

ELEMENTE

DER

KRYSTALLOGRAPHIE

VON

DR. W. BRUHNS

A. O. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT STRASSBURG.



MIT 346 FIGUREN IM TEXT.

LEIPZIG UND WIEN.

FRANZ DEUTICKE.

1902.

Chemie physico-chimie

Nch 263
K

548



CZ. 61935

Verlags-Nr. 816.

K. u. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme in Wien.

2 0060/2019

Vorwort.

Das vorliegende Lehrbuch ist für den Anfänger bestimmt und soll in möglichster Kürze eine leicht fassliche Darstellung der wichtigsten Lehren der Krystallographie geben. Diesem Zweck entsprechend wurde soweit möglich von theoretischen Erörterungen und einer Verwerthung der neuesten, zum Theile noch nicht ganz feststehenden physikalischen Anschauungen Abstand genommen. Von speciellen Quellenangaben im Text, die für den Fachmann ohnedies überflüssig sind, habe ich im Interesse der Kürze abgesehen; statt deren sind die wichtigsten der vorhandenen Lehrbücher, in denen man alles zum eingehenden Studium Nöthige findet, in der Einleitung eingeführt. Eine Anzahl von Figuren habe ich aus den dort genannten Lehrbüchern von Groth, Liebisch, Naumann, Rose-Sadebeck und Tschermak entlehnt. Besonders hervorheben möchte ich von Groth u. a. die Nummern 9, 68, 69, 70, 71, 120, 159, 161, 171, 172, 199, 231—233, 298—305, 309, 310, 314, 320—327, 345; von Liebisch 338, 339a und b; von Naumann u. a. 223, 224, 242—245, 254—257; von Rose-Sadebeck u. a. 136, 138, 185, 186, 248—250, 252; von Tschermak u. a. 3—5, 10, 11, 99, 144, 152, 153, 160, 235, 263—265, 267—277, 334—337.

Zu besonderem Danke für manchen guten Rath und freundliche Unterstützung bin ich Herrn Prof. Bücking verpflichtet.

Strassburg i. E., Mai 1902.

W. Bruhns.

Berichtigung.

Seite 174, Zeile 1 von oben statt: parallel und senkrecht zu den Mittelkanten muss es heissen: schief.

Danach ist auch Fig. 343 zu corrigiren.

Inhalt.

	Seite
Vorbemerkung	1
Litteratur 1.	1
Allgemeiner Theil	3
Definition des Begriffes „Krystall“: 3 — Bildung und Ausbildung der Krystalle: 4 — Constanz der Kantenwinkel: 6 — Krystallmessung: 6 — Begrenzungselemente: 9 — Krystallsysteme: 10 — Parameter: 11 — Rationalität der Ableitungscoefficienten: 12 — Bezeichnungsweise: 14 — Zonenverband: 16 — Projection: 19 — Symmetrieverhältnisse: 21 — Holoedrie, Hemiedrie, Tetartoedrie, Hemimorphie: 22.	
Beschreibung der Krystallformen	24
Das reguläre System	24
1. Holoedrische Abtheilung: 24 — 2. Tetraedrisch-hemiedrische Abtheilung: 31 — 3. Pentagonal-hemiedrische Abtheilung: 35 — 4. Plagiedrisch-hemiedrische Abtheilung: 37 — 5. Tetartoedrische Abtheilung: 39 — Uebersicht: 41.	
Das tetragonale System	42
1. Holoedrische Abtheilung: 42 — 2. Hemimorphie der holoedr. Abth.: 49 — 3. Sphenoidisch-hemiedrische Abtheilung: 49 — 4. Pyramidal-hemiedrische Abtheilung: 52 — 5. Hemimorphie der pyramidalen Hemiedrie: 53 — 6. Trapezodrisch-hemiedrische Abtheilung: 54 — 7. Sphenoidisch-tetartoedrische Abtheilung: 55 — Uebersicht: 56.	
Das hexagonale System	57
1. Holoedrische Abtheilung: 59 — 2. Hemimorphie der Holoedrie: 64 — 3. Rhomboedrisch-hemiedrische Abtheilung: 65 — 4. Pyramidal-hemiedrische Abtheilung: 71 — 5. Hemimorphie der pyramidalen Hemiedrie: 73 — 6. Trigonal-hemiedrische Abtheilung: 74 — 7. Hemimorphie der trigonalen Hemiedrie: 75 — 8. Trapezodrisch-hemiedrische Abtheilung: 77 — 9. Trigonal-tetartoedrische Abtheilung: 77 — 10. Ogdoedrische Abtheilung: 79 — 11. Rhomboedrisch-tetartoedrische Abtheilung: 80 — 12. Trapezodrisch-tetartoedrische Abtheilung: 82 — Uebersicht: 86.	
Das rhombische System	87
1. Holoedrische Abtheilung: 87 — 2. Hemimorphie: 92 — 3. Hemiedrische Abtheilung: 93 — Uebersicht: 94.	

	Seite
Das monokline System	94
1. Holoedrische Abtheilung: 95 — 2. Hemimorphie: 99 — 3. Hemiedrie: 100 — Uebersicht: 100	
Das trikline System	101
1. Holoedrische Abtheilung: 101 — 2. Hemiedrie: 103	
Zwillingsverwachsungen	104
Beispiele einiger Zwillingsbildungen	106
Verwachsung ungleichartiger Krystalle	115
Physikalische Krystallographie	117
Cohäsion, Spaltbarkeit: 117 — Gleitflächen, Schlagfiguren: 118 — Elastische Deformationen: 119 — Härte: 119 — Aetzfiguren: 122.	
Optische Eigenschaften der Krystalle	124
Ausbreitung des Lichtes: 125 — Gesetze der Reflexion und Brechung: 127 — Bestimmung des Brechungsexponenten: 130 — Dispersion: 133 — Doppelbrechung des Lichtes im Kalkspath: 134	
Wellenfläche: 138 — Bestimmung der Brechungsexponenten in einaxigen Krystallen: 141 — Polarisationsinstrumente: 143 — Erscheinungen im parallelen polarisirten Licht: 147 — Erscheinungen im convergenten Licht: 151 — Elasticitätsfläche, Indexfläche, Indicatrix: 154 — Bezugsflächen optisch zweiaxiger Krystalle: 157 — Wellenfläche zweiaxiger Krystalle: 158 — Zweiaxige Krystalle im parallelen polarisirten Licht: 162 — Zweiaxige Krystalle im convergenten polarisirten Licht: 162. — Dispersion der optischen Axen und der Mittellinien: 164 — Bestimmung der Hauptbrechungsindices der zweiaxigen Krystalle: 169 — Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung: 169 — Circularpolarisation: 171 — Optische Charakteristik der Krystallsysteme: 173 — Absorption des Lichtes in Krystallen: 174 —	
Thermische Eigenschaften der Krystalle	177
Wärmestrahlung: 177 — Wärmeleitung: 177 — Ausdehnung durch Wärme: 178 — Einfluss der Wärme auf die optischen Eigenschaften: 179 — Einfluss des Druckes auf die optischen Eigenschaften: 180 — Optisch anomale Krystalle: 181 —	
Magnetische und elektrische Eigenschaften der Krystalle	181
Pyroelektricität: 183 —	
Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und Krystallform	185
Isomorphie: 185 — Polymorphie: 188 —	
Uebersicht der 32 Classen der Krystallformen	190
Vergleichungstabellen verschiedener Krystallograph. Bezeichnungen	193
Register	205

Corrigenda.

