Entropie für einen sehr kleinen Teil der Zustandsänderung ist allgemein

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Zunächst ist das Wasser bis auf die Siedetemperatur  $T_s$  zu erhitzen. Setzt man die spez. Wärme des flüssigen Wassers  $c = \text{konst.} = 1$  voraus, so sind zur Erwärmung um  $dT$  Gerade

$$dQ = cdT = dT \text{ Cal}$$

erforderlich. Dabei wächst die Entropie gemäß

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

um  $dS = \frac{dT}{T}$ .

Durch Summation der kleinen aufeinanderfolgenden Zuwächse  $\frac{dT_1}{T_1}, \frac{dT_2}{T_2}, \frac{dT_3}{T_3}, \dots$  (Integration) von  $0^\circ$  bis zur Siedetemperatur  $T_s$  folgt

$$S_w = \ln \frac{T_s}{273}$$

(Entropievermehrung des flüssigen Wassers) oder

$$S_w = 2,303 \log \frac{T_s}{273}.$$

Im Entropie-Temperaturdiagramm (s. Abschn. 28) wird also die Wassererhitzung durch eine logarithmische Linie dargestellt (wie bei den Gasen die Erwärmung unter konstantem Volumen oder Druck), Fig. 42. Die Fläche unter  $A_0 A_1$  ist gleich der Flüssigkeitswärme  $q$ .

Während der nun folgenden Verdampfung unter konstantem Druck steigt die Temperatur nicht mehr; diese isothermische Zustandsänderung entspricht im Diagramm der Geraden  $A_1 A_2$ , die Entropie wächst von  $S_w$  auf  $S$  um  $S'$ . Die dabei vom Dampf aufgenommene Wärme, also die Verdampfungswärme  $r$ , wird durch die unter  $A_1 A_2$  liegende Rechteckfläche dargestellt. Diese hat den Inhalt  $T_s S'$ , also ist

$$r = T_s S'$$

$$S' = \frac{r}{T_s}$$

(Entropievermehrung während der Verdampfung, vgl. auch S. 96 unten).

Der gesamte Entropiezuwachs vom flüssigen Wasser von  $0^{\circ}$  bis zum trockenen Dampf von  $T_s = 273 + t_s$  ist also

$$S = 2,303 \log \frac{T_s}{273} + \frac{r}{T_s}$$

(Entropie des trockenen Sattdampfes).

Die Entropie des feuchten Dampfes mit  $x$  Gewichtsteilen Dampf auf 1 kg ergibt sich aus der Überlegung, daß zwar die gesamte Flüssigkeitswärme  $q$  für 1 kg aufzuwenden ist, für den Verdampfungsvor-

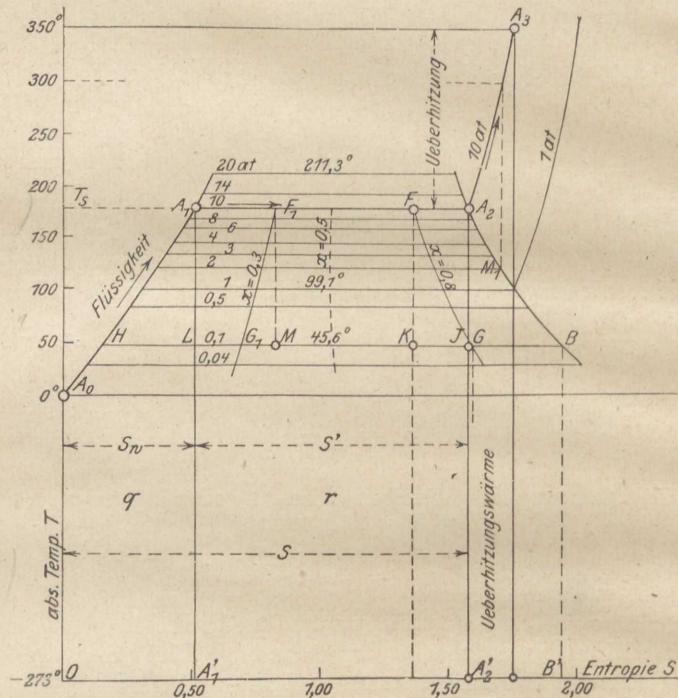


Fig. 42.

gang aber nur  $xr$  Cal. Während der Verdampfung von  $x$  Gewichtsteilen Wasser von der Siedetemperatur  $T_s$  nimmt demnach die Entropie zu um

$$S'_x = \frac{x r}{T_s},$$

somit ist der ganze Unterschied gegenüber Wasser von  $0^{\circ}$

$$S_x = 2,303 \log \frac{T_s}{273} + \frac{x r}{T_s}.$$

In Fig. 42 ist das Verhältnis der Strecken  $A_1 F = xr/T_s$  und  $A_1 A_2 = r/T_s$  gleich dem Dampfgehalt  $x$  des feuchten Dampfes.

Berechnet man auf diese Weise die Entropie des trockenen Satt dampfes für verschiedene Drücke und trägt diese Werte als Abszissen zu den Temperaturen als Ordinaten auf, so ergibt sich die Kurve  $A_2 B$  („obere Grenzkurve“ im Entropie-Temperaturdiagramm).

Ferner erhält man durch Teilung der zwischen der oberen und unteren Grenzkurve liegenden Abszissen-Strecken die Kurven gleicher Feuchtigkeit (oder Dampfmenge), von denen drei, für  $x = 0,8, 0,5$  und  $0,3$  in Fig. 42 eingetragen sind.

In Tafel II ist die obere Grenzkurve (für trockenen Satt dampf) in größerem Maßstabe aufgetragen. Zwischen die eingezeichneten Kurven gleicher Feuchtigkeit können beliebige andere eingeschaltet werden. Die untere Grenzkurve (für flüssiges Wasser) ist des größeren Maßstabes wegen in Tafel II weggelassen.

Die unter einer beliebigen Kurve im  $TS$ -Diagramm liegende Fläche bis zur Abszissenachse ( $-273^0$ ) ist die bei der Zustandsänderung nach dieser Kurve zugeführte oder (bei abnehmender Entropie) entzogene Wärme, genau wie bei den Gasen. Demgemäß stellt in Fig. 42 dar: Fläche  $OA_0A_1A_1'$  die Flüssigkeitswärme bei der Temperatur  $T_s$ ; Rechteck  $A_1A_2A_2'A_1'$  die Verdampfungswärme  $r$ ; Fläche  $OA_0A_1A_3A_2'$  die Gesamt wärme  $\lambda$  des trockenen Dampfes, die Fläche unter  $OA_0A_1F$  die Gesamt wärme des feuchten Dampfes von der Temperatur  $T_s$  und dem Dampfgehalt 0,8; die Fläche unter  $A_0HK$  die Gesamt wärme des feuchten Dampfes vom Zustand bei  $K$  (Dampfgehalt  $HK : HB$ ); die Fläche unter  $FG$  die bei der Ausdehnung unter konstanter Dampfnässe von  $F$  nach  $G$  zuzuführende Wärme, die gleiche Fläche die bei der Verdichtung mit konstanter Dampfnässe von  $G$  nach  $F$  zu entziehende Wärme; desgleichen die Fläche  $A_2BB'A_2'$  die Wärmemenge, die dem trockenen Dampf vom Anfangszustand  $A_2(T_s)$  zuzuführen ist, wenn er bei der Expansion bis  $B$  trocken bleiben soll.

Überträgt man irgendeine Kurve eines Druck-Volumendiagramms ins  $TS$ -Diagramm, so stellt die unter der Kurve des  $TS$ -Diagramms liegende Fläche die Wärme dar, die bei der Zustandsänderung nach jener Druckvolumen-Kurve zuzuführen oder zu entziehen ist.

### b) Überhitzter Dampf.

Wäre die spez. Wärme  $c_p$  des Heißdampfes unveränderlich, so ließe sich die Entropie aus der Zustandsänderung bei konstantem Druck, dem gewöhnlichen Überhitzungsvorgang, ohne weiteres bestimmen. Mit

$$dQ = c_p dT = T dS$$

wäre  $dS = c_p \cdot \frac{dT}{T}$ .

Bezogen auf trockenen Sattdampf als Ausgangszustand würde sich hieraus durch Summation bis zur jeweiligen Überhitzungstemperatur ergeben:

$$S - S_s = c_p \ln \frac{T}{T_s}.$$

Im Entropiediagramm wäre also  $A_2 A_3$  eine logarithmische Linie, wie bei den Gasen, und wie die Flüssigkeitslinie  $A_0 A_1$ . Sie würde etwa doppelt so steil als die letztere ansteigen, weil  $c_p$  für Heißdampf rd. halb so groß ist (0,5), als für Wasser ( $c=1$ ).

In Wirklichkeit trifft diese Voraussetzung über  $c_p$  nicht zu. Besonders in der Nähe der Sättigung nimmt  $c_p$  mit wachsender Überhitzung erst stark ab, um dann wieder zuzunehmen (Abschn. 13.) Die obige Rechnung gibt daher die Verhältnisse nur überschlägig richtig. Da das Veränderungsgesetz von  $c_p$  verwickelt und durch eine einfache Formel nicht darstellbar ist, so können auch die richtigen Entropiewerte nicht ohne weiteres in einer allgemeinen Formel ausgesprochen werden. Die Versuche von Knoblauch und Jakob ermöglichen aber die zahlenmäßige Berechnung der Entropie für alle in Betracht kommenden Drücke und Temperaturen ohne Aufstellung einer Formel. Für eine kleine Zustandsänderung unter konstantem Druck gilt, ob  $c_p$  veränderlich oder unveränderlich ist

$$dQ = c_p dT = T dS,$$

daher

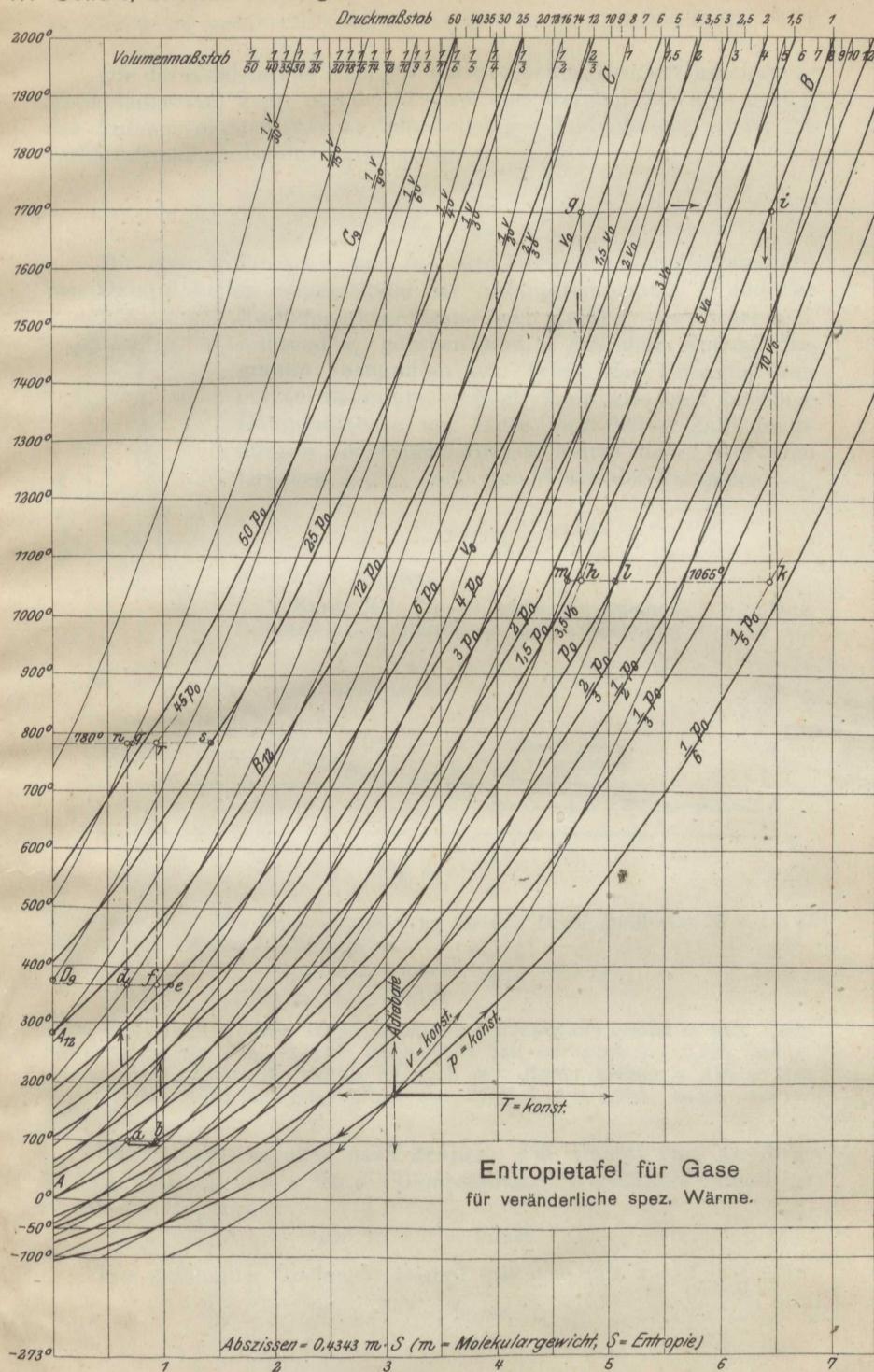
$$dS = \frac{c_p}{T} dT.$$

Mittels dieser Beziehung sind die Kurven konstanten Druckes im Heißdampfgebiet der Texttafel II punktweise aus den von Knoblauch und Jakob durch Versuche ermittelten Kurven der spezifischen Wärme  $c_p$  bestimmt worden.

### 38. Ausdehnung und Verdichtung des Dampfes im wärmedichten Gefäß (adiabatische Zustandsänderung).

#### a) Sattdampf.

Einen genauen Einblick in die Verhältnisse dieser wichtigen Zustandsänderung gibt das Entropiediagramm. Die adiabatische Zustandsänderung wird hier durch eine vertikale Gerade dargestellt (unveränderliche Entropie; vgl. Abschn. 28); Linie  $A_2 G$ , Fig. 42, entspricht z. B. der Expansion von anfänglich trockenem Sattdampf von 10 auf 0,1 at abs. Die Feuchtigkeit am Ende ist  $1 - x = JB/BH =$  rd. 0,2, — Linie  $FK$  stellt die Expansion von 10 auf 0,1 at bei 20 v. H. anfänglicher Feuchtigkeit dar. Die Feuchtigkeit am Ende ist  $1 - x = KB/BH = 0,326$ . — Für Zwischenpunkte lässt sich der Dampf- oder Feuchtigkeitsgehalt in gleicher Weise abmessen.





Die der Ausdehnung nach *FK* entsprechende Druckvolumenkurve (Dampfadiabate) kann nun leicht gezeichnet werden. Ist  $v_0 = x_0 (v_s)_0$  das Anfangsvolumen,  $v = xv_s$  ein beliebiges Endvolumen, so ist die verhältnismäßige Raumvergrößerung

$$\frac{v}{v_0} = \frac{x}{x_0} \cdot \frac{v_s}{(v_s)_0}$$

Die spez. Volumina  $v_s$  und  $(v_s)_0$  des trockenen Dampfes sind aus den Dampftabellen entsprechend der Anfangstemperatur  $t_0$  und der

Endtemperatur  $t$  (oder nach  $p$  und  $p_0$ ) zu entnehmen, während  $x_0$  gegeben und  $x$  aus dem Entropiediagramm abzulegen ist. Wenn das Entropie-Temperaturdiagramm vorliegt, kann also eine beliebige Dampfadiabate mit Hilfe einfacher Zahlenrechnungen verzeichnet werden, indem die zu beliebigen Drücken  $p \leq p_0$  gehörigen Werte des Volumens

$$v = v_0 \cdot \frac{x}{x_0} \cdot \frac{v_s}{(v_s)_0}$$

berechnet werden.

Kurve  $AB$ , Fig. 43, stellt die Adiabate von anfänglich trockenem Sattdampf bei Ausdehnung von 10 auf

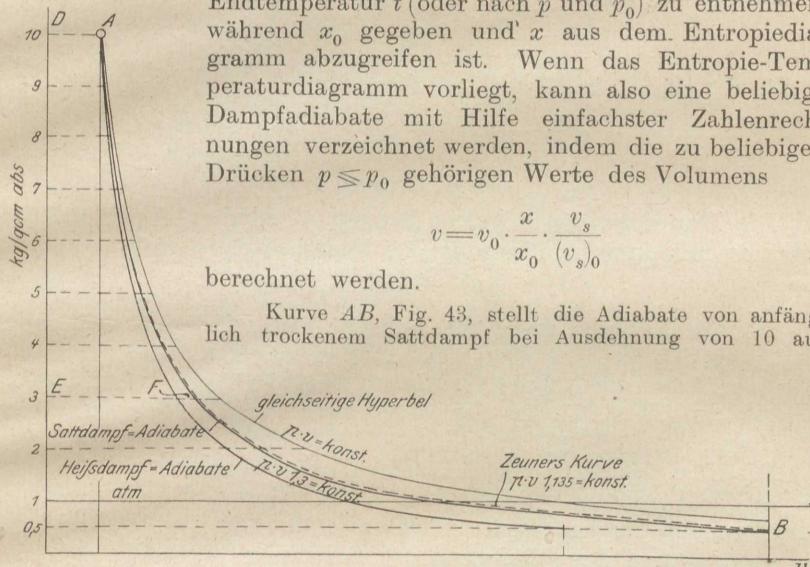


Fig. 43.

0,5 at abs. dar. Die Raumvergrößerung für den Druckabfall von 10 auf 3 at wäre z. B. nach den Dampftabellen

$$\frac{(v_s)_3}{(v_s)_{10}} = \frac{0,619}{0,198} = 3,12,$$

wenn der Dampf trocken bliebe. Nach der Entropietafel besitzt er aber, nachdem er sich auf 3 at (132,9°) ausgedehnt hat, nur noch  $x = 0,925$  Dampfgehalt. Im gleichen Verhältnis ist auch sein Raum kleiner (s. Abschn. 34), also ist das Ausdehnungsverhältnis nur  $0,925 \cdot 3,12 = 2,886$ , somit  $(EF) = 2,886 \cdot (DA)$ .

**Näherungsgleichungen nach Zeuner.** Für Dampf vom anfänglichen Dampfgehalt  $x$  ist die Dampfadiabate angenehrt darstellbar durch die Hyperbel

$$p v^{1,035 + 0,1 x} = \text{konst.}$$

Für anfänglich trockenen Dampf gilt also mit  $x = 1$

$$p v^{1,135} = \text{konst.}$$

Bei  $x = 0,8$  Anfangsdampfgehalt ist z. B.

$$pv^{1,115} = \text{konst.}$$

Die Beziehungen sind bis etwa  $x = 0,7$  und höchstens 20 fache Druckänderung anwendbar. Fig. 43 zeigt die Näherungskurve für trockenen Dampf (gestrichelt). Die Dampfarbeit ist, wie in früheren Fällen (Abschn. 24 und 25) die Gasarbeit, mit  $1,035 + 0,1x = m$

$$\begin{aligned} L &= \frac{p_0 v_0}{m-1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right] \\ &= \frac{p_0 v_0}{m-1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{v_0}{v} \right)^{m-1} \right]. \end{aligned}$$

Für das obige Beispiel wird nach dieser Formel

$$L = \frac{10000 \cdot 10 \cdot 0,198}{0,135} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,5}{10} \right)^{0,119} \right] = 44000 \text{ mkg.}$$

### b) Heißdampf.

Die Druckvolumenkurve folgt bei adiabatischer Zustandsänderung mit guter Annäherung das hyperbolische Gesetz

$$pv^{1,3} = \text{konst.} \dots \dots \dots \quad (1)$$

Danach fällt und steigt die Adiabate des Heißdampfes rascher als die des Sattdampfes, aber nicht ganz so rasch wie die der Gase. Denn der Exponent 1,3 liegt zwischen dem der Gase 1,4 und dem des Sattdampfes 1,135. In Fig. 43 ist auch die Heißdampfadiabate aufgetragen.

Die Temperatur sinkt bei adiabatischer Ausdehnung, während sie bei der Verdichtung steigt, wie bei den Gasen. Durch unmittelbare Versuche fanden Hirn und Cazin, daß die verhältnismäßige Temperatur- und Druckänderung der Beziehung

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0,236} \dots \dots \dots \quad (2)$$

folgen.

Am raschesten erhält man die Temperaturänderung aus den Entropietafeln, indem man von dem Punkt der Kurve  $p_0 = \text{konst.}$  mit der Temperatur  $T_0$  parallel zur Ordinatenachse bis zum Schnitt mit der Kurve  $p = \text{konst.}$  geht; der Schnittpunkt hat die gesuchte Temperatur  $T$ . So wird nach Fig. 42 z. B. überhitzter Dampf von  $250^\circ$  und 10 at bei adiabat. Ausdehnung bis 1 at gerade trocken gesättigt, da die Vertikale durch  $A_3$  die Kurve  $p = 1$  at gerade auf ihrem Anfangspunkt trifft ( $t = 99,1^\circ$ ).

Die absolute Dampfarbeit folgt, wenn von Gl. 1 ausgegangen wird, wie bei den Gasen als Fläche der Hyperbel zwischen zwei Ordinaten

$$L = \frac{p_0 v_0}{m-1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right],$$

also mit  $m = 1,3$

$$L = \frac{10}{3} p_0 v_0 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0,231} \right] \quad \dots \quad (3)$$

oder

$$L = \frac{10}{3} p_0 v_0 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{v_0}{v} \right)^{0,3} \right] \quad \dots \quad (3a)$$

je nachdem das Ausdehnungsverhältnis der Drücke  $\left( \frac{p}{p_0} \right)$  oder der Räume  $\left( \frac{v_0}{v} \right)$  gegeben ist.

**Beispiel.** Welche absolute Arbeit gibt 1 kg Heißdampf von  $400^{\circ}$  bei Ausdehnung von 10 at abs. auf 0,5 at ab, vorausgesetzt, daß der Dampf am Ende noch überhitzt wäre?

Nach der Zustandsgleichung ist

$$p_0 v_0 = 47,1 \cdot (273 + 400) - 0,016 \cdot 10000 \cdot 10 = 30098$$

somit

$$L = \frac{10}{3} \cdot 30098 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,5}{10} \right)^{0,231} \right] = \underline{\underline{50105 \text{ mkg/kg}}}$$

(gegen 44000 mkg bei Sattdampf).

Bei gleichem Anfangs- und Endvolumen ist zwar die adiabatische Arbeit des Heißdampfs kleiner als die des Sattdampfs. Denn die unter der steiler abfallenden Heißdampfadiabate liegende Arbeitsfläche ist bei gemeinsamem Ausgangspunkte A die kleinere, Fig. 43. Für das gleiche Dampfgewicht ist aber, wie das letzte Beispiel und die Formel lehrt, die Heißdampfarbeit größer wegen des größeren Wertes von  $v_0$  in dem Produkte  $p_0 v_0$ .

### 39. Zustandsänderung des Dampfes bei der Ausdehnung und Verdichtung in den Dampfmaschinen.

#### a) Sattdampf.

Die Indikatordiagramme von Dampfmaschinen zeigen, daß bei Sattdampfbetrieb die Ausdehnungslinie durchschnittlich das Gesetz

$$p v = \text{konst.} \quad (\text{gleichseitige Hyperbel})$$

befolgt, wonach also der Druck im gleichen Verhältnis abnimmt, wie der Raum zunimmt.

Es kommt nicht selten vor, daß die Diagrammlinien genau nach diesem Gesetze verlaufen. Fig. 44 zeigt z. B. das Diagramm einer Ventildampfmaschine, bei dem dies zutrifft. (Zylinderdurchm. 310, Hub 520 mm, 115 Umdr. i. d. M., Mantel- und Deckelheizung.) Um den Verlauf richtig beurteilen zu können, genügt das vom Indikator gelieferte Diagramm allein nicht. Es muß auch die verhältnismäßige Größe des schädlichen Raumes bekannt sein; außerdem der Federmaßstab (Schreibstiftweg für 1 kg/qcm) und der Barometersstand, um die absolute Nulllinie ziehen zu können. Auch müssen die Absperrorgane für den Dampfeinlaß und -auslaß und der Dampfkolben dicht sein. — Bei dem Diagramm Fig. 44 sind diese Voraussetzungen erfüllt.

Bei der gleichen Maschine erweist sich der Verlauf der Expansionslinie als abhängig von der Größe der Füllung. Bei großer Füllung verläuft sie häufiger unter, bei kleiner über der Hyperbel. Auch der Umstand, ob die Maschine mit Auspuff oder Kondensation arbeitet, ist von Einfluß, desgleichen die Mantel- und Deckelheizung.

Bei Sattdampfbetrieb ist der Zylinderdampf zu Beginn der Expansion immer von recht erheblicher Feuchtigkeit (häufig 20 v. H. und mehr). Denn wenn auch der Dampf der Maschine trocken zufließt, so schlägt sich doch während der Einströmung ein Teil an den Zylinderwandungen nieder, die kälter als der Frischdampf sind. Dem feuchten Dampf mit  $x_0 = 0,8$  anfänglichem Dampfgehalt würde nun nach Zeuner in einem die Wärme nicht leitenden Gefäß die Expansionslinie (Adiabate)  $pv^{1,115} = \text{konst.}$  entsprechen. Die

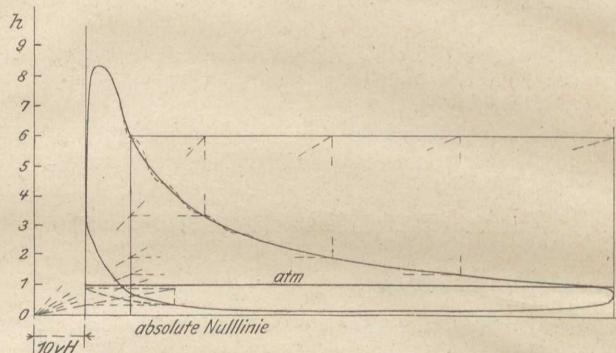


Fig. 44.

gleichseitige Hyperbel fällt aber langsamer als diese Kurve, und daraus folgt, daß der Dampf während der Expansion Wärme aus den Wänden aufnimmt.

Die Verdichtungslinie im Dampfzylinder folgt im Gegensatz zur Expansionslinie nur ausnahmsweise der gleichseitigen Hyperbel.

Man findet nicht selten in der technischen Literatur die Ausdehnungslinie nach  $pv = \text{konst.}$  als „Isotherme“ bezeichnet, obwohl jeder weiß, daß dem kleineren Druck bei feuchtem Dampf auch die kleinere Temperatur entspricht. Diese Ausdrucksweise ist um so mehr störend, als die Isotherme des Satt-dampfs gar nicht durch eine Kurve, sondern durch eine zur Volumenachse parallele Gerade dargestellt wird. Diese ebenso überflüssige als falsche Bezeichnungsweise, die aus der Theorie der Gase entlehnt ist, sollte vermieden werden. Nicht besser ist die in diesem Zusammenhange selbst in maßgebenden technischen Werken zu findende Bezeichnung „Mariottesche Linie“.

### b) Heißdampf.

Die wirkliche Ausdehnungslinie verläuft bei Heißdampfbetrieb anders, und zwar fällt sie rascher als bei Sattdampf, Fig. 45. Dies ist ganz im Einklang mit der Tatsache, daß im wärmedichten Gefäß der gleichen Volumevergrößerung bei Heißdampf ein stärkerer Druckabfall entspricht als bei Sattdampf. Wenn nun auch der Wärmeaustausch zwischen Dampf und Wandungen die Verhältnisse ändert, so bleibt doch dieser grundsätzliche Unterschied bestehen.

Bei Sattdampf verläuft die Ausdehnungslinie über der Dampfadiabate. Bei Heißdampf ist das gleiche der Fall. Sucht man Hyperbeln mit gebrochenen Exponenten zu ziehen, die sich den Linien der Indikatordiagramme möglichst anschließen, so findet man, daß die Exponenten sich zwischen 1,25 und 1 bewegen, niemals aber den adiabatischen Wert 1,3 erreichen.

Bei der Beurteilung der wirklichen Ausdehnungslinien ist wohl zu beachten, daß der Heißdampf schon beim Beginn der Ausdehnung weitaus nicht mehr die Temperatur besitzt, mit der er dem Zylinder aus der Leitung zuströmt. Er wird durch den Einfluß der kälteren Zylinderwände während des Einströmungsvorganges bedeutend abgekühlt. Bei nur geringer anfänglicher Überhitzung geht diese durch die Eintrittsabkühlung ganz verloren, so daß die Ausdehnung mit trockenem oder feuchtem Satt dampf beginnt. In solchen Fällen verläuft die Expansionslinie wie bei Satt dampf, manchmal recht genau, als gleichseitige Hyperbel.

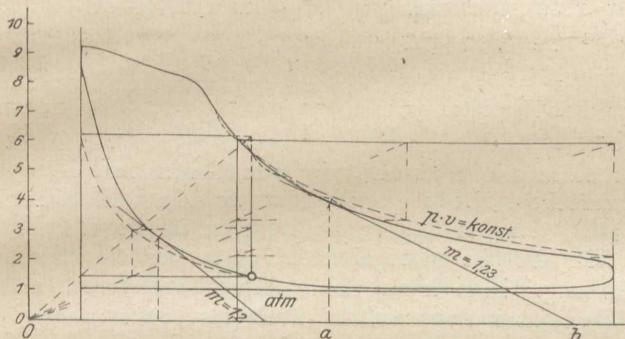


Fig. 45.

Bei starker Überhitzung, wobei mehr die Überhitzungsgrade als die Dampftemperatur maßgebend sind, geht die Abkühlung nicht bis zur Sättigung, so daß die Ausdehnung mit Heißdampf beginnt, dessen Temperatur je nach den besonderen Umständen mehr oder weniger unter der Zuflüsse temperatur liegt. In dieser Hinsicht spielen die Größe der Füllung und die Art des Betriebs (Auspuff, Kondensation, Einzylinder- oder Verbundmaschine) die Hauptrolle.

In den seltensten Fällen wird der Dampf bis zum Ende der Ausdehnung überhitzt bleiben.

### 39a. Die Wärmepumpe.

Die zu technischen Zwecken, z. B. zur Heizung von Räumen, zur Herstellung von warmem oder heißem Wasser, zur Verdampfung und Destillation von Flüssigkeiten, zum Eindampfen von Lösungen, zum Trocknen fester Körper gebrauchte Wärme muß eine höhere Temperatur ( $t_1$ ) als die in den Körpern der Umgebung (Luft und Wasser) enthaltene Wärme ( $t_0$ ) besitzen. Es gibt zwei ganz verschiedene Verfahren, um Wärme von höherer Temperatur herzustellen. Das erste, bisher ausschließlich verwendete Verfahren besteht in der Herbeiführung von solchen chemischen Reaktionen, meist Verbrennungsvorgängen, die unter Entwicklung von Wärme höherer Temperatur verlaufen. Das zweite, erst in neuester Zeit praktisch ausgebildete Verfahren beruht auf der Eigenschaft der Gase und Dämpfe, sich bei ihrer mechanischen Verdichtung zu erwärmen. Nach Abschn. 25 steigt die Temperatur eines Gases, wenn es ohne Wärmeabgabe

von  $p_0$  auf  $p_1$  verdichtet wird, im Verhältnis  $T_1/T_0 = (p_1/p_0)^{\frac{1}{k-1}}$  mit  $k = 1,4$ . Man erhält z. B. für

$p_1/p_0 = 1,2$	1,5	2	3	8	12	30
$T_1/T_0 = 1,054$	1,123	1,220	1,369	1,866	2,034	2,642
und mit $t_0 = 20^\circ$ , $T_0 = 293$						
$t_1 - t_0 = 15,7^\circ$	36	64,2	108	153,7	303	481,3.

Verdichtet man gesättigten Wasserdampf derart, daß er gesättigt bleibt, so steigt seine Temperatur gemäß den Dampftabellen, z. B. bei einem Anfangszustand von  $100^\circ$  und 1,033 at abs. und Verdichtung bis

$$\begin{array}{ccccccccc} p_1 & = & 1,2 & & 1,5 & & 2 & & 3 & & 8 & & 12 & & 30 \text{ at.} \\ \text{auf } t_1 & = & 104,2^\circ & & 110,7 & & 119,6 & & 132,9 & & 169,6 & & 187,1 & & 232,9, \\ \text{also um } t_1 - t_0 & = & 4,2^\circ & & 10,7 & & 19,6 & & 32,9 & & 69,6 & & 87,1 & & 132,9^\circ. \end{array}$$

Zur mechanischen Verdichtung von Gasen und Dämpfen muß nun mechanische Arbeit aufgewendet werden, und dieser Arbeitsaufwand ( $L_1$ ), der bei der Verdichtung in innere Wärme des verdichteten Körpers übergeht (Abschn. 26), ist die eigentliche Ursache der Erwärmung. Man kann daher dieses Verfahren, Wärme von höherer Temperatur herzustellen, auch als mechanische Wärmeerzeugung bezeichnen, zum Unterschied von der gewöhnlichen chemischen Wärmeerzeugung.

Nun kann man aber mechanische Arbeit auch unmittelbar, nämlich durch Reibung oder Stoß fester Körper oder durch Wirbelbewegung in flüssigen und gasförmigen Körpern in Wärme umsetzen. Wie bekannt, braucht man zur Erzeugung von 1 Cal Wärmeenergie auf diesem Wege 427 mkg mechanische Energie. Drückt man die letztere gleichfalls im Wärmemaß aus (Abschn. 21a), so erhält man also 1 Cal Wärme durch Aufwendung von 1 Cal mechanischer Energie. Dies ist das Gesetz von der Erhaltung der Energie (Abschn. 21).

Selbstverständlich gilt dieses Gesetz auch im Falle der Wärmeerzeugung durch Gasverdichtung, und es ist daher auf keine Weise möglich, mit einem Aufwand von 1 Cal mechanischer Arbeit mehr als 1 Cal neu erzeugter Wärme zu gewinnen. Wohl aber kann vorhandene Wärme, z. B. die Wärme der Umgebung, die eine Temperatur von etwa  $20^\circ$  hat, auf höhere Temperatur, z. B.  $100^\circ$  oder  $1000^\circ$  gebracht werden, wobei sich ihr Energiewert nicht ändert. Denn der Energiewert von z. B. 100 Cal Wärme ist genau ebenso groß, ob diese Wärme eine Temperatur von  $20^\circ$  hat und z. B. in 5 l kaltem Wasser enthalten ist oder ob sie  $1000^\circ$  warm und in heißem Feuergas enthalten ist. Aber nach dem 2. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie ist es nicht möglich, vorhandene Wärme, z. B. 100 Cal, auf höhere Temperatur, z. B. von  $20^\circ$  auf  $100^\circ$  oder  $1000^\circ$  zu bringen, ohne einen bestimmten Aufwand von mechanischer Arbeit. Dieser Aufwand wächst mit der Temperatursteigerung, ähnlich wie der Arbeitsbedarf einer Wasserpumpe mit der zu überwindenden Förderhöhe, und man bezeichnet daher Vorrichtungen zur Förderung vorhandener Wärmemengen von einem tieferen zu

einem höheren Temperaturniveau als Wärmepumpen. Der Arbeitsvorgang und Arbeitsbedarf solcher Wärmepumpen wird im folgenden für Luft und gesättigten Wasserdampf als Betriebsstoffe ermittelt.

Bei Verwendung von Luft oder einem beliebigen anderen Gas verdichtet man z. B. 1 kg von  $t_0 = 20^\circ$  und  $p_0 = 1$  at abs. adiabatisch so hoch, daß die verdichtete Luft  $t_1 = 45^\circ$  warm ist, wobei ihr Druck auf  $p_1 = 1,33$  at steigt. Man kann dann dieser warmen Luft bei dem unveränderlichen Druck  $p_1$  die Wärmemenge  $Q_1 = c_p(t_1 - t_0) = 0,24 \cdot 25 = 6$  Cal entziehen. An Betriebsarbeit für den Kompressor sind nach Abschn. 31

$$L_1 = 427 c_p(t_1 - t_0) = 427 \cdot 6 \text{ mkg}$$

oder  $AL_1 = 6 \text{ Cal}$

aufzuwenden. Somit hätte man mit 1 Cal Arbeitsaufwand auch nur 1 Cal Wärme gewonnen, wie es dem Energiegesetz entspricht. Dies hätte man einfacher mittels Abbremsung des Antriebsmotors des Kompressors, also ohne den letzteren erreichen können. Nun ist aber zu beachten, daß die abgekühlte Druckluft, die bei  $20^\circ$  Temperatur noch einen Druck  $p_1 = 1,33$  at hat, vermöge ihres Überdrucks von  $p_1 - p_0 = 0,33$  at noch eine gewisse Arbeitsfähigkeit besitzt. Verwendet man sie zum Betrieb eines Druckluftmotors, in dem sie die Arbeit  $L_2$  leistet, und läßt man diesen Motor auf den Kompressor arbeiten, so braucht der eigentliche Antriebsmotor des Kompressors nur noch die Arbeit  $L_1 - L_2$  zu leisten. Man hat also zum Betrieb der aus Kompressor, Druckluftmotor und Betriebsmotor bestehenden Einrichtung, die die Wärmepumpe darstellt, nur die Arbeit  $L_1 - L_2$  von außen zuzuführen. Somit erhält man mit einem Aufwand von nur  $L = L_1 - L_2$  mkg oder  $AL$  Cal mechanischer Arbeit die gleiche Wärme  $Q_1$  wie vorher ohne den Druckluftmotor. Mit 1 Cal Arbeitsaufwand wird also jetzt die Wärmemenge

$$\frac{Q_1}{AL} = \frac{AL_1}{AL_1 - AL_2} \text{ Cal}$$

gewonnen. Dieser Wert ist auf alle Fälle, da  $L_2 < L_1$  ist, positiv und größer als 1. Er stellt die Wärmemenge dar, die von der Wärmepumpe nach außen als gebrauchsfähige Wärme für je 1 Cal der im Antriebsmotor aufgewendeten mechanischen Arbeit abgegeben wird. Es fragt sich nun, woher der Überschuß dieser Wärme über das Wärmeäquivalent von 1 Cal aufgewandter Arbeit herrührt und wie groß er ist.

Die Arbeit  $L_2$  des Druckluftmotors ist bei adiabatischer Ausdehnung der Druckluft im Verhältnis  $T_0/T_1$  kleiner als die Betriebsarbeit des Kompressors, weil das Gesetz der Ausdehnungskurve das gleiche ist wie das der Verdichtungskurve und zwischen gleichen Druckgrenzen gearbeitet wird, dagegen das Anfangsvolumen der nur  $t_0^\circ$  warmen Druckluft des Motors im Verhältnis  $T_0/T_1$  kleiner ist, als das Endvolumen der  $t_1^\circ$  warmen Druckluft des Kompressors. Es ist also

$$AL_2 = \frac{T_0}{T_1} c_p (T_1 - T_0),$$

während  $AL_1 = c_p (T_1 - T_0)$  war, und man erhält

$$AL = AL_1 - AL_2 = c_p (T_1 - T_0) \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right).$$

Ferner wird  $\frac{Q_1}{AL} = 1 + \frac{T_0}{T_1 - T_0}$  Cal.

Der Überschuß der gewonnenen Wärme über 1 Cal Arbeitsaufwand beträgt also  $T_0/(T_1 - T_0)$  Cal.