Seite 40, Fig. 68 rechts unten

statt o lies o'

Seite 41, in Abtheilung 4, Columne S/ A.

statt 4 ● lies 4 ▲

statt 6 ▲ lies 6 ●

Seite 86, in Abtheilung 6, Columne S. A.

statt 7 $\begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet \end{cases}$ lies 4 $\begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet \end{cases}$ p

in Abtheilung 11, Columne C

statt — lies +

Seite 93, Zeile 5 von oben

statt $\infty \check{P} \infty$ lies $\infty \bar{P} \infty$

Vorbemerkung.

Fast alle in der Natur vorkommenden und künstlich dargestellten Verbindungen erscheinen in bestimmten, für den betreffenden Körper charakteristischen, ebenflächig begrenzten Formen: als sogenannte „Krystalle“. Die genauere Untersuchung solcher Krystalle hat gelehrt, dass dieselben bestimmten geometrischen Gesetzen unterworfen sind, und dass ihre physikalischen Eigenschaften in gesetzmässigem Zusammenhang mit der äusseren Form stehen.

Die Wissenschaft, welche sich mit den Eigenschaften der Krystalle beschäftigt, bezeichnet man als **Krystallographie**. Sie zerfällt in verschiedene Theile: den geometrischen, welcher die Formen der Krystalle, den physikalischen, welcher den Zusammenhang zwischen physikalischen Eigenschaften und Krystallform und den chemischen, welcher die Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und Krystallform kennen lehrt.

Literatur: Da die Krystallographie eine wichtige Hilfswissenschaft der Mineralogie ist, so findet sich eine mehr oder weniger ausführliche Darstellung derselben wohl in allen Lehrbüchern der Mineralogie. Als die wichtigsten dieser letzteren seien genannt:

- Naumann-Zirkel, Elemente der Mineralogie. 14. Aufl. Leipzig 1901.
Tschermak G., Lehrbuch der Mineralogie. 5. Aufl. Wien 1897.
Klockmann F., Lehrbuch der Mineralogie. 2. Aufl. Stuttgart 1900.
Bauer M., Lehrbuch der Mineralogie. Berlin und Leipzig 1886.

Die Zahl der meist umfangreicheren Lehrbücher der Krystallographie ist eine ziemlich beträchtliche. Als besonders bemerkenswerth sind hervorzuheben:
Naumann C. F., Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie.
2 Bände. Leipzig 1829—30.

- Derselbe: Anfangsgründe der Krystallographie. Leipzig 1850.
Derselbe: Elemente der theoretischen Krystallographie. Leipzig. 1856.
Rose G., Elemente der Krystallographie. 3. Aufl., bearbeitet von
A. Sadebeck. Berlin 1873.
Derselbe: II. Band: Angewandte Krystallographie von A. Sadebeck.
Berlin 1876.

- Naumann C. F., III. Band: Anwendung der Linearprojection zum Berechnen der Krystalle von M. Websky. Berlin 1887.
- Liebisch Th., Geometrische Krystallographie. Leipzig 1881.
- Derselbe: Physikalische Krystallographie. Leipzig 1891.
- Derselbe: Grundriss der physikalischen Krystallographie. Leipzig 1896 (enthält auch geometrische Krystallographie).
- Groth P., Physikalische Krystallographie. 2. Aufl. Leipzig 1885. 3. Aufl. Leipzig 1895*) (enthält auch geometrische Krystallographie).
- Linck G., Grundriss der Krystallographie. Jena 1896.
- Voigt W., Die fundamentalen physikalischen Eigenschaften der Krystalle. Leipzig 1898.
- Wülfing E. A., Tabellarische Uebersicht der einfachen Formen der 32 krystallographischen Symmetriegruppen. Stuttgart 1895.
- Klein C., Einleitung in die Krystalloberechnung. Stuttgart 1876.
- Henrich F., Lehrbuch der Krystalloberechnung. Stuttgart 1886**).
- Sohneke L., Entwicklung einer Theorie der Krystalstructure. Leipzig 1879.
- Schönflies, Krystalssysteme und Krystalstructure. Leipzig 1891.
- Rammelsberg C. F., Handbuch der krystallographisch-physikalischen Chemie. 2 Bände. Leipzig 1881 und 1882.
- Fock A., Einleitung in die chemische Krystallographie. Leipzig 1888.
- Arzruni A., Physikalische Chemie der Krystalle. Braunschweig 1893.
- Anleitung zum Zeichnen der Krystalle findet sich u. A. in den Büchern von Groth und Klein, sowie ausführlicher in Naumann's Lehrbuch, 2. Band, S. 390 bis 483 und Websky's Anwendung der Linearprojection etc. S. 32 bis 48.

*) In der dritten Auflage ist der geometrische Theil in wesentlich anderer Weise dargestellt als in der zweiten. Für den Anfänger dürfte die zweite Auflage vorzuziehen sein.

***) Anleitung zur Berechnung der Krystalle findet sich auch in Groth's Physikalischer Krystallographie.

Allgemeiner Theil.

Definition des Begriffes „Krystall“. In den verschiedenen Lehrbüchern wird der Begriff „Krystall“ etwas verschieden*) definirt, je nachdem der betreffende Verfasser einen grösseren oder geringeren Werth auf die äussere Form legt, oder vielmehr, ob er bei der Definition an das (von natürlichen Flächen begrenzte) Krystallindividuum als solches oder an den eigenthümlichen Zustand der Materie denkt, welchen wir als krystallinisch oder krystallisirt im Gegensatze zu amorph bezeichnen.

Die amorphen Körper verhalten sich nach allen Richtungen vollständig gleich. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, die Cohäsion, die Elasticität u. s. w. zeigen dieselben Werthe, in welcher Richtung sie auch bestimmt werden mögen, d. h. die amorphen Körper sind isotrop. Solche Körper haben natürlich auch nicht die Fähigkeit, von sich aus eine bestimmte Form anzunehmen, bei gleicher Stoffzufuhr in verschiedenen Richtungen verschieden schnell zu wachsen, sondern sie verdanken ihre Form lediglich äusseren Einflüssen — daher der Name amorph.

Sie bilden sich z. B. durch allmähliches Eintrocknen [(Opal aus Kieselgallerte), oder durch (gewöhnlich rasche) Abkühlung einer geschmolzenen Masse (Gläser). Ersteré nennt man auch porodin, letztere hyalin.

Die krystallisirten Körper sind dagegen dadurch charakterisirt, dass sie sich nicht in allen Richtungen gleich verhalten, d. h. anisotrop sind. Bei ihnen ist z. B. die Cohäsion in verschiedenen Richtungen verschieden stark, was sich in vielen Fällen durch eine Spaltbarkeit nach gewissen Ebenen äussert. Die Fortpflanzungs-

*) Vgl. dazu den Aufsatz von Retgers, Neues Jahrb. f. Mineralogie etc. 1895, Bd. II, p. 167—198, in dem eine Zusammenstellung und kritische Besprechung der verschiedenen Definitionen gegeben wird.

geschwindigkeit des Lichtes ist bei den meisten*) nicht in allen Richtungen die gleiche, sondern ändert sich nach bestimmten Gesetzen u. s. w. Sie haben ferner im Gegensatze zu den amorphen Körpern die Eigenschaft unter entsprechenden Umständen nach verschiedenen Richtungen verschieden zu wachsen, so dass sich bei ungestörter Entwicklung ebenflächig begrenzte Formen „Krystalle“ bilden, deren äussere Gestalt mit den inneren physikalischen Eigenschaften in gesetzmässigem Zusammenhang steht. Wir verstehen also unter „Krystall“ einen von natürlichen ebenen Flächen begrenzten Körper, dessen Form mit seinen physikalischen Eigenschaften in einem gesetzmässigen Zusammenhang steht.

Die natürlichen Krystallflächen haben fast immer eine mehr oder weniger deutliche Zeichnung oder eigenthümliche Beschaffenheit (Streifung, Rauheit, besonderen Glanz od. dergl.), wodurch sie von Spaltflächen, Anwachsflächen oder künstlich hergestellten Flächen leicht zu unterscheiden sind.

Bildung und Ausbildung der Krystalle. Krystalle bilden sich im Allgemeinen, wenn eine Substanz aus dem beweglichen in den festen Zustand übergeht. Aus Wasserdampf entstehen Schneekrystalle, geschmolzenes Wismuth krystallisirt beim Erstarren, und aus Lösungen scheiden sich Krystalle aus entweder durch Verminderung des Lösungsmittels (z. B. beim Verdampfen) oder durch chemische Reactionen (so entstehen z. B. durch Vermischen der wässerigen Lösungen von Chlورcalcium und Magnesiumsulfat Gipskrystalle). Auch feste amorphe Körper können in manchen Fällen in Folge molekularer Umlagerungen krystallinisch werden.

Wichtig für die Ausbildungsweise der Krystalle ist, ob dieselben „schwebend“ gebildet sind oder sitzend. Im ersteren Falle, wo sie in einem beweglichen Medium schwimmend entstanden, konnten sie nach allen Richtungen ungestört wachsen und sind deshalb ringsum von natürlichen, der betreffenden Substanz eigenthümlichen, gesetzmässig gegen einander orientirten Flächen — „Krystallflächen“ — begrenzt. Im anderen Falle wurde die freie Entwicklung durch eine feste Unterlage, benachbarte Krystalle u. dergl. gestört, so dass hier ihre Begrenzung theilweise durch die Form des Nachbarkörpers gegeben wurde, und so bei ebener Beschaffenheit desselben „unechte Flächen“ entstehen konnten.

*) Es sei gleich hier bemerkt, dass die krystallinischen Körper sich für verschiedene physikalische Eigenschaften verschieden verhalten, z. B. für Licht isotrop, für Cohäsion anisotrop sein können.

Die Krystalle wachsen durch gleichförmige Anlagerung der Krystallsubstanz von aussen. Wenn diese Anlagerung von allen Seiten gleichmässig geschehen kann, so geht das Wachstum in krystallographisch gleichwerthigen Richtungen gleichmässig vor sich; die zusammengehörigen Flächen behalten dann immer gleichen Abstand vom Mittelpunkte (Centraldistanz) und gleiche Form; der Krystall ist ebenmässig ausgebildet. Gewöhnlich aber vergrössert der Krystall sich nicht nach allen gleichwerthigen Richtungen gleichmässig, es entstehen sogenannte verzerrte Formen, bei denen die zusammengehörigen Flächen verschiedene Centraldistanz und in Folge dessen

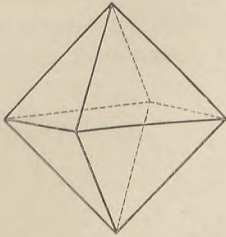


Fig. 1.

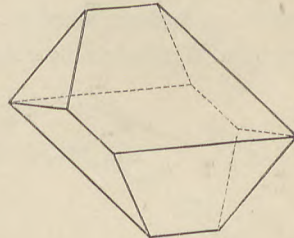


Fig. 2.

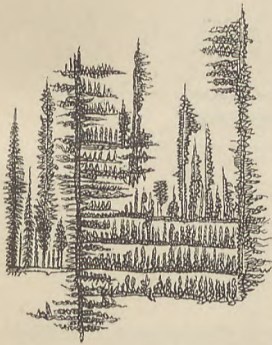


Fig. 3.

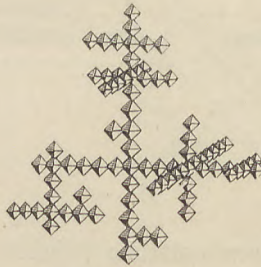


Fig. 4.

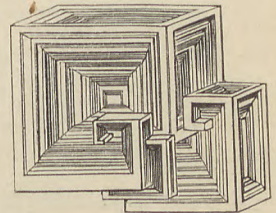


Fig. 5.

auch verschiedene Gestalt haben. Fig. 1 zeigt eine Krystallform (reguläres Oktaeder) ebenmässig ausgebildet, Fig. 2 dasselbe verzerrt.

Die Krystalle sind häufig schon im ersten Augenblick, wo wir sie wahrnehmen, so ausgebildet wie später; manchmal treten im Laufe der Vergrösserung neue Flächen auf, die aber mit den alten in gesetzmässigem Zusammenhang stehen. Einige Substanzen haben die Neigung, unter bestimmten Umständen, besonders bei rascher Ausscheidung, in der Richtung gewisser Axen oder Axenebenen rascher zu wachsen als in anderen. Es entstehen dann Krystallgerippe (Skeletformen), welche oft aus parallel gestellten, kleinen, wohl ausgebildeten Krystallindividuen aufgebaut sind, oder auch Krystallpolyeder mit vertieften Flächen — wenn das Wachstum in der

Richtung der Flächennormale zurückbleibt. Die „gestrickten“ Formen von Magnetit, Silberglanz u. a. und die Krystalle mit treppenförmig vertieften Flächen von Wismuth oder Chlornatrium sind bekannte Beispiele für diese Erscheinung. (Vgl. Fig. 3: gestrickte Formen von Silberglanz, Fig. 4: dasselbe vergrössert: Fig. 5: Kochsalzwürfel mit vertieften Flächen.)

Constanz der Kantenwinkel. Da das Wachsthum der Krystalle durch gleichförmige Stoffanlagerung an die Krystallflächen geschieht, so ist leicht ersichtlich, dass die Flächen dabei nur Parallelverschiebungen erleiden, und dass die Winkel, welche sie miteinander bilden, dadurch nicht geändert werden. Es ergibt sich, dass eine verzerrte Form dieselben Winkel zeigen muss wie die ebenmässig ausgebildete,

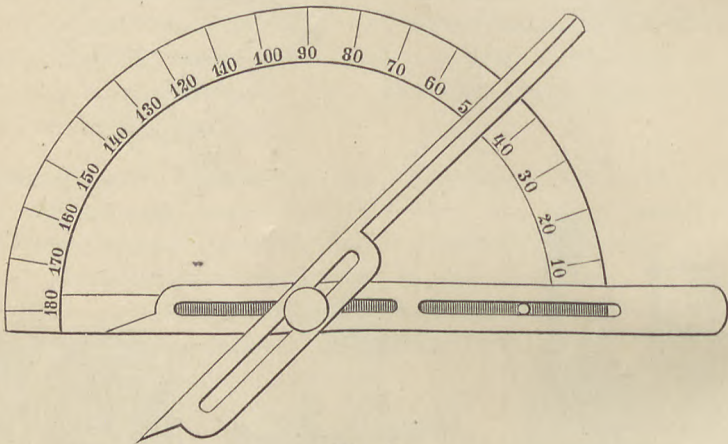


Fig. 6.

und dass krystallographisch gleiche Flächen bei derselben Substanz immer die gleichen Winkel einschliessen. Dieses Gesetz von der Constanz der Kantenwinkel, welches schon Steno im Jahre 1669 gefunden hatte, gibt uns ein bequemes Mittel gleiche Krystallformen trotz ihrer in Folge von Ausbildungsverschiedenheiten oft sehr abweichenden äusseren Gestalt zu identificiren. Es ist für die Bestimmung der Krystallpolyeder in Folge der in der Natur so häufigen Verzerrungen weniger die Form, als die Grösse der Neigungswinkel der Flächen maassgebend. Deshalb ist auch die Messung derselben ein wichtiger Theil jeder krystallographischen Untersuchung.