Man erhält mit  $t_0 = 20^\circ$ ,  $T_0 = 293$  für

$$T_1 - T_0 = 2^\circ \quad 5^\circ \quad 10^\circ \quad 20^\circ \quad 40^\circ \quad 100^\circ \quad 300^\circ \quad 1000^\circ$$

$$Q_1/AL = 147,5 \quad 59,6 \quad 30,3 \quad 15,6 \quad 8,3 \quad 3,93 \quad 1,94 \quad 1,293 \text{ Cal.}$$

$$T_0/(T_1 - T_0) = 146,5 \quad 58,6 \quad 29,3 \quad 14,6 \quad 7,3 \quad 2,93 \quad 0,94 \quad 0,293 \text{ ,}$$

Die Beträge der 2. Reihe stellen die gesamten Wärmemengen dar, die mit 1 Cal Arbeitsaufwand gewonnen werden; sie überschreiten diesen Arbeitsaufwand von 1 Cal um die Beträge der 3. Reihe. Die letzteren Beträge können daher nur aus Wärme stammen, die in der Betriebsluft schon vor ihrer Verdichtung vorhanden war und durch die Wärmepumpe von  $t_0$  auf  $t_1$ , also von  $20^\circ$  auf  $22^\circ$ ,  $25^\circ$  usw. „gehoben“ wurde.

Dies geht noch klarer hervor, wenn man den Vorgang im Druckluftmotor genauer betrachtet. Mit der adiabatischen Ausdehnung der Luft in diesem Motor ist nämlich ein Temperatursturz der Luft von  $t_0$  auf einen Wert  $t'$  verbunden, den man wie folgt erhält. Die Betriebsarbeit des Druckluftmotors beträgt

$$AL_2 = c_p \cdot (T_0 - t') \text{ Cal.}$$

Für die gleiche Arbeit wurde oben der Ausdruck

$$AL_2 = c_p \frac{T_0}{T_1} (T_1 - T_0)$$

ermittelt. Durch Gleichsetzen ergibt sich

$$T_0 - t' = \frac{T_0}{T_1} (T_1 - T_0)$$

$$\text{oder } t' = \frac{T_0^2}{T_1}.$$

Die Abkühlung im Druckluftmotor ist also im Verhältnis  $T_0/T_1$  geringer als die Erwärmung im Kompressor. Im Motor fällt daher die Temperatur unter die Außentemperatur. Es wird bei  $t_0 = 20^\circ$  für  $p_1/p_0 = 1,2 \quad 1,5 \quad 2 \quad 3 \quad 8 \quad 12 \quad 30$

$$t' = +5,1^\circ \quad -8^\circ \quad -32,7^\circ \quad -58,9^\circ \quad -115,9^\circ \quad -128,9^\circ \quad -162,1^\circ.$$

Die kalte Auspuffluft des Motors muß nun, um sie für eine Wiederholung des Prozesses brauchbar zu machen, zunächst wieder von  $t'$

auf  $t_0$  erwärmt werden, wozu ihr die Wärmemenge  $Q_2 = c_p(t_0 - t')$  zugeführt werden muß. Diese Wärme muß der vorhandenen Umgebungswärme entnommen werden und stellt die Wärmemenge  $Q_2$  dar, die von  $t_0$  auf  $t_1$  „gehoben“ wird. Es ist mit dem Wert von  $t_0 - t'$

$$Q_2 = c_p \frac{T_0}{T_1} (T_1 - T_0) \quad \text{und} \quad \frac{Q_2}{AL} = \frac{T_0}{T_1 - T_0}.$$

Daran ändert sich grundsätzlich nichts, wenn man, anstatt die kalte Auspuffluft zu erwärmen und sie dann dem Kompressor wieder zuzuführen, zur technischen Vereinfachung neue, schon  $t_0^0$  warme Luft vom Kompressor aus dem unerschöpflichen Vorrat der Atmosphäre ansaugen läßt. Mit dieser Luft würde dem Kompressor die gleiche, aus der Umgebung stammende Wärmemenge  $Q_2$  zugeführt, da sie sich im gleichen Zustand befindet, wie die im Druckluftmotor abgekühlte und dann durch Wärmezufuhr von außen wieder auf  $t_0$  erwärmte Auspuffluft. Der Unterschied besteht nur darin, daß die Auspuffluft anstatt in einer Heizvorrichtung in der freien Atmosphäre von  $t'$  auf  $t_0$  erwärmt wird und daß nicht sie selbst, sondern eine an anderer Stelle befindliche gleichgroße Luftmenge vom Kompressor angesaugt wird.

Zwischen den Größen  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $L$  besteht übrigens nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie die Beziehung

$$Q_1 - Q_2 = AL_1 - AL_2 = AL$$

wie sich auch durch Einsetzen der obigen Einzelwerte bestätigen läßt. Schreibt man

$$Q_1 = Q_2 + AL,$$

so erkennt man unmittelbar, daß die der warmen Druckluft entzogene Wärme  $Q_1$  aus den beiden Anteilen  $Q_2$  und  $AL$  besteht, von denen der erste aus der Umgebung, der zweite aus der aufgewendeten Arbeit des Antriebsmotors stammt. Der Nutzen des Vorgangs besteht also wesentlich nur darin, daß die vorhandene Wärme  $Q_2$  der Umgebung auf die höhere Temperatur  $t_1$  gebracht wird. Damit verbunden ist allerdings die Erzeugung einer neuen Wärmemenge  $AL$  von gleicher Temperatur, aber — bei mäßiger Erwärmung — von nur verhältnismäßig geringer Menge.

Durch die Arbeits-, Temperatur- und Wärmeverluste in den 3 Maschinen wird selbstverständlich der Vorgang in dem Sinne beeinflußt, daß ein erheblich größerer Arbeitsaufwand ( $L$ ) für die Förderung gegebener Wärmemengen nötig ist, als oben unter Weglassung aller Verluste berechnet wurde.

Mit gesättigtem Wasserdampf erhält man folgenden Vorgang. Man entnimmt einem größeren Heißwasserbehälter mit Dampfraum (Kessel) 1 kg trockenen gesättigten Dampf von  $t_0^0$  und  $p_0$  at (z. B.  $100^0$  und 1,033 at abs.) und verdichtet in einem Kompressor diesen Dampf auf  $p_1$  at (z. B. 1,5 at), wobei seine Temperatur —

nach Beseitigung der verhältnismäßig kleinen Überhitzungswärme — auf die dem Druck von 1,5 at entsprechende Sättigungstemperatur  $t_1 (= 110,7^\circ)$  steigt. Diesem verdichteten Sattdampf kann man nun, ohne daß sich sein Druck und seine Temperatur ändern, die Verdampfungswärme  $r (= 532 \text{ Cal})$  entziehen, wobei er sich in heißes Wasser von  $t_1 = 110,7^\circ$  verwandelt. Diesem Heißwasser kann man auch noch die Flüssigkeitswärme über  $100^\circ$  entziehen, also rd.  $t_1 - t_0 (= 10,7 \text{ Cal})$  oder, wenn es sich um eine andere Flüssigkeit als Wasser handelt,  $c \cdot (t_1 - t_0) \text{ Cal}$  mit  $c$  als spez. Wärme der Flüssigkeit zwischen den Temperaturen  $t_1$  und  $t_0$ . Im ganzen läßt sich also aus dem verdichteten Dampf die Wärme

$$Q_1 = r + c \cdot (t_1 - t_0)$$

gewinnen.

Der Arbeitsbedarf  $L$  des Dampfkompressors für 1 kg Dampf kann wie der eines Luftkompressors aus der Formel Gl. 4 Abschn. 31 berechnet werden,

$$L = \frac{k}{k-1} \cdot p_0 v_0 \left[ \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

worin man, wenn es sich um anfänglich trocken gesättigten Dampf handelt,  $k = 1,3$  zu setzen hat, da sich der Dampf bei der Verdichtung überhitzt; bei anfänglich mäßig feuchtem Dampf ist dagegen etwa  $k = 1,13$ . Für geringe Verdichtungsgrade kann man die Kompressorarbeit einfach als Volldruckarbeit

$$L = (p_1 - p_0) v_0 = A p \cdot v_0$$

ansetzen oder im Wärmemaß

$$AL = A A p \cdot v_0,$$

mit  $v_0$  als Mittelwert des Sättigungsvolumens von 1 kg im Anfangs- und Endzustand. Ein Arbeitsgewinn durch Expansion, wie bei der Verwendung von Luft, kommt hier nicht in Betracht. Man erzielt daher mit einem Aufwand von 1 Cal mechanischer Arbeit den Wärmegewinn

$$\frac{Q_1}{AL} = \frac{r + c(T_1 - T_0)}{A A p \cdot v_0} \text{ Cal.}$$

Diesen Wert kann man nach Entnahme von  $r$ ,  $T_1$  und  $v_0 (= v_s)$  aus den Dampftabellen leicht berechnen. Man erhält für das obige Beispiel mit  $v_0 = 1,45$  und  $c = 1$

$$\frac{Q_1}{AL} = \frac{539 + 10,7}{10000 \cdot 0,467 \cdot 1,45} \cdot 427 = 34,8 \text{ Cal.}$$

Davon entstammen 1 Cal der aufgewendeten Arbeit und 33,8 Cal dem Wärmeverrat des Kessels.

Übersichtlicher wird der Ausdruck für  $Q_1/AL$ , wenn man die für alle Dämpfe gültige Beziehung

$$\frac{r}{v_s} = AT \frac{\Delta p}{\Delta T},$$

die sog. Clapeyron-Clausiussche Gleichung einführt. Aus dieser erhält man  $A \Delta p v_s = r \cdot \frac{T_1 - T_0}{T_0}$  und somit für kleine Werte von  $T_1 - T_0 = \Delta T$

$$\frac{Q_1}{AL} = \frac{T_0}{T_1 - T_0} + c \cdot \frac{T_0}{r}.$$

Im obigen Beispiel wird hiermit

$$\frac{Q_1}{AL} = \frac{100 + 273}{10,7} + \frac{100 + 273}{539} = 35,5 \text{ Cal.}$$

Wie man aus dem Vergleich der Formeln für  $Q_1/AL$  für Dampf und Luft entnimmt, erhält man mit beiden Betriebsmitteln für 1 Cal Arbeitsaufwand annähernd den gleichen Wärmegewinn, wenn die Temperaturen die gleichen sind. Die Werte für Dampf werden gegenüber Luft von Umgebungstemperatur bei gleichem  $T_1 - T_0$  nur dadurch größer, daß die Temperatur  $T_0$ , wenn man mit Dampf von 1 at Anfangsdruck arbeitet,  $273 + 100 = 373$  ist, dagegen bei Luft 293. Das Verfahren mit Dampf hat im übrigen den Vorzug, daß kein Expansionsmotor gebraucht wird und daß mit Wasserdampf bei gleichem Fördervolumen des Kompressors sehr viel größere Wärmemengen verarbeitet werden können als mit Luft. Der mit Wasserdampf geführte Prozeß läßt noch deutlicher erkennen, daß die von der Wärmepumpe geförderte Wärme  $Q_1$  zum weit überwiegenden Teile ( $Q_2$ ) von einer vorhandenen Wärmequelle geliefert werden muß, da jedes K logramm des vom Kompressor angesaugten Dampfes im Kessel erst aus heißem Wasser durch Zuführung der Verdampfungswärme hergestellt werden muß. Das Verfahren lediglich zur Dampferzeugung verwenden zu wollen, hat daher keinen Sinn, da man dabei an Wärme so gut wie nichts ersparen, andererseits aber die wertvollere mechanische Arbeit aufwenden müßte. Dagegen wird die Wärmepumpe mit Wasserdampf als Betriebsmittel neuerdings dazu benutzt, um die bei den Eindampfprozessen der chemischen Großindustrie oder bei Trocknungsprozessen (z.B. in der Brikettfabrikation) mit den Schwaden, d. h. dem Abdampf entweichenden bedeutenden Mengen latenter Dampfwärme zurückzugewinnen und dadurch den Wärmeverbrauch der Prozesse wesentlich einzuschränken. Bei den Eindampfprozessen führt man die wiedergewonnene Wärme  $Q_1$  dem Verdampfungsgefäß wieder zu, was wegen der höheren Temperatur  $t_1$  dieser Wärme möglich ist; ebenso bei der Herstellung von destilliertem Wasser.

Für Heizungszwecke kann man die Wärmepumpe verwenden, indem man den Kompressor, wie bei den bekannten Kältemaschinen, mit sog. Kaltdämpfen ( $\text{SO}_2, \text{NH}_3$ ) betreibt, die schon bei den gewöhnlichen Umgebungstemperaturen verdampfen, so daß die für den

Prozeß erforderlichen Wärmemengen  $Q_2$  aus der Umgebung, z. B. aus kaltem Wasser von  $10-20^{\circ}$ , bezogen werden können. Diese Wärme wird dann durch die Kompression auf eine um  $30-40^{\circ}$  höhere Temperatur gebracht und dadurch zur Raumheizung befähigt.

Wirtschaftlich ist dieses Heizungsverfahren im Vergleich zur gewöhnlichen Art der Heizung nur dann, wenn mechanische Arbeit oder elektrische Energie aus Wasserkräften zur Verfügung steht und Brennstoffe schwer zu beschaffen sind. Muß dagegen die Wärme pumpe mittels einer Dampf- oder Gasmaschine betrieben werden, so ist das Verfahren unwirtschaftlich, weil zum Betriebe dieser Maschinen Wärmemengen von mindestens dem  $10-15$  fachen des Wärmeäquivalents der Kompressorarbeit aufgewendet werden müssen.

Gegenüber der elektrischen Widerstandsheizung ergibt die Heizung mittels einer durch einen Elektromotor angetriebenen Wärme pumpe immer eine Ersparnis an elektrischer Energie.

### Dämpfe von $\text{CO}_2$ , $\text{NH}_3$ und $\text{SO}_2$ . Allgemeines Verhalten der Dämpfe. Dämpfe und Gase.

#### 40. Die Dämpfe der Kohlensäure ( $\text{CO}_2$ ), des Ammoniaks ( $\text{NH}_3$ ) und der Schwefeligen Säure ( $\text{SO}_2$ ). Gemeinsame Eigenschaften aller Dämpfe. Kritische Temperatur. Verflüssigung der Gase.

Das allgemeine Verhalten dieser Stoffe stimmt mit dem des Wasserdampfes überein, jedoch nur dem Wesen nach. Hinsichtlich der Höhe der Sättigungstemperaturen und -drücke bestehen sehr erhebliche Unterschiede.

Während Wasser unter atmosphärischem Druck einer Temperatur von  $100^{\circ}$  bedarf, um als trockener oder nasser Satt dampf bestehen zu können, befinden sich diese Stoffe unter atmosphärischem Druck schon bei  $0^{\circ}$  im überhitzten Zustand. Als feuchte Dämpfe können sie unter diesem Druck erst bei rd.  $-80^{\circ}$  ( $\text{CO}_2$ ),  $-35^{\circ}$  ( $\text{NH}_3$ ),  $-8^{\circ}$  ( $\text{SO}_2$ ) bestehen. Diese Temperaturen sind die „Siedetemperaturen“ bei atmosphärischem Druck, wenn man den Verdampfungsvorgang im Auge hat, die „Verflüssigungstemperaturen“, wenn man an den umgekehrten Vorgang, die Kondensation, denkt.

Unter höherem als atmosphärischem Druck liegt die Verflüssigungs temperatur beim Wasserdampf höher. Ebenso verhalten sich die anderen Dämpfe. Setzt man sie also unter Druck mit der Absicht, sie zu verflüssigen, so genügen dazu um so geringere Abkühlungen, je höher der Druck ist. Bei hinreichend hohem Druck verflüssigen sie sich schon bei  $+15^{\circ}$ . Es gehören dazu bei  $\text{CO}_2$  51,6 at, bei  $\text{NH}_3$  7,7 at, bei  $\text{SO}_2$  2,9 at abs.

In Fig. 46 sind die zusammengehörigen Werte von Druck und Siedetemperatur eingetragen (Dampfspannungskurven).

Bei  $0^\circ$  besitzen hiernach die gesättigten Dämpfe von  $\text{CO}_2$  bereits einen Druck von 35 at,  $\text{NH}_3$  von 4,4 at,  $\text{SO}_2$  von 1,6 at abs.

**Grenzkurve.** Wie der Wasserdampf, so befinden sich die Dämpfe überhaupt im „überhitzten“ Zustand, wenn ihre Temperatur höher ist, als die zu ihrem Druck gehörige Satt dampf- oder Verflüssigungs temperatur.

Wird ein beliebiger überhitzter Dampf vom Zustand  $A$  (vgl. Fig. 47) etwa bei unveränderlicher Temperatur so weit verdichtet, bis in  $B$  der Sättigungsdruck eben erreicht ist, so ist  $B_0B$  das spez. Volumen des trockenen Satt dampfes. Trägt man die durch Versuch oder sonstwie zu ermittelnden spez. Volumina als Abszissen zu den zugehörigen Sättigungs-

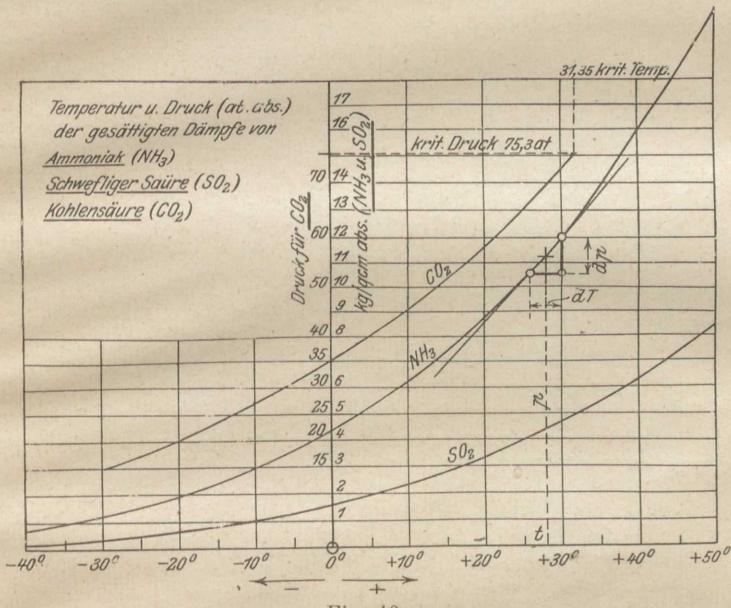


Fig. 46,

drücken als Ordinaten auf, so erhält man eine Kurve  $GG'$ , die schon beim Wasserdampf als Grenzkurve bezeichnet wurde. Sie lässt erkennen, ob der Dampf in irgendeinem durch Druck und Volumen gekennzeichneten Zustande überhitzt, trocken gesättigt oder feucht ist. Punkte  $A$  rechts der Kurve bedeuten überhitzten, Punkte  $B$  auf der Kurve trockenen, Punkte links von der Kurve feuchten Satt dampf. Der „Dampfgehalt“ im letzteren Falle wird durch das Verhältnis  $B'B_1 : B'B$ , der Feuchtigkeitsgehalt durch  $B_1B : B'B$  ausgedrückt.

Trägt man in die gleiche Figur noch die spez. Volumina  $B_0B'$  der reinen Flüssigkeit bei den jeweiligen Sättigungsdrücken (und Temperaturen) ein, so entsteht die untere Grenzkurve  $G'G'$ . Diese scheidet die von Dämpfen freie von der mit Dämpfen vermischten Flüssigkeit

(z. B. heißes Wasser mit der Siedetemperatur von nassem Dampf oder flüssige Kohlensäure mit Siedetemperatur vom gleich warmen feuchten Kohlensäuredampf).

Die in Fig. 47 gezeichnete Grenzkurve gehört der Kohlensäure an. Wie man erkennt, gehen die untere und die obere Grenzkurve stetig ineinander über. Rückt man auf  $G'G'$  dem höchsten Punkte  $K$  immer näher, so wird die Flüssigkeit immer wärmer, ihr Druck und ihr Volumen nehmen zu. Rückt man auf  $GG$  von unten immer höher, so wird der Sattdampf immer wärmer, sein Druck steigt, sein Volumen wird kleiner,

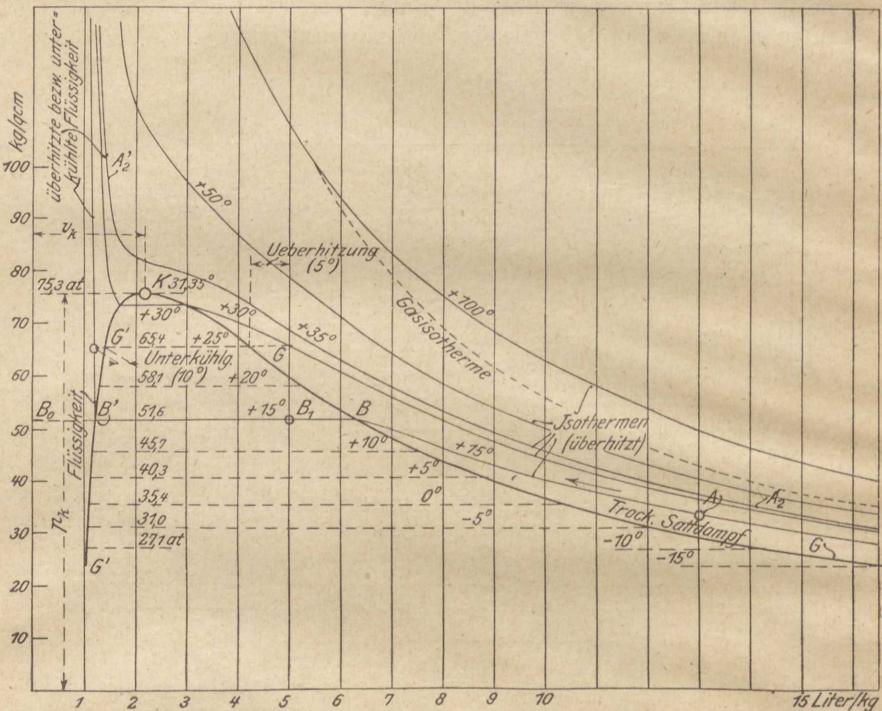


Fig. 47.

er wird immer dichter. Im Punkte  $K$  („kritischer Punkt“) sind die Werte von Temperatur, Druck und Volumen gleich groß für Flüssigkeit und für trockenen Dampf. In diesem Zustande (kritischer Zustand) fallen also die Unterschiede zwischen dem flüssigen und dampfförmigen Zustand ganz weg. — Für Wasser liegt  $K$  sehr hoch ( $p_k \approx 224 \text{ kg/qcm abs}$ .  $t_k = 374^\circ$ ).

Der Vorgang der Verflüssigung eines Dampfes vom überheizten Zustand aus (z. B. von Kohlensäure von 1 at abs. und  $15^\circ$ ) spielt sich gemäß Fig. 47 wie folgt ab. Von  $A$  aus wird der Dampf zunächst auf irgendeinem Wege  $AB$  (z. B. isothermisch, also unter kräftiger

Wärmeabfuhr) verdichtet; dabei wird je nach dem Verlauf der Verdichtungslinie der Sattdampfzustand  $B$  bei höherem oder weniger hohem Drucke und entsprechender Temperatur erreicht. Von  $B$  ab braucht der Druck nicht weiter gesteigert zu werden. Dagegen ist zur nunmehr einsetzenden Verflüssigung die Entziehung der Verdampfungswärme  $r$  erforderlich. Diese hat für jeden Stoff und für jeden Druck, wie beim Wasserdampf, andere Werte. Mit der zunehmenden Verflüssigung nimmt das Volumen ab; der zur vorangegangenen Verdichtung benützte Kolben muß dementsprechend weiter vorrücken; dabei bleibt mit der Temperatur auch der Druck des Gemisches von Flüssigkeit und Dampf unverändert. Bei der praktischen Ausführung wird im Zylinder wesentlich nur verdichtet, während die Abkühlung und Verflüssigung in einem besonderen Kühlgefäß (Kondensator) unter unveränderlichem Druck erfolgt. Ist das Volumen bis  $B_0B'$  verkleinert und die ganze, der vorliegenden Gewichtsmenge entsprechende Verdampfungswärme ins Kühlwasser übergetreten, so liegt dampffreie Flüssigkeit von der dem Druck entsprechenden Siedetemperatur vor.

Je tiefer die Temperatur des überhitzten Dampfes unter der kritischen Temperatur liegt, bei um so kleinerem Druck kann die Verflüssigung erfolgen. Die Zahlentafel enthält die kritischen Werte für  $\text{Cl}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{SO}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$ . Als Verflüssigungsdrücke kommen höhere Drücke als der kritische nicht in Frage.

**Möglichkeit der Verflüssigung von Gasen.** Bevor der Begriff der kritischen Dampftemperatur gefunden und der oben besprochene Verlauf der Grenzkurve durch Versuche mit Kohlensäure und späterhin mit anderen Dämpfen bekannt geworden war, war es nicht gelungen, die gewöhnlichen Gase in den flüssigen Zustand überzuführen. Wenn aber die Gase nichts anderes als hoch überhitzte Dämpfe sind, so mußte es möglich sein, sie nach Abkühlung unter ihre kritische Temperatur zu verflüssigen. Die praktische Schwierigkeit liegt

Kritische Zustandswerte (und Siedepunkte ( $t_s$ )  
bei atmosphärischem Druck).

Stoff	$t_k^0$	$p_k$ kg/qcm	$v_k$ 1/kg	$t_s$ bei 760 mm
$\text{Cl}_2$	+ 141	83,9		- 36,6
$\text{CO}_2$	+ 31,35	75,3	2,16	- 78
$\text{NH}_3$	+ 132,9	116,2	5,22	- 33,7
$\text{SO}_2$	+ 156	81,5	1,92	- 8
$\text{H}_2\text{O}$	+ 374	224,2	2,9	+ 100
$\text{O}_2$	- 118	52,5		- 182,8
$\text{N}_2$	- 146	36,2		- 195,6
$\text{H}_2$	- 242	20,7		- 252,8
Luft	- 140	40,4	(5,9)	- 191
$\text{CO}$	- 141	37,2		- 190

nur darin, daß die kritischen Temperaturen der eigentlichen Gase, wie Sauerstoff, Stickstoff, Luft, Wasserstoff außerordentlich tief liegen, vgl. untenstehende Zahlentafel. Ehe es möglich war, bis zu so tiefen Temperaturen zu gelangen, konnte die Verflüssigung der Gase auch durch die höchsten Drücke nicht gelingen.

Nachdem es im Juli 1908 Prof. Kamerlingh Onnes in Leiden gelungen ist, das Helium zu verflüssigen, können heute alle bekannten Gase verflüssigt werden. Onnes fand für Helium eine kritische Temperatur von  $-268^{\circ}$ , einen kritischen Druck von ca. 2,3 at. Unter atmosphärischem Druck erfolgte die Verflüssigung bei  $-268,5^{\circ}$ . Bei Verdampfung fiel die Temperatur bis  $-270^{\circ}$ . Der tiefste Druck, bei dem noch flüssiges Helium erhalten wurde, war 0,15 mm Hg, wobei die Temperatur nur noch  $1,15^{\circ}$  vom absoluten Nullpunkt entfernt war.

Der Vorgang der Verdampfung unter gleichbleibendem Druck ist hinsichtlich der dabei in Betracht kommenden Wärmevorgänge bei allen Dämpfen grundsätzlich identisch mit dem der Verdampfung des Wassers (Abschn. 35). Die Absolutwerte von  $q$ ,  $r$ ,  $\varrho$ ,  $\lambda$  sind aber für verschiedene Dampfarten sehr verschieden. Während z. B. die Verdampfungswärme  $r$  für Wasserdampf ungefähr 500 Cal/kg beträgt, ist sie für Ammoniak (in genügender Entfernung vom kritischen Punkt) nur etwa 300 Cal, für  $\text{SO}_2$  rd. 90 Cal, für  $\text{CO}_2$  nur 65 Cal.

#### 41. Kälteerzeugung mittels Dämpfen.

Um die Temperatur eines festen, flüssigen oder gasförmigen Körpers von  $G$  kg Gewicht um  $\tau^{\circ}$  zu erniedrigen, muß ihm für jedes Kilogramm und jeden Grad Abkühlung die Wärmemenge  $c$  (spez. Wärme) entzogen werden; im ganzen also die Wärme  $Q = G \cdot c \cdot \tau$ . Diese Wärme wird in Anbetracht der Wirkung, die ihre Wegschaffung aus dem Körper in diesem hervorbringt, als „Kälte“ bezeichnet. Wärmemengen, die zum Zwecke der Abkühlung aus Körpern fortgeschafft werden, werden auch Kältemengen genannt.

Zur Überführung von flüssigen Körpern in den festen Zustand, ebenso zur Verflüssigung von Dämpfen sind nach der Abkühlung auf die Erstarrungs- bzw. Verflüssigungstemperatur noch weitere erhebliche Wärmemengen aus den Körpern zu entfernen, um die Erstarrung oder Verflüssigung, d. h. die Änderung des Aggregatzustandes herbeizuführen. (Schmelzwärme, Verdampfungswärme.) Dabei ändert sich, wenn der Druck unverändert bleibt, die Temperatur trotz der Wärmeentziehung so lange nicht, bis das letzte Teilchen den neuen Aggregatzustand angenommen hat.

Zur Überführung von 1 kg Wasser von  $0^{\circ}$  in Eis von  $0^{\circ}$  ist z. B. eine Kälteleistung (Wärmeentziehung) von rd. 80 Cal. erforderlich. Um also aus Wasser von  $+t^{\circ}$  Eis von  $-t_1^{\circ}$  herzustellen, müssen  $Q = t + 80 + 0,5 t_1$  Cal. fortgeschafft werden, nämlich  $t$  Cal. für die Abkühlung von  $t^{\circ}$  auf  $0^{\circ}$ , 80 Cal. Schmelzwärme für die Erstarrung,  $0,5 t_1$  Cal. für die Abkühlung des Eises von  $0$  auf  $-t_1^{\circ}$ , da das Eis eine spez. Wärme von 0,5 Cal/kg besitzt. (Praktisch werden rd. 120 Cal. gerechnet, mit Rücksicht auf Nebenverluste; für Wasser von  $+20^{\circ}$  und Eis von  $-5^{\circ}$  wären theoretisch  $20 + 80 + 0,5 \cdot 5 = 102,5$  Cal. nötig.)

Die Abkühlung fester und flüssiger Körper wird durch Ableitung ihrer Eigenwärme an kältere Körper bewerkstelligt. Dabei erwärmen sich die kälteren Körper  $B$  auf Kosten der wärmeren Körper  $A$ . So nimmt bei der künstlichen Eisgewinnung die unter  $0^{\circ}$  abgekühlte Sole ( $B$ ) Wärme aus dem gefrierenden Wasser ( $A$ ) auf und wird dadurch wärmer. Das Wasser bzw. Gemisch aus

Wasser und Eis behält dagegen trotz der starken Wärmeabgabe seine Temperatur von  $0^{\circ}$ , bis alles Wasser zu Eis geworden ist. Dann sinkt auch die Eistemperatur bis nahe auf die Soletemperatur. Die erwärmte Sole muß immer von neuem durch kalte ersetzt werden (Zirkulation).

Die Sole selbst wird durch noch kältere Körper *C* (Kälteträger), mit denen sie in leitender Verbindung steht, auf ihre tiefe Temperatur gebracht und die aus dem Gefrierbehälter ablaufende erwärmte Sole muß sich immer von neuem an den Kälteträgern abkühlen.

Die eigentliche Kälteerzeugung besteht nun in der Beschaffung der Kälteträger *C*, d. h. in der Herstellung und dauernden Erhaltung tiefer Temperaturen in diesen Körpern.

Da kältere Körper nicht vorhanden sind, so muß den Kälteträgern, um sie zu solchen zu machen, ihre natürliche Wärme und im weiteren die Wärme, die sie fortlaufend aus den abzukühlenden Körpern aufnehmen, auf eine andere Weise als durch Wärmeleitung entzogen werden.

Als Kälteträger sind Gase und Dämpfe deshalb geeignet, weil sie auch auf anderem Wege als durch Wärmeleitung abgekühlt werden können, nämlich durch Verwandlung eines Teiles ihrer Eigenwärme in mechanische Arbeit. Die letztere kann entweder, wie bei den Gasen, nach außen abgegeben werden, oder wie bei den Dämpfen, auch zur Verrichtung innerer Arbeit (Verdampfung) dienen.

Mit Gasen kann jedoch die angestrebte tiefe Temperatur nur durch arbeitsverrichtende adiabatische Expansion des vorher verdichteten Kälteträgers (Luft) in einem besonderen Expansionszylinder erreicht werden. Feuchte Dämpfe können dagegen ohne Expansionszylinder, einfach durch Drosseln von hohem auf niedrigen Druck abgekühlt werden.

Dabei geht allerdings die Expansionsarbeit verloren, die bei gleicher Expansion in einem Zylinder gewonnen und zur Verminderung der Betriebsarbeit des Prozesses verwendet werden könnte. Dieser Umstand verliert aber dadurch an Bedeutung, daß die anfängliche Feuchtigkeit bis zur reinen Flüssigkeit getrieben wird.

Nach der Drosselung ist die Flüssigkeit mit Dampf vermischt. Nur der noch flüssige Teil kommt als Kälteträger in Betracht. Indem dieser dem abzukühlenden Körper Wärme entzieht, verdampft er selbst und behält seine tiefe Temperatur, bis alle Flüssigkeit dampfförmig geworden ist. Weiter wird die Wärmezufuhr (Kälteleistung) nicht getrieben.

Für die Kälteleistung der Dämpfe ist —demnach die Verdampfungswärme der Flüssigkeit maßgebend, während die Kälteleistung der Gase durch ihre spez. Wärme  $c_p$  bedingt ist.

Bei den Dämpfen geht die Kälteerzeugung unter unveränderlicher Temperatur vor sich. Dies ist ein grundsätzlicher Vorteil gegenüber den Gasen, bei denen während dieses Vorganges die Temperatur steigt.

Demgemäß ergibt sich nun das nachstehende Verfahren, Fig. 48.

Ein Kompressor saugt Ammoniakdämpfe (oder  $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}_2$ -Dämpfe) im nahezu trocken gesättigten Zustande an und verdichtet sie bis zu einem solchen Druck, daß die Temperatur des gewöhnlich zur Verfügung stehenden Kühlwassers ( $10$  bis  $20^{\circ}$ ) genügt, um die verdichteten Dämpfe bei unveränderlichem Druck zu verflüssigen. Nach Abschn. 40 muß also für Kühlwasser von  $15^{\circ}$  die größte Kompressorspannung bei  $\text{NH}_3$  mindestens  $7,45 \text{ kg/qcm}$  abs. betragen. Die Verflüssigung erfolgt nicht im Kompressorzylinder selbst, sondern in einer Rohrspirale (oder in einem System von Spiralen) in der Druckleitung des Kompressors (Fig. 48). Die Spiralen liegen entweder in einem Gefäß, das vom Kühlwasser durchströmt wird, oder an der freien Luft und werden dann vom Kühlwasser berieselten (Tauchkondensator und Berieselungskondensator).

Das flüssige Ammoniak strömt nun aus dem Kondensator durch ein von Hand verstellbares Ventil (Regelventil, Drosselventil) in eine zweite Rohrspirale, die in der Saugleitung des Kompressors liegt, in der also ein Druck gleich

dem Ansaugedruck des Kompressors herrscht. Dieser Druck ist durch die Temperatur in der zweiten Spirale bestimmt und diese ist wieder durch den Verwendungszweck der Kälte bedingt, also vorgeschrieben. Sie wird bei Maschinen zur Raumkühlung und Eisgewinnung ungefähr  $-7$  bis  $10^{\circ}$  gewählt (die als "Normalwerte" zu betrachtenden Temperaturen von Sole und Kühlwasser sind in Fig. 48 eingeschrieben). Bei Ammoniak ist demgemäß die Ansaugespannung, der Druck im Refrigerator, durch das Drosselventil auf etwa  $3 \text{ kg/qcm}$  abs. einzustellen.

In dieser zweiten Spirale geht die eigentliche Kälteerzeugung vor sich. Sie liegt in einem Gefäß, das von Salzwasser (Sole) durchströmt wird, und die Sole gibt, indem das Ammoniak durch die Spirale strömt, einen Teil ihrer Eigenwärme an das kältere Ammoniak ab. Dieses verdampft infolge der Wärmezufuhr bei unveränderlicher Temperatur, während die Sole infolge der Wärme-

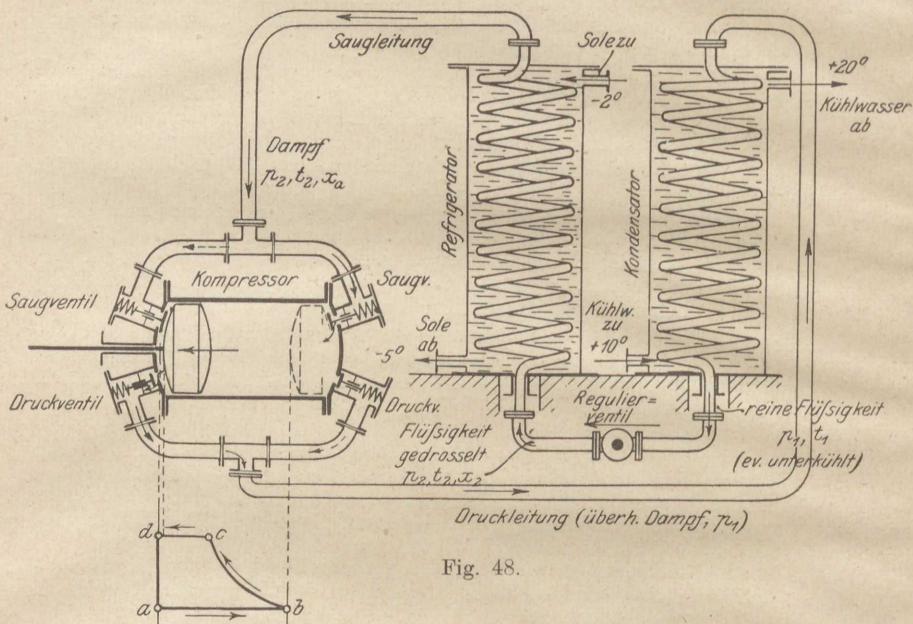


Fig. 48.

abgabe an das Ammoniak sich nahe bis zur Temperatur des letzteren abkühlt. Die Sole läuft mit etwa  $-2^{\circ}$  zu und mit  $-5^{\circ}$  ab; sie wirkt trotz ihrer "Kälte" auf das noch kältere Ammoniak wie ein Heizkörper und bringt den beim Drosseln flüssig gebliebenen Teil des Ammoniaks zum Verdampfen. Das Solegefäß mit der Verdampferspirale heißt "Refrigerator" (Kälteerzeuger).

Die ablaufende kalte Sole führt die Kälte ihrem Verwendungszwecke zu (Eisgewinnung, Raumkühlung, Gefrierwirkung), d. h. sie entzieht auf ihrem weiteren Wege den abzukühlenden Körpern Wärme. Diese werden kälter, während sich die Sole durch die Wärmeaufnahme bis  $-2^{\circ}$  erwärmt. Mit dieser Temperatur fließt sie dem Refrigerator wieder zu, um von neuem abgekühlt zu werden. Auch das dampfförmig gewordene Ammoniak wird wieder verdichtet, verflüssigt und gedrosselt, worauf es wieder im Refrigerator als Kälteträger wirksam wird.

Der Vorgang kann an Hand der schematischen Fig. 48 verfolgt werden. Er beginnt mit der Verflüssigung des oben aus dem Refrigerator austretenden nahezu trockenen Ammoniakdampfes vom Druck  $p_2$  und der Temperatur  $t_2$ . Dieser wird durch die Saugleitung vom (doppeltwirkenden) Kompressor ange-

saugt und beim nächsten Kolbenhub verdichtet und in die Druckleitung geschoben. Als überhitzter Dampf vom Drucke  $p_1$  strömt er durch diese Leitung dem Kondensator zu, in den er oben eintritt. Dort verwandelt er sich durch die Wärmeabgabe an das Kühlwasser in flüssiges Ammoniak vom gleichen Drucke, das den Kondensator unten mit der dem Druck  $p_1$  entsprechenden Siedetemperatur, unter Umständen auch mit tieferer Temperatur (unterkühlt) verlässt. Durch das Regulierventil, das nach Bedarf eingestellt werden kann, strömt die Flüssigkeit dem Refrigerator zu. Ihr Druck wird durch die Drosselung auf  $p_2$ , ihre Temperatur auf die zugehörige Siedetemperatur  $t_2$  erniedrigt

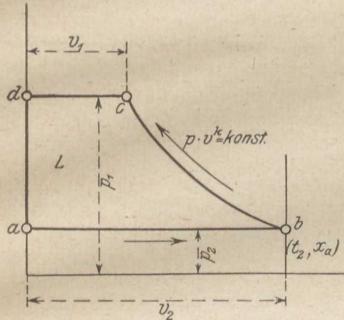


Fig. 49.