Krystallmessung. Zur Messung der Kantenwinkel bedient man sich der sogenannten Goniometer.

Für grössere Krystalle gebraucht man das, Ende des 18. Jahrhunderts von Carangeot construirte Anlegegoniometer (Fig. 6).

Dasselbe besteht aus zwei scheerenartig verbundenen stählernen Linealen, welche senkrecht auf die zu messende Kante aufgesetzt werden. Ein (in ganze Grade) getheilter metallener Halbkreis dient dazu, den Winkel zu bestimmen, welchen die beiden Lineale miteinander bilden.

Ein anderes Modell wird neuerdings von der Firma Fuess in Berlin in den Handel gebracht, welches sich von dem obigen im Wesentlichen dadurch unterscheidet, dass die zum Messen dienenden Lineale fest mit dem getheilten Kreis verbunden sind.

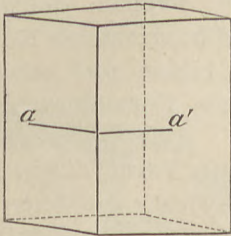


Fig. 7.

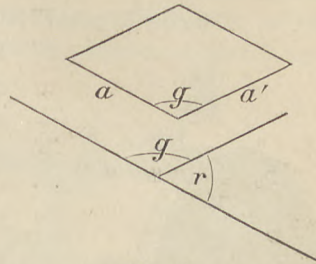


Fig. 8.

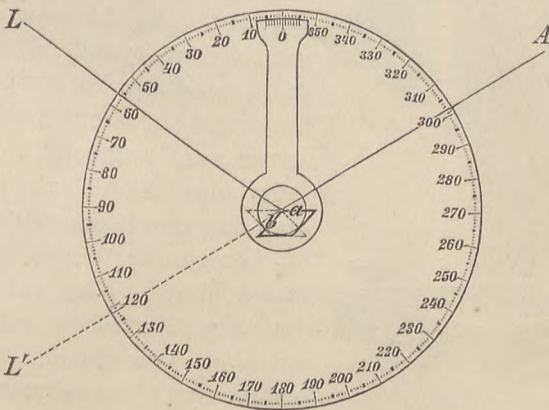


Fig. 9.

Für die Ausführung der Messung mit dem Anlegegoniometer ist besonders zu beachten, dass die Messung genau senkrecht zu der zu bestimmenden Kante zu erfolgen hat, also in der Richtung aa' (Fig. 7 und 8), da anderenfalls falsche Resultate erhalten werden.

Mit diesen Goniometern lassen sich bei hinreichender Uebung und guter Beschaffenheit der Flächen die Winkel bis auf einen halben Grad genau messen. Zu genaueren Bestimmungen an Kristallen mit glänzenden Flächen dient das Reflexionsgoniometer. Dasselbe wurde zuerst von Wollaston construiert. Es beruht auf

einer einfachen Anwendung des Reflexionsgesetzes. Der Krystall wird so auf eine drehbare Axe aufgesetzt, dass die zu messende Kante mit der Drehungsaxe zusammenfällt und die Fläche a (Fig. 9) das von der Lichtquelle L kommende Licht nach A in das Auge des Beobachters reflectirt. Dreht man den Krystall so weit, bis die Fläche b in die Stellung von a kommt, so wird diese reflectiren. Der Werth dieser Drehung kann an einem getheilten Kreise abgelesen werden. Es entspricht der so erhaltene Winkel, wie aus der Figur ohne Weiteres verständlich, dem Supplement des von den Flächen a und b eingeschlossenen Winkels, also dem Winkel r in Fig. 8. Dieser Winkel ist gleich dem, welchen die auf den

Flächen a und b errichteten Normalen miteinander bilden und wird auch schlechthin als Normalenwinkel bezeichnet. *)

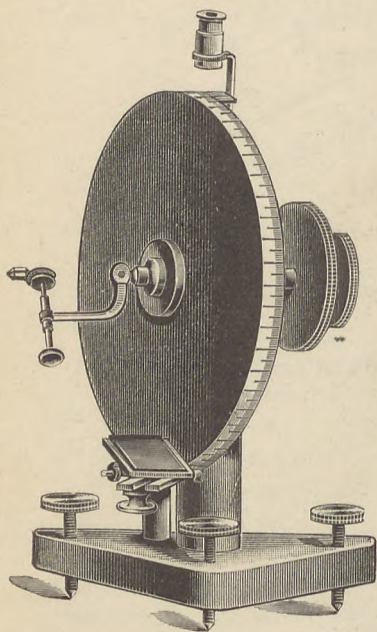


Fig. 10.

Die ältere Form dieses Instrumentes, bei welcher die Axe, welche den Krystall trägt, horizontal, der Theilkreis vertical ist, veranschaulicht Fig. 10. Die Lichtquelle wird, um die auf den Krystall fallenden Strahlen annähernd parallel zu bekommen, in möglichst grosser Entfernung vom Instrument aufgestellt. Um die Stellung des Auges zu fixiren, visirt man bei der Beobachtung nach einer in geeigneter Weise angebrachten festen Marke, oder bringt das von den Krystallflächen reflectirte Bild mit dem von einem, am Fusse des Goniometers angebrachten Spiegel reflectirten zur Coincidenz.

Neuerdings benützt man fast ausschliesslich Instrumente von der Art, wie in Fig. 11 dargestellt. Der Theilkreis ist horizontal, die den Krystall tragende Axe vertical. An ihrem Ende befindet sich eine Vorrichtung, welche gestattet, auf leichte Weise die zu messende Kante parallel der Axe zu stellen (zu justiren) und den Krystall gut zu centriren. Das Licht fällt in parallelen Strahlen durch das Colli-

*) In den neueren krystallographischen Arbeiten wird gewöhnlich dieser am Goniometer abgelesene und für die Rechnung direct zu verwendende Normalenwinkel angegeben.

matorrohr L auf den Krystall, der Reflex wird durch das mit einem Fadenkreuz versehene Fernrohr F beobachtet. *)

Begrenzungselemente. Diejenigen Ebenen, welche den Krystall äusserlich begrenzen, nennt man Krystallflächen (F); Kanten (K) sind die Linien, in welchen sich zwei Flächen schneiden; Ecken (E) diejenigen Punkte, in denen drei oder mehr Kanten oder Flächen zusammenstossen. Bezüglich der Zahl derselben gilt der Satz: $F + E = K + 2$.