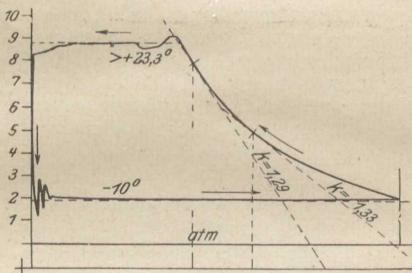


Fig. 50.

und ein kleiner Teil wird dampfförmig. Die oben mit  $-2^{\circ}$  zufließende Sole bringt das Ammoniak zum Verdampfen, kühlt sich dabei ab und verlässt als Kälteträger den Refrigerator unten.

Der Arbeitsaufwand ist mit der zum Betriebe des Kompressors erforderlichen Arbeit identisch. Von Nebenverlusten abgesehen erhält man sie aus dem Druckverlauf im Kompressor (Kompressordiagramm).

Der Kompressor sauge Dampf von  $p_2$  at abs. mit etwa 5 v. H. Feuchtigkeit an, Linie  $ab$ , Fig. 49. Bei der darauf folgenden adiabatischen Verdichtung, Linie  $bc$ , befolgen die Dämpfe annähernd das Gesetz

$$pv^k = \text{konst.},$$

wobei etwa zu setzen ist für

Ammoniak . . . . .	$k = 1,323$ ,
Kohlensäure . . . . .	$k = 1,30$ ,
Schweflige Säure . . . . .	$k = 1,26$ .

Voraussetzung für einen solchen Verlauf ist sogenannter „trockener“ Kompressorgang, d. h. Beginn der Verdichtung mit annähernd trockenem Dampf, wobei dann die Verdichtungslinie zum größten Teile im Überhitzungsgebiet verläuft.

Bei zu großer Nähe des kritischen Punktes, was z. B. bei Kohlensäure vorkommt, weicht die Adiabate erheblich von  $pv^k$  ab.

Die der Fläche des theoretischen Diagramms, Fig. 49, entsprechende Kompressorleistung (Saugen, Verdichten, Hinausschieben) ist, wie in früheren Fällen (vgl. Abschn. 31),

$$L = \frac{k}{k-1} p_2 v_2 \left[ \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

gültig für 1 kg.

Fig. 50 zeigt das Indikatordiagramm eines Ammoniakkompressors. Entsprechend dem Ansaugedruck von rund 2,9 at abs. ist die Ansaugtemperatur rund  $-10^{\circ}$ . Am Ende der Verdichtung im Zylinder ist wegen der Überhitzung die Ammoniaktemperatur entsprechend dem Drucke von rund 9,8 at abs. höher als  $23,3^{\circ}$  (im Druckrohr gemessen  $36,6^{\circ}$ ).

Die Kondensatortemperatur ist gemäß dem Druck von rund 9,2 at abs. am Ende des Druckhubes rund  $+ 21,3^{\circ}$ .

Der Exponent der Verdichtungslinie ergibt sich nach dem Tangentenverfahren an zwei Stellen zu 1,29 bzw. 1,33.

**Kälteleistung von 1 kg Kälteflüssigkeit.** Die im Refrigerator seitens der Kälteflüssigkeit ( $\text{NH}_3$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ) aus der Sole aufgenommene, zur Verdampfung verbrauchte Wärme ist die Kälteleistung der Kälteflüssigkeit. Sie kann als Verdampfungswärme der in der letzteren enthaltenen reinen Flüssigkeit bestimmt werden, nachdem der Anfangs- und der Endzustand (Dampfgehalt) des Gemisches im Refrigerator bekannt ist.

Der Anfangszustand der Verdampfung ist identisch mit dem Endzustand der Drosselung. Dieser kann aus dem Zustande der ungedrosselten Flüssigkeit berechnet werden, wenn der Anfangs- und Enddruck ( $p_1$  und  $p_2$ ) der Drosselung bekannt ist. Es ist, wenn vor der Drosselung reine Flüssigkeit von dem Druck  $p_1$  entsprechenden Siedetemperatur  $t_1$  vorliegt, der Dampfgehalt der abgedrosselten Flüssigkeit

$$x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2},$$

da bei der Drosselung die Gesamtwärme unverändert bleibt, also

$$q_1 = q_2 + x_2 r_2$$

sein muß.

Bei gegebenen Werten von  $p_1$  und  $p_2$  können alle Größen aus den Dampftabellen entnommen werden, womit  $x_2$  berechenbar ist.

Ist nach der Verdampfung der Dampfgehalt  $x_a$  (rund 0,95), so wird im Refrigerator von 1 kg Kälteflüssigkeit der Gewichtsteil

$$(1 - x_2) - (1 - x_a) = x_a - x_2 \text{ kg}$$

in Dampf verwandelt. Hierzu muß seitens der Sole die Wärmemenge (Verdampfungswärme)

$$r_2 (x_a - x_2) = Q_k$$

geliefert werden. Dies ist die gesuchte Kälteleistung von 1 kg Kälteflüssigkeit.

Mit dem Werte von  $x_2$  wird

$$Q_k = x_a r_2 - q_1 + q_2.$$

Wäre es möglich, die Flüssigkeit ohne teilweise Verdampfung von dem hohen auf den niedrigen Druck zu bringen ( $x_2 = 0$ ), und würde außerdem im Refrigerator alle Flüssigkeit verdampft ( $x_a = 1$ ), so würde  $Q_k = r_2$ , d. h. die Kälteleistung von 1 kg gleich der Verdampfungswärme bei der Refrigertortemperatur. In Wirklichkeit wird immer  $Q_k < r_2$  und im besten Falle ( $x_a = 1$ )

$$Q_k = r_2 - (q_1 - q_2),$$

d. h. die Kälteleistung ist mindestens um den Unterschied der oberen und unteren Flüssigkeitswärmen kleiner als die Verdampfungswärme der Flüssigkeit vom Ansaugedruck.

Aus der Kälteleistung  $Q_k$  von 1 kg ergibt sich das für 1 Cal. Kälteleistung erforderliche Gewicht der Kälteflüssigkeit gleich  $1/Q_k$ .

Der Hubraum der Kompressoren ist durch den Rauminhalt der anzuhaugenden Dämpfe bedingt. Ist nun  $v_2$  das zum Ansaugedruck  $p_2$  gehörige Volumen von 1 kg trockenem Dampf (nach den Tabellen), so besitzt 1 kg der angesaugten Dämpfe bei  $x_a = 0,95$  Dampfgehalt ein Volumen von  $0,95 v_2$  cbm. Für 1 Cal. Kälteleistung muß also der Kompressor ein Saugvolumen von

$$V(1 \text{ Cal.}) = \frac{0,95 v_2}{Q_k} \text{ cbm}$$

bewältigen.

Bei vorgeschriebener stündlicher Kälteleistung ergibt sich hiermit das in 1 Stunde vom Kompressor zu verarbeitende Volumen und weiterhin bei gegebener Umdrehungszahl auch das (theoretisch erforderliche) Hubvolumen des Kompressors.

Mit der abgekürzten Formel für die Kälteleistung von 1 kg

$$Q_k = 0,95 r_2 - (q_1 - q_2)$$

ergibt sich für eine untere Temperatur  $t_1 = -8^\circ$  und eine obere  $t_2 = +20^\circ$  nach den Dampftabellen

$$\text{für } \text{NH}_3 \quad Q_k = 0,95 \cdot 321,1 - (18,66 + 7,08) \approx 279 \text{ Cal/kg}.$$

Die Kondensatorspannung ( $p_1$ ) und die Refrigeratorspannung ( $p_2$ ) betragen für die oben angenommenen Temperaturen

$$\text{bei } \text{NH}_3 \quad p_1 = 8,8 \quad p_2 = 3,2 \text{ kg/qcm abs.,}$$

$$\text{bei } \text{SO}_2 \quad p_1 = 3,35 \quad p_2 = 1,14 \quad "$$

$$\text{bei } \text{CO}_2 \quad p_1 = 58,1 \quad p_2 = 28,7 \quad "$$

Mit den weitaus höchsten Spannungen arbeitet demnach die Kohlensäuremaschine, mit den niedrigsten die Schwefligsäuremaschine.

**Kälteleistung für 1 PS-Stunde.** Die wirtschaftlich wichtigste Größe bei Kälteerzeugungsanlagen ist die für eine bestimmte Kälteleistung aufzuwendende mechanische Arbeit. Es ist nun nicht üblich, die Anzahl Pferdestärken, die zur Bewältigung einer bestimmten Wärmemenge in gegebener Zeit erforderlich sind, anzugeben, sondern umgekehrt die Kälteleistung (in Cal.), die durch 1 PS<sub>i</sub> während einer Stunde erzielt wird.

Ist  $Q$  die gesamte stündliche Kälteleistung,  $N_i$  die indizierte Kompressorleistung, so ist  $Q/N_i$  der Wert, um dessen Ermittlung es sich handelt.

Die theoretische Kompressorarbeit für 1 kg Kälteflüssigkeit ist

$$L = \frac{k}{k-1} p_2 v_2 \left[ \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \text{ mkg.}$$

Die mit dieser Arbeit theoretisch erzielte Kälteleistung ist

$$Q_k = x_a r_2 - (q_1 - q_2) \text{ Cal.}$$

Mit 1 mkg wird nun eine Kälteleistung von  $\frac{Q_k}{L}$  Cal. erzielt. Da 1 PS<sub>i</sub>-St. = 75,3600 = 270000 mkg ist, so ergibt diese Arbeit eine Kälteleistung von

$$270000 \frac{Q_k}{L} \text{ Cal/PS}_i/\text{St.}$$

Dies ist der gesuchte Wert  $\frac{Q}{N_i}$ . Mit den Werten  $Q_k$  und  $L$  wird

$$\frac{Q}{N_i} = 270000 \cdot \frac{x_a r_2 - (q_1 - q_2)}{\frac{k}{k-1} p_2 v_2 \left[ \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}.$$

Für die Verhältnisse des obigen Beispiels ist bei NH<sub>3</sub> mit

$$p_1 = 8,79 \cdot 10000 \text{ kg/qm}, \quad p_2 = 3,18 \cdot 10000, \quad v_2 = 0,95 \cdot 0,402 \text{ cbm/kg}$$

$$L = \frac{1,323}{0,323} \cdot 3,18 \cdot 10000 \cdot 0,95 \cdot 0,402 \cdot \left[ \left( \frac{8,79}{3,18} \right)^{0,244} - 1 \right] = 13970 \text{ mkg/kg.}$$

Daraus folgt mit den oben für  $Q_k$  ermittelten Werten für NH<sub>3</sub>

$$\frac{Q}{N_i} = 5390 \text{ Cal/PS}_i/\text{St.}$$

Für andere Werte der oberen und unteren Temperaturen würden sich auch andere (größere oder kleinere) spezifische Kälte-Leistungen ergeben. Die obere Temperatur ist durch das Kühlwasser, die untere durch den Verwendungszweck der Kälte bedingt. Die angenommenen Werte von  $+20^\circ$  und  $-8^\circ$  dürften mittleren Verhältnissen entsprechen.

Die praktisch erreichten und erreichbaren Kälteleistungen sind erheblich kleiner als die errechneten theoretischen Werte. Mit den besten Ammoniakmaschinen wurden unter günstigsten Umständen bis 4500 Cal/PS<sub>t</sub> St., mit SO<sub>2</sub>- und CO<sub>2</sub>-Maschinen bis höchstens 4000 Cal. erreicht.

Unter gewöhnlichen Betriebsverhältnissen sind die verschiedenen Maschinensysteme, vorausgesetzt, daß sie richtig verwendet sind und baulich auf der Höhe stehen, im bezug auf Kälteleistung wenig verschieden. Auch ist selbstverständlich die Kälteleistung nicht der einzige Maßstab für die praktische Beurteilung der Maschine.

Die wichtigsten Ursachen der Verminderung der praktischen Kälteleistung gegenüber den theoretischen Beträgen sind:

1. Das unvermeidliche Temperaturgefälle zwischen Kälteflüssigkeit und Kühlwasser bzw. Sole.
2. Die Ventilwiderstände. Sie äußern sich in Vergrößerung des wirklichen Kompressordiagramms gegenüber dem theoretischen.
3. Die Undichtigkeit der Kolben und Ventile.
4. Die Verluste durch Wärmeleitung und Wärmestrahlung.

Infolge der Reibungswiderstände der bewegten Teile wird außerdem der Kraftbedarf größer als die (wirkliche) indizierte Kompressorleistung. Der mechanische Wirkungsgrad ist etwa 0,85 bis (höchstens) 0,95.

**Unterkühlung.** Die Dampftemperatur  $t_1$  im Kondensator kann nicht kleiner sein als die Temperatur des abfließenden Kühlwassers. Dagegen kann das flüssig gewordene Ammoniak (oder SO<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>) eine niedrigere Temperatur besitzen, als der im oberen Teile der Kondensatorspirale befindliche nasse Dampf; selbstverständlich nur unter der ja in Wirklichkeit erfüllten Bedingung, daß sowohl die Kälteflüssigkeit als auch das Kühlwasser in strömender Bewegung ist (vgl. den verwandten Vorgang der Überhitzung des Dampfes). Die Flüssigkeitstemperatur  $t'_1$  kann ihrerseits nicht kleiner werden als die Zuflußtemperatur des Kühlwassers. Die „Unterkühlung“  $t_1 - t'_1$  kann also der Temperaturdifferenz des ab- und zufließenden Kühlwassers nahekommen.

In den obigen Berechnungen wurde überall angenommen, daß die Temperatur des flüssigen Kälteträgers vor dem Durchtritt durch das Regelventil gleich der dem Dampfdruck  $p_1$  entsprechenden Dampftemperatur sei; demgemäß wurde in der Beziehung für die Kälteleistung

$$Q_k = x_a r_2 - (q_1 - q_2)$$

für  $q_1$  die Flüssigkeitswärme nach den Dampftabellen eingeführt. In Wirklichkeit kann diese Flüssigkeitswärme um den Betrag  $c(t_1 - t'_1)$  kleiner sein als  $q_1$ , also

$$q'_1 = q_1 - c(t_1 - t'_1),$$

worin  $c$  die spez. Wärme der Flüssigkeit unter dem herrschenden Kondensatordruck ist. Dann wird aber die Kälteleistung

$$Q_k = x_a r_2 - (q'_1 - q_2),$$

also größer als ohne die Unterkühlung. Diese bedeutet demnach eine Verbesserung des Prozesses.

Um die Unterkühlung möglichst groß zu machen, werden auch besondere „Flüssigkeitssöhler“ angewendet. Die aus dem Kondensator kommende Kälteflüssigkeit durchfließt dabei noch vor dem Durchtritt durch das Regelventil eine zweite Kühlslange.

Flüssigkeitssöhler haben sich besonders bei Kohlensäuremaschinen als nützlich erwiesen.

### 41a. Drosselungsabkühlung der Gase und Luftverflüssigung nach Linde.

Ein Vorgang, bei dem ein gas- oder dampfförmiger Körper von hohem auf niedrigen Druck gebracht wird, ohne Ausdehnungsarbeit zu verrichten, etwa durch Überströmung aus einem Raum in einen anderen mit kleinerem Druck oder durch Verengungen in Rohrleitungen, wird als Drosselung des Gases oder Dampfes bezeichnet.

Ein Gas, das ganz genau der Zustandsgleichung  $pv = RT$  folgt, ändert bei der Drosselung seine Temperatur nicht, wie tief auch der Druck sinken mag, im vollen Gegensatz zu dem Verhalten bei der arbeitsverrichtenden, adiabatischen Drucksenkung der Gase, wo die Temperatur auf Kosten der Arbeitsleistung bedeutend fällt (Abschn. 25). Dagegen zeigen überhitzte und gesättigte Dämpfe, z. B. der Wasserdampf, auch bei der Drosselung eine Abkühlung, die allerdings gegenüber derjenigen bei der adiabatischen, arbeitsverrichtenden Dehnung gering und um so kleiner ist, je höher die Anfangstemperatur liegt. Nun befolgen tatsächlich auch die sogenannten beständigen Gase, wie die Luft und ihre Bestandteile Stickstoff und Sauerstoff, die Gasgleichung nicht ganz genau, besonders bei hohen Drücken nicht. Nach Abschn. 40 ist bekannt, daß auch diese Körper nichts anderes als Dämpfe sind, die sehr weit von ihrem Sättigungszustand entfernt sind. Danach kann man erwarten, daß auch diese Gase eine, wenn auch sehr kleine Abkühlung bei der Drosselung erfahren. Dies ist in der Tat der Fall, wie zuerst Versuche von Thomson und Joule gezeigt haben, bei denen Luft von etwa 5 at auf 1 at gedrosselt und bei  $0^{\circ}$  Anfangstemperatur ein Temperaturabfall von  $0,27^{\circ}$  für je 1 at Druckabfall, also eine gesamte Abkühlung von

$$\Delta t = 0,27 (p_1 - p_2)$$

gefunden wurde. Außerdem zeigte sich, daß die Abkühlung mit dem Quadrat der absoluten Anfangstemperatur abnahm, so daß man setzen kann

$$\Delta t = 0,27 (p_1 - p_2) \left( \frac{273}{T} \right)^2.$$

Während sich also z. B. bei 10 at Druckabfall und  $0^{\circ}$  Anfangstemperatur eine Abkühlung um  $2,7^{\circ}$  ergeben wird, wird dieselbe bei  $100^{\circ}$  Anfangstemperatur und gleichem Druckabfall nur noch  $1,4^{\circ}$ , bei  $-50^{\circ}$  Anfangstemperatur dagegen  $4^{\circ}$  betragen.

Diese Erscheinung ist neuerdings durch Versuche im Münchener Laboratorium für technische Physik bis zu Drücken von 150 at und Temperaturen von  $-55^{\circ}$  bis  $+250^{\circ}$  sehr genau untersucht worden. Diese Versuche haben zwar bei hohen Drücken und tiefen Temperaturen erhebliche Abweichungen von der obigen Formel ergeben, jedoch das Wesentliche der Erscheinung vollkommen bestätigt.

Auf diese Drosselungsabkühlung hat nun C. Linde sein Verfahren der Verflüssigung der Luft begründet (1895), das im folgenden kurz erläutert ist.

Von einem Kompressor wird hochverdichtete Luft (100 at u. m.) erzeugt. Diese Druckluft wird, wie bei den mit Dämpfen arbeitenden Kältemaschinen, durch ein in die Druckleitung eingeschaltetes Drosselventil auf einen geringeren (immer noch hohen) Druck abgedrosselt. Die gedrosselte Luft wird vom Kompressor wieder angesaugt, von neuem verdichtet und alsdann wieder gedrosselt. Sie beschreibt so einen sich immer wiederholenden Kreislauf zwischen den gleichen Drücken.

Wird nun z. B. auf 100 at verdichtet und auf 20 at gedrosselt, so entsteht ein Temperaturabfall von ungefähr

$$\Delta t = 0,27 \cdot 80 = 21,6^\circ.$$

Hatte also die Druckluft z. B.  $25^\circ$ , so hat die gedrosselte Luft nur noch eine Temperatur von  $25 - 21,6 = 3,4^\circ$ . Diese kältere Luft wird nun im Gegenstrom zu der vom Kompressor kommenden (wärmern) Druckluft zum Kompressor zurückgeleitet. Die Druckleitung steckt zu diesem Zweck als konzentrische engere Röhre in der weiteren Rückleitung, die nach außen sehr gut isoliert ist. Durch große Länge (100 m) der Leitungen ist für wirksamen Wärmeaustausch gesorgt. Wäre dieser Austausch vollkommen, so würde die gedrosselte Luft ihre ganze „Kälte“ an die Druckluft abgeben und sich selbst bis zur Anfangstemperatur der Druckluft erwärmen. Die letztere dagegen würde sich bis auf die Anfangstemperatur der gedrosselten Luft abkühlen und mit dieser Temperatur, also im obigen Falle mit  $3,4^\circ$ , am Drosselventil ankommen. Bei der Durchströmung durch dieses kühlte sie sich, da der Druckabfall der gleiche ist, wieder um rund  $21,6^\circ$  ab, so daß sie im gedrosselten Zustande nach dem zweiten Kreislauf eine Temperatur von nur  $3,4 - 21,6 = -18,2^\circ$  besitzt. Wieder gibt diese Luft bei der Rückleitung ihre Kälte an die zuströmende Druckluft ab. Wirkt der Gegenstromapparat vollkommen, so erwärmt sie sich bis zur Anfangstemperatur der Druckluft, während sich diese bis  $-18,2^\circ$  abkühlt. Wird der Kreislauf oft wiederholt, so kühlte sich die gedrosselte Luft immer weiter ab und kommt schließlich in den Zustand der gesättigten Dämpfe. Sie schlägt sich dann teilweise als Feuchtigkeit nieder, die sich in einem hinter dem Ventil angebrachten Gefäß sammelt.

Durch Einführung frischer Luft in den Kreislauf wird erreicht, daß trotz der Abkühlung und Verwandlung eines Teiles der Luft in Flüssigkeit die Drücke erhalten bleiben und immer neue Luft zur Verflüssigung gelangt.

Man hat also zwei Perioden, die des Anlaufs und die des Beharrungszustandes zu unterscheiden. Der Anlauf kann Stunden in Anspruch nehmen, da nicht nur die Luft, sondern auch die Leitung und die Isolationsmasse abzukühlen sind und vollkommene Isolation nicht möglich ist<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Eine ausführliche Theorie dieses Verflüssigungsverfahrens enthält Bd. II der Technischen Thermodynamik des Verfassers.

### III. Strömende Bewegung der Gase und Dämpfe.

#### 42. Allgemeine Zustandsverhältnisse in Flüssigkeits- und Gasströmen.

Der innere Zustand eines strömenden Körpers ist in gleicher Weise durch Druck, spez. Volumen oder spez. Gewicht und Temperatur bestimmt, wie im ruhenden Körper. Die Beziehungen zwischen diesen drei Größen (Zustandsgleichung) bestehen unabhängig von der jeweiligen Geschwindigkeit.

Der einfachste Fall einer Strömung ist die Parallelströmung. Man kann sich vorstellen, daß in einer geraden, gleichweiten Rohrleitung alle Teilchen sich nur in der Rohrrichtung und mit gleichen Geschwindigkeiten fortbewegen, Fig. 51, I. Diese Strömung, wie jede andere, heißt stationär, wenn die Geschwindigkeit zeitlich unverändert bleibt.

Infolge des Einflusses der Wandungen herrscht tatsächlich in keiner Rohrleitung über den ganzen Querschnitt gleiche Geschwindigkeit. Gegen die Wandungen hin ist immer die Geschwindigkeit kleiner als in der Rohrmitte, unmittelbar an der Wand ist die Stromgeschwindigkeit in jedem Falle gleich Null, weil eine dünne Flüssigkeitsschicht an der Wand haftet. Die Geschwindigkeit verteilt sich also nach Fig. 51, II. Die durch den Querschnitt  $F$  sekundlich strömende Menge wäre im Falle I  $V = F \cdot c$ , im Falle II ist sie als Summe aller Beträge  $c \cdot d\ell$  über den ganzen Querschnitt anzusehen.

Will man z. B. die durch weite Leitungen, Kanäle und Schächte gehenden Luftmengen aus der Strömungsgeschwindigkeit berechnen, so muß man diese stets an mehreren Punkten eines Querschnitts messen.

Diejenige überall gleich große Geschwindigkeit  $c_m$ , bei der die gleichen Mengen durch den Querschnitt gingen, wie bei den in Wirklichkeit verschiedenen Geschwindigkeiten, heißt die mittlere Geschwindigkeit. Es gilt

$$V = F \cdot c_m.$$

Man hat durch Versuche und Erfahrungen gefunden, daß Parallelströmung in längeren Rohrleitungen und Kanälen in dem Sinne, daß



Fig. 51.

alle Teilchen wirklich gerade und parallele Bahnen beschreiben, nur bei ganz geringen Geschwindigkeiten oder in engen Leitungen möglich ist. Bei den üblichen Fortleitungsgeschwindigkeiten und Rohrweiten pflegt die ganze strömende Masse in wirbelnde Bewegung zu geraten. In vielen praktischen Fällen ist zudem die Strömung schon beim Eintritt in die Leitungen wirbelig, und im Verlauf der Leitungen selbst finden sich mannigfache Gelegenheiten zur Störung der Strömung, wie die Rauhigkeit der Wände, die Ventile, Krümmer, Abzweigstücke. Die Natur einer solchen gleichzeitig fortschreitenden und wirbelnden Bewegung zeigen die aus den Schornsteinen austretenden Rauchströme (turbulente Strömung).

Auch bei vollständig wirbeliger Strömung kann man mit einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit rechnen. Es ist diejenige Geschwindigkeit, die man erhält, wenn man das sekundlich durchfließende Volumen  $V$  mit dem Querschnitt der Leitung dividiert

$$c_m = \frac{V}{F} = \frac{G_{sec} v}{F} = \frac{G_{sec}}{\gamma F},$$

mit  $v$  als spez. Volumen,  $\gamma$  als spez. Gewicht im Querschnitt  $F$ . Geht die Strömung in einer Leitung von veränderlichem Querschnitt vor sich, so ändert sich die mittlere Stromgeschwindigkeit von Querschnitt zu Querschnitt. Im Beharrungszustand der Strömung (stationäre Strömung) fließt nämlich sekundlich durch jeden Querschnitt das gleiche Gewicht. Es gilt also

$$F_1 c_1 \gamma_1 = F_2 c_2 \gamma_2 = F_3 c_3 \gamma_3 \quad (\text{Kontinuitätsgleichung}) \quad .(1)$$

Bleibt  $\gamma$  unverändert, wie bei tropfbaren Flüssigkeiten, so wird

$$\begin{aligned} F_1 c_1 &= F_2 c_2 \\ c_2 : c_1 &= F_1 : F_2. \end{aligned}$$

Die mittleren Geschwindigkeiten verhalten sich dann umgekehrt wie die Querschnitte. Für kleine Druckänderungen gilt dies mit großer Annäherung auch bei Gasen und Dämpfen.

#### Druckverhältnisse in Beziehung zu den Geschwindigkeiten.

Unter dem absoluten Druck  $p$  einer strömenden Flüssigkeit ist der Druck zu verstehen, den ein von der Strömung mitgeführtes Meßinstrument für absoluten Druck anzeigen würde.

Ein Barometer in einem Freiballon, der mit der Luftströmung treibt, ist ein Beispiel dafür.

Der Überdruck oder Unterdruck in einer Strömung ist, wie bei ruhender Flüssigkeit, der Unterschied zwischen dem absoluten Druck der Flüssigkeit und dem augenblicklichen Barometerstand.

Den so gemessenen absoluten Druck, Überdruck oder Unterdruck bezeichnet man als statischen Druck der Flüssigkeit. Es ist der Druck, der in die Zustandsgleichung des strömenden Körpers einzuführen ist.

In Kanälen und Leitungen ist dieser Druck identisch mit dem Druck, den die Wände von seiten des Gases erfahren. Man kann daher den statischen

Druck ermitteln, indem man die Wandung anbohrt und an die Bohrung ein Manometer ansetzt, dessen Anschlußbohrung mit der inneren Rohrwand abschließt, Fig. 52.

In einer Leitung mit veränderlichem Querschnitt nach Fig. 52 ist der statische Druck<sup>1)</sup> in jedem Querschnitt ein anderer. Die strömenden Massenteile erfahren nämlich auf dem Wege von  $F_1$  nach  $F_2$  eine Geschwindigkeitszunahme und die hierzu aufzuwendende Arbeit muß von dem statischen Druck geleistet werden, der demzufolge abnimmt.

Ein Massenelement  $m$ , das von zwei unendlich benachbarten Querschnitten begrenzt wird, erleidet auf der Rückseite den Druck  $fp$  in der Stromrichtung, auf der Vorderfläche  $f(p + dp)$  gegen den Strom, so daß der treibende Druck in der Stromrichtung  $-fdp$  ist. Ist  $dw$  die Zunahme der Geschwindigkeit<sup>2)</sup> zwischen den beiden Querschnitten, so ist die Beschleunigung  $dw/dt$ , somit  $mdw/dt$  der Beschleunigungsdruck. Man hat daher

$$-fdp = m \frac{dw}{dt}.$$

Mit

$$m = \frac{f\gamma}{g} ds$$

wird hieraus

$$dp = -\frac{\gamma}{g} \frac{ds}{dt} dw.$$

Da

$$\frac{ds}{dt} = w$$

ist, so wird

$$dp = -\frac{\gamma}{g} w dw \quad \dots \quad (2)$$

Einer Zunahme der Geschwindigkeit entspricht also, wie es sein muß, eine Abnahme des Druckes, und umgekehrt einer Abnahme der

<sup>1)</sup> Diese neuerdings eingeführte Bezeichnungsweise steht in einem gewissen Widerspruch zu den bisher üblichen Bezeichnungen in der Hydraulik flüssiger Körper. Dort unterscheidet man bekanntlich den hydrostatischen und den hydrodynamischen oder hydraulischen Druck. Der erstere ist der Druck der ruhenden Flüssigkeit infolge des Eigengewichts, während der zweite, also der hydraulische Druck, identisch mit dem obigen „statischen“ Druck ist.

<sup>2)</sup> In der Folge ist die Geschwindigkeit mit  $w$  bezeichnet.

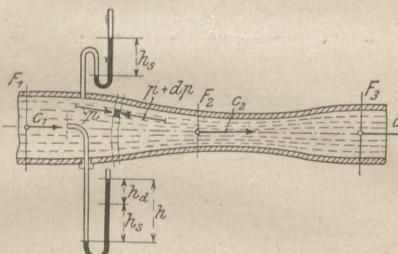


Fig. 52.

Geschwindigkeit ein Steigen des Druckes. Beim Übergang zu einem kleineren Querschnitt nimmt also im allgemeinen der Druck ab, beim Übergang zu einem größeren Querschnitt zu, weil, wenigstens bei tropfbaren Flüssigkeiten, dem größeren Querschnitt gemäß der Kontinuitätsgleichung die kleinere Geschwindigkeit entspricht, und umgekehrt.

Bei Gasen und Dämpfen kann indessen wegen der Abhängigkeit des spezifischen Volumens von dem Druck auch das Umgekehrte eintreten, daß also z. B. dem größeren Querschnitt der kleinere Druck entspricht, wie bei den Expansionsdüsen der Dampfturbinen. Dieser Fall tritt erst ein, wenn die Stromgeschwindigkeit die Schallgeschwindigkeit von 300—400 m/sec übersteigt.

Die obige Beziehung läßt sich noch in anderer Form schreiben. Mit

$$w dw = d \frac{w^2}{2}$$

und

$$\gamma = \frac{1}{v}$$

wird

$$-v dp = d \left( \frac{w^2}{2g} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

Nun ist  $w^2/2g$  die lebendige Kraft von 1 kg der Flüssigkeit,  $d(w^2/2g)$  also die Zunahme der lebendigen Kraft, während  $-v dp$  die von

1 kg Gas bei der Entlastung um den Druck  $dp$  abgegebene Nutzarbeit ist. Auf Grund der Gleichheit dieser beiden Größen würde sich die obige Gleichung auch unmittelbar ergeben. In der graphischen Darstellung ist  $v dp$  durch die schraffierte Fläche Fig. 53 dargestellt, die bei elastischen Flüssigkeiten rechts durch die  $p, v$  Kurve, bei tropfbaren durch die senkrechte Gerade begrenzt ist.

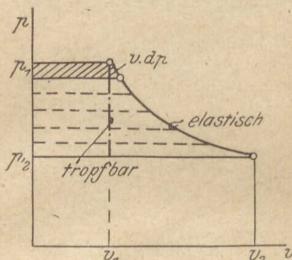


Fig. 53.

Um aus dieser Beziehung, die für eine sehr kleine Druck- und Geschwindigkeitsänderung gilt, die Beziehung für eine beliebig große Änderung herzuleiten, hat man sich die letztere in eine große Zahl kleiner aufeinanderfolgender Änderungen zerlegt zu denken. Schreibt man die obige Gleichung für jede kleine Änderung an und addiert, so erhält man

$$-\int_{v_1}^{v_2} v dp = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

Im graphischen Bild der Druck- und Volumenänderungen ist die linke Seite dieser Gleichung die Summe aller Elementarstreifen  $v dp$ , also die ganze schraffierte Fläche der Nutzarbeit zwischen den Drücken  $p_1$  und  $p_2$ .

### 43. Strömung mit kleinen Druckänderungen

Unter der Voraussetzung, daß die Druckänderungen sehr klein sind, geht nun die Grundgleichung 4 vor. Abschn. über in

$$v(p_1 - p_2) = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g},$$

weil die Arbeitsfläche annähernd ein Rechteck mit dem Inhalt  $v(p_1 - p_2)$  ist.  
Ersetzt man  $v$  durch  $1:\gamma$ , so wird

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

In Worten: Die Abnahme der Spannungsenergie ist gleich der Zunahme der Geschwindigkeitsenergie.

Schreibt man die Beziehung in der Form

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g},$$

so kann man aussprechen, daß längs einer solchen Strömung die Summe von Druckenergie und Geschwindigkeitsenergie konstant bleibt,

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \text{konst.}$$

oder

$$p + \frac{\gamma}{2g} w^2 = \text{konst.} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Hierin ist der statische Druck  $p$  in kg/qm abs. einzuführen. Wie aus Abschn. 2 bekannt, ist der Druck in mm H<sub>2</sub>O durch die gleiche Zahl dargestellt. Man kann also  $p$  durch die Höhe einer Wassersäule  $h_s$  in mm ersetzen.

Da es sich nur um Druck-Unterschiede handelt, wie aus der Grundgleichung in der Form

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g}$$

klar hervorgeht, so können  $p_1$  und  $p_2$  auch als Überdrücke oder Unterdrücke gemessen werden, also mittels Manometer oder Vakuümmeter. Die Grundgleichung lautet dann statt 2)

$$h_s + \frac{\gamma}{2g} w^2 = \text{konst.} \quad \dots \dots \dots \quad (2a)$$

Da  $h_s$  ein Druck in mm H<sub>2</sub>O ist, so muß auch der Ausdruck  $\frac{\gamma}{2g} w^2$  einen Druck in mm H<sub>2</sub>O darstellen, und ebenso die Summe der beiden Werte. Man bezeichnet den Wert

$$\frac{\gamma}{2g} w^2 = h_d \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

als den dynamischen Druck der strömenden Flüssigkeit und sinngemäß die Summe von statischem und dynamischem Druck, also den Wert

$$h_s + h_d = H \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

als den Gesamtdruck.

Dem dynamischen Druck kommt eine bestimmte, reelle Bedeutung zu. Wird nämlich innerhalb der Strömung an irgendeiner Stelle die Geschwindigkeit  $w$  durch ein Hindernis vollständig vernichtet, so steigt an dieser Stelle der statische Druck bis zur Höhe des Gesamtdruckes  $H$  an, also um den Betrag „ $\gamma w^2 : 2g$ .

Kurz vor dem Hindernis ist nämlich

$$h_s + \frac{\gamma w^2}{2g} = H,$$

am Hindernis selbst ist

$$(h_s) + 0 = H,$$

also ist der statische Druck auf das Hindernis

$$(h_s) = h_s + \frac{\gamma w^2}{2g} = H.$$

Ein mit der Mündung seiner Röhre dem Strom zugekehrtes Manometer, Fig. 52, zeigt demgemäß den Gesamtdruck an, sofern die Mündung so geformt ist, daß sie ein Hindernis von der erwähnten Art darstellt.

Instrumente zur Messung des Gesamtdrucks sind seit langem unter dem Namen Pitotsche Röhren bekannt. Neuerdings sind diese Instrumente, die auch als Staurohre bezeichnet werden, von verschiedenen Seiten auf ihre Genauigkeit bei Luftmessungen untersucht worden. Dabei ergab sich, daß sie in der Tat, auch bei ganz einfacher Ausführung als dünnes glattes Rohr an der Meßstelle, sehr genau den Gesamtdruck anzeigen.

**Messung der Luftgeschwindigkeit mit dem Staurohr.** Mißt man in einem Rohr den Gesamtdruck  $H$  und den statischen Druck  $h_s$  im gleichen Querschnitt, so ergibt sich aus

$$\frac{\gamma w^2}{2g} = H - h_s \text{ (mm H}_2\text{O)}$$

die Luftgeschwindigkeit in diesem Querschnitt

$$w = \sqrt{\frac{2g(H - h_s)}{\gamma}} \text{ (m/sec). (5)}$$

Die Staurohre zur Messung von  $H$  werden so eingerichtet, daß auch der statische Druck  $h_s$  mit ihnen gemessen werden kann, Fig. 54. Zu diesem Zweck erhält das äußere Rohr hinter dem konischen Teil einige Anbohrungen. Mit  $H - h_s$  läßt sich dann die Luftgeschwindigkeit berechnen, falls  $\gamma$  bekannt ist.

Beispiel. In einer Luftleitung zeigt das Staurohr einen Gesamtdruck von 100 mm H<sub>2</sub>O Überdruck, während der statische Druck zu 20 mm H<sub>2</sub>O gemessen wird. Wie groß ist an der Meßstelle die Luftgeschwindigkeit?

Der dynamische Druck ist  $H - h_s = 100 - 20 = 80$  mm.

Daher

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 80}{\gamma}} = \frac{39,6}{\sqrt{\gamma}}$$

Befindet sich nun in der Leitung Luft von annähernd atmosphärischem Druck mit  $\gamma = 1,25$ , so ist

$$w = 35,3 \text{ m/sec.}$$

Handelt es sich jedoch um eine Vakuumleitung mit 0,1 at abs. Luftdruck also  $\gamma \approx 0,125$ , so wäre bei gleichen Angaben des Staurohrs

$$w = 112 \text{ m/sec.}$$

Würde die Leitung Leuchtgas führen,  $\gamma = 0,5$ , so wäre

$$w = 56 \text{ m/sec.}$$

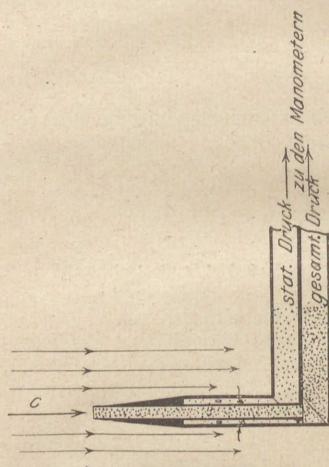


Fig. 54.

#### 44. Ausströmung von Gasen und Dämpfen aus Mündungen.

Von der Ausströmung tropfbarer Flüssigkeiten unterscheidet sich die der elastischen Flüssigkeiten (Gase und Dämpfe) dadurch, daß sich während des Ausströmungsvorganges nicht allein der Druck, sondern infolge der Druckverminderung auch das Volumen der Gewichtseinheit ändert.

Die Ausflußgeschwindigkeit von Druckwasser (oder von Wasser unter dem Einfluß seines Eigengewichts) kann man auf folgende Weise erhalten (Fig. 55 und 56).

Denkt man sich den Wasserdruk von  $p_i$  kg/qm abs. durch einen auf die Wasseroberfläche drückenden Kolben von  $O$  qm Querschnitt hervorgebracht, so muß dieser Kolben in der Zeit, in welcher durch die Gefäßmündung von  $f$  qm

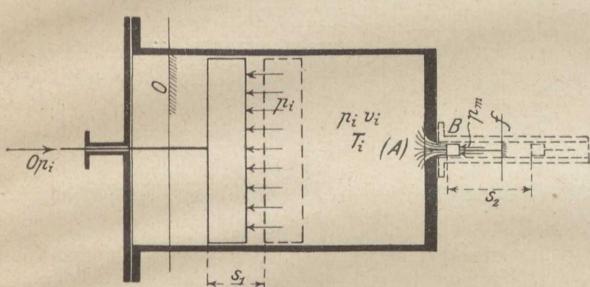


Fig. 55.