Die Winkel, unter welchen sich die Flächen schneiden, heissen „Flächenwinkel“, die, welche zwei Kanten miteinander bilden, „Kantenwinkel“. Da in der Krystallographie wesentlich die ersteren in Betracht kommen, so wird der Ausdruck „Kantenwinkel“ (oder

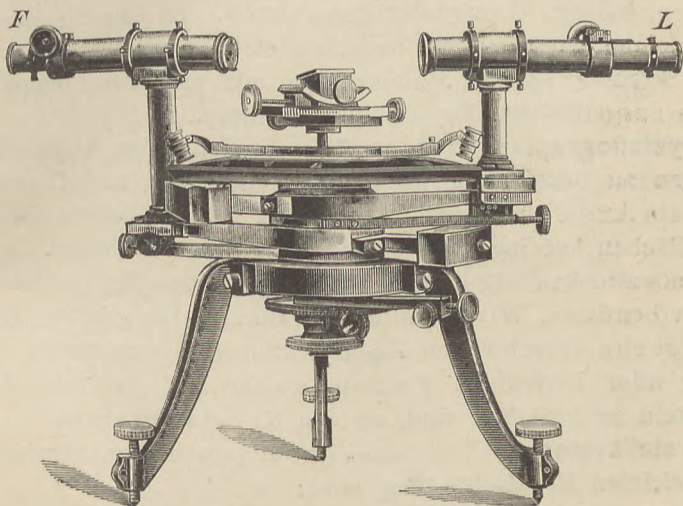


Fig. 11.

„Kante“ schlechtweg) häufig in der Weise gebraucht, dass damit der Neigungswinkel zweier sich in einer bestimmten Kante schneidenden Flächen bezeichnet wird, z. B. „Polkantenwinkel“ oder „Polkante“ = 53° . Bezüglich des Gebrauches der Normalenwinkel vgl. S. 8.

Unter einer Zone versteht man einen Complex von Flächen, welche einer Linie parallel sind, sich also in parallelen Kanten

*) Bezüglich der Einzelheiten der Construction, und der Ausführung der Messung, sowie der in den letzten Jahren aufgekommenen anderen Formen von Goniometern (zweikreisige u. dgl.) muss auf die ausführlicheren Lehrbücher der Krystallographie (Groth, Liebisch etc.) und auf die diesbezüglichen Mittheilungen in Groth's Zeitschrift für Krystallographie verwiesen werden.

schneiden. Gleichwerthige oder zu einander gehörige Flächen eines Krystalles sind solche, von denen bei einer vollkommenen Ausbildung niemals die eine ohne die andere auftreten kann; sie haben bei gleicher Centraldistanz gleiche Form und Grösse. Die Gesammtheit der zu einander gehörigen (gleichwerthigen) Flächen nennt man eine einfache Form; die Zahl der zu einander gehörigen Flächen ist abhängig vom Grade der Symmetrie. Diejenigen Formen, welche den Raum allseitig umschliessen, nennt man geschlossene, die anderen offene. Combinationen entstehen durch Zusammentreten zweier oder mehrerer einfacher Formen (zweizählige oder mehrzählige Combinationen); an ihnen kommen so viel ungleichwerthige Flächen vor, als einfache Formen. Die Kanten, in denen sich die Flächen zweier verschiedener einfacher Formen schneiden, heissen Combinationskanten. In Combinationen erleiden gleiche Begrenzungselemente gleiche Veränderungen. Offene Formen können nur in Combination mit anderen Formen einen ringsum ausgebildeten Krystall umschliessen.

Krystallographische Axen. Um die Lage der Krystallflächen im Raume zu bezeichnen, pflegt man dieselben auf Coordinaten, sogenannte Axen zu beziehen. Es lassen sich natürlich sämtliche Krystallflächen auf irgend welche Coordinaten beziehen. Doch hat es sich als zweckmässig herausgestellt, bestimmte Krystallkanten als Axen zu benützen. Wir erhalten so für alle möglichen Krystallformen sechs verschiedene Axensysteme und bezeichnen die Vereinigung aller derjenigen Formen, welche auf ein und dasselbe Axensystem zu beziehen sind, als ein Krystallsystem.

Krystallsysteme. Diese sechs durch verschiedene Axensysteme charakterisirten Krystallsysteme sind:

1. Das reguläre System:

Drei gleichwerthige Axen schneiden sich unter rechten Winkeln.

2. Das tetragonale System:

Zwei gleichwerthige Axen schneiden sich unter rechtem Winkel, eine dritte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig zu den ersten beiden.

3. Das hexagonale System:

Drei gleichwerthige Axen schneiden sich in einer Ebene unter Winkeln von 60° , eine vierte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig darauf.

4. Das rhombische System:

Drei ungleichwerthige Axen schneiden sich unter rechten Winkeln.

5. Das monokline System:

Zwei ungleichwerthige Axen schneiden sich unter schieferm Winkel, eine dritte von abweichendem Werth steht rechtwinkelig zu den beiden ersten.

6. Das trikline System:

Drei ungleichwerthige Axen schneiden sich unter schieferm Winkeln.

Parameter. Die Lage einer Fläche $A B C$ (vgl. Fig. 12) am Axenkreuz $X Y Z$ ist bekannt, wenn wir die Längen $O A = a$, $O B = b$, $O C = c$ kennen, welche die Fläche auf den drei Axen, die sich unter den

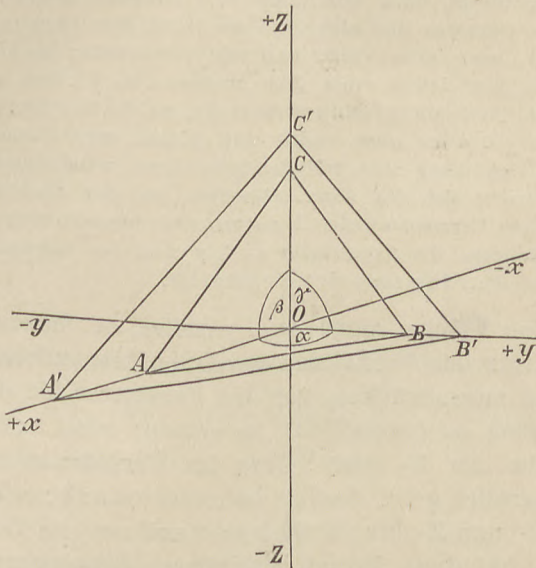


Fig. 12.

Winkeln α , β , γ schneiden, abschneidet. Man nennt diese Längen, wenn es sich um Krystallflächen handelt, Parameter. Gewöhnlich setzt man eine derselben (herkömmlicher Weise b , wenn alle drei verschieden sind) $= 1$ und bezieht die beiden anderen auf diese. Also z. B.:

$$a : b : c = 0.5285 : 1 : 0.4769.$$

Da parallele Flächen krystallographisch gleich sind, so lässt sich der obige Ausdruck mit einer beliebigen Zahl multipliciren oder dividiren ohne Aenderung. Also z. B.: $3a : 3b : 3c = a : b : c = \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b : \frac{1}{2}c$ oder $\frac{3}{4}a : b : \frac{3}{2}c = 3a : 4b : 6c$.

Das Verhältniss der Parameter zu einander, auch Axenverhältniss genannt, wird durch irrationale Zahlen ausgedrückt.

Dass dies der Fall sein muss, ist leicht einzusehen, wenn man sich vergegenwärtigt, dass die Axenlängen sich mit der Temperatur ändern — entsprechend der in den meisten Fällen in verschiedenen Richtungen verschiedenen Volumänderung der Krystalle. Da die Aenderung der Temperatur eine continuirliche, nicht sprungweise ist, muss auch das Axenverhältniss sich continuirlich ändern — kann also nur durch irrationale Zahlen ausgedrückt werden.