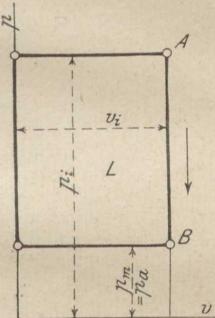


Fig. 56.

Querschnitt 1 kg Wasser ausströmt, so weit vorrücken, daß der von ihm verdrängte Raum gleich dem Raum von 1 kg Wasser ist (spez. Volumen  $v_i$ ; für Wasser gleich 0,001 cbm). Er muß demnach wegen

$$v_i = s_1 \cdot O$$

den Weg

$$s_1 = \frac{v_i}{O}$$

zurücklegen.

Hierbei verrichtet die an der Kolbenstange wirksame Kraft  $O p_i$  die Arbeit  $L_i = O p_i \cdot s_1$ , also

$$L_i = p_i v_i \text{ mkg.}$$

Der austretende Strahl überwindet in gleicher Weise (man kann sich auch in der verlängerten Mündung einen Kolben vorstellen) die Arbeit

$$L_2 = p_m v_m \text{ mkg,}$$

wenn  $p_m$  der Druck,  $v_m$  das spez. Volumen der Flüssigkeit im Mündungsquerschnitt ist. Bei tropfbaren Flüssigkeiten ist der Mündungsdruck gleich dem Druck  $p_a$  des Raumes, in welchen der Strahl austritt (Außendruck). Dann ist  $p_m = p_a$ ; außerdem ist  $v_m = v_i = v_a$ . Bei Gasen und Dämpfen ist dagegen nicht notwendig  $p_m = p_a$ , sondern unter Umständen  $p_m > p_a$ , und immer ist  $v_m > v_i$ .

Im ganzen wird nun auf das kg ausströmenden Wassers die überschüssige Arbeit

$$L = p_i v_i - p_m v_m$$

übertragen. Diese Arbeit erscheint im austretenden Strahl als Zunahme der lebendigen Kraft von 1 kg Wasser.

Ist die Gefäßmündung klein im Verhältnis zum Querschnitt  $O$  des Gefäßes, so kann die lebendige Kraft des von dem großen Kolben verdrängten Wassers („Zuflüggeschwindigkeit“) vernachlässigt werden. Ist daher  $w$  die Ausflußgeschwindigkeit, so ist

$$L = \frac{w^2}{2g}$$

die ganze Zunahme der lebendigen Kraft von 1 kg. Es ist also die Ausflußgeschwindigkeit (für tropfbare Körper)

$$w = \sqrt{2g L}$$

oder

$$w = \sqrt{2g(p_i v_i - p_m v_m)}$$

oder

$$w = \sqrt{2g v_i (p_i - p_a)} = \sqrt{\frac{2g (p_i - p_a)}{\gamma_i}}$$

oder

$$w = 4,43 \sqrt{\frac{p_i - p_a}{\gamma_i}}.$$

Ist  $H$  die Höhe einer Flüssigkeitssäule in m, die einem Überdruck von  $p_i - p_a$  kg/qm gleichkommt, so ist mit  $\gamma_i$  als spez. Gewicht

$$\gamma_i H = p_i - p_a$$

oder wegen

$$\gamma_i = \frac{1}{v_i}$$

$$H = (p_i - p_a) v_i,$$

somit kurz

$$w = \sqrt{2g H},$$

die bekannte Ausflußformel für tropfbare Flüssigkeiten.

### a) Sehr kleine Druckunterschiede.

Die obige Ableitung besteht auch für luftförmige Körper so lange mit praktisch ausreichender Genauigkeit zu Recht, als es sich um verhältnismäßig kleine Überdrücke handelt. In diesen Fällen ist nämlich die verhältnismäßige Raumänderung gering und man kann  $v_a = v_m = v_i$  setzen. Für kleinere Werte von  $p_a/p_i$  als 0,9 wird man im allgemeinen die später folgenden genaueren Formeln anwenden. Für verhältnismäßig hohe Überdrücke, z. B.  $p_i/p_a > 2$  verlieren die einfachen Formeln vollständig ihre Gültigkeit.

Geringe Überdrücke werden gewöhnlich in mm H<sub>2</sub>O ausgedrückt. In den obigen Formeln sind  $p_i$  und  $p_a$  kg/qm. Man kann somit nach Abschn. 2 statt  $p_i - p_a$  den in mm H<sub>2</sub>O gemessenen Überdruck  $h$  setzen. Also wird die Ausflußgeschwindigkeit

$$w = \sqrt{\frac{2g h}{\gamma_i}} = 4,43 \sqrt{\frac{h}{\gamma_i}} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

mit  $\gamma_i$  in kg/cbm.

Das sekundliche Ausflußvolumen in cbm aus einem Mündungsquerschnitt von  $F$  qm ist

$$V_{sec} = F \cdot w = F \sqrt{\frac{2gh}{\gamma_i}} = 4,43 F \sqrt{\frac{h}{\gamma_i}} \quad \dots \quad (2)$$

Das sekundliche Ausflußgewicht ist

$$G_{sec} = F \cdot w \cdot \gamma_i = F \sqrt{2gh\gamma_i} = 4,43 F \sqrt{h\gamma_i} \quad \dots \quad (3)$$

Beispiele. 1. Luft von ungefähr atmosphärischer Spannung (ca. 760 mm,  $\gamma \approx 1,29$ ) und Temperatur ströme unter einem Überdruck von  $h = 1$ , bzw. 10, 100, 1000 mm H<sub>2</sub>O aus. Die Ausflußgeschwindigkeiten zu berechnen.

$$w = \frac{4,43}{\sqrt{1,29}} \sqrt{h} = 3,9 \sqrt{h}, \text{ also } w = 3,9, 12,3, 39, 123 \text{ m/sec.}$$

2. Wieviel Liter bzw. Gramm Luft treten unter den Verhältnissen des 1. Beispiels sekundlich aus einer Mündung von 1 qcm Querschnitt?

$$V_{sec} = \frac{4,43}{10000} \sqrt{\frac{h}{1,29}} = \frac{3,9}{10000} \sqrt{h} \text{ cbm/sec, oder } 0,39 \sqrt{h} \text{ Liter/sec;}$$

daher

$$G_{sec} = 1,29 \cdot 0,39 \sqrt{h} = 0,504 \sqrt{h} \text{ Gramm/sec.}$$

Dies sind für

$h = 1$	$10$	$100$	$1000 \text{ mm H}_2\text{O}$
$V_{sec} = 0,39$	$1,23$	$3,9$	$12,3 \text{ Liter/sec}$
$G_{sec} = 0,503$	$1,59$	$5,03$	$15,9 \text{ Gramm/sec.}$

### b) Ausströmung unter beliebig hohem Überdruck.

Trägt man die Drücke als Ordinaten, die spez. Volumina als Abszissen auf, Fig. 56, so ist für tropfbare Flüssigkeiten der Zustand vor der Ausströmung durch Punkt A, der nach der Ausströmung durch den senkrecht darunter liegenden Punkt B dargestellt. Die „Ausflußarbeit“ L erscheint als Inhalt des ausgezogenen Rechtecks  $(p_i - p_a)v_i$ .

Bei Gasen und Dämpfen findet entsprechend der Druckverminderung von  $p_i$  auf  $p_a$  auch eine Raumzunahme statt. Es ist  $v_m > v_i$ , der Punkt B, der den Endzustand darstellt, liegt nicht mehr wie in Fig. 56 senkrecht unter A, sondern in der größeren Entfernung  $v_m$  vom Ursprung, Fig. 57.

Während in Fig. 56 die Zustandsänderung während des Ausströmvorganges durch die senkrechte Gerade AB dargestellt wird, entsprechend dem unveränderlichen spez. Volumen bei fallendem Druck ist bei Gasen und Dämpfen die allmäßliche Druckabnahme und Raumzunahme vom Beginn der beschleunigten Bewegung bis zur Erreichung der Ausflußgeschwindigkeit und des Außenzustandes im „Mündungsquerschnitt“ durch die Kurve AB dargestellt, Fig. 57. An welcher Stelle die Druckabnahme im Gefäß beginnt und wie sich überhaupt der Druckverlauf in verschiedenen Abständen vom Mündungsquerschnitt gestaltet, kommt dabei nicht in Frage. Die Kurve

$AB$  bringt nur zum Ausdruck, in welchem gegenseitigen Verhältnis gleichzeitige Werte von Druck und Volumen stehen, also die Art der Zustandsänderung in dem früher behandelten Sinne. Daß das Kilogramm Gas oder Dampf beim Hinströmen zur Mündung außer der Zustandsänderung, die es erfährt, noch eine beschleunigte Bewegung macht (was bei der Expansion in einem Zylinder nicht der Fall ist), ändert an der Zustandsänderung selbst nichts.

Es handelt sich auch hier, wie bei der Raumvergrößerung in einem

Zylinder mit Kolben, um eine stetige Raumzunahme oder Expansion vom Volumen  $v_i$  auf das Volumen  $v_m$ . Diese erfolgt, wenn nicht etwa die Ausflußöffnung als Röhre mit Kühlmantel oder Heizmantel gedacht wird und von der Reibung an den Mündungswänden abgesehen wird, adiabatisch; sie folgt also bei Gasen wie bei Dämpfen dem Gesetz

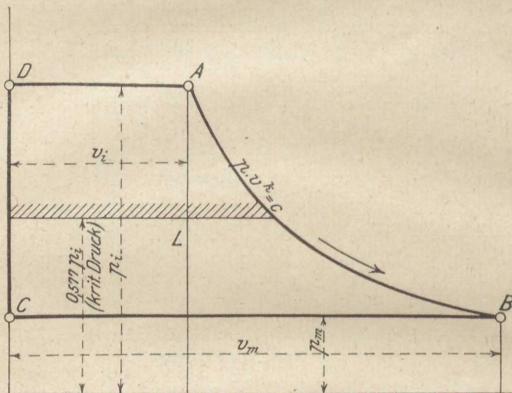


Fig. 57.

$$p v^k = \text{konst.},$$

wobei

$k = 1,4$  für Gase bei gewöhnlicher Temperatur,

$k = 1,3$  für überhitzen Wasserdampf,

$k = 1,135$  für trockenen Sattdampf,

$k = 1,035 + 0,1x$  für feuchten Sattdampf, mit  $x$  als Dampfgehalt.

Während nun bei tropfbaren Körpern die auf Beschleunigung des Strahles verwendete Arbeit nur in der „Überdruckarbeit“

$$p_i v_i - p_m v_m = (p_i - p_a) v_i$$

bestehen kann, da eine andere Arbeitsquelle nicht vorhanden ist, tritt bei den elastischen Flüssigkeiten zur „Überdruckarbeit“ noch die „Ausdehnungsarbeit“, die aus der Umwandlung der Eigenwärme des Körpers hervorgeht. Diese Arbeit wird nach Früherem durch die unter der adiabatischen Zustandskurve  $AB$  liegende, bis zur Abszissenachse reichende Fläche  $L_e$  dargestellt. Es ist also die gesamte Beschleunigungsarbeit für 1 kg geförderter Gas- oder Dampfmasse

$$L = p_i v_i - p_m v_m + L_e.$$

Dieser Ausdruck wird, wie leicht zu erkennen, in Fig. 57 durch die Fläche  $ABCD$  dargestellt.

Wie oben ist

$$L = \frac{w_m^2}{2g},$$

also

$$w_m = \sqrt{2g} L \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

(Mündungsgeschwindigkeit).

In dieser Form entspricht der Ausdruck für  $w_m$  genau demjenigen für tropfbare Flüssigkeiten

$$w = \sqrt{2gH}.$$

Dem „Druckgefälle“  $H$  entspricht bei Gasen und Dämpfen das „Arbeitsgefälle“  $L$  oder, wenn die Arbeit in Cal statt in mkg ausgedrückt wird, das „Wärmegefälle“  $AL$ . Übrigens ist auch  $H$  in obiger Gleichung nicht als Länge, sondern als Arbeit (von 1 kg auf  $H$  Meter) aufzufassen. Für gegebenen Innendruck  $p_i$  und Außendruck  $p_a$  ist  $L$ , gemäß seiner Darstellung durch die Fläche  $ABCD$  berechenbar. Die gleichen Beziehungen folgen auch aus Abschn. 42 Gl. 4, wenn dort  $w_2 = w_m$  und  $w_1 = 0$  gesetzt wird.

Ist nun  $w_m$  bekannt, so kann auch das sekundliche Ausflußgewicht  $G_{sec}$  berechnet werden.

Durch den Mündungsquerschnitt  $f$  fließt in einer Sekunde das Volumen  $V_m = w_m f$ . Das spez. Volumen dieser Masse ist  $v_m$ , ihr spez. Gewicht  $1/v_m$ , ihr Gewicht also

$$G_{sec} = \frac{V_m}{v_m},$$

oder

$$G_{sec} = \frac{fw_m}{v_m}.$$

Das Arbeitsgefälle (Fläche  $ABCD$ , Fig. 57) ist wie im Abschn. 31 Fall b.

$$L = \frac{k}{k-1} (p_i v_i - p_m v_m),$$

wofür sich wegen

$$p_i v_i^k = p_m v_m^k$$

schreiben lässt

$$L = \frac{k}{k-1} p_i v_i \left[ 1 - \left( \frac{p_m}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right].$$

Daher ist die Ausflußgeschwindigkeit (im Mündungsquerschnitt)

$$w_m = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_i v_i \left[ 1 - \left( \frac{p_m}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \dots \dots \quad (5)$$

Das Ausflußgewicht in 1 Sekunde wird daher mit

$$v_m = v_i \cdot \left( \frac{p_i}{p_m} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$G_{sec} = f \sqrt{2 g \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_i}{v_i} \cdot \left[ \left( \frac{p_m}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_m}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad \dots \quad (6)$$

*α) Niederdruckgebiet. Kritisches Druckverhältnis.*

Bis zu einer bestimmten, durch das folgende noch näher zu bestimmenden Grenze des Verhältnisses  $p_i/p_a$  von absolutem Innendruck und absolutem Außendruck ist der Mündungsdruck wie bei tropfbaren Flüssigkeiten gleich dem Außendruck,

$$p_m = p_a.$$

Für dieses als Niederdruckgebiet bezeichnete Gebiet wird also nach Gl. 5 und 6

$$w = \sqrt{2 g \frac{k}{k-1} p_i v_i \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \dots \quad (7)$$

$$G_{sec} = f \sqrt{2 g \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_i}{v_i} \cdot \left[ \left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad \dots \quad (8)$$

Mit  $p_i = p_a$  wird, wie erforderlich, sowohl  $w_m$  als  $G_{sec}$  gleich Null. Für Werte von  $p_i/p_a$ , die sich wenig von 1 unterscheiden, werden aus Gl. 7 und 8 die Gl. 1 und 3 oben.

Setzt man zur Abkürzung in der Gewichtsgleichung

$$\psi = \sqrt{\frac{k}{k-1}} \cdot \sqrt{\left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}}} \quad \dots \quad (9)$$

so wird

$$\frac{G_{sec}}{f_{qm}} = \psi \cdot \sqrt{2 g \frac{p_i}{v_i}} \quad \dots \quad (10)$$

(Ausflußmenge für 1 qm Mündungsquerschnitt;  $p_i$  in kg/qm), oder

$$\frac{G_{sec}}{f_{qm}} = \frac{\psi}{100} \cdot \sqrt{2 g \frac{p_i}{v_i}} \quad \dots \quad (10a)$$

(gültig für 1 qcm Mündungsquerschnitt;  $p_i$  in kg/qcm),

$$= 0,0443 \psi \sqrt{\frac{p_i}{v_i}}.$$

Denkt man sich den Innendruck  $p_i$  unveränderlich und gibt dem Außendruck  $p_a$  verschiedene Werte, so ist  $G_{sec}$  nur abhängig von  $\psi$ , also in der durch den Ausdruck Gl. 9 für  $\psi$  bestimmten Weise vom Überdruckverhältnis  $p_a/p_i$ . Bei gleichem Überdruckverhältnis, aber anderen Werten von  $p_i$  und  $p_a$  wächst  $G_{sec}$  mit  $\sqrt{p_i/v_i}$ . Für Gase ist dieser Wert wegen

$$\frac{p_i}{v_i} = \frac{p_i^2}{p_i v_i} = \frac{p_i^2}{R T_i}, \quad \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} = \frac{p_i}{\sqrt{R T_i}},$$

d. h. bei gleicher Anfangstemperatur und gleichem Druckverhältnis wächst die Ausflußmenge proportional mit dem Druck.

Die Austritts-Geschwindigkeit  $w$  ist bei gleichem Innenzustand nur vom Überdruckverhältnis abhängig und nimmt mit abnehmendem Außendruck zu. Bei gleichem Überdruckverhältnis ist  $w$  proportional  $\sqrt{p_i v_i}$ , ein Wert, der bei trockenem Satt dampf nur wenig vom Drucke abhängt und bei Gasen nur durch die Temperatur (nicht durch den Druck) bedingt ist.  $w$  hängt also bei gleicher Anfangstemperatur der Gase nur vom Überdruckverhältnis ab und ist daher bei Gasen vom absoluten Druck ganz, bei gesättigten Dämpfen fast unabhängig.

Trägt man zu den Druckverhältnissen  $p_a/p_i$ , deren Wert sich zwischen 1 und 0 bewegt, als Abszissen die Werte von  $\psi$  als Ordinaten auf, Fig. 58, so erkennt man, daß  $\psi$  und daher die bei festem Innendruck mit  $\psi$  proportionale Ausflußmenge mit abnehmendem Außendruck nicht unbegrenzt zunimmt, sondern bei einem bestimmten (von  $k$  abhängigen) Überdruckverhältnis einen größten Wert erreicht und alsdann wieder kleiner wird. Für ein absolutes Vakuum im Außenraum ( $p_a/p_i = 0$ ) würde sich sogar, wie bei  $p_a/p_i = 1$ ,  $G_{sec} = 0$  ergeben. Dies ist nun unmöglich, denn es liegt auf der Hand, daß in einen Raum, in welchem jeder Gegendruck beseitigt ist, Gase und Dämpfe erst recht ausströmen. Bis dahin ist daher die Gewichtsformel keinesfalls gültig. Es ist überhaupt unwahrscheinlich, daß bei abnehmendem Außendruck (oder bei steigendem Innendruck) von einem gewissen Wert desselben an die Ausflußmenge kleiner als bei stärkerem Gegendruck werden sollte. Versuche haben vielmehr bewiesen, daß die Ausflußmenge von einem gewissen Überdruckverhältnis an unveränderlich gleich einem Höchstwert bleibt, wie tief auch der Außendruck von da ab sinken mag. In Fig. 58 ist demnach der absteigende gestrichelte Kurvenast ohne wirkliche Bedeutung für die Ausflußmenge, er ist durch eine wagerechte Gerade zu ersetzen, die von der Kurve im höchsten Punkte berührt wird. Ferner haben die Versuche gezeigt, daß die oben entwickelte Formel die Ausflußmengen von Null ab bis zum Höchstwert richtig wiedergibt.

**Kritisches Druckverhältnis.** Dasjenige Druckverhältnis  $p_a/p_i$ , bei welchem die Ausflußmenge eben ihren Höchstwert erreicht, heißt

das „kritische“. Nach Fig. 58 ist für Gase ( $k=1,40$ ) der Wert  $\left(\frac{p_a}{p_i}\right)_{kr} = 0,528$ , für Heißdampf 0,546, für trockenen Satteldampf 0,577.

Rechnerisch erhält man den kritischen Wert aus dem Höchstwert des Ausdrückes

$$\left(\frac{p_a}{p_i}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_i}\right)^{\frac{k+1}{k}},$$

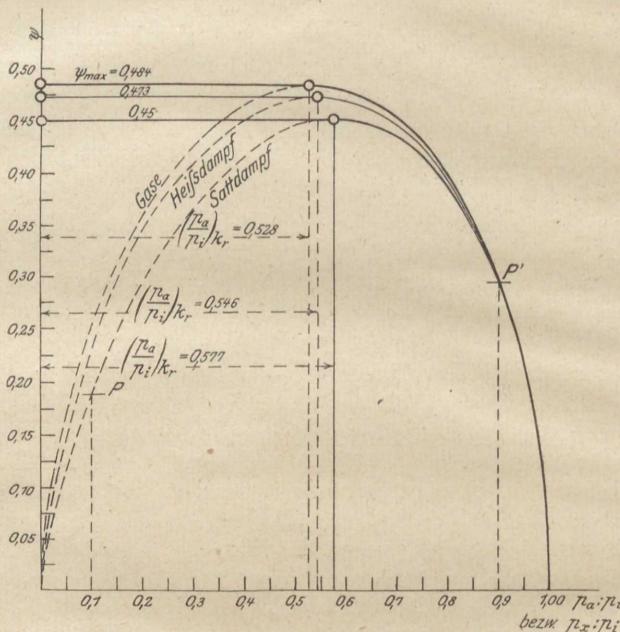


Fig. 58.

der nach Gl. 8 bei festem Innendruck für die Ausflußmenge maßgebend ist.

Differenziert man diesen Ausdruck nach  $\frac{p_a}{p_i}$  und setzt die Ableitung gleich Null, so wird

$$\frac{2}{k} \cdot \left(\frac{p_a}{p_i}\right)^{\frac{2}{k}-1} \cdot \frac{k+1}{k} \cdot \left(\frac{p_a}{p_i}\right)^{\frac{1}{k}} = 0$$

und hieraus

$$\left(\frac{p_a}{p_i}\right)_{kr} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \dots \quad (11)$$

Der Größtwert der Ausflußmenge ergibt sich entsprechend der Gl. 10 aus dem Größtwert  $\psi$  zu  $\left(\frac{G_{sec}}{f}\right)_{max} = \psi_{max} \sqrt{2g \frac{p_i}{v_i}}$ . Dieser Größtwert ist

$$\psi_{max} = \sqrt{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}} - \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \sqrt{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k}{k-1}}$$

und hiermit

$$\left(\frac{G_{sec}}{f}\right)_{max} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2gk}{k+1}} \cdot \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} \quad \dots \quad (12)$$

β) Überkritische Druckverhältnisse bei einfachen Mündungen.

Die Erscheinung, daß die Ausflußmenge nicht mehr wächst, wenn der Außendruck einen gewissen Wert unterschreitet, oder der Innendruck einen gewissen Wert überschreitet, hängt, wie oben erwähnt, damit zusammen, daß von da ab der Mündungsdruck nicht mehr mit dem Außendruck identisch ist. Er bleibt unveränderlich gleich dem kritischen Druck, wie tief auch der Außendruck sinkt. Der Strahl expandiert dann erst außerhalb der Mündung auf den Außendruck herab, was auch durch unmittelbare Druckmessungen von Stodola nachgewiesen worden ist. Der Mündungsdruck selbst ist

$$p_m = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} p_i,$$

bei Sattdampf z. B.

$$p_m = 0,577 p_i.$$

Wenn nun der Mündungsdruck unverändert bleibt, so bleibt auch das für die Beschleunigung verfügbare Arbeitsgefälle zwischen den Drücken  $p_i$  und  $p_m$  gleich und hiermit auch die Ausflußgeschwindigkeit  $w_m$  und die Ausflußmenge.

Die Geschwindigkeit kann also den Höchstwert, der sich aus

$$w_m = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_i v_i \left[ 1 - \left( \frac{p_m}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

$$\text{mit } \frac{p_m}{p_i} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \dots \quad (19)$$

ergibt, nicht übersteigen. Es wird

$$(w_m)_{max} = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_i v_i} \quad \dots \dots \quad (20)$$

Ersetzt man hierin  $p_i$  und  $v_i$  durch  $p_m$  und  $v_m$  gemäß

$$p_i v_i^k = p_m v_m^k$$

und

$$\frac{p_m}{p_i} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

so wird auch

$$(w_m)_{max} = \sqrt{g k p_m v_m}.$$

Dieser Ausdruck stellt den Wert der Schallgeschwindigkeit im Dampf vom Mündungszustand dar. In gewöhnlichen Mündungen kann also die Ausflußgeschwindigkeit nur die Schallgeschwindigkeit erreichen. Die genaue Begründung dieser Erscheinung enthält der vorangehende Abschnitt.

Diese Tatsache ist für den Dampfturbinenbau von der größten Tragweite. In Mündungen oder Kanälen von gewöhnlicher, d. h. prismatischer oder konvergenter Form kann der Dampf höchstens diese Geschwindigkeit annehmen, wie groß auch der Überdruck sein mag<sup>1)</sup>. — Der Mündungsdruck kann nicht kleiner werden als  $0,577 p_i$  bei Sattdampf bzw.  $0,546 p_i$  bei Heißdampf, wenn im Außenraum ein noch so tiefes Vakuum herrscht. Das bei hohem Überdruck vorhandene große Arbeitsgefälle kann somit bis zum Austritt aus der Mündung nur mit dem zwischen  $p_i$  und  $0,577 p_i$  liegenden Bruchteil in Geschwindigkeit, d. h. Strömungsenergie umgesetzt werden.

In Fig. 57 ist dies die oberhalb der schraffierten Geraden gelegene Fläche. Die Umsetzung des darunterliegenden Flächenrestes in Geschwindigkeit ist mit einfachen Mündungen oder Kanälen nicht möglich, sondern erfordert besondere Maßnahmen. (Düsen, s. Abschn. 45).

Für Gase wird die größte Ausflußmenge für 1 qcm Mündung

$$\left( \frac{G_{sec}}{f} \right)_{max} = 0,0215 \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} \quad (p_i \text{ in kg/qcm}).$$

Hierin ist  $k = 1,4$ ,  $\psi_{max} = 0,484$  gesetzt.

Ferner ist wegen

$$10000 p_i v_i = RT_i$$

<sup>1)</sup> Eine Ausnahme machen in gewissem Umfang Mündungen mit Schrägschnitt, da in diesem der Dampf sich ähnlich wie in einer erweiterten Düse weiter ausdehnt und demgemäß beschleunigt. Dabei wird der austretende Strahl von der Austrittsrichtung der Mündung so abgelenkt, daß er senkrecht zu seiner Strömungsrichtung den dem tieferen Druck und größeren Volumen entsprechenden Querschnitt besitzt. — Auch im freien Strahl außerhalb der Mündung kann Überschallgeschwindigkeit auftreten.

auch

$$\frac{v_i}{p_i} = \frac{RT_i}{p_i^2 \cdot 10000},$$

somit

$$\sqrt{\frac{p_i}{v_i}} = \frac{100 p_i}{\sqrt{RT_i}}.$$

Daraus folgt

$$\left( \frac{G_{sec}}{f} \right)_{max} = \frac{2,15 p_i}{\sqrt{RT_i}} \quad \dots \quad (21)$$

Das größte Ausflußgewicht bei Druckverhältnissen über  $1:0,528$  oder  $1,89:1$  ist also bei gleicher Temperatur dem Druck proportional.

Das größte Ausflußvolumen, bezogen auf Gas vom Anfangszustand, wird für 1 qcm

$$V_{max} = \left( \frac{G_{sec}}{f} \right)_{max} \cdot v_i = 0,000215 \sqrt{RT_i} \text{ cbm/sec} \quad (22)$$

ist also für hohen und niederen Druck bei gleicher Temperatur gleich groß.

Die Ausflußgeschwindigkeit für die hohen Überdruckverhältnisse wird

$$w_{max} = \sqrt{2 g \frac{k}{k+1} p_i v_i},$$

also mit  $k=1,4$

$$w_{max} = 3,38 \sqrt{RT_i} \quad \dots \quad (23)$$

Für Luft wird z. B. mit  $R=29,27$ ,  $t_i=0^\circ$ ;  $T_i=273$ ,

$$w_{max} = 302 \text{ m/sec.}$$

Für Wasserstoff mit  $R=422,6$  bei  $t_i=0^\circ$

$$w_{max} = 1150 \text{ m/sec.}$$

Bei Feuergastemperaturen werden die Geschwindigkeiten entsprechend größer. Für  $k$  sind die bei diesen Temperaturen gültigen Werte nach Abschn. 12 einzuführen.

Für Heißdampf ist mit  $k=1,30$

$$w_{max} = 333 \sqrt{p_i v_i} \quad (p_i \text{ in kg/qcm}) \quad \dots \quad (24)$$

worin

$$p_i v_i = \frac{47,1 \cdot (273 + t_i)}{10000} - 0,016 p_i \quad (p_i \text{ in kg/qcm}).$$

In praktischen Fällen liegt  $t_i$  in den Grenzen  $200^\circ$  und  $350^\circ$ ,  $p_i$  zwischen 2 und 13 kg/qcm abs., daher  $p_i v_i$  zwischen 2,2 und 2,8, somit  $\sqrt{p_i v_i}$  zwischen 1,48 und 1,68. Äußerstenfalles wird also

$$w_{max} \cong 560 \text{ m/sec.}$$

Ferner wird  $\frac{G_{sec}}{f} = 0,021 \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} \dots \dots \dots \quad (25)$

worin  $v_i = 47,1 \frac{273 + t_i}{10000 p_i} - 0,016$  ( $p_i$  in kg/qcm).

Für Sattdampf mit  $k = 1,135$  erhält man

$$w_{max} = 323 \sqrt{p_i v_i} \quad (p_i \text{ in kg/qcm}) \dots \dots \dots \quad (26)$$

Zwischen 3 und 12 kg/qcm abs. ist  $\sqrt{p_i v_i}$  gleich 1,27 bis 1,42. Sattdampf kann also aus einfachen Mündungen mit nicht mehr als 470 m/sec ausströmen.

Die Ausflußmenge für hohe Druckverhältnisse (über 1 : 0,577 oder 1,735 : 1) wird

$$\frac{G_{sec}}{f} = 0,020 \cdot \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} \quad (p_i \text{ in kg/qcm}) \dots \dots \dots \quad (27)$$

#### 45. Expansionsdüsen (Lavalsche Düsen).

Beim Ausströmen aus einfachen Mündungen beliebiger Querschnittsform, nach Fig. 59 oben, kann die Ausflußgeschwindigkeit von Gasen und Dämpfen im kleinsten Mündungsquerschnitt die Schallgeschwindigkeit nicht übersteigen (Abschn. 44) und das zur Geschwindigkeitserzeugung verfügbare Arbeitsgefälle ist durch die Drücke  $p_i$  (Anfangsdruck) und  $p_m = 0,577 p_i$  (Mündungsdruck bei Sattdampf) begrenzt. Für solche Dampfturbinen, die nach Art der mit Wasser betriebenen Strahlturbinen (Druckturbinen, Aktionsturbinen, Löffelräder) arbeiten sollen, bei denen also der aus einem oder mehreren Mundstücken (oder Kanälen) austretende und bis auf den Gegendruck entspannte Strahl ein Turbinenrad treibt, bedeutet dieser Umstand einen außerordentlichen Nachteil. Denn nur die Strömungsenergie, die der Strahl mitbringt, ist in einem solchen Rade in mechanische Energie umsetzbar. Der Rest der Arbeitsfähigkeit des Dampfes, in Fig. 57 der Flächenteil unterhalb der schraffierten Wagrechten, bedeutet von vornherein Verlust. Dieser fällt um so größer aus, je höher der Anfangsdruck, je tiefer der Gegendruck ist.

De Laval in Stockholm hat das Mittel entdeckt, um diesen Verlust, der Dampfturbinen der bezeichneten Art ökonomisch unmöglich machen würde, zu vermeiden.

Wird nämlich der aus einer einfachen, innen abgerundeten Mündung austretende Strahl nach dem Durchgang durch die engste Stelle (Mündungsquerschnitt  $f_m$ ) in einer sich allmählich erweiternden Ansatzröhre (Düse), Fig. 59 unten, gefaßt, so sinkt der Druck in dem erweiterten Teil unter  $0,577 p_i$  herab. Das in Geschwindigkeit umsetzbare Arbeitsgefälle wird dadurch vergrößert, je nach dem Erweiterungsgrade der Düse mehr oder weniger, und die Geschwindigkeit steigt daher über die im engsten Querschnitt herrschende Schall-

geschwindigkeit. Die beim Austritt erreichte Geschwindigkeit  $w_a$  ist von dem Erweiterungsverhältnis der Düse ( $f_a : f_m$ ) abhängig. Man kann dieses so bemessen, daß der Dampf bis zu beliebigen Gegenräumen expandiert (Atmosphäre bei Auspuff, Vakuum bei Kondensation, bei mehrstufigen Turbinen beliebige Zwischenwerte). Es herrscht dann am Ende der Düse der gleiche Druck wie im Außenraum.

Bedingung, daß die Düse diese Wirkung hat, ist ein hinreichend kleiner Kegelwinkel (nicht viel über  $10^\circ$ ), da sich bei rascher Erweiterung der Strahl von den Düsenwandungen löst. Die Düsen

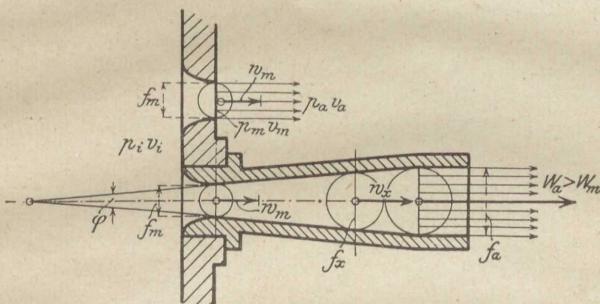


Fig. 59.

fallen daher für die gleiche Dampfmenge um so länger aus, je größer der verlangte Expansionsgrad ist.

Die Reibung des Dampfstrahls spielt bei Düsen wegen der sehr großen Geschwindigkeiten (bis 1000 m und mehr) und wegen der erheblichen Oberflächen der inneren Düsenwand eine etwas größere Rolle als bei einfachen Mündungen. Zunächst muß aber die Reibung außer Berücksichtigung bleiben (ideale Düse).

Unter dieser Voraussetzung verläuft die Zustandsänderung in der Düse adiabatisch, wie früher bei den einfachen Mündungen. Druck  $p_x$  und spez. Volumen  $v_x$  an verschiedenen Stellen der Düse sind alsdann durch die Beziehung

$$p_x v_x^k = p_m v_m^k \text{ (oder } = p_i v_i^k)$$

verbunden.

Nun kann die Strömung leicht rechnerisch verfolgt werden. Durch jeden Querschnitt ( $f_x$ ) der Düse strömt in jeder Sekunde das gleiche Dampfgewicht. Dieses ist, da an der engsten Stelle  $f_m$  der „Mündungsdruck“  $p_m = p_i \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$  herrscht, durch die früher entwickelte Formel für  $(G_{sec})_{max}$  bestimmt, also

$$G_{sec} = 0,0443 f_m \psi_{max} \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} = a f_m \sqrt{\frac{p_i}{v_i}} \quad \dots \quad (1)$$

( $f_m$  in qcm,  $p_i$  in kg/qcm).

Hierin ist nach Abschn. 44

$$\begin{aligned} \text{für Sattdampf } a &= 0,020 \\ \text{" Heißdampf } a &= 0,021 \\ \text{" Gase } a &= 0,0215. \end{aligned}$$

Für ein gegebenes Dampfgewicht ist hieraus der engste Düsenquerschnitt  $f_m$  berechenbar.

Soll sich nun der Dampf nach dem engsten Querschnitt, im erweiterten Düsenteil, bis zu einem Druck  $p_x < p_m$  weiter ausdehnen und so die dem Druckgefälle von  $p_i$  bis  $p_x$  entsprechende Überschallgeschwindigkeit  $w_x$  (Gl. 7, Abschn. 44) annehmen, so muß ihm der nach dem Gesetz der stetigen Raumerfüllung erforderliche Querschnitt  $f_x$  zur Verfügung stehen. Da die sekundlich durch  $f_m$  und  $f_x$  fließenden Dampfgewichte gleich sind, so folgt

$$G_{sec} = \frac{f_m w_m}{v_m} = \frac{f_x w_x}{v_x}.$$

Somit ist der gesuchte Querschnitt  $f_x$ , in dem der Druck  $p_x$  erreicht wird,

$$f_x = f_m \cdot \frac{w_m}{w_x} \cdot \frac{v_x}{v_m} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Die zahlenmäßige Berechnung zeigt, daß daraus für  $w_x > w_m$  folgt

$$f_x > f_m,$$

also eine von  $f_m$  auf  $f_x$  sich erweiternde Düse (Fig. 59). Wie groß die Erweiterung sein muß, folgt aus Gl. 2, wenn man darin die entsprechenden Werte  $w_m$ ,  $w_x$ ,  $v_m$ ,  $v_x$  einführt, die sich einzeln berechnen lassen. Es kann aber auch ein geschlossener Ausdruck für die Düsenerweiterung gefunden werden.

Für den engsten Düsenquerschnitt  $f_m$  gilt nämlich nach Gl. 12, Abschn. 44 auch

$$\frac{G_{sec}}{f_m} = \psi_{max} \sqrt{2 g \frac{p_i}{v_i}} \quad \dots \dots \dots \quad (1a)$$

Für einen beliebigen Querschnitt  $f_x$  im erweiterten Teil ist dagegen nach Gl. 10, Abschn. 44

$$\frac{G_{sec}}{f_x} = \psi_x \sqrt{2 g \frac{p_i}{v_i}} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

Bei einfachen Mündungen gilt diese Beziehung nach Abschn. 44 allerdings nur für das Gebiet der unterkritischen Druckverhältnisse. Wenn jedoch wie hier durch entsprechende Düsenerweiterung dafür gesorgt wird, daß die nach Gl. 7, Abschn. 44 errechenbare Geschwindigkeit  $w_x > w_m$  auch wirklich erreicht werden kann, so gilt Gl. 10, die unmittelbar aus Gl. 7 folgt, auch für überkritische Druckverhältnisse.

Nur muß in Gl. 3 für  $G_{sec}$  der aus Gl. 1a oder 1 folgende Wert eingeführt werden, der durch den engsten Querschnitt bedingt wird. Damit ist dann  $f_x$  aus Gl. 3 eindeutig bestimmt.

Die Vereinigung von Gl. 1a und 3 ergibt

$$\frac{f_x}{f_m} = \frac{\psi_{max}}{\psi_x} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

Für den Austrittsquerschnitt  $f_a$  der Düse, in dem der Druck  $p_x$  gleich dem Außendruck  $p_a$  werden soll, gilt

$$\frac{f_a}{f_m} = \frac{\psi_{max}}{\psi_a} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4a)$$

Die Werte  $\psi$  sind in Fig. 58 für Gase, Heißdampf und Satteldampf aufgetragen. Der gestrichelte Ast dieser Kurven zwischen  $p_a/p_i = 0$  und dem kritischen Druckverhältnis im höchsten Punkt war für einfache Mündungen bedeutungslos. Für die Lavalsche Düse dagegen zeigt Gl. 4, daß das Verhältnis der höchsten Ordinate  $\psi_{max}$  zu der beliebigen, zum Druckexpansionsverhältnis  $p_x/p_i$  gehörigen Ordinate  $\psi$  angibt, wievielmal größer der zur Ausdehnung auf  $p_x/p_i$  notwendige Düsenquerschnitt sein muß, als der engste Querschnitt der Düse.

Nun findet aber Expansion auch schon vor Erreichung des engsten Querschnittes statt. Vom Mündungsanfang bis dahin sinkt der Druck von  $p_i$  auf  $p_m$ , also im Verhältnis  $p_m/p_i$ . Dieser Strecke entspricht in Fig. 58 der ausgezogene Ast der Kurven, denn für die hierzu gehörigen Druckverhältnisse zwischen 1 und  $p_m/p_i$  gelten die gleichen Formeln, wie oben für den erweiterten Düsenteil.

Das Verhältnis der höchsten Ordinaten der Kurven ( $\psi_{max}$ ) zur Ordinate  $\psi$  eines beliebigen auf dem ausgezogenen bzw. gestrichelten Kurvenaste liegenden Punktes  $P'$  bzw.  $P$  ist zugleich das Verhältnis, in welchem die Düsenquerschnitte, die zur Expansion auf das betreffende Druckverhältnis (in Fig. 58 bei  $P'$  auf 0,9  $p_i$ , bei  $P$  auf 0,1  $p_i$ ) gehören, größer sein müssen, als der engste Düsenquerschnitt  $f_m$ . Die Ordinaten der  $\psi$ -Kurve stellen also allgemein die reziproken Werte der Düsenquerschnitte dar, wenn die höchste Ordinate gleich dem engsten Düsenquerschnitt gesetzt wird.