Von den Axen werden die nach vorn, beziehungsweise oben, beziehungsweise rechts liegenden Theile als positiv (+), die anderen als negativ (—) bezeichnet. Durch die Axenebenen, d. h. diejenigen Ebenen, in welchen je zwei Axen liegen, wird der Raum in 8 Oktanten zerlegt. Man nennt anliegende Oktanten diejenigen, welche durch eine Axenebene getrennt sind, also z. B. vorn oben rechts und vorn oben links; gegenüberliegende diejenigen, die sich in einer Axe berühren, z. B. vorn oben rechts und vorn unten links; entgegengesetzte die, welche in einem Punkt zusammenstossen, z. B. vorn oben rechts und hinten unten links. Eine Krystallfläche ist ihrer Lage nach vollständig bestimmt, wenn man die Winkel kennt, unter welchen sich die Axen schneiden, und das Axenverhältniss; da in letzterem ein Parameter gleich 1 gesetzt wird, braucht man nur zwei Zahlen. Diese 5 Grössen, die Axenwinkel α , β , γ und das Axenverhältniss $a : b : c$ nennt man die Elemente des Krystalles.

Geht eine Fläche einer Axe parallel, so bedarf es zu ihrer Bestimmung nur des Verhältnisses der beiden anderen Axen. Man pflegt, um das auszudrücken, vor den Parameter für die betreffende Axe das Zeichen ∞ (unendlich) zu setzen; also $a : b : \infty c$ ist eine Fläche, welche die X- und Y-Axe im Verhältniss $a : b$ schneidet, der Z-Axe parallel geht. Analog bedeutet $\infty a : b : \infty c$ eine Fläche, welche der X- und Z-Axe parallel geht und nur die Y-Axe schneidet. Die Grösse b hat dann keinen bestimmten Zahlenwerth, da ja durch eine Aenderung des Zahlenwerthes nur eine Parallelverschiebung hervorgebracht würde, welche an dem Charakter der Fläche nichts ändert.

Rationalität der Ableitungscoëfficienten. Wenn wir nun die Parameter einer zweiten Fläche $A'B'C'$ an demselben Axenkreuz wie ABC (vgl. Fig. 12) mit $a' b' c'$ bezeichnen, so ist einleuchtend, dass wir dieselben beziehen können auf die ersten und

$$a' = m a$$

$$b' = n b$$

$$c' = o c$$

setzen können. In der Krystallographie gilt nun das allgemeine Gesetz, dass wenn an einem Krystall zwei Flächen auftreten, von denen eine die Parameter a, b, c , die andere die Parameter ma, nb, oc hat, die Coëfficienten m, n, o immer **rationale** (und ver-

hältnissmässig einfache) Zahlen sind. Wenn wir also beispielsweise an einer Substanz eine Fläche haben, welche die Axen XYZ im Verhältniss $a:b:c$, oder, um bestimmte Zahlen zu nehmen und b , wie üblich, $=1$ gesetzt, im Verhältniss

$$0.5285 : 1 : 0.4769$$

schneidet, so können an derselben Substanz noch Flächen auftreten, die die Längen ma , nb , oc abschneiden, also z. B.:

$$2 \times 0.5285$$

$$3 \times 1$$

$$4 \times 0.4769$$

oder

$$\frac{1}{2} \times 0.5285$$

$$\frac{1}{3} \times 1$$

$$\frac{1}{4} \times 0.4769$$

oder

$$2 \times 0.5285$$

$$3 \times 1$$

$$\infty c$$

d. h. Flächen mit rationalen Ableitungscoefficienten (2, 3, 4 oder $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ oder 2, 3, ∞), aber nicht solche mit irrationalen Ableitungscoefficienten wie z. B.:

$$2.7182 \dots \times 0.5285$$

$$3.1416 \dots \times 1$$

$$\sqrt{2} \times 0.4769$$

Man pflegt für jede Substanz eine (durch Glanz, Grösse, physikalische Eigenschaften od. dgl.) besonders hervorragende Fläche, welche der Bedingung entspricht, dass sie alle drei Axen in endlicher Entfernung schneidet, als „Grundform“ zu wählen und deren Parameterverhältniss (welches man auch als „Axenverhältniss“ für die betr. Substanz bezeichnet) $a:b:c$ in Zahlen anzugeben. Alle übrigen, an derselben Substanz auftretenden Flächen lassen sich dann mittels rationaler Ableitungscoefficienten von der Grundform ableiten.

Dass die Ableitungscoefficienten rational sind, ist ein Erfahrungssatz. Er erscheint verständlich, wenn man berücksichtigt, dass die Anlagerung der Krystallmoleküle nur in rationalen Verhältnissen erfolgen kann. Es können nur 1, 2, 3, 4 etc., d. h. ganze Krystallmoleküle in der Richtung einer Axe sich anlagern, nicht aber unendlich kleine Theile derselben. Während die Ableitungscoefficienten durch die Zahl der Krystallmoleküle bestimmt werden, sind die Axenlängen (das Para-

meterverhältniss) abhängig von der Grösse derselben; diese ist aber als Function der Temperatur mit dieser variabel — ihr Verhältniss also nur durch irrationale Zahlen anzugeben.

Bezeichnungsweise. Zur Bezeichnung der Krystallflächen, beziehungsweise Formen sind mehrere Systeme in Gebrauch, von denen die verbreitetsten hier erläutert werden sollen.

Die am leichtesten zu verstehende, aber auch umständlichste Bezeichnungsweise ist die von Chr. S. Weiss. Nach ihm schreibt man einfach für die Fläche deren Parameterverhältniss unter Benützung der Vorzeichen für die in Betracht kommenden Axentheile. Dabei wird a für die X-, b für die Y-, c für die verticale Z-Axe gebraucht, die Axenabschnitte im vorderen oberen rechten Oktanten sind positiv (vgl. Fig. 12), der Coëfficient 1 wird weggelassen. $a:b:c$ bedeutet eine Fläche, welche im vorderen oberen rechten Oktanten liegt und die Axen X, Y, Z im Verhältniss von $a:b:c$ schneidet; $a:b:-c$ bedeutet eine entsprechende Fläche im vorderen rechten unteren Oktanten u. s. f. $a:b:mc$ ist eine Fläche, welche die Axen X und Y in der gleichen, die Z-Axe in der m -fachen Entfernung, bezogen auf die erste Fläche schneidet, $a:b:\infty c$ ist der Z-Axe parallel u. s. f. Bei gleichen Parametern werden gleiche Buchstaben gesetzt, also z. B. $a:a:c$, d. h. zwei Axen (X und Y) sind gleich, die dritte (verticale) ist abweichend. Will man eine Form, d. h. die Gesamtheit der zusammengehörigen Flächen bezeichnen, so setzt man den Ausdruck für eine Fläche ohne Vorzeichen in Klammern. $(a:b:c)$ bedeutet also z. B. im rhombischen System den Complex folgender acht Flächen.