Daraus folgt, daß eine Düse für regelmäßig fortschreitende Druckabnahme und stetige Geschwindigkeitszunahme von der Eintrittsstelle an sich zunächst verengen, später aber erweitern muß. Im ersten Teile expandiert der Dampf von  $p_i$  auf  $p_m = 0,577 p_i$  (Satteldampf), und die Geschwindigkeit erreicht in  $f_m$  die zu  $p_m$  und  $v_m$  gehörige Schallgeschwindigkeit. Im zweiten Teile fällt der Druck weiter, je nach dem Verhältnis des weitesten Querschnitts (Austrittsquerschnitt  $f_a$ ) zum engsten ( $f_m$ ), und die Strahlgeschwindigkeit steigt nach dem engsten Querschnitt über die Schallgeschwindigkeit.

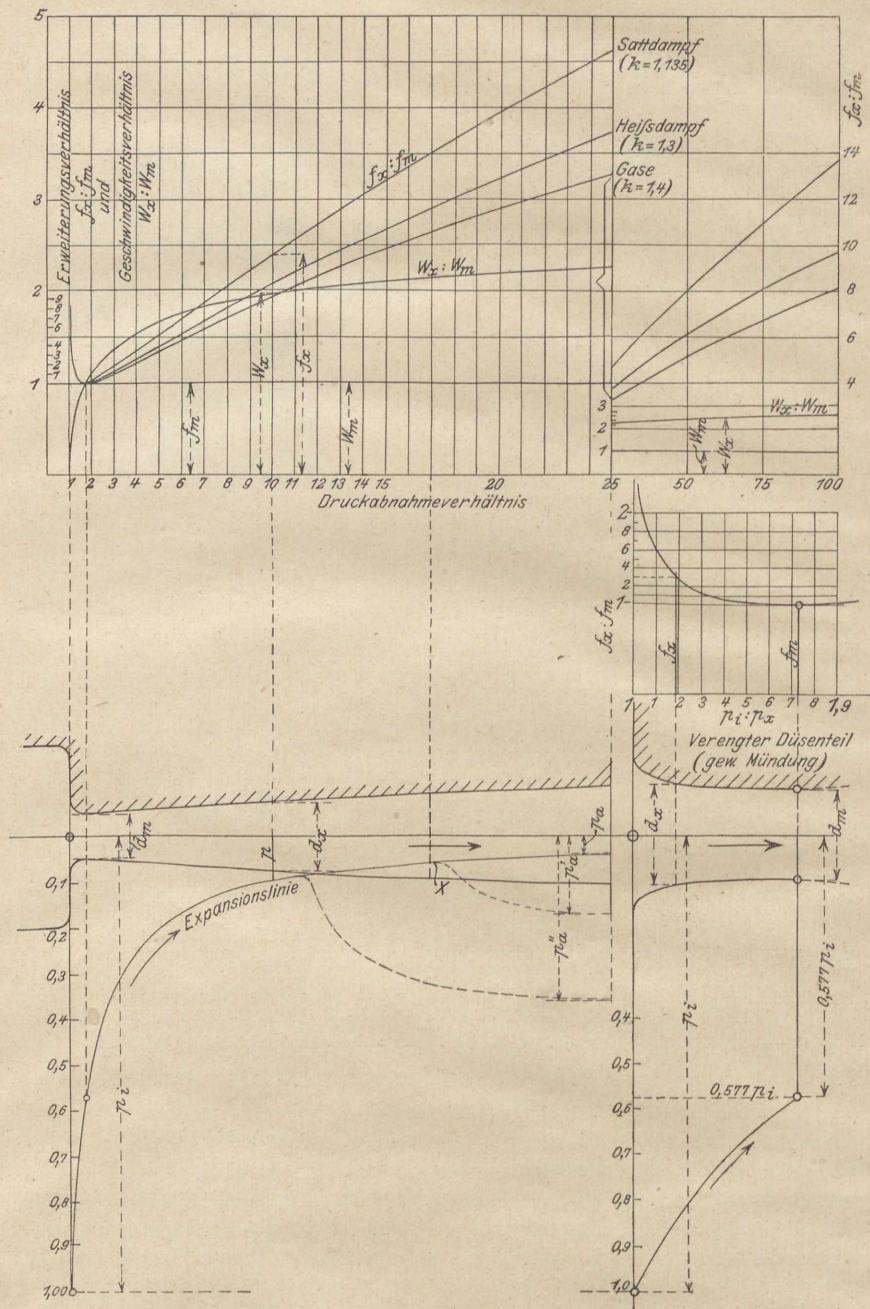


Fig. 60.

In Fig. 60 sind oben als Abszissen die Verhältnisse  $p_i/p_x$  (also die reziproken Werte der Abszissen von Fig. 58) aufgetragen, als Ordinaten die Erweiterungsverhältnisse  $f_x/f_m$  der Düsen für Sattdampf, Heißdampf und Gase. Am stärksten erweitern sich hiernach bei gleichem Druckabfall die Sattdampfdüsen, weniger die Heißdampfdüsen, am wenigsten die Gasdüsen (der rechte obere Teil der Fig. 60 gilt für 25- bis 100fache Expansion, wofür ein kleinerer Maßstab erforderlich war).

Im unteren Teil der Fig. 60 sind die Durchmesser einer Düse mit kreisförmigem Querschnitt (für Sattdampf) aufgetragen, wobei als Abszissen wieder die Druckverhältnisse genommen sind. Es ergibt sich daraus eine Düse von konoidischer Form, in welcher der Dampf nach den Ordinaten der darunter liegenden Kurve expandiert (bei der Ordinate 1 herrscht der Innendruck  $p_i$ , bei der Ordinate 17 z. B. der Druck  $1/17 p_i$ ). — Mittels dieser Darstellung kann auch der Druckverlauf in einer beliebig geformten Düse leicht ermittelt werden. Man hat nur die Verhältnisse  $f_x/f_m$  der gegebenen (z. B. konischen) Düse für verschiedene Stellen zu bestimmen und mit diesen Werten aus den oberen Kurven der Fig. 60 die Druck-Expansionsverhältnisse abzugreifen.

Die Austrittsgeschwindigkeit aus der Düse erhält man, falls der Austrittsquerschnitt  $f_a$  so berechnet ist, daß der Druck des austretenden Strahles gleich dem Außendruck ist (vollständige Expansion) aus

$$w_a = \sqrt{2 g L}$$

mit  $L$  als gesamtem Arbeitsgefälle zwischen  $p_i$  und  $p_a$ . Es ist demnach

$$w_a = \sqrt{2 g \frac{k}{k-1} p_i v_i \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad . . . . . \quad (5)$$

In Fig. 60 sind auch die Vielfachen von  $w_m$ , die bestimmten Expansionsgraden angehören, für Sattdampf eingetragen. Bei rund 11 facher Expansion wird die doppelte Schallgeschwindigkeit erreicht.

Bei 12 facher Expansion (z. B. von 12 auf 1 at. bei Auspuffturbinen) ist die Austrittsgeschwindigkeit aus der Düse  $2,03 w_m$  (also rd.  $2,03 \cdot 460 = 934$  m/sec), bei 100 facher Expansion (von 12 auf 0,12 at)  $2,6 \cdot 460 = 1195$  m/sec.

Wenn überheizter Dampf in einer Düse derart expandiert, daß er innerhalb der Düse in den gesättigten Zustand übergeht, so verlieren die obigen Formeln 3, 4 und 5 ihre Gültigkeit aus dem einfachen Grunde, weil die Adiabate von da ab den wesentlich kleineren Exponenten 1,135 (gegen vorher 1,3) besitzt. Findet der Übergang schon vor Erreichung des engsten Querschnitts statt, so gilt auch Gl. 1 nicht mehr und ebensowenig die Beziehung für den Mündungsdruck. Obwohl sich entsprechende allgemeine Formeln für diesen Fall aufstellen lassen, wird sich mehr die graphische Behandlung mittels der Entropietafeln empfehlen.

#### 46. Berechnung des Arbeitsgefälles und der Ausflußgeschwindigkeit von Dampf mittels des Wärmeinhaltes.

Die aus 1 kg Dampf von der Spannung  $p_1$  bei Ausdehnung bis auf den Gegendruck  $p_2$  verfügbare Arbeit  $L_0$  wird durch das Diagramm Fig. 61 dargestellt. Diese Arbeit ist die gleiche, ob sie in einer Kolbendampfmaschine mit vollständiger Expansion oder in einer Turbine verrichtet wird, oder als lebendige Kraft eines ausströmenden

Strahles in Erscheinung tritt. Die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit im letzteren Falle ist

$$w = \sqrt{2g L_0}.$$

Die Arbeitsfläche ist

$$L_0 = p_1 v_1 - p_2 v_2 + \text{Fläche } (BCC'B').$$

Die absolute Ausdehnungsarbeit  $L_0(BCC'B')$  ist bei adiabatischer Zustandsänderung gleich der Abnahme der eigenen Energie ( $U$ ) des Dampfes von  $B$  bis  $C$ ,

da sie ganz aus dieser heraus verrichtet wird.

Nach Abschn. 35 ist in  $B$

$$U_1 = q_1 + x_1 \varrho_1,$$

in  $C$

$$U_2 = q_2 + x_2 \varrho_2,$$

mit  $x_1$  und  $x_2$  als Dampfgehalten des (feuchten) Dampfes bei  $B$  und  $C$ . Es ist also

$$L_e = [q_1 + x_1 \varrho_1 - (q_2 + x_2 \varrho_2)] 427.$$

Somit ist

$$AL_0 = q_1 + x_1 \varrho_1 + Ap_1 v_1 - (q_2 + x_2 \varrho_2 + Ap_2 v_2).$$

Der Wert  $q + x\varrho + Apv$  ist durch den Dampfzustand vollständig bestimmt, wie leicht zu erkennen, und wird als „Wärmeinhalt bei konstantem Druck“ bezeichnet ( $i$  oder  $J$ ).

Mit

$$i = q + x\varrho + Apv = U + Apv$$

wird somit

$$L_0 = 427(i_1 - i_2) \quad \text{und} \quad w = 91,53 \sqrt{i_1 - i_2}.$$

Nach Absch. 35 ist die Gesamtwärme von feuchtem Dampf

$$\lambda = q + x\varrho + \frac{1}{427} p(v - 0,001).$$

Vernachlässigt man das Volumen 0,001 des flüssigen Wassers gegenüber dem ganzen Volumen  $v$ , was selbst bei sehr feuchtem Dampf noch völlig zulässig ist, so wird

$$\lambda = i,$$

d. h. die Gesamtwärme identisch mit dem Wärmeinhalt bei konstantem Druck. Dieser ist nur um den Betrag  $Ap\sigma$ , also z. B. bei 15 at um

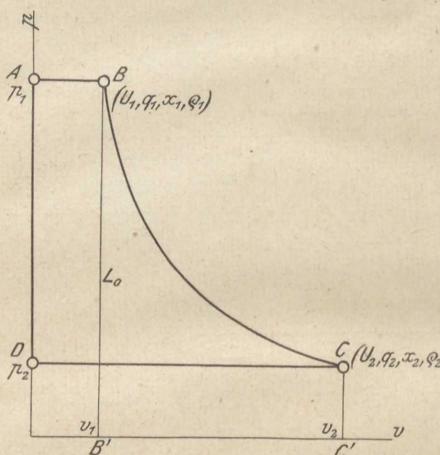


Fig. 61.

$$\frac{10000 \cdot 15 \cdot 0,0011}{427} = 0,386 \text{ Cal}$$

größer, was gegenüber den Absolutwerten von 600 bis 700 Cal verschwindend ist. Daher ist auch sehr angenähert

$$L_0 = 427(\lambda_1 - \lambda_2).$$

Hierbei ist aber wohl zu beachten, daß  $\lambda_1$  nur bei trockenem Dampf, dagegen  $\lambda_2$  überhaupt nicht unmittelbar den Dampftabellen entnommen werden kann, weil am Ende der adiabatischen Ausdehnung der Dampf stets feucht ist.  $\lambda_2$  bzw.  $i_2$  ist vielmehr nach

$$i_2 = q_2 + x_2 \varrho_2 + \frac{1}{427} p_2 x_2 \cdot (v_s)_2$$

zu berechnen, nachdem die Feuchtigkeit  $x_2$  am Ende der Expansion auf die in Abschn. 37 angegebene Weise bestimmt ist.

Dieser Weg ergibt eine besonders einfache Bestimmung von  $L_0$  bzw.  $w$ , wenn  $\lambda$  (bzw.  $i$ ) für das Ende der Expansion aus graphischen Darstellungen entnommen werden kann. Dazu dient die JS-Tafel (Abschn. 47).

Das Verfahren selbst gilt für beliebige Körper, nicht nur für Sattdampf.

#### 47. Die JS-Tafel für Wasserdampf.

Seit dem Auftreten der Dampfturbinen haben die Entropiediagramme große praktische Bedeutung gewonnen, hauptsächlich weil sich mit ihrer Hilfe auch der Einfluß der Strömungswiderstände auf die Zustandsänderungen in Düsen und Turbinenkanälen übersichtlich verfolgen läßt. Zur Bestimmung von Arbeitsgefällen müssen im TS-Diagramm die entsprechenden Wärmeflächen planimetriert werden, oder es müssen Kurven konstanten Wärmeinhalts eingetragen sein. Dies kann nun vermieden und die betreffenden Arbeitswerte können einfach als Strecken abgegriffen werden, wenn man, wie zuerst Mollier gezeigt hat, als Ordinaten im Entropiediagramm anstatt der Temperaturen die Wärmeinhalte  $i$  einführt. Die JS-Tafel kommt zustande wie folgt:

Man trägt zunächst Texttafel III, die Entropiewerte  $S$  des trockenen Sattdampfes als Abszissen zu den Wärmeinhalten  $i$  als Ordinaten auf und vermerkt die Drücke in beliebigen Abstufungen, Kurve  $AB$  in Tafel III für Drücke zwischen 16 und 0,06 at abs. Dies ergibt die „obere Grenzkurve“. In gleicher Weise findet man die „untere Grenzkurve“  $A_1B_1$  für flüssiges Wasser von der Siedetemperatur (zwischen den gleichen Drücken).

Weiter handelt es sich darum, die wichtigsten Zustandsänderungen, insbesondere diejenigen bei konstantem Druck und bei konstanter Temperatur, auch für das Heißdampfgebiet oberhalb  $AB$ , im Diagramm darzustellen. Die Zustandsänderungen bei konstantem Druck erscheinen im Sattdampfgebiet als Gerade. Wird z. B. trockener Satt dampf von 16 at bei unveränderlichem Drucke abgekühlt (wobei er

sich niederschlägt), so ändern sich  $i$  und  $S$  nach der Geraden  $AA_1$ . Man erhält also diese Zustandsänderung für beliebige Drücke durch geradlinige Verbindung der zu gleichen Drücken gehörigen Punkte beider Grenzkurven, Tafel III.

Die zu bestimmten Punkten auf  $AA_1$  gehörigen Feuchtigkeitsgrade (bzw. Dampfgehalte) ergeben sich durch Einteilung von  $AA_1$  in gleiche Teile. Bei  $A'$  liegt z. B. Dampf von 30 v. H. Feuchtigkeit, also 70 v. H. oder 0,7 Dampfgehalt vor. Es ist.

$$\frac{A_1 A'}{A_1 A} = 0,7.$$

In ganz gleicher Weise findet man die Dampfgehaltswerte auf den übrigen Geraden gleichen Druckes.

Die Zustandsänderung mit gleichbleibender Feuchtigkeit erhält man durch Verbindung von Punkten gleicher Feuchtigkeit auf den Geraden  $p = \text{konst.}$ , z. B. Kurve  $A'B'$  für  $x = 0,7$ .

Die Geraden gleichen Druckes sind im Sattdampfgebiet gleichzeitig Isothermen.

Im Heißdampfgebiet können die Kurven gleichen Druckes, die die Fortsetzung der Geraden des Sattdampfgebietes bilden, eingetragen werden, nachdem erst die Entropiewerte (aus den Münchener Versuchen über  $c_p$ ) bestimmt sind<sup>1)</sup>.

Die Kurven konstanter Temperatur lassen unter anderem durch ihren fast wagerechten Verlauf erkennen, daß die Wärmemengen ( $i$ ), die zur Herstellung von überheiztem Dampf aus Wasser erforderlich sind, von dem Dampfdruck fast unabhängig sind. So sind z. B. zur Herstellung von Heißdampf von 350° aus Wasser von 0° erforderlich bei

14	10	6	1 at
752,8	753,8	755	757 Cal.

Die Zustandsänderung bei der Drosselung ist im JS-Diagramm durch wagerechte Gerade dargestellt, da bei der Drosselung  $i$  unverändert bleibt.

Anwendungsbeispiele. 1. Wie groß ist das Wärmegefälle bei adiabatischer Expansion bis 0,1 at für

- a) trockenen Sattdampf von 12, 8, 5, 1 at abs.?
- b) Heißdampf von 350° bei gleichen Drücken?

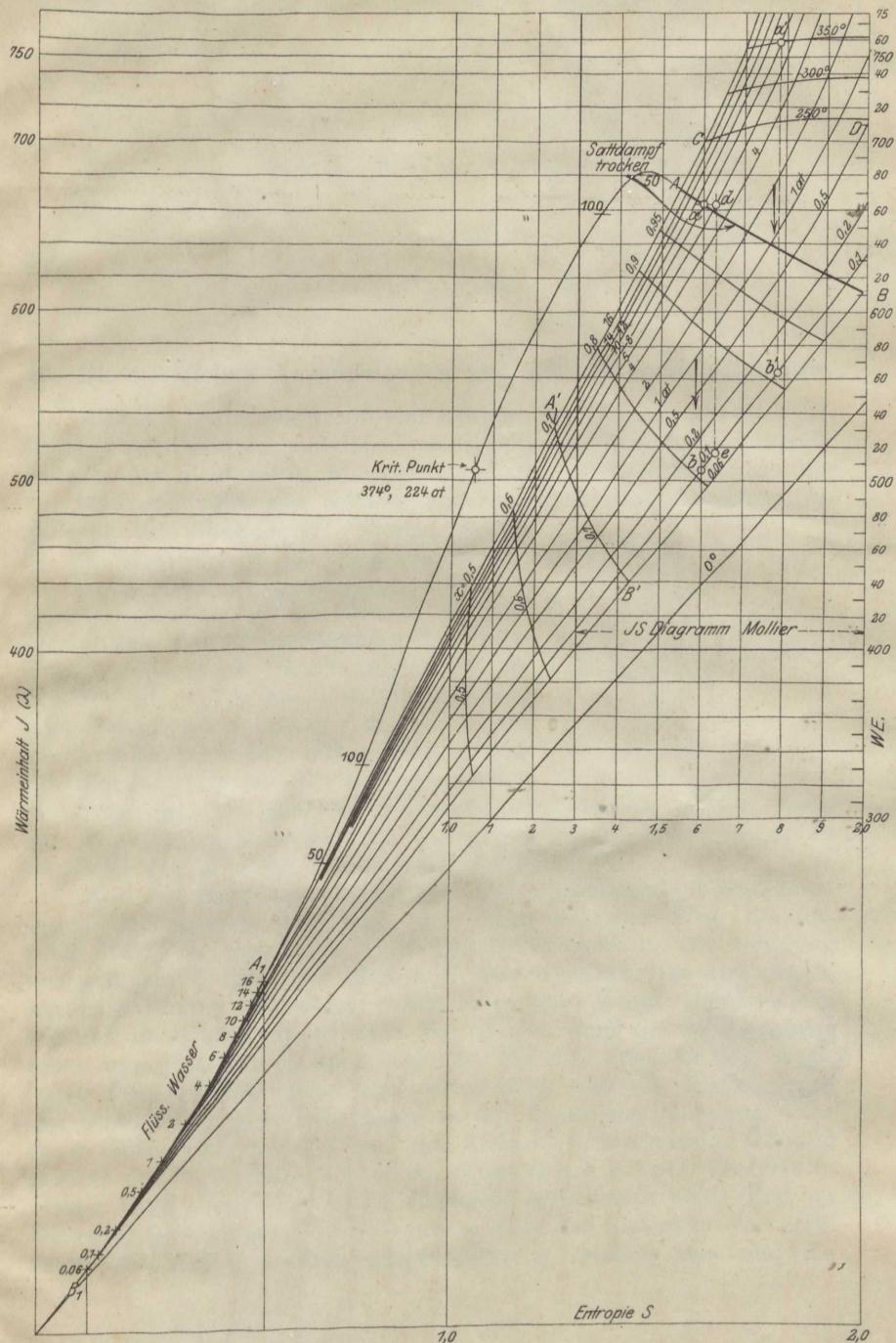
Für Sattdampf von 8 at ist das Wärmegefälle gleich der Strecke  $ab$ , Taf. III. Dies sind 157,2 Cal, das Arbeitsgefälle ist daher  $427 \cdot 157,2 = 67120$  mkg. Für Heißdampf von 8 at erhält man  $(a'b') = 194$  Cal = 82800 mkg.

Die Tafel ergibt auf diese Weise für

	12	8	5	1 at
bei Sattdampf				
	$i_1 - i_2 = 172$	158	142	83 Cal Wärmegefälle.
bei Heißdampf	207,5	195	180	122 Cal.

<sup>1)</sup> Eine größere Tafel nach Mollier ist im Verlage von J. Springer, Berlin erschienen. Zwei solche Tafeln sind auch dem größeren Werk des Verf. Bd. I u. II beigegeben.

## JS Diagramm für Wasserdampf.



W. Schröder, Paderborn - Vellum

Die Disputation der Masserdschule



2. Wie groß ist die Ausflußgeschwindigkeit von Heißdampf von 12 at abs. und  $350^{\circ}$  aus einer entsprechend geformten Düse bei einem Gegendruck von 0,1 at abs.?

Allgemein ist

$$w = \sqrt{2gL}.$$

Mit  $i_1 - i_2$  als Wärmegefälle,  $L = 427$  ( $i_1 - i_2$ ) wird

$$w = \sqrt{2g \cdot 427 \cdot (i_1 - i_2)} = 91,53 \sqrt{i_1 - i_2}.$$

Nach der JS-Tafel ist

$$i_1 - i_2 = 207,5,$$

daher

$$w = 91,53 \sqrt{207,5} = 1320 \text{ m/sec.}$$

## 48. Die wirklichen Ausflußmengen und Ausflußgeschwindigkeiten.

Aus der Hydraulik tropfbarer Körper ist bekannt, daß die wirklichen Ausflußmengen und Geschwindigkeiten für Mündungen irgendwelcher Art nicht allein vom Flächeninhalt des engsten Querschnitts der Mündung abhängen, sondern außerdem von der besonderen Gestaltung der Mündungen. Hierbei kommt es viel weniger auf die Querschnittsform an, ob die Mündung kreisförmig, rechteckig, quadratisch usw. ist, als darauf, wie der Übergang des Längsschnittes der Mündung in die anschließende Gefäßwand beschaffen ist. Auch alle Versuche mit Luft oder Dampf haben gezeigt, daß die rechnungsmäßig nach den früher entwickelten Gleichungen Abschn. 44 zu erwartenden Ausflußmengen nur dann nahezu vollständig erreicht werden, wenn die dem Einlauf benachbarten Querschnitte nicht unvermittelt in den sehr viel größeren Gefäßquerschnitt übergehen.

Auf alle Fälle braucht nämlich die ausströmende Flüssigkeitsmasse eine gewisse Zeit und einen entsprechenden Weg, um aus ihrer Ruhe im Gefäß die Ausflußgeschwindigkeit in der Mündung anzunehmen. Besteht also diese z. B. aus einem scharfkantigen Loch, wie jede Öffnung von einiger Größe in dünner Wand oder wie eine Öffnung in dickerer Wand nach Fig. 62, so muß die Strahlbildung schon innerhalb des Gefäßes beginnen, Fig. 62. Versuche mit tropfbaren Flüssigkeiten zeigen auch dem Auge, daß die Fließrichtung des Strahles an seiner Oberfläche in der Ebene der Mündung nicht seiner Mittelachse parallel ist. Im Falle einer kreisrunden Öffnung besteht der freie Strahl aus einem koidischen Körper, der erst in einiger Entfernung vom Loche allmählich zylindrisch wird. Erst im kleinsten Querschnitt  $F' < F$  kann gemäß der Stetigkeit der Strömung die größte Ausflußgeschwindigkeit  $w$  erreicht sein und die,

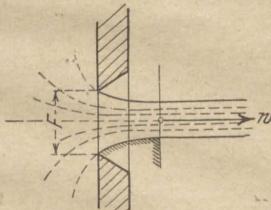


Fig. 62.

sekundliche Ausflußmenge ist daher nicht  $Fw\gamma$ , sondern  $F'w\gamma$ . Setzt man das Kontraktionsverhältnis  $F'/F = \alpha$ , so wird

$$G_{sec} = \alpha Fw\gamma.$$

Man kann leicht aus Fig. 62 folgern, daß eine Mündungsform, die sich der natürlichen Form des aus der Ruhe allmählich entstehenden Strahles anschließt, und zwar so, daß im engsten Mündungsquerschnitt alle Flüssigkeitsfäden (Stromlinien) parallel sind, auch nahezu die rechnungsmäßigen Mengen durchlassen wird. Dies wird durch die Ausflußversuche bestätigt, die nebenbei lehren, daß es nicht auf einen besonderen Verlauf der Meridianlinie der Mündung ankommt, sondern im wesentlichen darauf, daß der Übergang (die Abrundung) allmählich ist, wobei schon verhältnismäßig kleine Krümmungshalbmesser bedeutende Wirkung äußern.

Selbst bei sehr vollkommener Abrundung bleiben jedoch die wirklichen Ausflußmengen bei den besten Versuchen noch etwas unter den errechneten. Dies wird so erklärt, daß die größte Ausflußgeschwindigkeit  $w$  nicht den Wert  $w_0$  erreicht, der ihr nach dem Druckverhältnis und den sonstigen Eigenschaften des strömenden Körpers zukommt. Ein Teil dieser Geschwindigkeit wird vielmehr durch die Wandreibung des Strahles verzehrt. Man hat also

$$w = \varphi w_0,$$

wobei der „Geschwindigkeitskoeffizient“  $\varphi < 1$  ist. Bei einer einfachen Mündung ist also

$$G_{sec} = \alpha f \varphi w_0 \gamma = \alpha \varphi f w_0 \gamma.$$

Setzt man

$$\alpha \varphi = \mu,$$

so wird

$$G_{sec} = \mu f w_0 \gamma.$$

Im allgemeinen jedoch besteht die Beziehung  $\alpha \varphi = \mu$  nicht, z. B. bei den Ansatzrohren.

Bei allen Mündungen kann man dagegen setzen

$$G_{sec} = \mu \cdot G_{0sec} \dots \dots \dots \dots \quad (1)$$

wenn man unter  $G_{0sec}$  den nach Abschn. 44 berechenbaren theoretischen, widerstands- und kontraktionsfreien Wert der Ausflußmenge versteht.  $\mu$  wird als „Ausflußkoeffizient“ bezeichnet.

Ferner setzt man

$$w = \varphi w_0 \dots \dots \dots \dots \quad (2)$$

gleichgültig durch welche Umstände die Ausflußgeschwindigkeit herabgesetzt wird.

$\mu$  und  $\varphi$  sind die einzigen Werte, die sich aus Ausflußversuchen unmittelbar ermitteln lassen.

An Stelle des Koeffizienten  $\varphi$ , der im Dampfturbinenbau eine wichtige Rolle spielt, wird gelegentlich ein anderer Wert eingeführt. Aus  $\varphi$  folgt nämlich der Verlust an Strömungsenergie, der auf 1 kg ausströmende Masse entfällt, ganz unabhängig davon, wieviel Masse in der Sekunde ausströmt oder wie groß der Ausflußkoeffizient  $\mu$  ist. Ohne Geschwindigkeitsverlust wäre nämlich die Strömungsenergie identisch mit dem Arbeitsgefälle  $L_0$  und gleich  $w_0^2/2g$ . In Wirklichkeit ist die Strömungsenergie nur  $w^2/2g$ . Daher ist der Verlust

$$L_v = \frac{w_0^2}{2g} - \frac{w^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} \left(1 - \frac{w^2}{w_0^2}\right),$$

oder

$$L_v = L_0 \cdot (1 - \varphi^2).$$

Setzt man den verhältnismäßigen Verlust an Strömungsenergie

$$\frac{L_v}{L_0} = \zeta,$$

so gilt

$$\zeta = 1 - \varphi^2 \dots \dots \dots \quad (3)$$

$\zeta$  wird als Widerstandskoeffizient bezeichnet.

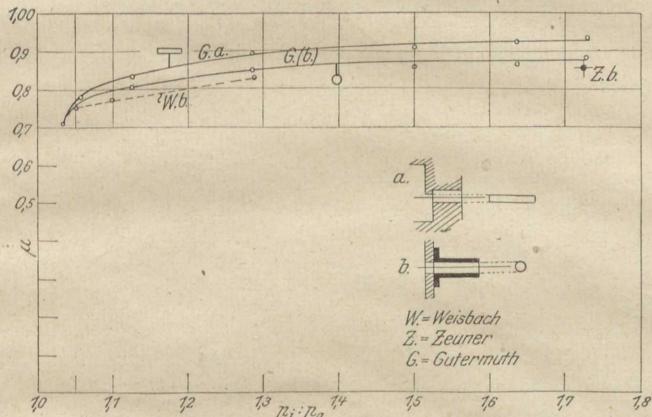


Fig. 63.

Werte von  $\mu$  für scharfkantige Mündungen zeigt Fig. 63. — Der Wert von  $\varphi$  liegt bei gut abgerundeten und geglätteten Mündungen und Düsen zwischen 0,975 und 0,90 je nach dem Längenverhältnis.

#### 48a. Die Drosselscheibe.

Mißt man den örtlichen Druckabfall  $h$ , den eine in eine Rohrleitung vom Querschnitt  $F_1$  eingesetzte Scheibe mit zentrischer Bohrung vom Querschnitt  $F$  im Dampf- oder Gasstrom verursacht, so

kann daraus die sekundlich durch die Leitung strömende Gas- oder Dampfmenge berechnet werden.

Es ist selbstverständlich, daß nur geringe Druckunterschiede vor und nach der Scheibe zulässig sind. Nach neueren Versuchen ist nun für eine scharfkantige kreisrunde Öffnung bei

$\frac{F}{F_1} = \frac{1}{12,25}$	$\frac{1}{5,18}$	$\frac{1}{3,48}$	$\frac{1}{2,46}$	$\frac{1}{1,73}$
$\mu = 0,641$	$0,689$	$0,750$	$0,854$	$1,084$

also in hohem Grade abhängig vom Verhältnis  $F/F_1$ .

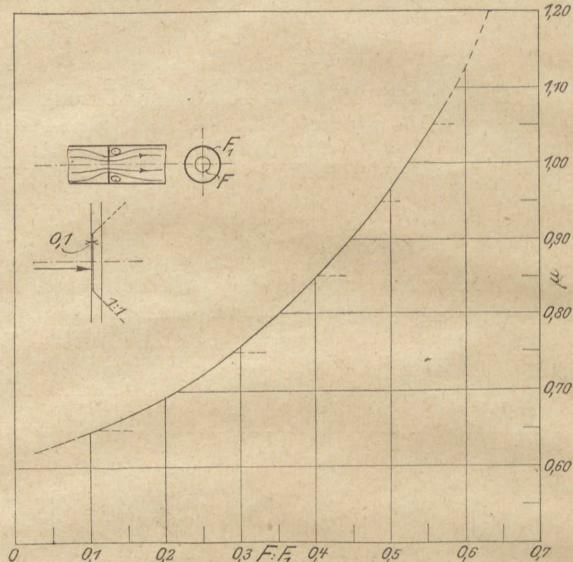


Fig. 63a.

Fig. 63a zeigt diese Werte in graphischer Darstellung. Zwischenwerte werden am besten hieraus entnommen.

Das sekundlich durchfließende Gewicht ist nun

$$G_{sec} = \mu F V \sqrt{2gh\gamma},$$

das sekundlich durchfließende Volumen

$$V_{sec} = \mu F \sqrt{\frac{2gh}{\gamma}},$$

mit  $h$  als Druckunterschied vor und nach der Mündung in mm H<sub>2</sub>O. Die Geschwindigkeit in der Leitung selbst ist wegen  $F_1 w \gamma = G_{sec}$

$$w = \mu \frac{F}{F_1} \sqrt{\frac{2gh}{\gamma}}.$$

Beispiel. Drosselscheibe  $F: F_1 = 0,5$ . Nach Fig. 63 a wird hierfür  $\mu = 0,965$ , also  $\mu \frac{F}{F_1} = 0,483$ , somit

$$w = \frac{2,14}{\sqrt{\gamma}} \sqrt{h}, \quad V_{sec} = 4,27 F \sqrt{\frac{h}{\gamma}}.$$

Handelt es sich z. B. um Leitungen, durch die Luft von annähernd atmosph. Pressung oder Leuchtgas fließt, so ist für Luft mit  $\gamma \approx 1,25$

$$w = 1,91 \sqrt{h}, \quad V_{sec} = 3,82 \sqrt{h} \text{ cbm/sec},$$

für Leuchtgas mit  $\gamma = 0,5$

$$w = 3,03 \sqrt{h}, \quad V_{sec} = 6,03 \sqrt{h} \text{ "}$$

Bei Luft von 1 at entspricht hiernach einer Druckdifferenz von 1 mm H<sub>2</sub>O eine Geschwindigkeit in der Leitung von 1,91 m/sec, bei Leuchtgas von 3,03 m/sec; einer Druckdifferenz von z. B. 100 mm H<sub>2</sub>O entsprechen 10 mal größere Werte, somit 19,1 bzw. 30,3 m/sec. Kommen in den betr. Leitungen größere Geschwindigkeiten vor und erscheinen größere Druckgefälle als 100 mm H<sub>2</sub>O = 0,01 at unzulässig, so muß die Drosselscheibe weiter gemacht werden.

Bei der praktischen Anwendung ist wohl zu beachten, daß die kreisrunde Drosselöffnung scharfkantig sein muß, jedoch nicht messerscharf, sondern mit einer zylindrischen Kantenfläche von 0,1 mm. Die Scheibe selbst braucht nicht sehr dünn zu sein. Wichtiger ist eine reichliche Divergenz des Loches. Beim Einsetzen der Scheibe ist die Stromrichtung zu beachten, da sonst ganz falsche Ergebnisse! Unveränderlicher Druck in der Leitung ist Vorbedingung. Manometeranschlüsse mindestens 2 d vor, 5 d nach der Scheibe.

#### 49. Spannungsverlust in Rohrleitungen.

Bei der gleichförmigen Fortbewegung von Gasen und Dämpfen in Rohrleitungen treten wie bei der Fortleitung tropfbar flüssiger Körper Bewegungswiderstände auf. Selbst in einer wagerechten, überall geichweiten, durch Ventile nicht unterbrochenen Strecke einer Leitung ergibt sich deshalb ein Druckabfall in der Strömungsrichtung. Ist  $p_1$  der Druck am Anfang,  $p_2$  am Ende der Strecke von der Länge  $l$ , so dient der Druckunterschied  $p_1 - p_2$  allein dazu, die Widerstände dieser Strecke zu überwinden und so die Strömungsgeschwindigkeit, die am Anfang vorhanden ist, bis zum Ende zu erhalten; im Gegensatz zur „Ausströmung“ aus Mündungen, wo der Druckunterschied zur Beschleunigung der ausfließenden Masse dient.

Die Bewegungswiderstände werden zwar wesentlich durch die Rauhigkeit der Rohrwandungen bedingt, also durch eine ähnliche Ursache wie die Reibung zwischen zwei festen Körpern. Die Einführung eines „Reibungskoeffizienten“ in dem Sinne der Reibung fester Körper ist aber nicht angängig, weil bewegte gasförmige Körper durch die Widerstände in ganz anderer Weise als feste Körper beeinflußt werden, und die Reibung anderen Gesetzen folgt. Übrigens zeigen auch möglichst glatte (polierte) Leitungen noch erheblichen Leitungswiderstand.

In den allermeisten praktischen Fällen erfolgt die Fortbewegung der ganzen Masse nicht in parallelen Stromfäden, sondern in einer Art „rollender“ Bewegung, d. h. in Wirbeln, die in der Rohrrichtung

fortschreiten und deren fortwährende Neubildung die Druckverluste hauptsächlich bedingt.

Eine Berechnung der Wirbelwiderstände auf theoretischer Grundlage ist von vornherein nicht möglich. Es handelt sich nur darum, eine einfache Formel zu finden, in der sich die aus Versuchen gewonnenen Ergebnisse zwecks Verwendung in ähnlichen Fällen unterbringen lassen.

Die Oberfläche  $O'$ , mit der 1 kg der strömenden Masse mit der inneren Rohrwand in Berührung steht, ist kleiner bei weiten, größer bei engen Leitungen (Fig. 64). Demgemäß wird der Widerstand in den letzteren größer sein. Bei einem Rohrdurchmesser  $d$ , einem spez. Gewicht  $\gamma$ , ergibt sich die Länge  $l'$ , die ein Gaskörper von 1 kg in

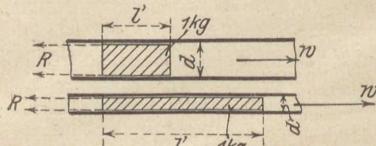


Fig. 64.

der Leitung annimmt, aus

$$\frac{\pi d^2}{4} l' \gamma = 1 \quad \text{zu} \quad l' = \frac{1}{\gamma \frac{\pi d^2}{4}}.$$

Seine Oberfläche  $O'$  ist daher

$$O' = \pi d l' = \frac{4}{\gamma d} (\text{qm}).$$

Man kann sich nun den Bewegungswiderstand von 1 kg als eine gegen den Strömungssinn gerichtete, am Umfang wirkende, über  $O'$  verteilte Kraft vorstellen. Für eine beliebige Leitung lässt sich  $R$  ausrechnen, wenn durch Versuche der Verschiebungswiderstand  $R'$  für 1 qm Oberfläche bekannt ist. Es ist dann

$$R = R' O',$$

also

$$R = \frac{4 R'}{\gamma d}.$$

Die Arbeit dieses Widerstandes, während das Kilogramm Gas oder Dampf die ganze Strecke von der Länge  $l$  durchströmt, ist

$$L_R = R l,$$

also

$$L_R = \frac{4 R'}{\gamma} \cdot \frac{l}{d} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

Bei nicht kreisförmigem Leitungsquerschnitt  $F$  ist  $\frac{\pi d^2}{4}$  durch  $F$ ,  $\pi d$  durch

den Querschnittsumfang  $U$  zu ersetzen, dann wird

$$\begin{aligned} l' &= \frac{1}{\gamma F} \\ O' &= Ul' \\ &= \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{U}{F}, \end{aligned}$$

also

$$R = \frac{R'}{\gamma} \cdot \frac{U}{F}$$

und

$$L_R = \frac{R'}{\gamma} \cdot \frac{U}{F} \cdot l.$$

Für gleichen Querschnittsinhalt ist also die Widerstandarbeit um so größer, je größer der Umfang ist. An die Stelle von  $4l/d$  beim Kreisquerschnitt tritt jetzt  $\frac{U}{F} \cdot l$ , oder an Stelle von  $l/d$  der Wert  $\frac{U}{4F} \cdot l$ .

Während des Durchströmens sinkt nun die Spannung von  $p_1$  auf  $p_2$ . Dabei vergrößern Gase und Dämpfe ihr Volumen und je nach der Art der Zustandsänderung (Verlauf der Druckvolumenkurve) ist die bei der Druckabnahme vom strömenden Körper abgegebene Arbeit, die hier zur Überwindung der Widerstände dient, verschieden. Denkt man nur an kleine Druckabfälle, so spielt die Art der Zustandsänderung eine geringe Rolle. Ohne erheblichen Fehler kann dann auch von der Ausdehnungsarbeit abgesehen, und nur die Überdruckarbeit braucht, wie bei tropfbaren Flüssigkeiten, berücksichtigt zu werden.

Diese ist, mit  $v$  als mittlerem spez. Volumen, für 1 kg gleich

$$(p_1 - p_2) \cdot v$$

oder mit

$$v = \frac{1}{\gamma}$$

$$L_R = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}.$$

Es ist demnach

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{4}{\gamma} \cdot \frac{R'}{F} \cdot \frac{l}{d},$$

somit der gesuchte Druckabfall bei kreisförmigem Querschnitt

$$p_1 - p_2 = 4 R' \cdot \frac{l}{d},$$

bei nicht kreisförmigem Querschnitt

$$p_1 - p_2 = R' \cdot \frac{U}{F} \cdot l.$$

Darin ist nun  $R'$ , der Bewegungswiderstand für 1 qm bespülte Oberfläche, eine von der Geschwindigkeit und der Natur des strömenden „

den Körpers abhängige Größe. Da es sich im wesentlichen, wie oben erwähnt, um Massenwiderstände innerhalb der wirbelnd bewegten Masse handelt, so wird  $R'$  ungefähr mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wachsen. Da ferner die bei gleicher Geschwindigkeit sekundlich über 1 qm Rohroberfläche fließenden Massen im Verhältnis der spez. Gewichte  $\gamma$  stehen, so wird der Widerstand auch mit  $\gamma$  zunehmen. Setzt man in der letzten Gleichung

$$4 R' = 10000 \cdot \beta \gamma w^2,$$

so wird, wenn man den Druck in kg/qcm mißt,

$$p_1 - p_2 = \beta \cdot \frac{l}{d} \cdot \gamma w^2 \text{ kg/qcm} \quad \dots \dots \dots (2)$$

In der Hydraulik flüssiger Körper wird der Druckverlust meist nicht in kg/qcm, sondern in m Flüssigkeitssäule angegeben. Die dem Druckunterschied  $p_1 - p_2$  kg/qcm gleichwertige Druckhöhe in m Luftsäule oder Dampfsäule ist

$$h = \frac{10000 (p_1 - p_2)}{\gamma}$$

Schreibt man nun die Gleichung für den Druckverlust in der üblichen Form

$$h = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g} (\text{m}) \quad \dots \dots \dots \dots \dots (3)$$

so folgt

$$10000 \beta = \frac{\lambda}{2g} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (4)$$

oder

$$10^8 \beta = 510 \lambda \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (4a)$$

$\beta$  und  $\lambda$  bestimmen sich somit gegenseitig, ohne Rücksicht auf die Natur des strömenden Körpers.

Die Reibungsarbeit wird nach Gl. 1 mit dem obigen Wert von  $4 R'$

$$L_R = 10000 \beta \frac{l}{d} w^2 (\text{mkg})$$

oder mit Gl. 4

$$L_R = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (3a)$$

identisch mit dem in m Flüssigkeitssäule ausgedrückten Druckverlust.

Die zahlreichen Versuche zur Ermittlung von  $\lambda$  oder  $\beta$  sowohl mit tropfbaren Körpern als auch mit Luft und Dampf haben gezeigt, daß diese Koeffizienten des Leitungswiderstands keine Konstanten im gewöhnlichen Sinne sind. Sie sind vielmehr selbst wieder Funktionen der nach Gl. 2 auch sonst für den Druckverlust maßgebenden Größen  $w$ ,  $d$  und  $\gamma$ , außerdem aber noch abhängig von

der inneren Reibung oder Zähigkeit ( $\mu$ ) des strömenden Körpers und in hohem Grade von der rauheren oder glatteren Beschaffenheit der bespülten Oberfläche.

Die nebenstehende Zahlentafel enthält Werte von  $10^8 \cdot \beta$  für Luftleitungen nach Fritzsche. Für Dampfleitungen mittleren Durchmessers kann nach Eberle  $10^8 \cdot \beta = 10,5$  (unveränderlich) gesetzt werden.

### Koeffizient des Rohrleitungswiderstands.

$$10^8 \cdot \beta.$$

$$\Delta p = \beta \cdot \frac{l}{d} \cdot \gamma w^2 \text{ (kg/qcm)}.$$

$\gamma w =$	5	10	20	40	60	80	100	150	200	400	800	
Rohrdurchmesser $d$ in m bzw. $4F:U$ in m	0,01	25,6	23,1	20,8	18,7	17,7	16,9	16,4	15,5	15,1	13,4	12,1
	0,02	21,2	19,1	17,2	15,5	14,7	14,0	13,6	12,8	12,6	11,1	10,0
	0,05	16,6	14,9	13,5	12,2	11,5	11,0	10,7	10,0	9,8	8,7	7,8
	0,10	13,8	12,4	11,2	10,1	9,6	9,1	8,8	8,3	8,2	7,2	6,5
	0,20	11,4	10,3	9,3	8,4	7,9	7,6	7,3	6,9	6,8	—	—
	0,40	9,5	8,6	7,7	7,0	6,6	6,3	—	—	—	—	—
	0,60	8,5	7,7	6,9	6,3	—	—	—	—	—	—	—

### Besondere Fälle von Spannungsverlusten.

Die Einzelwiderstände, die in Leitungen durch eingebaute Ventile, Hähne, Schieber, Klappen, Abzweige, Krümmer u. ä. entstehen, hängen in hohem Grade von den Einzelheiten des Organs an der durchströmten Stelle ab. Versuche haben übereinstimmend bewiesen, daß diese Druckverluste genau mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wachsen, was sich daraus erklärt, daß es sich wesentlich um Wirbelwiderstände handelt. Man setzt daher den Druckverlust

$$\Delta p = \frac{1}{10000} \cdot \zeta \cdot \frac{w^2}{2g} \cdot \gamma \text{ (kg/qcm)} \text{ oder } \Delta h = \zeta \cdot \frac{w^2}{2g} \text{ (m Flüss.-Säule).}$$

Aus umfangreichen eigenen und einigen fremden Versuchen findet Brabbée (für Wasser) neben vielen anderen Fällen z. B.

für gewöhnl. Durchgangsventile  $\zeta = 7$  bis  $6,5$ ,

„ Kniestücke von  $90^\circ$  . . .  $\zeta = 1,5$  bis  $2$ ,

„ Bogen von  $90^\circ$ , wenn . . .  $r > 5d$ ,  $\zeta = 0$ .

Für normale Gußeisen-Krümmern ist etwa  $\zeta = 0,3$ .

Beispiel. Eine Dampfmaschine verbrauche bei gesteigerter Belastung stündlich 450 kg Heißdampf von  $300^\circ$  und 10 at abs. Die Dampfleitung ist

50 m lang und enthält 2 Absperrventile. Den Durchmesser der Leitung und den gesamten Druckverlust zu berechnen für eine Dampfgeschwindigkeit von 30 m/sec.

Das spez. Gewicht des Dampfes ist nach Abschn. 36  $\gamma = 3,94 \text{ kg/cbm}$ . Das sekundliche Dampfgewicht ist  $G_{sec} = 450/3600 = \frac{1}{8} \text{ kg/sec}$ .

Daher ist wegen

$$G_{sec} = F \cdot w \cdot \gamma$$

$$F = \frac{10000}{8 \cdot 30 \cdot 3,94} = 10,6 \text{ qcm.}$$

$$d = 3,7 \text{ cm.}$$

Wählt man  $d = 40 \text{ mm}$ , so wird  $w = 25,7 \text{ m/sec}$ . Der Druckabfall durch Reibung wird somit

$$\Delta p_1 = \frac{10,5}{10^8} \cdot \frac{50}{0,04} \cdot 3,94 \cdot 25,7^2 = 0,342 \text{ at};$$

der Druckabfall durch die Ventile wird

$$\Delta p_2 = 2 \cdot \frac{1}{10000} \cdot 7 \cdot \frac{25,7^2}{2 \cdot 9,81} \cdot 3,94 = 0,186 \text{ at},$$

somit der gesamte Druckabfall

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = \underline{\underline{0,528 \text{ at}}}.$$

## IV. Mechanische Wirkungen strömender Gase und Dämpfe.

### 50. Druck abgelenkter freier Strahlen (Aktion).

**Vorbemerkungen.** Ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit  $w$  über eine gekrümmte Leitfläche  $AB$  laufender Massenpunkt mit der Masse  $m$  übt auf seinem Wege Zentrifugaldrücke  $C$  auf die Leitfläche aus, Fig. 65. Die Richtung von  $C$  ist jeweils normal zur Führungsrichtung, also veränderlich; die Größe von  $C$  ist vom augenblicklichen Krümmungshalbmesser  $\varrho$  abhängig, also ebenfalls veränderlich, wenn nicht zufällig die Leitlinie kreisförmig ist.

Anstatt nun die Zentrifugaldrücke nach der bekannten Formel

$$C = \frac{m w^2}{\varrho}$$

zu bestimmen, ermittelt man im vorliegenden Falle besser ihre Komponenten  $C_x$  und  $C_y$  nach den zwei zueinander senkrechten Richtungen  $x$  und  $y$ . Die Zentrifugalkraft  $C$  entsteht durch die Ablenkung der bewegten Masse  $m$  aus der geraden Richtung, die sie nach dem Beharrungsgesetz einzuschlagen sucht. Bei der Ablenkung ändern sich die Komponenten der Geschwindigkeit  $w$  nach den Richtungen  $x$  und  $y$ . Es entstehen daher Beschleunigungen und Verzögerungen in diesen Richtungen, denen nach dem Massenbeschleunigungsgesetz die proportionalen Massenkräfte  $-C_x$  und  $-C_y$ , die Komponenten der Zentripetalkraft, entsprechen. In  $D$  seien  $w_x$  und  $w_y$  die Geschwindigkeitskomponenten, in dem um das Bogenelement  $db$  entfernten Punkte seien sie  $w'_x$  und  $w'_y$ , Fig. 65. Die Geschwindigkeitsänderung in der  $x$ -Richtung ist daher

$$w'_x - w_x = d w_x,$$

in der  $y$ -Richtung

$$w'_y - w_y = d w_y.$$

Ist  $dt$  die Zeit zum Durchlaufen des Bogenelementes  $db$ , so sind die Be-

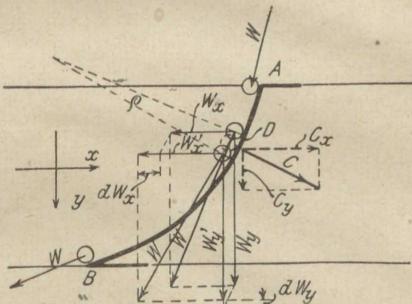


Fig. 65.

schleunigungen (oder Verzögerungen) gleich  $\frac{d w_x}{dt}$  bzw.  $\frac{d w_y}{dt}$ ; die entsprechenden Massenkräfte sind daher

$$-C_x = m \cdot \frac{d w_x}{dt} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$-C_y = m \cdot \frac{d w_y}{dt} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

**Druck eines kontinuierlichen Strahles.** Teilt man den Strahl in Elemente von der Länge  $db$ , Fig. 66, so liefert jedes Element Kräfte  $C_x$  und  $C_y$ .

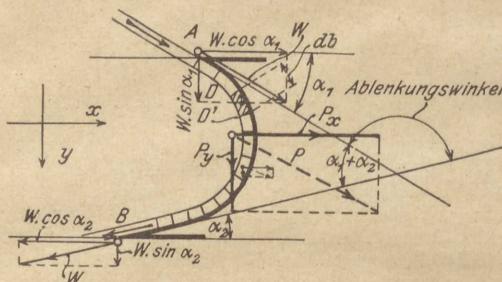


Fig. 66.

durch  $D$ , Fig. 66, das Gewicht  $G_{sec} \cdot dt$ . Dieses Gewicht wird auch durch das zwischen  $D$  und  $D'$  liegende Strahlelement dargestellt, dessen Masse oben gleich  $m$  gesetzt wurde.

Es ist also

$$m = \frac{G_{sec} dt}{g}.$$

Hiermit werden die von  $m$  herrührenden Komponenten des Zentrifugaldrucks

$$C_x = -\frac{G_{sec} dt}{g} \cdot \frac{d w_x}{dt} = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot d w_x \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

und

$$C_y = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot d w_y \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

Die Summe aller  $x$ -Komponenten zwischen  $A$  und  $B$  ist daher

$$P_x = \sum C_x = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot \sum_A^B d w_x,$$

also gemäß Fig. 66, wenn mit  $w_{x_1}$  und  $w_{x_2}$  die Werte von  $w_x$  bei  $A$  und  $B$  bezeichnet werden,

$$P_x = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot [w_{x_2} - w_{x_1}] \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

und ebenso die Summe aller  $y$ -Komponenten

$$P_y = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot [w_{y_2} - w_{y_1}] \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

Sind  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ , Fig. 66, die Winkel der Leitfläche bei A und B mit der x-Richtung, so ist

$$w_{x_1} = w \cos \alpha_1, \quad w_{x_2} = -w \cos \alpha_2$$

und

$$w_{y_1} = w \sin \alpha_1, \quad w_{y_2} = w \sin \alpha_2,$$

somit

$$P_x = \frac{G_{sec}}{g} \cdot w (\cos \alpha_2 + \cos \alpha_1) \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$P_y = \frac{G_{sec}}{g} \cdot w (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \dots \dots \dots \quad (9)$$

$\alpha_2$  kann kleiner als  $\alpha_1$  sein, dann ist  $P_y$  nach unten gerichtet, weil positiv.  $P_x$  wirkt unter allen Umständen nach rechts, selbst wenn  $\alpha_1$  stumpf, cos  $\alpha_1$  negativ ist, weil immer

$$180^\circ - \alpha_1 > \alpha_2$$

ist.

Der resultierende Schaufeldruck wird

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

oder

$$P = \frac{G_{sec} w}{g} \sqrt{2 \cdot [1 + \cos(\alpha_2 + \alpha_1)]} \dots \dots \dots \quad (10)$$

Die Richtung des Schaufeldrucks gegen die Wagerechte folgt aus

$$\tan \varphi = \frac{P_y}{P_x} = \frac{\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}, \quad \varphi = \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2),$$

geometrisch einfacher als Winkelhalbierende der Ein- und Austrittstangenten.

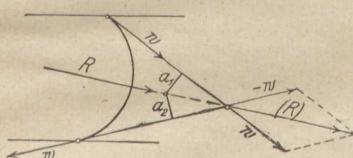


Fig. 67.

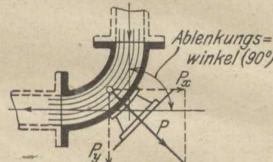


Fig. 68.

Es ist bemerkenswert, daß sowohl Größe als Richtung des gesamten Schaufeldruckes unabhängig von der Gestalt der Leitlinie sind. Sie sind durch die Eintritts- und Austrittswinkel allein bestimmt. Dagegen ist die Lage dieser Kraft noch von der gegenseitigen Lage der Ein- und Austrittsstelle abhängig, jedoch nicht von dem Krümmungsgesetz. Lage und Richtung sind nach Fig. 67 bestimmt.

Beispiele. 1. Rohrkrümmer von  $90^\circ$  (Fig. 68). Mit  $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$  wird die resultierende Aktionskraft

$$P = \frac{G_{sec} w}{g} \sqrt{2}.$$

2. Rohrkrümmer von  $180^\circ$ . Mit

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 0^\circ$$

wird

$$P = 2 \frac{G_{sec}}{g} w.$$

Fließt z. B. durch einen Rohrkrümmer von 100 mm Lichtweite Dampf von 12 kg/qem abs. mit 40 m/sec Geschwindigkeit, so ist mit  $\gamma \approx 6$  kg/cbm

$$G_{sec} = \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 40 \cdot 6 = 1,844 \text{ kg.}$$

Hiermit wird für  $90^\circ$  Ablenkung

$$P = \frac{1,884 \cdot 40 \cdot 1,414}{9,81} = 10,7 \text{ kg.}$$

für  $180^\circ$  Ablenkung  $P = 15,3$  kg.

3. Ruhende Schaufel von  $\alpha_1 = 20^\circ$  Eintritts-,  $\alpha_2 = 20^\circ$  Austrittswinkel, nach Fig. 66.

Wegen

$\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2 = 0,94$ ,  $\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2 = 0,34$   
wird

$$P_x = \frac{G_{sec}}{\bar{g}} w \cdot (0,94 + 0,94) = 1,88 \frac{G_{sec} w}{g}$$

$$P_y = \frac{G_{sec}}{g} w \cdot (0,34 - 0,34) = 0.$$

Der Strahldruck in der  $y$ -Richtung ist Null. Für  $G_{sec} = 1$  kg und  $w = 1000$  m/sec würde

$$P_x = \frac{1,88}{9,81} \cdot 1000 = 191,5 \text{ kg.}$$

4. Ein freier Strahl prallt senkrecht auf eine ebene Fläche. Die Erfahrung zeigt, daß sich der Strahl, wenn die Ebene genügend ausgedehnt ist, in der Ebene ausbreitet und in dieser nach allen Seiten abfließt.

Wenn man Strömungsverluste als nicht vorhanden annimmt, so ist die Abflußgeschwindigkeit überall gleich der Zuflußgeschwindigkeit und der Druck des Strahles gegen die Platte ist so groß, als wenn der Strahl um  $90^\circ$  abgelenkt würde. Wird die Zuflußrichtung als  $x$ -Richtung gewählt, so erhält man aus Gl. 6 mit

$$w_{x_1} = w$$

$$w_{x_2} = 0$$

$$P = \frac{G_{sec}}{g} w.$$

Diese Beziehung ist mehrfach zur experimentellen Bestimmung der Ausflußgeschwindigkeit von Dampf benutzt worden, indem  $P$  und  $G_{sec}$  gemessen,  $w$  hiernach berechnet wurde.

## 51. Reaktion und Reaktionsarbeit beschleunigter Gas- und Dampfströme.

Wenn aus einem Gefäß mit ruhendem Inhalt ein Gas- oder Dampfstrahl austritt, Fig. 69, so nehmen alle ausströmenden Teile von gewissen Stellen im Innern des Gefäßes an ( $A$ ) bis dahin, wo sie das Gefäß verlassen ( $B$ ), allmählich die Ausflußgeschwindigkeit an. Sie vollführen auf im allgemeinen nicht näher bestimmhbaren, krummen Bahnen  $AB$ ,  $A'B'$  ungleichförmig beschleunigte Bewegungen. Bei der Entstehung einer solchen Bewegung müssen nach dem für alle Körper gültigen Massenbeschleunigungsgesetz Triebkräfte in der Richtung und im Sinne der Bewegung tätig sein. Ist  $m$  die Masse eines Strahlelementes (Fig. 69, Mündung I),  $w$  seine Geschwindigkeit,  $dt$  die Zeit zur Zurücklegung des Wegelementes  $ds$  in der Bewegungsrichtung,  $dw$  die Zunahme

von  $w$  während dieser Zeit, also  $d w/dt$  die Bahnbeschleunigung, so ist die Triebkraft

$$\Delta P = m \cdot \frac{d w}{d t}.$$

Diese Kraft, die ihre Größe und Richtung während des Durchganges des Massenteilchens durch die Mündung fortwährend ändert, entsteht im Innern der Dampfmasse auf nicht näher angebbare Weise. Ihr Vorhandensein zeigt sich an ihrer experimentell leicht nachweisbaren Gegenkraft (Reaktion), ohne die sie nicht bestehen kann. Diese Gegenkraft überträgt sich durch die Gasmasse hindurch auf die Gefäßwände. Der Ort, wo sie am Gefäß angreift, ergibt sich durch Rückwärtsverlängerung der augenblicklichen Bewegungsrichtung, Fig. 69.

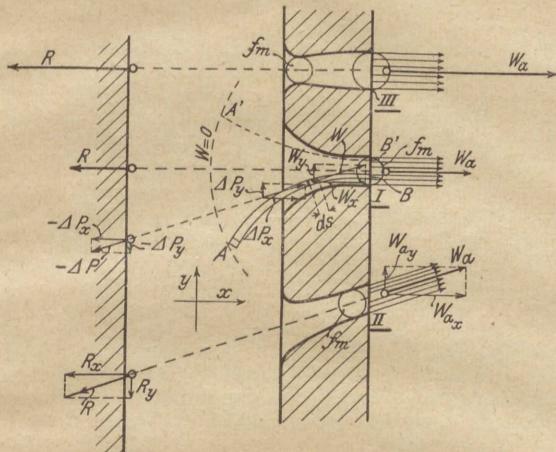


Fig. 69.

Im Beharrungszustand der Strömung treten nun alle die Triebkräfte und Reaktionen, die ein Strahllement auf seinem Wege  $AB$  nacheinander erfährt, gleichzeitig auf und gleichzeitig mit denen aller anderen, auf anderen Wegen sich bewegenden Strahlteile. Um die Berechnung der Resultanten aller dieser Kräfte nach Größe und Richtung handelt es sich.

**Berechnung der Gesamtreaktion.** Man zerlegt den ganzen Strahl in eine große Zahl von Stromfäden, die nach den Bahnen  $AB$  der einzelnen Strahllemente verlaufen. Die Masse eines sehr kurzen Teiles eines Stromfadens sei  $m$ . Die dazu gehörige Triebkraft  $\Delta P$  wirkt in der Tangente des Stromfadens. Es ist zweckmäßig, sowohl  $\Delta P$ , als die Geschwindigkeit  $w$  in Komponenten  $\Delta P_x$  und  $\Delta P_y$ , bzw.  $w_x$  und  $w_y$  zu zerlegen. Dann gilt (Abschn. 50)

$$\Delta P_x = m \cdot \frac{d w_x}{d t}.$$

$$\Delta P_y = m \cdot \frac{d w_y}{d t}.$$

Der einzelne Stromfaden führt sekundlich einen kleinen Bruchteil des ganzen sekundlichen Ausflußgewichtes  $G_{sec}$ , das nach Abschn. 44 zu berechnen ist. Ist  $\Delta G_{sec}$  dieser Bruchteil, so fließt in  $dt$  Sekunden durch den Stromfadenquerschnitt das Gewicht  $\Delta G_{sec} \cdot dt$ . Diese Menge ist identisch mit dem Strom-

fadenelement selbst, da zur Zeit  $dt$  die Bogenlänge  $ds$  gehört, Fig. 69. Es ist somit

$$m = \frac{\Delta G_{sec}}{g} \cdot dt.$$

Hiermit wird nun

$$\Delta P_x = m \cdot \frac{dw_x}{dt} = \frac{\Delta G_{sec}}{g} \cdot dt \cdot \frac{dw_x}{dt}$$

oder

$$\Delta P_x = \frac{\Delta G_{sec}}{g} \cdot dw_x,$$

ebenso

$$\Delta P_y = \frac{\Delta G_{sec}}{g} \cdot dw_y.$$

Durch Addition der sämtlichen wagerechten bzw. senkrechten Komponenten eines Stromfadens erhält man die Komponenten der Gesamtreaktion dieses Fadens. Da in  $\Delta P_x$  und  $\Delta P_y$  nur  $dw_x$  und  $dw_y$  veränderlich sind, so erhält man die gesuchten Summen durch Multiplikation von  $\Delta G_{sec}/g$  mit den ganzen Änderungen der Strahlgeschwindigkeitskomponenten auf dem Wege  $AB$ . Diese sind gleich den Komponenten  $(w_a)_x$  und  $(w_a)_y$  von  $w_a$ , also ist

$$P_x = \frac{\Delta G_{sec}}{g} \cdot (w_a)_x$$

und

$$P_y = \frac{\Delta G_{sec}}{g} \cdot (w_a)_y.$$

Vorausgesetzt, daß alle Stromfäden parallel und mit gleichen Geschwindigkeiten  $w_a$  austreten, ergeben sich hieraus die Komponenten  $R_x$  und  $R_y$  der ganzen Strahlreaktion, wenn man an Stelle von  $\Delta G_{sec}$  die ganze Menge  $G_{sec}$  setzt und das Vorzeichen umkehrt. Es wird dann

$$R_x = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot (w_a)_x$$

und

$$R_y = -\frac{G_{sec}}{g} \cdot (w_a)_y.$$

Die Vorzeichen sind so aufzufassen, daß die Richtungen der Komponenten der Strahlreaktion den Richtungen der Komponenten der Austrittsgeschwindigkeit entgegengesetzt sind.

Die Gesamtreaktion, deren Richtung mit der Richtung des Strahles an der Austrittsstelle zusammenfällt, ist

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \frac{G_{sec}}{g} \cdot w_a \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (1)$$

**Größtwert der Reaktion bei einfachen Mündungen** (Fig. 69, I und II). Die Austrittsgeschwindigkeit kann hier nach Abschn. 44 die Schallgeschwindigkeit  $w_m$  nicht übersteigen. Für Satt dampf ist daher mit den Werten von  $G_{sec}$  und  $w_m$  nach Abschn. 44

$$R_{max} = \frac{0,020 \cdot 323}{g} \cdot p_{if} = 0,66 \cdot p_{if}.$$

Bei  $p_i = 10 \text{ kg/qcm}$  ergibt sich z. B. für jeden Quadratzentimeter Austrittsquerschnitt eine größte Reaktion von 6,6 kg.

Für Gase wird

$$R_{max} = \frac{2,15 \cdot 3,38}{g} \cdot p_i f = 0,74 \cdot p_i f,$$

also bei  $p_i = 10$  at abs.

$$R_{max} = 7,4 \text{ kg}$$

für 1 qcm.

In den Fällen, wo der Mündungsdruck größer als der äußere Druck ist, ist auch die Reaktion um den Unterschied des Mündungsdrucks und des äußeren Drucks stärker.

**Reaktion bei Düsenmündungen** (Fig. 69 III). Da hier sehr erheblich größere Austrittsgeschwindigkeiten möglich sind, so ergeben sich auch entsprechend stärkere Reaktionskräfte. Bei Ausströmung von hochgespanntem Satt dampf in ein Vakuum von rd. 0,1 at lassen sich Geschwindigkeiten bis 1200 m erreichen. Dabei wird dann

$$R = \frac{G_{sec}}{g} \cdot 1200,$$

also für gleiche Querschnitte (bei der Düse auf  $f_{min}$  bezogen)  $\frac{1200}{450} = 2,67$  mal so viel, als bei der einfachen Mündung. Bei 10 at Innendruck wird z. B.  $R = 2,67 \cdot 6,6 = 17,6$  kg für 1 qcm. — Der größere Teil der Reaktion entsteht bei einer solchen Düse im erweiterten äußeren Teile.

**Reaktionsarbeit**. Solange das Ausströmgefäß festgehalten wird, verrichtet der Strahl keine mechanische Arbeit. Läßt man jedoch das Gefäß mit gleichförmiger Geschwindigkeit  $u < w_a$  in der Richtung der Reaktion, dieser nachgebend, fortschreiten, so verrichtet die Reaktion, die jetzt mit  $R'$  bezeichnet werde, die sekundliche Arbeit

$$R' u = L.$$

Man erhält  $L$  wie folgt. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Strahl am Mündungsende anlangt, ist  $w_a$ , die bei der Strahlbeschleunigung freigewordene lebendige Kraft somit  $G_{sec} w_a^2 / 2g$  für  $G_{sec}$  kg. In den freien Raum tritt der Strahl mit der absoluten Geschwindigkeit  $w_a - u$  aus; die Energie, die er mitnimmt, ist demnach  $G_{sec} \frac{(w_a - u)^2}{2g}$ . Der Unterschied ist die auf das Gefäß übertragene Reaktionsarbeit

$$L = G_{sec} \left[ \frac{w_a^2}{2g} - \frac{(w_a - u)^2}{2g} \right]$$

oder

$$L = G_{sec} \left( \frac{w_a u}{g} - \frac{u^2}{2g} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Die Reaktionskraft  $R' = \frac{L}{u}$  wird hiermit

$$R' = G_{sec} \left( \frac{w_a}{g} - \frac{u}{2g} \right) = G_{sec} \frac{w_a}{g} \left( 1 - \frac{u}{2w_a} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

also kleiner als die Reaktion der Ruhe  $G_{sec} \frac{w_a}{g}$ .

Die Nutzarbeit  $L$  ist abhängig von der Geschwindigkeit  $u$  des Gefäßes. Sie erreicht mit  $u = w_a$  ihren Größtwert

$$L_{max} = G_{sec} \left( \frac{w_a^2}{g} - \frac{w_a^2}{2g} \right) = G_{sec} \frac{w_a^2}{2g},$$

die gesamte Strahlenergie wird dann in Nutzarbeit verwandelt. Der Strahl hat, wenn er die Mündung verläßt, gar keine absolute Geschwindigkeit mehr.

Bei kleinerer Gefäßgeschwindigkeit wird nur der Bruchteil

$$\eta = \frac{L}{w_a^2} = 2 \cdot \frac{u}{w_a} - \left( \frac{u}{w_a} \right)^2 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

in Nutzarbeit umgesetzt. Für  $u = \frac{1}{2} w_a$  wird z. B.  $\eta = 1 - \frac{1}{4} = 0,75$ , während bei der Arbeitsgewinnung mittels Strahlablenkung (Aktion) der Wirkungsgrad mit  $u = \frac{1}{2} w_a$  schon  $\eta = 1$  ist.

Bei gleichem Wirkungsgrad verlangt die Reaktionswirkung größere Gefäßgeschwindigkeiten.

Beispiel. Man könnte daran denken, die Strahlreaktion zur Bewegung von Fahrzeugen, insbesondere von Luftfahrzeugen zu verwenden. Ein auf dem Fahrzeug aufgestellter, von einem Motor angetriebener Kompressor könnte Druckluft erzeugen, die durch Mündungen ausströmen müßte. Die Strahlreaktion würde das Fahrzeug entgegen der Strahlrichtung bewegen.

Dabei ist nun, abgesehen von allem anderen, zu bedenken, daß die Fahrgeschwindigkeit  $u$  an Grenzen gebunden ist, die viel tiefer liegen, als Luftausflußgeschwindigkeiten  $w_a$ , die auch nur mäßigen Überdrücken entsprechen. Man müßte daher, um annehmbare Wirkungsgrade zu erzielen, verhältnismäßig kleine Überdrücke und Luftgeschwindigkeiten anwenden. Bei  $u = 20$  m/sec,  $w_a = 100$  m/sec würde noch

$$\eta = 2 \cdot \left( \frac{20}{100} \right) - \left( \frac{20}{100} \right)^2 = 0,36.$$

Davon ginge der Wirkungsgrad des Gebläses ab.  
Die Nutzarbeit in Pferdestärken ist

$$N = \frac{L}{75},$$

also

$$N = \frac{G_{sec}}{75g} \cdot \left( w_a u - \frac{u^2}{2} \right),$$

somit das erforderliche sekundliche Luftgewicht für 1 PS

$$\frac{G_{sec}}{N} = \frac{736}{w_a u - \frac{u^2}{2}}.$$

Bei  $w_a = 100$ ,  $u = 20$  m/sec müßten demnach sekundlich für 1 PS  $\frac{736}{100 \cdot 20 - 200} = 0,408$  kg = 0,316 cbm von  $0^\circ$  und 760 mm verarbeitet werden.

## 52. Gleichzeitiges Auftreten von Aktions- und Reaktionskräften.

Ist wie in Fig. 70 (unten) an eine Gefäßmündung mit gerader Mittellinie ein Krümmer mit gleichem Querschnitt angeschlossen, so wird in dem geraden Kanalteil der Strahl beschleunigt. Dort entsteht die Reaktionskraft  $R_r = \frac{G_{sec}}{g} \cdot w_a$ ; im gekrümmten Teil wird der Strahl nur abgelenkt; dort entsteht die nach Abschn. 50 berechenbare Aktionskraft  $R_A$ . Beide Kräfte lassen sich zu einer Resultanten  $R$  zusammensetzen, die nach Größe und Richtung die vereinigte Wirkung von Reaktion und Aktion darstellt.

Ähnlich liegen die Verhältnisse in einem gekrümmten Kanal, Fig. 70 oben. Jedes Strahlteilchen ergibt gemäß der Bahnkrümmung Aktionsdrücke

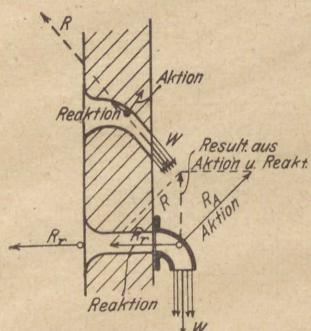


Fig. 70.

und entsprechend der augenblicklichen, von den Querschnittsverhältnissen abhängigen Bahnbeschleunigung Reaktionsdrücke. Die Einzelkräfte  $R_x$  und  $R_y$  lassen sich aber in diesem Falle nicht ohne weiteres angeben.

Der resultierende Druck kann in jedem Falle einfach berechnet werden, sobald die Eintritts- und Austrittsgeschwindigkeiten nach Größe und Richtung bekannt sind.

Da nämlich nicht nur die Reaktionskräfte Beschleunigungs Kräfte sind, sondern auch die Aktionskräfte durch die Seitenbeschleunigungen der ihre Richtung ändernden Bahngeschwindigkeit entstehen, so können beide Kräfte in einem einzigen rechnerischen Ansatz berücksichtigt werden. Die Komponenten des Gesamtdrucks eines Massenpunktes sind den totalen Änderungen  $dw_x$  und  $dw_y$  seiner Geschwindigkeit proportional, gleichgültig ob diese Änderungen durch Ablenkung oder durch Bahnbeschleunigung oder durch beide Ursachen entstehen.

Führt man die gleiche Rechnung, wie in Abschn. 50 für den gekrümmten freien Strahl, für einen in einem gekrümmten ruhenden Kanal von veränderlichem Querschnitt, Fig. 71, fortschreitenden Strahl aus, dessen Geschwindigkeit beim Durchgang von  $w_1$  auf  $w_2$  wächst, so ergibt sich folgendes:

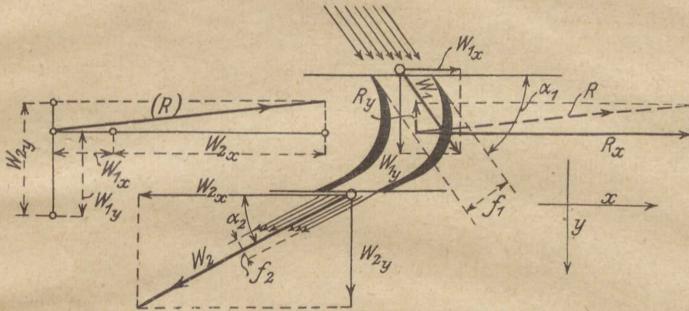


Fig. 71.

Zerlegt man  $w_1$  in Komponenten  $w_{1x}$  und  $w_{1y}$ , ebenso  $w_2$  in  $w_{2x}$  und  $w_{2y}$ , so erkennt man, daß in der Richtung  $-x$  die Geschwindigkeit um  $w_{1x} + w_{2x}$  zunimmt.

Dieser Beschleunigung entspricht eine in der Richtung  $-x$  auf den Strahl wirkende Druckkomponente im Betrage

$$R_x = \frac{G_{sec}}{g} (w_{1x} + w_{2x}) \quad \dots \quad (1)$$

Die auf die Schaufelung wirkende Gegenkraft dieser Kraft ist die wagerechte Komponente  $R_x$  des gesamten Strahldrucks.

In der Richtung  $+y$  nimmt die Geschwindigkeit um  $w_{2y} - w_{1y}$  zu. Dieser Beschleunigung entspricht eine auf den Strahl nach unten wirkende Beschleunigungskraft  $\frac{G_{sec}}{g} (w_{2y} - w_{1y})$ . Die Gegenkraft dieser Kraft ist die auf die Kanalwand wirkende nach oben gerichtete Schaufeldruckkomponente  $R_y$ . Wäre  $w_{1y} > w_{2y}$ , so würde  $R_y$  nach unten gerichtet sein.

Der gesamte Strahldruck ist nach Größe und Richtung die Resultante aus  $R_x$  und  $R_y$ .

Wendet man dieses Ergebnis auf die Mündung mit Krümmer, Fig. 70, an, so folgt, daß die Resultante der Aktionskraft  $R_A$  und der Reaktionskraft  $R_r$ , die beide auch einzeln bestimmt werden können, vertikale Richtung nach oben hat. Denn die wagerechte Strahlgeschwindigkeit ist sowohl innen im Gefäß, als auch an der Ausmündung gleich Null. Der Strahl erleidet in wage-

rechter Richtung keine Geschwindigkeitsänderung; nur die senkrechte Komponente wächst von 0 auf  $w_a$  an und der entsprechende Strahldruck, der senkrechte Richtung besitzt, ist gleich  $\frac{G_{sec}}{g} w_a$ .

Im einzelnen ist

$$R_A = \frac{G_{sec}}{g} w_a \sqrt{2}$$

(nach Abschn. 50) unter  $45^\circ$  nach oben am Krümmer wirkend,

$$R_r = \frac{G_{sec}}{g} w_a \text{ am Gefäß,}$$

somit

$$R_A = R_r \sqrt{2}, \quad R = R_r.$$

Das Dreieck aus  $R_A$ ,  $R_r$  und  $R$  ist also rechtwinklig, wie es sein muß.

### 53. Die Wirkung des Dampfes in den Dampfturbinen.

Denkt man sich am Umfang einer kreisförmigen, auf einer Welle befestigten Scheibe viele Schaufeln nach Fig. 66 oder 71 hintereinander in einem schmalen kreisringförmigen Raum angeordnet, Fig. 72, so erhält man das Laufrad einer axialen, einfachen oder einstufigen Dampfturbine. Das Rad erhält seinen Betriebsdampf aus einer unmittelbar über bzw. vor ihm angebrachten feststehenden Reihe von Mündungen (Düsen oder Kanälen), deren Gesamtheit als Leitvorrichtung bzw. Leitrad bezeichnet wird. Diese Kanäle führen dem Laufrad den Dampf in solcher Richtung  $\alpha_1$  zu, daß er, wenn sich dessen Umfang mit der Geschwindigkeit  $u$  bewegt, in der Richtung  $\beta_1$  des Eintrittswinkels der Laufschaufeln in dieses eintritt.

Der Zweck der Dampfturbinen ist, den im Dampf verfügbaren Arbeitswert in mechanische Nutzarbeit umzusetzen. Dies wird dadurch erreicht, daß man den Dampf vermöge seines Überdruckes in strömende Bewegung versetzt und ihn in diesem Zustand Strömungsdrücke nach Abschn. 50 oder 52 auf die Laufradschaufeln ausüben läßt. Ist  $P^1)$  die in die Drehrichtung des Rades fallende Komponente der Schaufeldrücke, so ist bei einer mittleren Umfangsgeschwindigkeit  $u$  des Schaufelkranzes die sekundlich an diesen abgegebene Nutzbarkeit

$$L_i = P \cdot u \text{ mkg/sec} = P \cdot u / 75 \text{ PS.}$$

Je nach der Größe der angenommenen Schaufelwinkel  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  und  $\beta_2$  und der entsprechenden Zellenquerschnitte  $f_0$ ,  $f_1$  und  $f_2$  kann nun die Strömung so verlaufen, daß im Austrittsquerschnitt  $f_0$  der Leitkanäle und im Laufrad der äußere Gegendruck (Luftdruck bei Auspuffbetrieb, Kondensatordruck bei Kondensationsbetrieb) herrscht, oder aber ein höherer Druck als dieser (Spaltüberdruck). Im ersten Falle ist die Geschwindigkeit  $c_1$ , mit welcher der Dampf aus dem Leitkanal austritt, gleich der vollen Ausströmgeschwindigkeit, wie sie nach Abschn. 44 dem ganzen Druckgefälle zwischen dem anfäng-

<sup>1)</sup> In Fig. 66 mit  $P_x$ , in Fig. 71 mit  $R_x$  bezeichnet.

lichen Dampfdruck  $p$  und dem Gegendruck  $p'$  entspricht, und die Leitvorrichtung muß nach Art der Lavaldüsen ausgeführt sein. Im zweiten Falle ist  $c_1$  kleiner als dieser Wert und durch das Druckgefälle zwischen  $p$  und dem Spaltdruck bestimmt. Ist dieses größer als das kritische Gefälle nach Abschn. 44, so muß die Leitvorrichtung gleichfalls als Lavaldüse ausgeführt sein, falls nicht der Schrägbereich des Leitkanals eine hinreichende Dampfdehnung ermöglicht (S. 170, Fußbem.). Turbinen der ersten Art heißen Druckturbinen oder Aktionsturbinen, solche der letzteren Art Überdruckturbinen oder Reaktionsturbinen.