- | | |
|--------------|---------------|
| 1. $a:b:c$ | 5. $-a:b:c$ |
| 2. $a:b:-c$ | 6. $-a:b:-c$ |
| 3. $a:-b:c$ | 7. $-a:-b:c$ |
| 4. $a:-b:-c$ | 8. $-a:-b:-c$ |

Eine Vereinfachung der Weiss'schen Formenbezeichnung gab C. F. Naumann. In jedem System erhält die Grundform, d. i. diejenige Form, welche die Axen in dem einfachen Verhältniss $a:b:c$ schneidet, einen bestimmten Buchstaben, die Ableitungscoëfficienten der anderen Formen werden vor oder hinter denselben gesetzt. Für das reguläre System ist diese Grundform das Oktaeder, dessen Flächen alle drei Axen in gleicher Entfernung schneiden, also nach Weiss $(a:a:a)$. Dasselbe wird durch den Buchstaben O bezeichnet. mO bedeutet dann eine Form $(a:a:ma)$, $\infty O\infty$ eine andere $(a\infty:a:\infty a)$. In den anderen Systemen wird die Grundform als P bezeichnet und die Weiss'schen Ableitungscoëfficienten, wenn sie sich auf die ver-

ticale Axe beziehen, vor, wenn auf die anderen Axen, hinter den Buchstaben P gesetzt. In den drei letzten Systemen wird noch durch ein besonderes Zeichen angedeutet, welche der nicht verticalen Axen gemeint ist. mP ist also das Zeichen für die Form $(a:b:mc)$, ∞P_n (P schief durchstrichen) bedeutet im monoklinen System die Form $(na:b:\infty c)$, wobei a die schiefe, c die verticale Axe ist. Es wird bei Besprechung der einzelnen Systeme noch auf einige Besonderheiten dieser Bezeichnung hinzuweisen sein; sie ist sehr bequem zur Angabe der Formen, versagt aber, wenn es sich um Benennung einzelner Flächen handelt. Dafür wird jetzt allgemein die sogenannte Miller'sche Methode angewandt.

Dieselbe unterscheidet sich von der Weiss'schen im Wesentlichen dadurch, dass das Axenverhältniss nicht wiederholt wird und statt der Ableitungscoefficienten deren reciproke Werthe — stets auf ganze Zahlen gebracht — geschrieben werden. Man nennt dieselben Indices und bezeichnet sie durch die Buchstaben h, k, l . Für das Weiss'sche Zeichen $ma:nb:oc$ wird also geschrieben hkl , wobei

$$h:k:l = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{o} \quad \text{und} \quad \frac{1}{h} : \frac{1}{k} : \frac{1}{l} = m:n:o$$

Um aus den Coëfficienten die Indices zu erhalten, nimmt man entweder die reciproken Werthe der Coëfficienten und bringt diese auf ganze Zahlen oder man bringt die Coëfficienten durch Division mit einer gemeinsamen Zahl auf die Form $\frac{1}{x}$ und schreibt die Nenner als Indices. Z. B.:

$$a:2b:3c$$

Coëfficienten sind 1, 2, 3, die reciproken Werthe also $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$; um diese auf ganze Zahlen zu bringen, multiplicirt man mit 6:

$$\frac{1}{1} \cdot 6, \frac{1}{2} \cdot 6, \frac{1}{3} \cdot 6 = \frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3} = 632$$

oder durch Division:

$$\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6} = \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2} = 632^*)$$

*) Allgemein: $a:nb:mc$. — Ableitungscoefficienten: $1nm$. — Gemeinschaftlicher Nenner mno . —

$$\frac{1}{mn} : \frac{n}{mn} : \frac{m}{mn} = \frac{1}{mn} : \frac{1}{m} : \frac{1}{n} = \frac{1}{h} : \frac{1}{k} : \frac{1}{l}$$

$$\text{also } mn = h, m = k, n = l \quad \text{und} \quad m = \frac{h}{l}, n = \frac{h}{k}$$

$$\text{z. B. } a:\frac{8}{7}b:\frac{8}{5}c = \frac{1}{8}:\frac{1}{7}:\frac{1}{5} = 875 \quad \text{und} \quad m = \frac{8}{5}, n = \frac{8}{7}$$

Die Fläche $a:b:c$ wird 111 , $a:\infty b:c=101$. Die Reihenfolge der Axen ist dieselbe wie bei Weiss; die Vorzeichen werden über die betreffende Zahl gesetzt: $a:b:-c=11\bar{1}$. Zur Bezeichnung der Form dient eine Klammer $\{ \}$: $(a:b:c)=\{111\}$ oder $(a:b:2c)=2P=\{221\}$.

Abgesehen von ihrer guten Verwendbarkeit zur Flächenbezeichnung überhaupt haben die Indices noch den Vortheil, dass sie in der Zonenberechnung direct zu gebrauchen sind. Sie werden heute sehr häufig, theilweise ausschliesslich angewendet. Wo es sich nur um Bezeichnung der Form handelt, sind die Naumann'schen Zeichen ihrer Anschaulichkeit wegen vorzuziehen und besonders auch deshalb, weil sie gewisse Beziehungen der Formen zu einander,

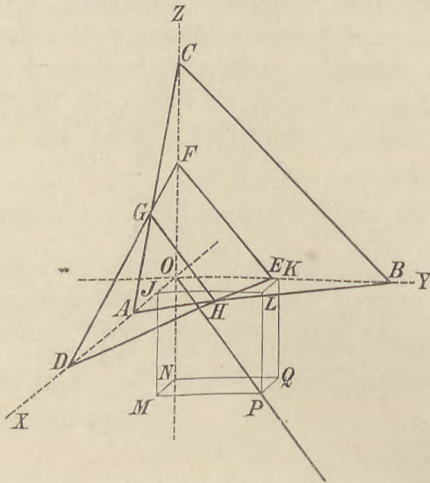


Fig. 13.

welche das Bestimmen in Combinationen oft sehr erleichtern, gut hervortreten lassen.

Zonenverband. Unter einer Zone versteht man einen Complex von mindestens drei Flächen, welche einer Geraden parallel sind — oder, was dasselbe ist, sich in parallelen Kanten schneiden. Diese Gerade, welche naturgemäss immer eine mögliche Krystallkante sein muss, bezeichnet man als Zonenaxe, die in ein und derselben Zone liegenden Flächen als „tautozonale“ Flächen. Um die Lage der Zone anzugeben, genügt es die Lage der Zonenaxe zu kennen. Die Richtung dieser letzteren ist bestimmt, wenn dieselbe durch den Durchschnittspunkt des Coordinatensystems gelegt wird und die Coordinaten irgend eines auf ihr gelegenen Punktes bekannt sind. Diese Coordinaten, deren reciproke Werthe (d. h. Indices des

Punktes) wir u, v, w nennen wollen, lassen sich aus den Indices zweier Flächen, deren Durchschnittslinie die Zonenaxe ist, berechnen.

Seien ABC (Fig. 13) und DEF zwei Flächen, die sich in der Geraden GH schneiden, so ist diese die Zonenaxe der durch die beiden Flächen, welche die Indices hkl und $h'k'l'$ haben mögen, bestimmten Zone. Ziehen wir nun $OP \parallel GH$, so gibt uns dieses gleichfalls die Richtung der Zonenaxe an und wir finden dieselbe, wenn wir die Coordinaten eines beliebigen Punktes P auf der Linie OP , also OJ, OK, ON kennen.

Setzt man

$$\begin{array}{ll} OA = \frac{a}{h} & OD = \frac{a}{h'} \\ OB = \frac{b}{k} & OE = \frac{b}{k'} \\ OC = \frac{c}{l} & OF = \frac{c}{l'} \end{array}$$

so findet man mittels einiger ähnlicher Dreiecke *)

$$\begin{array}{l} OJ = (k'l' - l'k') a \\ OK = (lh' - h'l') b \\ ON = (hk' - kh') c \end{array}$$

und wenn man die Differenzen

$$\begin{array}{l} kl' - l'k' = u \\ lh' - h'l' = v \\ hk' - kh' = w \end{array}$$

setzt

$$OJ : OK : ON = a u : b v : c w$$

Diese Grössen $u v w$ heissen die Indices der Zone und geben, in eckige Klammern gesetzt $[u v w]$, das Symbol der Zone. Da die Indices der Flächen stets ganze rationale Zahlen sind, müssen auch die Grössen $u v w$ solche sein.