**Druckturbinen.** Der Arbeitswert von 1 kg des dem Laufrad zuströmenden Dampfes ist gleich seiner Strömungsenergie  $c_1^2/2g$ , die nach Abschn. 44 gleich der Fläche  $L_0$  des adiabatischen Druckvolumen-Diagrammes ist, Fig. 73. Der Dampf besitzt also schon beim Eintritt in das Laufrad die gesamte, seinem Arbeitswert zwischen dem Anfangs- und Gegendruck entsprechende Strömungsenergie, und es handelt sich im Laufrad, da dort sein Druck nicht weiter sinken kann, nur noch darum, ihm davon einen möglichst großen Teil als Umfangsarbeit zu entziehen, so daß das Verhältnis

$$P \cdot u / L_0 = \eta_u$$

sich möglichst dem Wert 1 nähert. Dies wird dadurch erreicht, daß man die absolute Geschwindigkeit  $c_2$ , mit welcher der Dampf das Laufrad verläßt, durch geeignete Wahl der Laufradwinkel und der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  möglichst klein macht. Die ersten Ausführungsformen dieser einstufigen Druckturbinen waren die Turbinen des schwedischen Ingenieurs de Laval.

#### Geschwindigkeits- und Druckstufen.

Bei den üblichen Dampfdrücken von 10 bis 12 at ist die Ausströmgeschwindigkeit  $c_1$  bei atmosphärischem Gegendruck etwa 880 m/sec, bei Kondensationsbetrieb 1200 m/sec. Dementsprechend müßte das Laufrad, wenn der strömende Dampf möglichst viel von seiner Strömungsenergie an dieses abgeben soll,

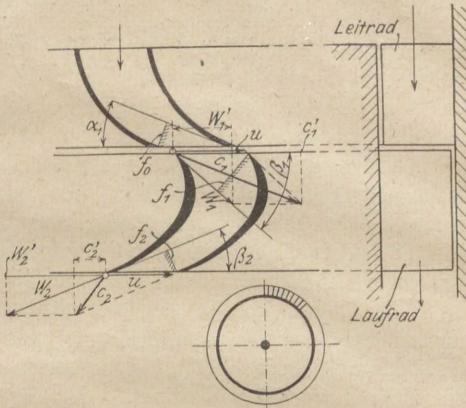


Fig. 72.

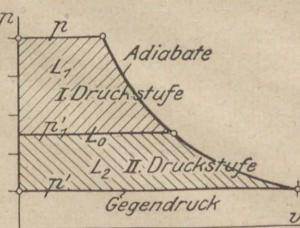


Fig. 73.

wie weiter unten gezeigt (Fig. 76), Umfangsgeschwindigkeiten von ungefähr der Hälfte des Wertes von  $c_1$  besitzen, also  $u = 440$  bis  $600 \text{ m/sec}$ . Das Laufrad müßte z. B. bei  $1 \text{ m}$  Durchmesser eine minutliche Umdrehungszahl bis  $n = 60 \cdot 600/\pi = 11500$  besitzen, bei kleinerem Durchmesser entsprechend mehr. Abgesehen davon, daß so hohe Umfangsgeschwindigkeiten wegen der zu hohen Inanspruchnahme durch die gewaltigen Zentrifugalkräfte unausführbar sind, sind auch Drehzahlen von  $10000$  und mehr in der Minute für die allermeisten praktischen Zwecke, z. B. zum elektrischen oder mechanischen Antrieb, unverwendbar. Man muß also aus praktischen Gründen beim einstufigen Rad erheblich kleinere Werte von  $u$  und  $n$  zulassen, wodurch sich die aus  $1 \text{ kg}$  Dampf gewinnbare Arbeit entsprechend vermindert bzw. der Dampfverbrauch der Turbine für eine verlangte Nutzleistung erhöht. Um nun trotz bedeutender Herabsetzung der Umfangsgeschwindigkeit (etwa  $300$  bis  $100 \text{ m/sec}$  und weniger) noch eine gute Ausnützung des Dampfes zu erzielen, hat man zwei Mittel gefunden, die grundsätzlich voneinander verschieden sind. Das eine besteht in der Anwendung von sogenannten Geschwindigkeitsstufen, das andere in der Anwendung von Druckstufen. Auch können beide Mittel zusammen angewendet werden. Äußerlich sind beide Ausführungen dadurch gekennzeichnet, daß statt eines einzigen Leit- und Laufrads mehrere oder viele solche Paare oder „Stufen“ hintereinander so angeordnet sind, daß jede folgende Stufe den Abdampf der vorangehenden aufnimmt und weiter verarbeitet.

Bei der Geschwindigkeitsstufung tritt der Dampf, wie in der einstufigen Lavalturbine, mit voller Gefällegeschwindigkeit  $c_1$  in das erste Laufrad, das jedoch erheblich langsamer läuft und dessen Schaufeln daher größere Ein- und Austrittswinkel besitzen müssen, als das einstufige Rad. Die Austrittsgeschwindigkeit  $c'_1$  aus dem Laufrad wird dementsprechend auch höher. Mit dieser Geschwindigkeit strömt nun der Abdampf dieses Laufrades, ohne seinen Druck zu ändern, in das zweite Leitrad, von dem er umgelenkt und dem zweiten Laufrad in der richtigen, der gemeinsamen Umfangsgeschwindigkeit  $u$  entsprechenden Richtung zugeführt wird. Dieses verläßt er dann mit der bedeutend verminderteren Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$ . Der gleiche Vorgang kann nötigenfalls nochmals wiederholt werden, jedoch hört der Nutzen wegen der Reibungsverluste des Dampfes schon bei drei Stufen auf. Meist werden nur zwei Stufen (Curtis-Räder) ausgeführt.

In dem mehrkränzigen Rad mit Druckstufung zeigt der Dampf ein davon ganz verschiedenes Verhalten. Er tritt aus dem ersten Leitrad mit einer Geschwindigkeit  $c'_1$  aus, die nur einem Teil des gesamten Druckgefälles entspricht, so daß der Dampfdruck  $p'_1$  an dieser Stelle und im ganzen ersten Laufrad erheblich höher als der Gegendruck  $p'$  ist. Von dem Druckvolumendiagramm Fig. 73

wird bis dahin nur die Teilfläche  $L_1$  in Strömungsenergie umgesetzt  
gemäß

$$\frac{c_1'^2}{2g} = L_1.$$

Um von diesem Betrag einen möglichst großen Teil in Nutzarbeit umzusetzen, muß die Schaufelung wie bei einer einstufigen Lavalturbine, also mit kleinen Winkeln  $\beta_1$  und  $\beta_2$ , ausgeführt werden. Da jedoch  $c_1' < c_1$  ist, so wird auch die erforderliche Umfangsgeschwindigkeit im gleichen Verhältnis kleiner, also nur

$$u' = n \cdot \frac{c_1'}{c_1}.$$

Der Abdampf der ersten Stufe, der mit geringer Geschwindigkeit austritt, muß nun in der zweiten Stufe weiter verwendet werden. Er könnte zu diesem Zweck zunächst in einen Zwischenbehälter geleitet werden (wie bei den Verbund-Dampfmaschinen); meist tritt er jedoch unmittelbar in das zweite Leitrad über. Sind nur zwei Stufen angeordnet, so herrscht hinter dem zweiten Leitrad und im zweiten Laufrad der Gegendruck  $p'$  und im zweiten Laufrad wird die Diagrammfläche  $L_2$  Fig. 73 zwischen  $p_1'$  und  $p'$  in Geschwindigkeit umgesetzt gemäß

$$\frac{c_1''^2}{2g} = L_2.$$

Ist  $L_1 = L_2$ , so ist auch  $c_1'' = c_1'$  und da die Umfangsgeschwindigkeit  $u'$  gemeinsam ist, so wird das zweite Laufrad die gleichen Schaufelwinkel wie das erste erhalten.

Anstatt zwei Druckstufen können auch drei oder mehr Druckstufen angewendet werden. Die obere Grenze der Stufenzahl liegt hier bedeutend höher als bei der Geschwindigkeitsstufung. Je größer die Druckstufenzahl ist, mit um so kleinerer Umfangsgeschwindigkeit läuft die Turbine. Das Dampfdiagramm erscheint dann in eine der Stufenzahl gleiche Zahl von wagerecht begrenzten, gleich oder ungleich großen Streifen aufgeteilt, Fig. 74. Vor den einzelnen Leiträdern herrschen die der oberen Begrenzung der einzelnen Flächen entsprechenden Dampfdrücke  $p_1, p_2, p_3 \dots p_6$ .

**Überdruckturbinen.** Diese Gruppe von Turbinen kennzeichnet sich dadurch, daß sich der Dampf auch in den Laufradzellen weiter

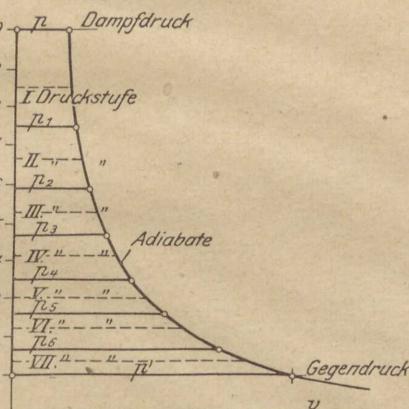


Fig. 74.

ausdehnt und somit seinen Druck und seine relative Strömungsgeschwindigkeit vom Eintritt bis zum Austritt aus dem Laufrad ändert, Fig. 72. In der einstufigen Überdruckturbine, bei der auf der Austrittsseite des Laufrades der äußere Gegendruck herrscht, nimmt der Dampfdruck bis zum Austrittsquerschnitt  $f_0$  des Leitrades von  $p_0$  auf  $p_1$ , Fig. 75, im Laufrad zwischen den Querschnitten  $f_1$  und  $f_2$  von  $p_1$  bis auf den Gegendruck  $p_2$  ab. Im Leitrad wird somit die Fläche  $L_1$ , im Laufrad die Fläche  $L_2$  in Geschwindigkeit umgesetzt gemäß

$$L_1 = \frac{c_1^2}{2g}$$

$$L_2 = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \text{ und}$$

$$L_1 + L_2 = L_0.$$

Die nutzbaren Schaufeldrücke im Laufrad entstehen hier, wie bei der Schaufelung nach Fig. 71, durch die vereinigte Wirkung der Aktion und Reaktion des Dampfes (Abschn. 52).

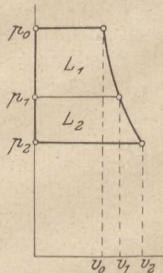


Fig. 75.

Das Verhältnis  $L_2:L_0$  wird als „Reaktionsgrad“ bezeichnet. Häufig wird halbe Reaktion,  $L_2 = \frac{1}{2}L_0$  also  $L_1 = L_2$ , angewendet. Die nähere Untersuchung am Einzelfall zeigt, daß die einstufige Überdruckturbine nicht nur, wie die einstufige Druckturbine, wegen der zu hohen Umfangsgeschwindigkeit, sondern auch wegen des zu hohen Auslaßverlustes für die üblichen hohen Dampfdrücke, insbesondere bei Kondensationsbetrieb sehr unvorteilhaft ist. Noch mehr als bei der Druckturbine ist es daher nötig, Druckstufen anzutragen, so daß in jeder Stufe nur ein Teil des gesamten Druckgefälles umgesetzt wird. Schon die ersten Überdruckturbinen nach Parsons sind daher mit einer großen Zahl von Leit- und Laufrädern; die ohne Zwischenbehälter unmittelbar aufeinander folgen, ausgestattet gewesen, um mäßige Umfangsgeschwindigkeiten und Drehzahlen zu erhalten, wie sie insbesondere für den unmittelbaren Antrieb der Schiffsschrauben nötig sind. Die Aufteilung des Gefälles wird gleichfalls durch Fig. 74 dargestellt. Die gestrichelten Wagrechten trennen in jeder Druckstufe den Anteil des Leit- und Laufrades und geben die Höhe der Spaltdrücke in den einzelnen Stufen an.

Beispiel. Die Geschwindigkeits- und Arbeitsverhältnisse der einstufigen Druckturbine (und der Einzelstufe der Druckturbine mit Druckstufung) zu ermitteln.

Der aus einer einfachen Mündung oder bei höheren Druckgefällen aus einer Lavaldüse mit der absoluten Geschwindigkeit  $c_1$  austretende Strahl fließt unter dem Winkel  $\alpha_0$  gegen die mit der Geschwindigkeit  $u$  umlaufende (anähernd geradlinig fortschreitende) Schaufelreihe, von der in Fig. 76 nur eine Schaufel gezeichnet ist<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die Schaufelwinkel sind hier anders bezeichnet als in Fig. 72.

Die Druckwirkung des über die Schaufel laufenden Strahles kann ebenso berechnet werden wie bei der ruhenden Schaufel. Wird mit  $w$  die unveränderliche Relativgeschwindigkeit (Fließgeschwindigkeit) des Strahles auf der Schaufel bezeichnet, so ist nach Abschn. 50, Gl. 6 u. 7

$$P_x = \frac{G_{sec}}{g} w (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

$$P_y = \frac{G_{sec}}{g} w (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2).$$

Die sekundliche Arbeit (Effekt) des Strahldruckes, hier gleich der seiner Komponente  $P_x$ , ist

$$L = P_x u,$$

also

$$L = \frac{G_{sec}}{g} w u (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2).$$

Damit der Strahl ohne Anprall (Stoß) in die Schaufelung einläuft, muß hier die Schaufelgeschwindigkeit einen ganz bestimmten, durch  $c_1$  und die Winkel  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  bedingten Wert besitzen. Sie muß gleich der Umfangskomponente  $u$  der nach den Richtungen von  $u$  und  $w$  zerlegten Zufußgeschwindigkeit  $c_1$  sein. Würde nämlich die Schaufelgeschwindigkeit  $u' < u$ , so müßte der Strahl mit  $u - u'$  gegen die weglaufende Schaufel stoßen. Wäre sie  $u' > u$ , so bliebe der Strahl in der Umlaufrichtung zurück und müßte von den nachfolgenden Schaufeln mit  $u' - u$  getrieben werden; es muß also, da beide Möglichkeiten die Wirkung des Strahles beeinträchtigen,  $u' = u$  gewählt werden. Der Strahl läuft dann störungsfrei mit  $w$  in der Richtung  $\alpha_1$  auf die Schaufel. Kurz ausgedrückt muß  $c_1$  die Diagonale in dem Parallelogramm aus  $u$  und  $w$  sein (Eintrittsparallelogramm).

Setzt man zur Vereinfachung  $\alpha_1 = \alpha_2$ , so wird

$$L = 2 \frac{G_{sec}}{g} w u \cos \alpha_1.$$

Bei Turbinen soll dieser Wert möglichst groß werden. Es handelt sich also darum, die Verhältnisse so zu wählen, daß

$$w u \cos \alpha_1$$

einen größten Wert erreicht. Bezeichnet man vorübergehend die Projektion von  $w$  auf die Umlaufrichtung, also den Wert  $w \cos \alpha_1$  mit  $w_u$ , so soll

$$w u \cos \alpha_1 = u w_u$$

ein Maximum sein.

Bei gegebener Zuflußrichtung  $\alpha_0$  und Zuflußgeschwindigkeit  $c_1$  hat nun die Summe  $u + w_u$  den festen Wert  $c_1 \cos \alpha_0$ , vgl. Fig. 76. Die Einzelwerte von  $u$  und  $w_u$  sind aber innerhalb dieser Summe je nach dem Schaufelwinkel verschieden. Ihr Produkt wird am größten, wenn

$$u = w_u = \frac{1}{2} c_1 \cos \alpha_0$$

ist.

Nach dem Satz der Geometrie, daß im rechtwinkligen Dreieck das Quadrat der Höhe gleich dem Produkt aus den Abschnitten der Hypotenuse ist, ergibt sich dies aus Fig. 76 unmittelbar.

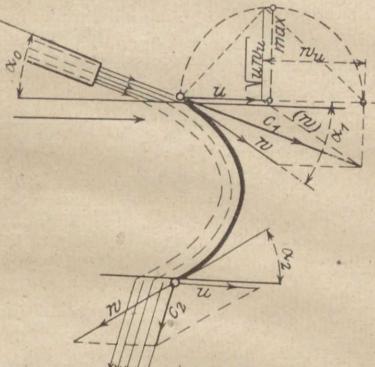


Fig. 76.

Die Arbeit wird für diesen Fall

$$L = \frac{c_1^2}{2g} \cos^2 \alpha_0.$$

Sie erreicht ihren Größtwert bei  $\cos^2 \alpha_0 = 1$  mit  $\alpha_0 = 0$

$$L_{max} = \frac{c_1^2}{2g},$$

d. h. die ganze lebendige Kraft des Strahles wird in Schaufelarbeit umgesetzt. Praktisch ist dieser Fall nicht möglich. Es bleibt nur übrig,  $\alpha_0$  möglichst klein zu machen. Gleichzeitig wird dann, wegen  $\cos \alpha_0 \approx 1$

$$u \approx \frac{1}{2} c_1,$$

d. h. die Umfangsgeschwindigkeit gleich der halben Strahlgeschwindigkeit. Ferner wird angenähert

$$\alpha_1 = 2 \alpha_0.$$

Allgemein ist, wenn  $u$  von  $\frac{1}{2} c_1$  und  $\alpha_0$  von  $0^\circ$  abweicht,

$$L = 2 \frac{G_{sec}}{g} u w \cos \alpha,$$

wofür sich wegen

$$u + w \cos \alpha = c_1 \cos \alpha_0$$

schreiben lässt

$$L = 2 \frac{G_{sec}}{g} u (c_1 \cos \alpha_0 - u).$$

Der Wirkungsgrad wird nun mit  $L_{max} = \frac{c_1^2}{2g}$

$$\eta = \frac{L}{L_{max}} = \frac{4u}{c_1^2} (c_1 \cos \alpha_0 - u)$$

oder

$$\eta = 4 \frac{u}{c_1} \left( \cos \alpha_0 - \frac{u}{c_1} \right),$$

also im wesentlichen nur abhängig von dem Verhältnis der Umlaufgeschwindigkeit zur Dampfgeschwindigkeit.

Dieser Wert erreicht bei  $\frac{u}{c_1} = \frac{1}{2} \cos \alpha_0$  sein Maximum

$$\eta_{max} = \cos^2 \alpha_0.$$

Für jedes Verhältnis  $\frac{u}{c_1} < \frac{1}{2} \cos \alpha_0$  wird  $\eta$  kleiner.

Die absolute Ausflußgeschwindigkeit  $c_2$  ergibt sich, da auch

$$L = G_{sec} \left( \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} \right)$$

ist, aus

$$\eta = \frac{L}{L_{max}} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{c_1^2} = 1 - \frac{c_2^2}{c_1^2}$$

zu

$$c_2 = c_1 \cdot \sqrt{1 - \eta}.$$

Bei einstufigen Druckturbinen (nach de Laval) muß der Dampfstrahl beim Eintritt in das Laufrad die dem ganzen Druckgefälle entsprechende Geschwindigkeit besitzen. Bei Kondensationsbetrieb mit einem Vakuum von

0,1 at abs. ist also nach Abschn. 44 für einen Dampfdruck von 10 at abs.  $c_1 = 1170$  m/sec. Bei Auspuffbetrieb wäre  $c_1 = 880$  m/sec. Ist der Zuflußwinkel  $\alpha_0 = 18^\circ$ , so wird  $u = \frac{1}{2} c_1 \cos \alpha_0 = 0,475 c_1$  und  $\eta_{max} = 0,904$ . Die Radgeschwindigkeiten müßten also bei Kondensationsbetrieb

$$0,475 \cdot 1170 = 556 \text{ m/sec},$$

bei Auspuffbetrieb

$$0,475 \cdot 880 = 418 \text{ m/sec}$$

sein. Die letztere Geschwindigkeit ist noch anwendbar. Die Abflußgeschwindigkeit wird dann  $c_2 = 0,31 c_1$ , also 362 bzw. 273 m/sec.

## Der Luftwiderstand.

### 54. Ursachen des Luftwiderstandes.

Jeder durch den lufterfüllten Raum fortschreitende Körper erleidet durch die Luft erfahrungsgemäß einen Bewegungswiderstand, der mit seiner Geschwindigkeit wächst. Infolge dieses Widerstandes fällt z. B. jeder Körper in der Luft langsamer als im luftleeren oder luftverdünnten Raum. Ein schief geworfener Körper (Geschoß) erfährt durch den Luftwiderstand eine Verkürzung der theoretischen Wurfweite und Wurfhöhe und eine Veränderung der Parabelbahn. Bei schnellfahrenden Fahrzeugen (Lokomotiven, Automobile) besteht ein ansehnlicher Teil des Fahrwiderstandes aus dem Laufwiderstand. Luftschiefe erfordern zu ihrer Eigenbewegung, auch in horizontaler Fahrt, erhebliche motorische Kräfte. Die fliegenden Tiere benützen den Luftwiderstand ihrer Flügel zur Überwindung der Schwere und zur Fortbewegung. Die Flugmaschinen erhalten durch Luftschauben, die in der Luft rotierend den Luftwiderstand erwecken, ihre fortbewegende Kraft, und der Luftwiderstand der schrägen Tragflächen liefert in seiner lotrechten Komponente die tragende Kraft. Die bekannten Wirkungen des Windes (Winddruck) entstehen aus gleichen Ursachen wie der Luftwiderstand.

Schreitet ein Körper in einer nach allen Seiten unbegrenzten Gasmasse mit der Geschwindigkeit  $c$  geradlinig fort, so wird sekundlich das Gasvolumen  $F \cdot c$  aus dem Bahnraum vom Querschnitt  $F$  verdrängt, während auf der Rückseite in gleicher Zeit eine gleich große Gasmenge in den vom Körper freigegebenen Raum nachströmt, Fig. 77. Durch die Bewegung des Körpers werden also die im Bahnraum und in dessen Nähe befindlichen Gasmassen in Bewegung gesetzt. Dadurch können sowohl Massen-Beschleunigungskräfte von seiten des Körpers auf die Luft, als auch Verzögerungsdrücke von seiten der bewegten Gasmasse auf den Körper entstehen, die sich in ihrer Wirkung auf die Bewegung des Körpers teilweise (oder nahezu ganz) aufheben können. Selbstverständlich bleibt in keinem Falle eine der Bewegung des Körpers förderliche Kraft übrig, vielmehr in allen Fällen, wie die Erfahrung lehrt, ein Bewegungswiderstand.

Würde sich unmittelbar nach dem Durchgang des Körpers durch einen bestimmten Teil des Bahnraums die Gasmasse in diesem Raumgebiet in Ruhe befinden und hätte auch ihre Temperatur keine Änderung erlitten, so wäre zu schließen, daß von seiten des Körpers keine Energie auf das Gas übertragen wurde. Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie könnte in diesem Falle der Körper auch keinen Bewegungswiderstand in dem Gase gefunden haben.

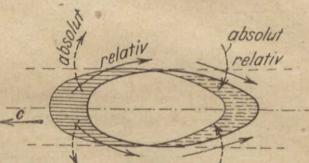


Fig. 77.

Aus der Tatsache nun, daß ein Luftwiderstand stets vorhanden ist, ist umgekehrt zu folgern, daß die Luft im Bahnraum des Körpers nach dessen Vorübergang weder in Ruhe ist noch ihre Temperatur behalten hat. Die Summe aus der gesamten ihr innenwohnenden Bewegungsenergie und aus der Steigerung ihres Wärmeinhalts muß der Arbeit des Luftwiderstandes auf der betrachteten Strecke gleich sein. In zahlreichen Fällen, besonders bei Körpern mit bedeutendem Luftwiderstand, ist eine heftig wirbelnde Bewegung im Bahnraum hinter dem Körper unmittelbar beobachtet worden, die natürlich nach kurze Zeit verschwindet und in Wärme übergeht.

Der relative Bewegungszustand der Luft gegenüber dem Körper ist nach den gemachten Beobachtungen im allgemeinen dadurch gekennzeichnet, daß vorn regelmäßige Stromlinienbewegung, auf einem größeren oder kleineren Gebiet der Rückseite dagegen unregelmäßige Wirbelbewegung herrscht, wie Fig. 78 andeutet.

Der Luftwiderstand besteht also aus drei Teilen:

1. Dem Widerstand der Stirnflächen, der sich aus der geordneten Stromlinienbewegung auf der Vorderseite der Körper ergibt und sich durch normal gerichtete Überdrücke, in manchen Fällen verbunden mit Unterdruck, auf diese Flächen äußert.

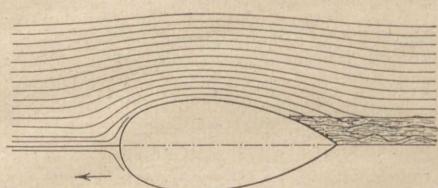


Fig. 78.

2. Dem Unterdruck-Widerstand auf der Rückseite der Körper, entstanden durch das ungeordnete, mit Wirbelbildungen verbundene Zuströmen der Luft in den Bahnraum hinter dem Körper.

3. Dem Widerstand der Oberflächenreibung, der im Sinne der relativen Strömungsrichtung

der Luft tangential an der Oberfläche angreift und dem Strömungswiderstand der Gase in Rohrleitungen vergleichbar ist.

### Gesetz des Luftwiderstandes.

**Einfluß der Geschwindigkeit ( $c$ ).** Die besten bisherigen Versuche, die sich auf Geschwindigkeiten von wenigen Metern bis etwa 40 m/sec erstrecken, ergaben, daß der gesamte Luftwiderstand eines und desselben Körpers nach der Bewegungsrichtung sich mit dem Quadrat der Geschwindigkeit ändert.

Eine Einschränkung erfährt das Gesetz u. U. bei Körpern mit verhältnismäßig großer Oberfläche (Luftschiffkörper), wo bei kleinen Geschwindigkeiten der Reibungswiderstand mit einer kleineren als der 2. Potenz wachsen kann.

— Bei sehr hohen Geschwindigkeiten, in der Nähe der Schallgeschwindigkeit (Geschosse), wächst der Widerstand mit einer erheblich höheren Potenz. — Für die üblichen flugtechnischen Geschwindigkeiten kann das quadratische Gesetz als recht genau angesehen werden.

**Einfluß der Luftpumpe.** Der Luftwiderstand wächst im gleichen Verhältnis mit der Luftpumpe. Er ist also dem spez. Gewicht  $\gamma$  proportional. Da es sich um Trägheitswiderstände handelt, so kommt die spez. Masse in Frage, also der Wert  $\gamma:g$ .

**Einfluß der Körpergröße.** Bei Körpern gleicher Gestalt, aber verschiedener Größe, wird häufig der Widerstand dem Bahnraumquerschnitt  $F$  senkrecht zur Bewegungsrichtung (dem Hauptspannquerschnitt des Körpers) proportional gesetzt. Wie Versuche mit

quadratischen und kreisförmigen Platten, mit Zylindern und Kugeln von verschiedener Größe zeigen, kommen sehr bedeutende Abweichungen von dieser Regel vor.

**Einfluß der Körperform.** Die Körperform ist nach den früheren Erörterungen über die Ursachen des Luftwiderstandes von der größten Bedeutung für diesen, und zwar kommt dabei sowohl die Form des Stirnendes, als die des Hinterendes als gleich wichtig in Betracht. Den kleinsten Widerstand besitzen fischförmige Körper, den größten plattenförmige. Jeder Körperform kommt ein besonderer, nur durch Versuche zu ermittelnder Widerstandswert ( $\psi$ ) zu.

Demgemäß berechnet sich der Luftwiderstand  $W$  nach der Formel

$$W = \psi F \frac{\gamma}{g} c^2,$$

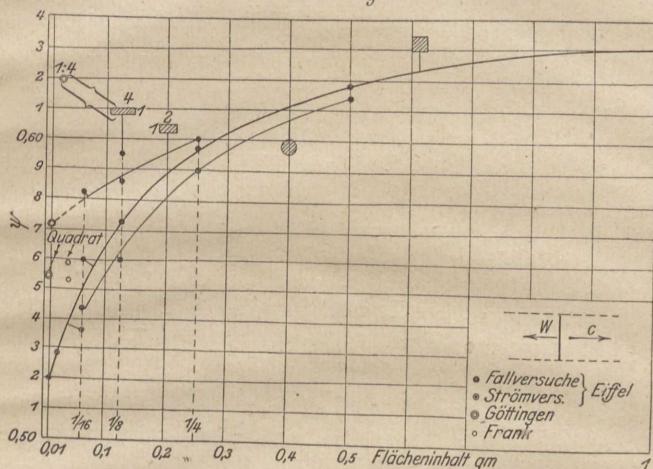


Fig. 79.

mit  $F$  in qm,  $\gamma$  in kg/cbm,  $c$  in m/sec,  $g = 9,81$ , und  $\psi$  als einem von der gesamten Körperform abhängigen Erfahrungswert, der eine unbenannte (sog. dimensionslose) Zahl ist. Für eine bestimmte Körperform kann sich  $\psi$  mit der Größe des Körpers, der Geschwindigkeit und der Luftpumpe ändern. Dem gleichen Gesetz folgt im allgemeinen auch der Reibungswiderstand ebener Platten, die sich in ihrer eigenen Ebene geradlinig fortbewegen. Es gilt

$$W_r = \psi F \frac{\gamma}{g} c^2 \text{ mit } \psi = 0,00244 \text{ und } F \text{ als gesamter Oberfläche.}$$

## 55. Versuchsergebnisse über den Luftwiderstand von plattenförmigen Körpern.

a) Ebene quadratische, rechteckige und kreisförmige Platten, in der Richtung senkrecht zu ihrer Ebene bewegt.

Fig. 79 enthält die Ergebnisse Eiffels aus Fallversuchen am Schüle, Leitfaden. 3. Aufl.

Eiffelturm sowie aus Strömungsversuchen, ferner diejenigen Franks aus Pendelversuchen, sowie einige Göttinger Versuche. Als Abszissen sind die absoluten Flächengrößen der Versuchsplatten, als Ordinaten die Werte  $\psi$  aufgetragen.

Soweit die Versuche reichen, erkennt man, daß  $\psi$  mit wachsender Fläche größer wird und daß bei gleicher Größe der Widerstand von der Gestalt der Platte abhängt, wenn auch z. B. zwischen Kreis und Quadrat die Unterschiede nur unbedeutend sind.

Größer sind die Unterschiede für rechteckige Platten von verschiedenem Seitenverhältnis. Lange und schmale Rechtecke besitzen die größten spezifischen Widerstände. Den größten Widerstandswert besitzt die rechteckige Platte von 1:50 Seitenverhältnis mit rd.  $\psi_{90} = 0,78$ .

b) Ebene quadratische und rechteckige Platten, gegen die Bewegungsrichtung um den Winkel  $\alpha^0$  geneigt, eine Seite senkrecht dazu.

Der resultierende Druck  $P$  der Luft auf die Platte steht senkrecht zur Plattenebene, wenn man zunächst von kleinen Winkeln (unter 10 bis  $12^0$ ) absieht, wo die Oberflächenreibung eine Rolle spielt.

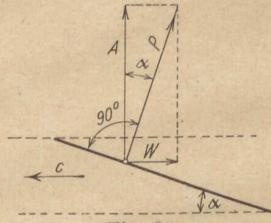


Fig. 80.

Zerlegt man  $P$  in Komponenten  $W$  nach der Richtung der Bewegung und  $A$  senkrecht dazu, so ist der Bewegungswiderstand oder eigentliche Luftpiderstand nach Fig. 80

$$W = P \sin \alpha (\alpha > 10 \text{ bis } 12^0) \dots \dots \dots (1)$$

Nach dem allgemeinen Gesetz des Luftpiderstands ist andererseits

$$W = \psi F' \frac{\gamma}{g} c^2 \text{ (für alle Winkel)} \dots \dots \dots (2)$$

mit  $F'$  als Projektion der Platte auf die Ebene senkrecht zur Bahnrichtung oder mit

$$F' = F \sin \alpha$$

$$W = \psi \sin \alpha F \frac{\gamma}{g} c^2 \dots \dots \dots (3)$$

Setzt man

$$\psi \sin \alpha = \zeta_w \dots \dots \dots \dots \dots \dots (4)$$

so wird

$$W = \zeta_w F \frac{\gamma}{g} c^2 \dots \dots \dots \dots \dots \dots (5)$$

Ferner setzt man für den Gesamtdruck

$$P = \zeta F \frac{\gamma}{g} c^2 \text{ (für } \alpha > 10^0 \text{)} \dots \dots \dots \dots \dots (6)$$

Fig. 81 enthält Versuchswerte von  $\zeta$  mit rechteckigen ebenen Platten vom Seitenverhältnis 2:1 und 6:1, die lange Seite senkrecht zur Stromrichtung.

Sehr bemerkenswert ist, daß diese Platten besonders bei kleineren Winkeln (zwischen  $0^\circ$  und ca.  $20^\circ$ ) um so größere Luftwiderstände besitzen, je länger verhältnismäßig die zur Bewegungsrichtung senkrechte Seite ist.

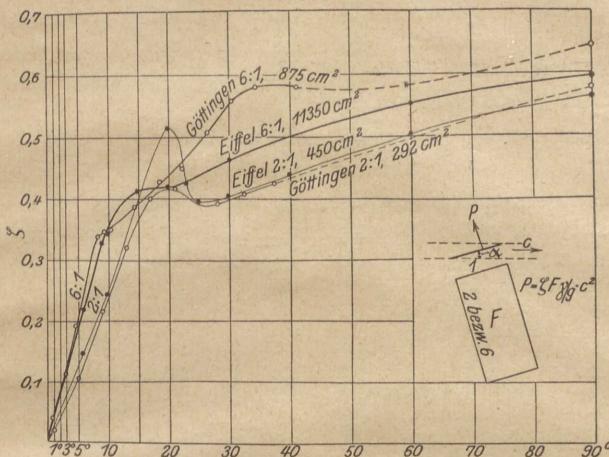


Fig. 81.

### c) Gewölbte Platten.

Nach einer zuerst von Lilienthal gemachten Beobachtung erleiden gewölbte Platten bei gleicher Geschwindigkeit, Neigung und größter Flächenprojektion größere Luftdrücke als ebene. Von dieser Tatsache wird bei den heutigen Flugmaschinen allgemein Gebrauch gemacht, indem als Tragflächen nur noch gewölbte Flächen Verwendung finden, und zwar aus dem Grunde, weil infolge des größeren Gesamtdrucks die lotrechte Komponente, der Auftrieb, erheblich größer wird als bei ebenen Flächen gleicher Größe und Neigung. Allerdings wird auch der Bewegungswiderstand der gewölbten Tragfläche größer, aber weitaus nicht in dem gleichen Verhältnis wie der Auftrieb. Die Tragflächen verschiedener Systeme besitzen verschiedenartige Wölbungskurven und demgemäß auch abweichende Eigenschaften.

Die Wölbung der kreisförmigen Platte wird als Verhältnis des Pfeils des Kreisbogens zur Sehne angegeben. Unter dem Neigungswinkel versteht man den Winkel  $\alpha$  der Sehne mit der Bewegungsrichtung.

Fig. 83 enthält in den tieferliegenden Kurven die Werte des Widerstandskoeffizienten  $\zeta_w$  für eine gewölbte Platte von 6:1 Seitenverhältnis nach Eiffel und für eine ebensolche von 5:1 nach Göttingen; das Wölbungsverhältnis ist bei beiden 1:13,5. Der Vergleich mit zwei Versuchsreihen an ebenen Platten vom Seitenverhältnis 6:1 läßt erkennen, daß bei allen Winkeln zwischen  $0^\circ$  und ca.  $28^\circ$  die gewölbten Platten größere Bewegungswiderstände besitzen.

### 56. Der Auftrieb plattenförmiger Körper.

Die lotrechte Komponente des gesamten Luftdrucks auf einen bewegten plattenförmigen (ebenen oder gewölbten) Körper heißt Auftrieb, weil diese Kraft dem lotrecht nach unten wirkenden Gewicht der Platte und etwa mit ihr verbundener Körper (Flugmaschine) unmittelbar entgegenwirkt. Die Grundbedingung des wagerechten, sowie des gleichförmig steigenden oder fallenden Fluges ist die Gleichheit von Auftrieb und Gewicht.

#### Ebene Platten.

Bewegt sich eine unter dem Winkel  $\alpha$  geneigte Platte in wägerichter Richtung, so besitzt nach Fig. 80 der Luftdruck auf die Platte eine lotrechte Komponente im Betrage

$$A = W \cdot \cotg \alpha, \dots \dots \dots \quad (9)$$

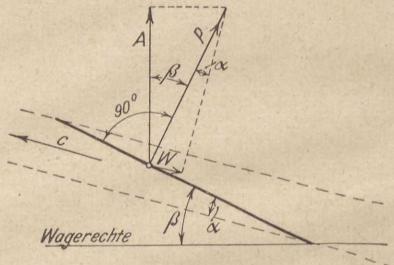


Fig. 80.

unter der bei Platten von mehr als  $12^{\circ}$  Neigung hinreichend genau erfüllten Bedingung, daß der Luftdruck  $P$  normal zur Platte steht.

Ist  $A$  gerade gleich dem Gewicht der Platte, so bewegt sich diese, ohne zu fallen oder zu steigen, in der Luft wägerrecht fort.

Wird eine unter dem Winkel

$\beta$  gegen die Wagerechte geneigte Platte unter dem Winkel  $\alpha$  gegen ihre eigene Richtung fortbewegt, wobei also ihre Bahn unter dem Winkel  $\beta - \alpha$  gegen die Wagerechte geneigt ist, so gilt sowohl bei steigender als fallender Bewegung, Fig. 82

$$A = P \cdot \cos \beta,$$

$$W = P \cdot \sin \alpha.$$

daher

$$A = W \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \dots \dots \dots \quad (10)$$

Mit  $\beta = \alpha$  geht diese Formel in die der horizontalen Bewegung über,

$$A : W = \cotg \alpha \dots \dots \dots \quad (11)$$

Bei schräger Bewegung ist dagegen

$$A : W = \cos \beta : \sin \alpha \dots \dots \dots \quad (12)$$

Die Auftriebsübersetzung  $A/W$  ist also, für gleiche Neigung  $\alpha$  der Platte gegen die Bewegungsrichtung, bei steigender Bewegung schwächer als bei horizontalem Flug.

In allen diesen Fällen ist

$$W = \zeta_w F \frac{\gamma}{g} c^2,$$

worin  $\zeta_w$  aus Versuchen (Fig. 83) bestimmt sein muß.

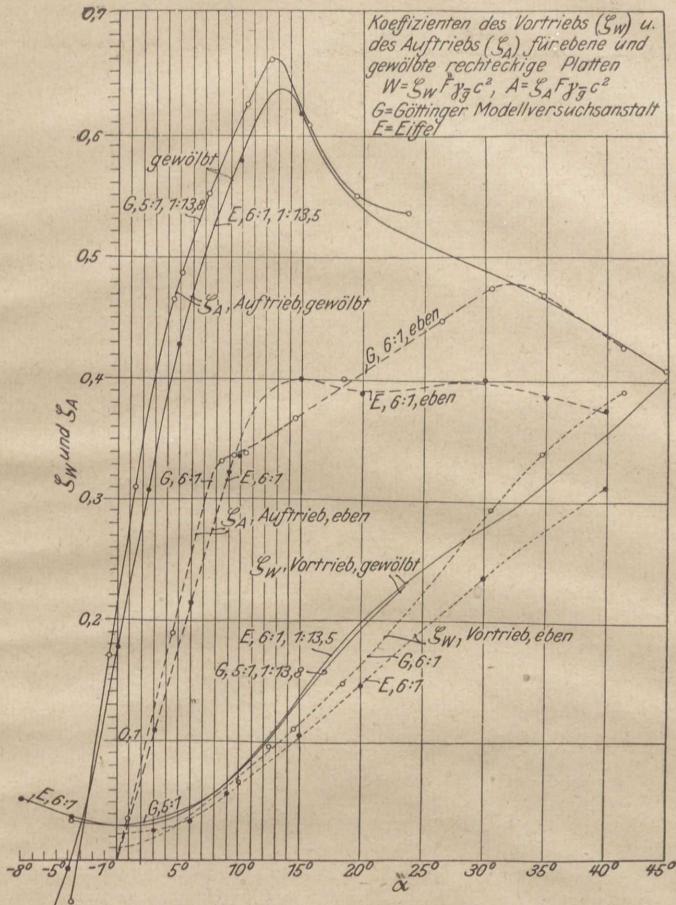


Fig. 83.

Der Auftrieb selbst lässt sich allgemein darstellen durch

$$A = \zeta_A \cdot F \frac{\gamma}{q} c^2.$$

Bei den neueren Strömungsversuchen werden die Auftriebskoeffizienten  $\zeta_A$  unabhängig von den Antriebskoeffizienten ermittelt, weil die aus Gl. 9 folgende Beziehung  $\zeta_A = \zeta_w \cdot \cot \alpha$  für die gewölbten Tragflächen der Flugzeuge und auch für ebene Flächen bei kleinen

Anstellwinkeln nicht gilt, wie weiter unten gezeigt ist (Fig. 86). Oberhalb  $10^\circ$  hat sich dagegen für ebene Flächen Übereinstimmung von  $\zeta_A/\zeta_w$  mit  $\cot \alpha$  ergeben.

In Fig. 83 sind die Auftriebskoeffizienten für ebene, rechteckige

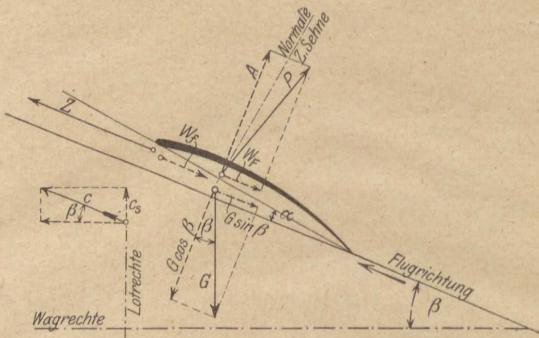


Fig. 84.

Platten mit 6:1 Seitenverhältnis nach Eiffel und Göttinger Versuchen enthalten.

Fig. 84 zeigt die bei Flugmaschinen übliche Art der Zerlegung der Luftkraft  $P$  und des Gewichtes  $G$ .  $A$  ist hier gleich dem Auftrieb beim wagerechten Flug unter dem Anstellwinkel  $\alpha$ .  $Z$  ist der Schraubenzug,  $W_r$  der Rumpfwiderstand.

#### Gewölbte rechteckige Platten.

Von den ebenen Platten unterscheiden sich die gewölbten zunächst darin, daß sie auch noch bei  $\alpha = 0^\circ$  Auftrieb besitzen, wie schon Lilienthal beobachtet hat.

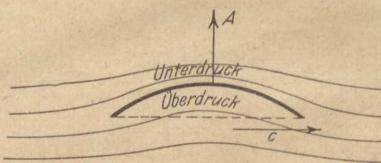


Fig. 85.

Der Strömungsverlauf ist hier ein solcher, daß auf der oberen, d. h. konvexen Seite der Platte Unterdruck, auf der konkaven Seite

dagegen Überdruck entsteht, woraus der Antrieb hervorgeht, Fig. 85.

Fig. 83 enthält die von Eiffel und in Göttingen nach dem Strömungsverfahren gemessenen Auftriebskoeffizienten  $\zeta_A$  bis zu Winkeln von  $45^\circ$  für rechteckige Platten mit kreisförmiger Krümmung und einem Verhältnis von Pfeilhöhe zu Sehne gleich 1:13,5 (bzw. 1:13,8).

#### Ebene und gewölbte Platten bei kleinen Anstellwinkeln.

Der Widerstand und Auftrieb ebener und gewölbter Platten wird bei kleinen Winkeln  $\alpha$  mit der Bewegungsrichtung durch die Ober-

flächenreibung erheblich beeinflußt. Auch das Übersetzungsverhältnis und die Richtung des resultierenden Luftdrucks wird infolge der Reibung in diesem Gebiet gegenüber den Verhältnissen bei größeren Winkeln wesentlich geändert.

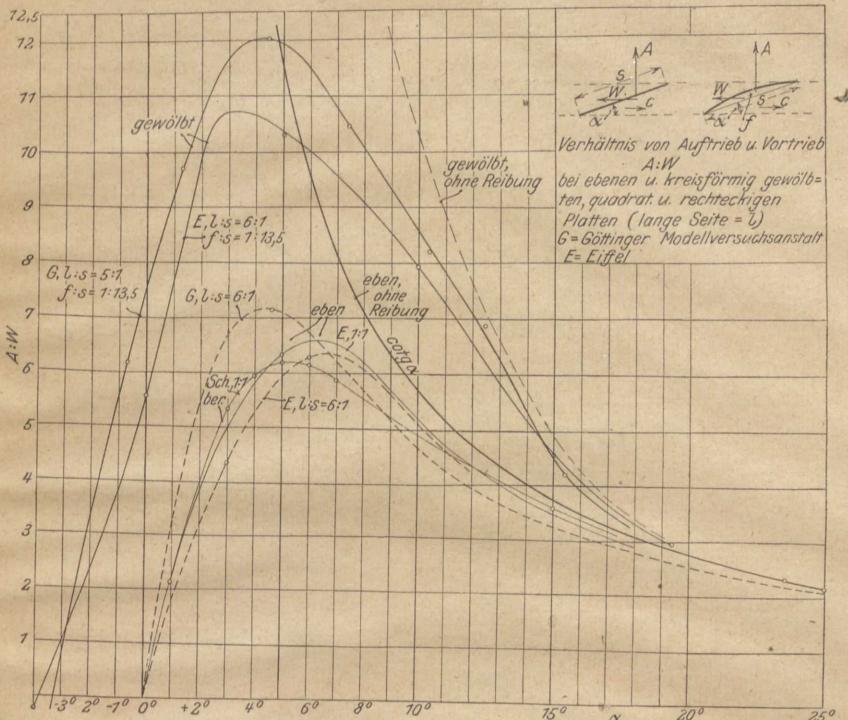


Fig. 86.

Die wirkliche Auftriebsübersetzung  $A/W$  ist infolgedessen immer kleiner als  $\cot \alpha$ . Ohne Reibung würde  $A/W$  mit abnehmendem Neigungswinkel  $\alpha$  der Platte fortgesetzt steigen entsprechend der hyperbelförmigen Kurve für  $\cot \alpha$ , Fig. 86. In Wirklichkeit muß  $A/W$  wegen der Oberflächenreibung bei sehr kleinen Winkeln immer kleiner und bei  $\alpha = 0^{\circ}$  zu Null werden. Die Kurve der wahren Übersetzung muß daher nach Fig. 86 einen höchsten Punkt besitzen, bei dem die Übersetzung ihren Größtwert erreicht, um dann bis Null abzunehmen.

Die wahre Auftriebsübersetzung  $A:W$ , wie sie von Eiffel und in Göttingen gemessen wurde, enthält Fig. 86. Man erkennt, daß tatsächlich die Übersetzung nicht mit abnehmendem Winkel unbegrenzt zunimmt, wie es ohne Reibung der Fall sein müßte, sondern nach Überschreitung eines Höchstwertes bei ca.  $5^{\circ}$  wieder abnimmt, um bei  $0^{\circ}$  gleich Null zu werden, ganz ähnlich wie es von der

schiefen Ebene bzw. Schraube aus der Mechanik der festen Körper bekannt ist.

### 57. Luftwiderstand körperlicher Gebilde.

Für Körper wie Kegel, Kugel, Ellipsoid, Zylinder, Drähte, Tragkörper von Luftschiffen sind die Koeffizienten  $\psi$  in der Formel für den Bewegungswiderstand

$$W = \psi \cdot F \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot c^2$$

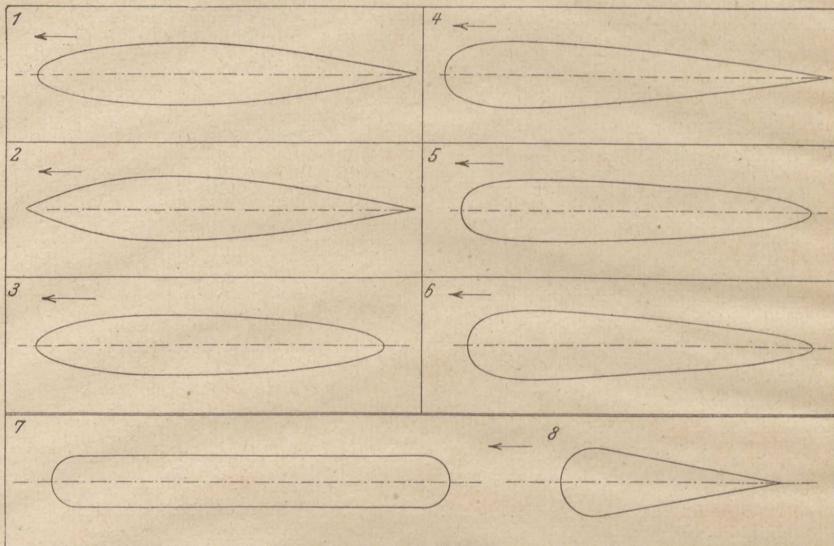


Fig. 87.

im allgemeinen abhängig von den Größenverhältnissen und Geschwindigkeiten, und zwar in der Weise, daß für gleiche Werte von  $c \cdot d$  der Koeffizient  $\psi$  den gleichen Wert hat und daß derselbe für große Beträge von  $c \cdot d$  (mit  $d$  als Durchmesser) einem unveränderlichen Kleinstwert zustrebt.

Für Zylinder, die sich in der Achsenrichtung fortbewegen, ist  $\psi$  auch abhängig von  $l/d$ , z. B.  $\psi = \text{rd. } 0,6$  bei kleinen  $l/d$ ,  $\psi = \text{rd. } 0,4$  bei  $l/d = 3$ , beides bei kleineren Abmessungen.

Für Kugeln ist  $\psi = \text{rd. } 0,1$  bei großen Durchmessern oder Geschwindigkeiten ( $c \cdot d > 3$  bis 4), dagegen  $\psi = \text{rd. } 0,24$  bei Werten von  $c \cdot d < 1$ .

Für Kegel (und Keile) ist bei  $10^\circ$  halbem Kegelwinkel etwa  $\psi = 0,15$  bis 0,2, bei  $45^\circ$  etwa  $\psi = 0,45$ , beides für verhältnismäßig kleine Abmessungen und Geschwindigkeiten.

Zur Erzielung möglichst kleinen Luftwiderstandes, wie bei den Tragkörpern der Luftschiffe, wendet man Körperformen wie in Fig. 87 an. Bei den üblichen großen Durchmessern ist der Widerstands-koeffizient, entsprechende Glätte der Oberfläche vorausgesetzt

für Nr. 1 u. 2	3 u. 4	5	6	7	8
etwa $\psi = 0,03$	0,035	0,045	0,048	0,096	0,044.

Zu beachten ist jedoch, daß Versuche an Kupfermodellen mit polierten Oberflächen, wenn man sie mit Ballonstoff überzog, einen 2- bis 3 mal so großen Luftwiderstand ergaben, als wenn sie dem Luftstrom mit der glatten Oberfläche ausgesetzt wurden. Die Rauhigkeit der Oberfläche vergrößert also bei Körpern, die vermöge ihrer Form einen kleinen Luftwiderstand ergeben würden, diesen infolge der Luftreibung unter Umständen ganz beträchtlich. Selbst bei den polierten Modellen ohne Stoffüberzug war der Reibungswiderstand etwa die Hälfte des ganzen Luftwiderstandes.



# Dampftabellen.

## I.

### Gesättigter Wasserdampf von 0,02 bis 25 kg/qcm abs.<sup>1)</sup>

Druck <i>p</i> kg/qcm abs.	Tempe- ratur <i>t</i> ° C	Spezifi- ches Volu- men der Flüssig- keit 1000 σ litr/kg	Spezifi- ches Volu- men des Dampfes <i>vs</i> cbm/kg	Spezifi- ches Gewicht des Dampfes <i>γs</i> kg/cbm	Flüssig- keits- wärme <i>q</i> Cal/kg	Ver- dampfungs- wärme <i>r</i> Cal/kg	Gesamt- wärme <i>q+r=λ</i> Cal/kg	Äußere Ver- dampfungs- wärme <i>A p</i> $(v_s - \sigma)$ Cal/kg	Innere Ver- dampfungs- wärme <i>ρ</i> Cal/kg
0,02	17,2	1,0013	68,28	0,01465	17,2	586,0	603,2	32,0	554,0
0,04	28,6	1,0040	35,47	0,02819	28,6	580,0	608,6	33,2	546,8
0,06	35,8	1,0063	24,19	0,04134	35,7	576,2	611,9	34,0	542,2
0,08	41,1 <sub>b</sub>	1,0083	18,45	0,05420	41,1	573,4	614,5	34,7	538,7
0,10	45,4	1,0100	14,96	0,06631	45,3	571,4	616,7	35,3	536,1
0,15	53,6	1,0131	10,22	0,09785	53,5	566,6	620,1	36,1	530,5
0,20	59,7	1,0165	7,80	0,1282	59,6	563,1	622,7	36,6	526,5
0,25	64,6	1,0195	6,33	0,1580	64,5	560,1	624,6	37,0	523,1
0,30	68,7	1,0219	5,33	0,1876	68,6	557,9	626,5	37,5	520,4
0,35	72,3	1,0241	4,620	0,2164	72,2	555,7	627,9	37,8	517,9
0,40	75,4	1,0260	4,062	0,2462	75,3	553,9	629,2	38,1	515,8
0,45	78,2	1,0278	3,630	0,2755	78,1	552,2	630,3	38,3	513,9
0,50	80,9	1,0296	3,290	0,3039	80,8	550,4	631,2	38,5	511,9
0,60	85,4 <sub>b</sub>	1,0327	2,775	0,3603	85,4	547,2	632,6	39,0	508,2
0,70	89,4	1,0355	2,400	0,4167	89,4	544,6	634,0	39,3	505,3
0,80	93,0	1,0381	2,115	0,4728	93,0	542,5	635,4	39,6	502,9
0,90	96,2	1,0405	1,900	0,5263	96,2	540,6	636,8	40,0	500,6
1,00	99,1	1,0426	1,721	0,5811	99,1	538,8	637,9	40,3	498,5
1,20	104,2 <sub>b</sub>	1,0467	1,451	0,6892	104,3	535,7	640,0	40,7	495,0
1,40	108,7	1,0503	1,258	0,7949	108,8	532,9	641,7	41,2	491,7
1,60	112,7	1,0535	1,108	0,9025	112,8	530,4	643,2	41,6	488,8
1,80	116,3	1,0563	0,993	1,007	116,5	528,0	644,5	41,9	486,1

<sup>1)</sup> Nach Z. Ver. deutsch. Ing., 1911, S. 1506: W. Schüle, Die Eigenschaften des Wasserdampfes nach den neuesten Versuchen.

I.  
Fortsetzung.

Druck <i>p</i> kg/qcm abs.	Tempe- ratur <i>t</i> °C	Spezifi- sches Volu- men der Flüssig- keit 1000 <i>σ</i>	Spezifi- sches Volu- men des Dampfes <i>v<sub>s</sub></i>	Spezifi- sches Gewicht des Dampfes <i>γ<sub>s</sub></i>	Flüssig- keits- wärme <i>q</i>	Ver- dampfungs- wärme <i>r</i>	Gesamt- wärme <i>q+r=λ</i>	Äußere Ver- dampfungs- wärme <i>A p</i> ( <i>v<sub>s</sub>-σ</i> )	Innere Ver- dampfungs- wärme <i>ρ</i>
		litr/kg	cbm/kg	kg/cbm	Cal/kg	Cal/kg	Cal/kg	Cal/kg	Cal/kg
2,00	119,6	1,0589	0,902	1,109	119,9	525,7	645,6	42,2	483,5
2,50	126,8	1,0650	0,735	1,361	127,2	520,3	647,5	42,9	477,4
3,00	132,9	1,0705	0,619	1,615	133,4	516,1	649,5	43,4	472,7
3,50	138,2	1,0755	0,5335	1,874	138,7	512,3	651,0	43,7	468,6
4,00	142,9	1,0803	0,4710	2,123	143,8	508,7	652,5	44,1	464,6
4,50	147,2	1,0848	0,4220	2,370	148,1	505,8	653,9	44,4	461,6
5,00	151,1	1,0890	0,3823	2,616	152,0	503,2	655,2	44,7	458,5
5,50	154,7	1,0933	0,3494	2,862	155,7	500,6	656,3	44,9	455,7
6,00	158,1	1,0973	0,3218	3,107	159,3	498,0	657,3	45,1	452,9
6,50	161,2	1,1011	0,2983	3,352	162,4	495,9	658,3	45,3	450,6
7,00	164,2	1,1049	0,2778	3,600	165,5	493,8	659,3	45,5	448,3
7,50	167,0	1,1085	0,2608	3,834	168,5	491,6	660,1	45,7	445,9
8,00	169,6	1,1119	0,2450	4,082	171,2	489,7	660,9	45,8	443,9
8,50	172,2	1,1153	0,2318	4,314	173,9	487,8	661,7	45,9	441,9
9,00	174,6	1,1186	0,2194	4,557	176,4	486,1	662,5	46,0	440,1
9,50	176,9	1,1208	0,2080	4,808	178,6	484,5	663,2	46,1	438,4
10,00	179,1	1,1246	0,1980	5,050	181,2	482,6	663,8	46,2	436,4
10,50	181,2	1,1278	0,1896	5,274	183,3	481,2	664,5	46,4	434,8
11,00	183,2	1,1308	0,1815	5,510	185,4	479,8	665,2	46,5	433,3
11,50	185,2	1,1337	0,1740	5,747	187,5	478,3	665,8	46,6	431,7
12,00	187,1	1,1364	0,1668	5,995	189,5	476,9	666,4	46,6	430,3
12,50	189,0	1,1382	0,1607	6,223	191,6	475,5	667,1	46,7	428,8
13,00	190,8	1,1419	0,1544	6,477	193,4	474,1	667,5	46,8	427,3
13,50	192,5	1,1447	0,1492	6,702	195,2	472,8	668,0	46,9	425,9
14,00	194,2	1,1474	0,1442	6,935	197,0	471,4	668,4	47,0	424,4
14,50	195,8	1,1500	0,1395	7,169	198,7	470,1	668,8	47,1	423,0
15	197,4	1,1525	0,1350	7,407	200,4	468,9	669,3	47,2	421,7
16	200,5	1,156	0,1272	7,862	203,7	466,6	670,3	47,3	419,3
17	203,4	1,163	0,1203	8,312	206,8	464,1	670,9	47,5	416,6
18	206,2	1,167	0,1140	8,772	209,8	461,8	671,6	47,6	414,2
19	208,9	1,171	0,1086	9,208	212,7	459,5	672,2	47,8	411,7
20	211,4 <sub>5</sub>	1,176	0,1035	9,662	215,4	457,4	672,8	47,8	409,6
21	213,9	1,180	0,0985	10,15	218,0	455,3	673,3	47,8	407,5
22	216,3	1,184	0,0942	10,62	220,6	453,3	673,9	47,9	405,4
23	218,6	1,189	0,0901	11,10	223,1	451,4	674,5	47,9	403,5
24	220,8	1,193	0,0864	11,57	225,5	449,5	675,0	47,9	401,6
25	223,0	1,197	0,0829	12,06	227,9	447,7	675,6	47,9	399,8

## II.

## Gesättigter Wasserdampf von 0° bis 220°.

Temperatur <i>t</i> °C	Druck <i>p</i> kg/qcm abs.	Spez. Vol. der Flüssigkeit <i>v<sub>s</sub></i> 1000 σ ltr/kg	Spez. Vol. des Dampfes <i>v<sub>s</sub></i> cbm/kg	Spez. Gew. des Dampfes <i>γ<sub>s</sub></i> kg/cbm	Flüssigkeitswärme <i>q</i> Cal/kg	Verdampfungswärme <i>r</i> Cal/kg	Gesamt-wärme <i>q+r=λ</i> Cal/kg	Äußere Verd.-Wärme <i>A p</i> ( <i>v<sub>s</sub>-σ</i> ) Cal/kg	Innere Verd.-Wärme <i>q</i> Cal/kg
0	0,00622	1,0001	206,5	0,004843	0,00	594,8	594,8	30,4	564,4
5	0,00889	1,0000	147,1	0,006798	5,03	592,2	597,2	30,6	561,6
10	0,01252	1,0003	106,4	0,009398	10,05	589,5	599,5	31,3	558,2
15	0,0174	1,0009	77,95	0,01283	15,05	586,9	601,9	31,8	555,1
20	0,0238	1,0018	57,81	0,01730	20,05	584,3	604,3	32,3	552,0
25	0,0323	1,0029	43,38	0,02305	25,04	581,7	606,7	32,8	548,9
30	0,0433	1,0043	32,93	0,03037	30,03	579,2	609,2	33,4	545,8
35	0,0573	1,0060	25,24	0,03962	35,0	576,6	611,6	33,9	542,7
40	0,0752	1,0078	19,54	0,05118	39,9	574,0	613,9	34,4	539,6
45	0,0977	1,0098	15,28	0,06545	44,9	571,3	616,2	34,9	536,4
50	0,1258	1,0121	12,02	0,08320	49,9	568,5	618,4	35,4	533,1
55	0,1602	1,0145	9,581	0,10437	54,9	565,7	620,6	36,0	529,7
60	0,2028	1,0167	7,677	0,13026	59,9	562,9	622,8	36,5	526,4
65	0,2547	1,0198	6,200	0,16129	64,9	560,0	624,9	37,0	523,0
70	0,3175	1,0227	5,046	0,1982	69,9	557,1	627,0	37,5	519,6
75	0,3929	1,0258	4,123	0,2425	74,9	554,1	629,0	38,1	516,0
80	0,4827	1,0290	3,406	0,2936	79,9	551,1	631,0	38,6	512,5
85	0,5893	1,0324	2,835	0,3527	84,9	548,0	632,9	39,1	508,9
90	0,7148	1,0359	2,370	0,4219	89,9	545,0	634,9	39,6	505,4
95	0,8619	1,0396	1,988	0,5030	95,0	541,9	636,9	40,2	501,7
100	1,0333	1,0433	1,674	0,5974	100,0	538,7	638,7	40,7	498,0
105	1,2319	1,0473	1,420	0,7042	105,0	535,4	640,4	41,1	494,3
110	1,4608	1,0513	1,210	0,8264	110,1	532,1	642,2	41,5	490,6
115	1,7237	1,0556	1,030	0,9709	115,2	528,7	643,9	41,8	486,9
120	2,0242	1,0592	0,891	1,122	120,2	525,3	645,5	42,2	483,1
125	2,3662	1,0635	0,771	1,297	125,3	521,7	647,0	42,6	479,1
130	2,7538	1,0678	0,668	1,497	130,5	518,2	648,7	43,0	475,2
135	3,1914	1,0725	0,581	1,721	135,6	514,6	650,2	43,3	471,3
140	3,6835	1,0772	0,508	1,968	140,7	510,9	651,6	43,7	467,2
145	4,2352	1,0825	0,446	2,242	145,8	507,4	653,2	44,1	463,3
150	4,8517	1,0878	0,3926	2,547	150,9	503,8	654,7	44,5	459,3
155	5,5373	1,0936	0,3470	2,882	156,1	500,2	656,3	44,8	455,4
160	6,2986	1,0995	0,3074	3,253	161,2	496,6	657,8	45,1	451,5
165	7,1414	1,1060	0,2725	3,670	166,4	493,0	659,4	45,4	447,6
170	8,0714	1,1124	0,2431	4,114	171,6	489,4	661,0	45,7	443,7
175	9,0937	1,1192	0,2170	4,608	176,8	485,8	662,6	46,0	439,8
180	10,215	1,1260	0,1945	5,141	182,0	482,2	664,2	46,2	436,0
185	11,443	1,1334	0,1743	5,737	187,3	478,5	665,8	46,5	432,0
190	12,785	1,1407	0,1574	6,353	192,6	474,7	667,3	46,8	427,9
195	14,246	1,1487	0,1417	7,057	197,8	470,8	668,6	47,0	423,8
200	15,834	1,1566	0,1287	7,770	203,1	467,0	670,1	47,3	419,7
205	17,56	1,165	0,1167	8,569	208,5	462,9	671,4	47,5	415,4
210	19,43	1,173	0,1059	9,443	213,8	458,8	672,6	47,7	411,1
215	21,45	1,182	0,0963	10,38	219,2	454,6	673,8	47,8	406,8
220	23,62	1,191	0,0879	11,38	224,6	450,2	674,8	48,0	402,2

## III.

Gesättigter Wasserdampf von  $+10^{\circ}$  bis  $+50^{\circ}$ .

Temperatur $^{\circ}\text{C}$	Druck		Spezifisches Volumen $v_s$ cbm/kg	Spezifisches Gewicht 1000 $\gamma_s$ g/cbm	Verdampfungs- Wärme $r$ Cal/kg	Gesamt- Wärme $\lambda$ Cal/kg
	mm Hg	kg/qcm				
10	9,21	0,0125	106,4	9,40	589,5	599,5
11	9,84	0,0134	99,7	10,03	589,0	600,0
12	10,52	0,0143	93,7	10,67	588,5	600,5
13	11,23	0,0153	87,9	11,38	588,0	601,0
14	11,99	0,0163	83,0	12,05	587,5	601,5
15	12,79	0,0174	77,9 <sub>5</sub>	12,83	586,9	601,9
16	13,64	0,0186	73,2	13,66	586,4	602,4
17	14,5	0,0197	69,0	14,49	585,9	602,9
18	15,5	0,0211	65,1	15,36	585,4	603,4
19	16,5	0,0224	61,4	16,29	584,9	603,9
20	17,5	0,0238	57,8	17,3	584,3	604,3
21	18,6 <sub>5</sub>	0,0254	54,5	18,3	583,8	604,8
22	19,8	0,0270	51,4	19,4	583,3	605,3
23	21,1	0,0287	48,6	20,6	582,8	605,8
24	22,4	0,0305	45,9	21,8	582,3	606,3
25	23,8	0,0324	43,4	23,0	581,7	606,7
26	25,2	0,0343	41,0	24,4	581,2	607,2
27	26,7	0,0363	38,8	25,8	580,7	607,7
28	28,3 <sub>5</sub>	0,0386	36,8	27,2	580,2	608,2
29	30,0 <sub>5</sub>	0,0408	34,8	28,7	579,7	608,7
30	31,8	0,0432	32,9	30,4	579,2	609,2
31	33,7	0,0458	31,2	32,0	578,7	609,7
32	35,7	0,0486	29,6	33,8	578,2	610,2
33	37,7	0,0513	28,0	35,7	577,7	610,7
34	39,9	0,0543	26,6	37,6	577,2	611,2
35	42,2	0,0573	25,2	39,6	576,6	611,6
36	44,6	0,0606	23,9	41,8	576,1	612,1
37	47,1	0,0641	22,7	44,0	575,6	612,6
38	49,7	0,0676	21,6	46,3	575,1	613,1
39	52,5	0,0715	20,5	48,8	574,6	613,6
40	55,3	0,0752	19,5	51,2	574,0	614,0
41	58,4	0,0795	18,6	53,8	573,5	614,5
42	61,5	0,0836	17,7	56,5	572,9	614,8
43	64,8	0,0882	16,8	59,5	572,4	615,3
44	68,3	0,0930	16,0	62,5	571,8	615,7
45	71,9	0,0978	15,3	65,5	571,3	616,2
46	75,7	0,103	14,6	68,5	570,7	616,6
47	79,6	0,108	13,9	71,9	570,2	617,1
48	83,7	0,114	13,2	75,8	569,6	617,5
49	88,0 <sub>5</sub>	0,120	12,6	79,4	569,1	618,0
50	92,5	0,126	12,0	83,2	568,5	618,4

## IV. Gesättigter Wasserdampf von 0,01 bis 0,20 kg/qcm abs.

Druck $p_s$ kg/qcm	Temp. $0^\circ C$	Spez. Vol. $v_s$ cbm/kg	Spez. Gew. 1000 $\gamma_s$ g/cbm	Verdampf- Wärme $r$ Cal/kg	Gesamt- wärme $\lambda$
					Cal/kg
0,010	7,35	6,7	131,7	7,60	591,1
0,015	11,03	12,7	89,5	11,2	588,2
0,020	14,7	17,2	68,3	14,7	586,0
0,025	18,4	20,8	55,3	18,1	583,9
0,030	22,1	23,8	46,6	21,4	582,4
0,035	25,8	26,4	40,2	24,9	581,1
0,040	29,4	28,6	35,5	28,2	580,0
0,045	33,1	30,7	31,7	31,5	578,8
0,050	36,8	32,5	28,7	34,8	578,0
0,055	40,5	34,2	26,2	38,2	577,0
0,060	44,1	35,8	24,2	41,3	576,2
0,065	47,8	37,3	22,4	44,6	575,4
0,070	51,5	38,7	20,9	47,8	574,7
0,075	55,2	39,9	19,6	51,0	574,0
0,080	58,8	41,1	18,5	54,2	573,4
0,085	62,5	42,3	17,4	57,5	572,7
0,090	66,2	43,4	16,5	60,6	572,2
0,095	69,9	44,4	15,7	63,7	571,6
0,10	73,5	45,4	15,0	66,3	571,1
0,11	80,9	47,3	13,8	72,5	570,0
0,12	88,3	49,0	12,6	79,4	569,1
0,13	95,6	50,7	11,7	85,5	568,2
0,14	103,0	52,2	10,9	91,7	567,4
0,15	110,3	53,6	10,2	97,9	566,5
0,16	117,6	55,0	9,62	103,9	565,7
0,17	125,0	56,2	9,09	110,0	565,1
0,18	132,3	57,4	8,62	116,0	564,4
0,19	139,7	58,6	8,20	121,9	563,7
0,20	147,1	59,7	7,80	128,2	563,1

V. Gesättigte Dämpfe von Ammoniak ( $NH_3$ ).

Tem- peratur $^\circ C$	Druck kg/qcm abs.	Flüssigkeits- wärme Cal/kg	Verdampfungs- wärme Cal/kg	Gesamt- wärme Cal/kg	Spez. Volu- men der Flüssigkeit	Spez. Volu- men des Dampfes
					$t$	$p$
$t$	$p$	$q$	$r$	$\lambda$		$v_s$
-40	0,727		328,5		1,449	1,562
-35	0,942		325,5		1,464	1,227
-30	1,206	-32,7	322,5	289,8	1,477	0,9734
-25	1,528	-27,4	319,3	291,9	1,490	0,7802
-20	1,916	-22,0	316,0	294,0	1,506	0,6312
-15	2,378	-16,6	312,6	296,0	1,520	0,5151
-10	2,926	-11,1	309,0	297,9	1,536	0,4237
-5	3,571	-5,6	305,3	299,7	1,550	0,3512
0	4,322	0	301,4	301,4	1,567	0,2931
+5	5,192	+5,7	297,4	303,1	1,585	0,2462
+10	6,194	+11,4	293,2	304,6	1,603	0,2080
+15	7,340	+17,1	288,9	306,0	1,621	0,1768
+20	8,645	+22,9	284,4	307,3	1,639	0,1510
+25	10,121	+28,8	279,6	308,4	1,658	0,1296
+30	11,778	+34,8	274,8	309,6	1,678	0,1117
+35	13,647	+40,8	269,6	310,4	1,701	0,0966
+40	15,727	+46,9	264,2	311,1	1,721	0,0839

## VI.

Gesättigte Dämpfe von Schwefligsäure ( $\text{SO}_2$ ).

Temperatur °C	Druck kg/qcm abs.	Flüssigkeits- wärme Cal/kg	Verdampfungs- wärme	Spez. Volumen	Spez. Gewicht kg/cbm
				( $\sigma = 0,0007$ )	
$p$	$q$	$r$		$v_s$	$\gamma$
-40	0,222	-11,94	96,00	1,3052	0,766
-35	0,297	-10,55	96,08	1,0124	0,988
-30	0,391	-9,31	95,89	0,7941	1,259
-25	0,508	-7,68	95,59	0,6289	1,590
-20	0,652	-6,20	95,00	0,5026	1,990
-15	0,826	-4,70	94,30	0,4049	2,470
-10	1,037	-3,16	93,44	0,3287	3,042
-5	1,287	-1,60	92,40	0,2687	3,722
0	1,584	0	91,20	0,2211	4,525
+5	1,932	+1,62	89,83	0,1829	5,467
+10	2,338	+3,28	88,29	0,1521	6,575
+15	2,807	+4,96	86,58	0,1272	7,862
+20	3,347	+6,68	84,70	0,1068	9,363
+25	3,964	+8,42	82,65	0,0902	11,086
+30	4,666	+10,19	80,44	0,0762	13,123
+35	5,458	+11,99	78,05	0,0647	15,456
+40	6,349	+13,82	75,50	0,0552	18,116
+50	8,455	+17,70	69,89	0,0401	24,94
+60	11,066	+21,35	63,60	0,0291	34,36

## VII.

Gesättigte Dämpfe der Kohlensäure ( $\text{CO}_2$ ).

Nach Amagat und Mollier.

Temperatur °C	Druck- kg/qcm abs.	Flüssig- keits- wärme Cal/kg	Ver- dampfungs- wärme	Spez. Volum. der Flüssigkeit cbm/kg	Spez. Volum. des Dampfes cbm/kg	Spez. Gew. der Flüssigkeit kg/cbm	Spez. Gew. des Dampfes kg/cbm
$t$	$p$	$q$	$r$	$\sigma$	$v_s$	$\gamma_s$	
-30	15,0	-13,78	70,40	0,00097	0,0270	1031	37,04
-25	17,5	-11,70	68,47	0,00098	0,0229	1020	43,67
-20	20,3	-9,55	66,36	0,00100	0,0195	1000	51,28
-15	23,5	-7,32	64,03	0,00102	0,0167	980,4	59,88
-10	27,1	-5,00	61,47	0,00104	0,0143	961,5	69,93
-5	31,0	-2,57	58,63	0,00107	0,0122	934,6	81,97
0	35,4	0,00	55,45	0,00110	0,0104	909,1	96,15
+5	40,3	+2,74	51,86	0,00113	0,0089	884,9	112,4
+10	45,7	+5,71	47,74	0,00117	0,0075	854,7	133,3
+15	51,6	+9,01	42,89	0,00123	0,0063	813,0	158,7
+20	58,1	+12,82	36,93	0,00131	0,0052	763,3	171,6
+25	65,4	+17,57	28,98	0,00142	0,0042	704,2	238,1
+30	73,1	+25,25	15,00	0,00167	0,0030	598,8	333,3
+31	74,7	+28,67	8,40	0,00186	0,0026	537,6	384,6
+31,35	75,3	+32,91	0,00	0,00216	0,0022	463,0	463,0

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

# Technische Thermodynamik

von

Professor Dipl.-Ingenieur W. Schüle

Erster Band:

## Die für den Maschinenbau wichtigsten Lehren nebst technischen Anwendungen.

Mit 225 Textfiguren und 7 Tafeln. 1921.

Gebunden Preis M. 105,—.

Zweiter Band:

## Höhere Thermodynamik

mit Einschluß der chemischen Zustandsänderungen nebst ausgewählten Abschnitten aus dem Gesamtgebiet der technischen Anwendungen.

Mit 202 Textfiguren und 4 Tafeln. 1920.

Gebunden Preis M. 75,—.

**Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf.** Von Professor Dr. R. Mollier in Dresden. Mit 2 Diagrammtafeln. Unveränderter Nachdruck. 1921. Gebunden Preis M. 12,—.

**Thermodynamische Grundlagen der Kolben- und Turbo-kompressoren.** Graphische Darstellungen für die Berechnung und Untersuchung. Von Oberingenieur Adolf Hinz in Frankfurt a. M. Mit 12 Zahlentafeln, 54 Figuren und 38 graphischen Berechnungstafeln. 1914. Gebunden Preis M. 16,—.

**Theorie und Konstruktion der Kolben- und Turbo-Kompressoren.** Von Dipl.-Ing. Professor P. Ostertag (Winterthur). Zweite, verbesserte Auflage. Mit 300 Textfiguren. 1919. Gebunden Preis M. 26,—.

**Die Entropietafel für Luft** und ihre Verwendung zur Berechnung der Kolben- und Turbo-Kompressoren. Von Dipl.-Ing. P. Ostertag in Winterthur. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 18 Textfiguren und 2 Diagrammtafeln. 1917. Preis M. 4,80.

Zu den angegebenen Preisen der angezeigten älteren Bücher treten Verlagsteuerungszuschläge, über die die Buchhandlungen und der Verlag gern Auskunft erteilen.

Verlag von Julius

Biblioteka Główna  
Zachodniopomorskiego Uniwersytetu  
Technologicznego w Szczecinie

CZ.2632

Die Grundgesetze der  
Überganges. Ein Lehrbuch  
Oberingenieur Dr.-Ing. Heinrich



001-002632-00-0

Technische Hydrodynamik  
Eidgenössischen Technischen  
1913.

Energie-Umwandlungen in  
Dampfturbinen und Aeroplane. M.  
1921.

Energie und Entropie. Eine Einführung  
Wesens und der Grundlagen der Entropie.  
mann. Mit 8 Textfiguren. 1921.

## ARCHIWUM

Technische Wärmelehre der Gase und Dämpfe. Eine Einführung für Ingenieure und Studierende. Von Studienrat Oberingenieur F. Seufert in Stettin. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 26 Textabbildungen und 5 Zahlentafeln. Preis M. 11,-.

Verbrennungslehre und Feuerungstechnik. Von Studienrat Oberingenieur Franz Seufert, Stettin. Mit 19 Abbildungen, 15 Zahlentafeln und vielen Berechnungsbeispielen. 1921. Preis M. 15,-.

Technische Untersuchungsmethoden zur Betriebskontrolle, insbesondere zur Kontrolle des Dampfbetriebes. Zugleich ein Leitfaden für die Übungen in den Maschinenbaulaboratorien technischer Lehranstalten. Von Professor Julius Brand in Elberfeld. Mit einigen Beiträgen von Dipl.-Ing. Oberlehrer Robert Heermann. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 277 Textabbildungen, 1 lithographischen Tafel und zahlreichen Tabellen. Gebunden Preis M. 60,-.

Kohlenstaubfeuerungen für ortsfeste Dampfkessel. Eine kritische Untersuchung über Bau, Betrieb und Eignung. Von Dr.-Ing. Friedrich Müninger. Mit 61 Textfiguren. 1921. Preis M. 24,-.

Maschinentechnisches Versuchswesen. Von Professor Dr.-Ing. A. Graebel, Oberingenieur an den Höchster Farbwerken.

Erster Band: Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und zur Betriebskontrolle. Zum Gebrauch in Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Vierte, vielfach erweiterte und umgearbeitete Auflage. Mit 326 Figuren im Text. 1920. Gebunden Preis M. 64,-.

Zweiter Band: Maschinenuntersuchungen und das Verhalten der Maschinen im Betriebe. Ein Handbuch für Betriebsleiter, ein Leitfaden zum Gebrauch bei Abnahmever suchen und für den Unterricht in Maschinenlaboratorien. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 327 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. 1921. Gebunden Preis M. 130,-.

Zu den angegebenen Preisen der angezeigten älteren Bücher treten Verlagsteuerungszuschläge, über die die Buchhandlungen und der Verlag gern Auskunft erteilen.