Das Zonensymbol lässt sich auch auf einfachere, der Determinantenrechnung entlehnte Weise ableiten. Man schreibt die Indices der beiden Flächen zweimal übereinander, lässt die erste und letzte Column weg, multiplicirt je zwei Zahlen kreuzweise und zieht die Producte von einander ab:

$$\begin{array}{c|ccc|c} h & k & l & h & k & l \\ h' & k' & l' & h' & k' & l' \\ \hline & \times & \times & \times & & \\ \hline \underbrace{kl' - l'k'}_u & \underbrace{lh' - h'l'}_v & \underbrace{hk' - kh'}_w & & & \end{array}$$

ausführliche Ableitung findet sich z. B. in Groth's Krystallographie.

Brunns, Lehrbuch der Krystallographie.



Ist das Zonensymbol $[u\ v\ w]$ für zwei Flächen bekannt, so besteht zwischen diesem und den Indices $p\ q\ r$ einer anderen, in derselben Zone liegenden Fläche die Beziehung:

$$u\ p + v\ q + w\ r = 0$$

Es kann diese Gleichung dazu dienen, die Richtigkeit der Indices einer Fläche, welche auf andere Weise bestimmt wurden, zu prüfen, wenn dieselbe in einer Zone mit zwei bekannten Flächen liegt. Man ersieht aber weiter aus dieser Gleichung, dass die Zugehörigkeit einer Fläche zu einer Zone abhängig ist von den Indices, dagegen nicht von den Axenlängen. Da die letzteren sich mit der Temperatur ändern, während die ersteren ihre rationalen Werthe constant beibehalten, so folgt daraus das Gesetz von der Erhaltung der Zonen, welches besagt, dass der Zonenzusammenhang der Krystallflächen durch Temperaturänderungen nicht beeinflusst wird.

Da eine Ebene durch zwei Gerade, denen sie parallel geht, bestimmt ist, so ist eine Krystallfläche vollkommen bestimmt, wenn sie zugleich in zwei bekannten Zonen liegt, d. h. zwei Zonenaxen parallel geht. Seien die Symbole der beiden bekannten Zonen $[u\ v\ w]$ und $[u'\ v'\ w']$, so erhält man die Indices einer in beiden liegenden Fläche $h\ k\ l$ in derselben Weise, wie das Zonensymbol aus den Indices der Flächen:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c|ccc|ccc}
 u & v & w & u & v & w \\
 u' & v' & w' & u' & v' & w'
 \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{v\ w' - w\ v'}_h, \quad \underbrace{w\ u' - u\ w'}_k, \quad \underbrace{u\ v' - v\ u'}_l
 \end{array}$$

Jede in zwei Zonen liegende Fläche ist eine mögliche Krystallfläche.

Wenn man die Indices zweier Flächen addirt, so erhält man die Indices einer Fläche, welche die Kanten zwischen den beiden ersten abstumpft. Waren die beiden ersten gleichartige Flächen, so ist die Abstumpfung gerade. Z. B.:

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 \bar{1}11 \\
 \hline
 022 = 011
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 101 \\
 011 \\
 \hline
 112
 \end{array}$$

Man kann also eine Zone aus Flächen und Flächen aus Zonen ableiten lediglich mit Hilfe der Indices, ohne Verwendung von Winkeln; man nennt das Deduction. Aus 4 beliebigen Krystallflächen, von denen nie je drei in einer Zone liegen, lassen sich alle mög-

Die andere, jetzt sehr verbreitete Methode, ist die sphärische oder Kugelprojection, bei welcher die Flächen durch Punkte dargestellt werden. Man denkt sich den Krystall in die Mitte einer Kugel versetzt, derart, dass sein Mittelpunkt mit dem Kugelcentrum zusammenfällt. Fällt man nun von letzterem auf die einzelnen Krystallflächen Normalen und verlängert dieselben, bis sie die Kugeloberfläche treffen, so schneiden sie dieselbe in Punkten, welche man die Pole der Flächen nennt. [Fig. 16 zeigt das für den Krystall Fig. 14 in einem Durchschnitt durch die Mitte parallel der Fläche 100; der Punkt $001'$ z. B. ist der Pol der Fläche 001.] Die Bögen zwischen diesen Polen geben die Normalenwinkel der Flächen an, die Pole aller Flächen, welche eine Zone bilden, liegen auf einem grössten Kreis der Kugel. Um nun von der Kugeloberfläche mit

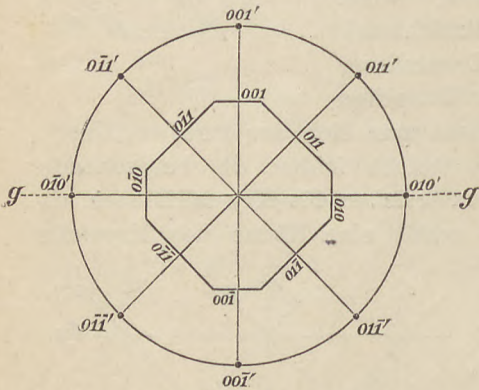


Fig. 16.

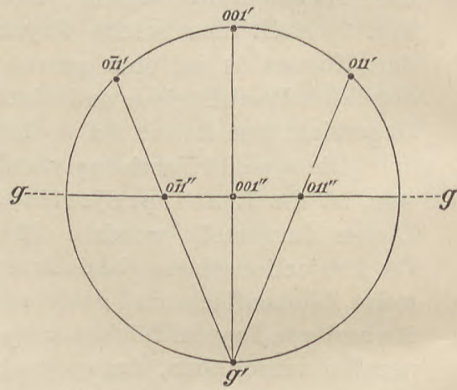


Fig. 17.

den Flächenpolen ein Bild in der Ebene zu entwerfen, verfährt man auf folgende Weise: Man wählt zur Zeichenebene eine Ebene, welche senkrecht zu einer besonders wichtigen Zone des Krystalls ist, und legt dieselbe durch die Mitte der Kugel [z. B. für unseren Krystall die Ebene 001, welche senkrecht zu dem Durchschnitt Fig. 16 steht und denselben in der Linie gg schneidet]. Sie schneidet dieselbe in einem Kreis, dem sogenannten Grundkreis, auf dem die Pole aller der betreffenden Zone angehörigen Flächen liegen. Man projicirt nun die eine der beiden durch den Grundkreis getrennten Hälften der Kugel [die obere in Fig. 17] auf die Ebene desselben in der Weise, dass man den Pol des Grundkreises auf der anderen [unteren] Halbkugel [g'] mit den Flächenpolen verbindet; die Punkte, in welchen diese Verbindungslinien die Grundkreisebene durchstechen, [vgl. Fig. 17] sind dann die Projectionen der Flächenpole. [z. B. $011''$]. Jeder Kreis auf der Kugel erscheint dabei als Kreis oder

als Durchmesser des Grundkreises, jeder grösste Kreis als Durchmesser oder Kreisbogen, der den Grundkreis in den Enden eines Durchmessers schneidet. Fig. 18 stellt eine solche Projection unseres Krystalles auf die Ebene 001 dar. Die Zonen z. B. $0\bar{1}0$, $1\bar{1}1$, 101 , 111 , 010 treten sehr klar und deutlich hervor.

Ausführlicheres über Zeichnen und Projiciren der Krystalle, sowie Verwendung der Projectionen bei der Berechnung siehe in den eingangs genannten Lehrbüchern.

Symmetrieverhältnisse. Unter einer Symmetrieebene versteht man diejenige Ebene, nach welcher der Krystall symmetrisch ist, d. h. durch welche er in zwei spiegelbildlich gleiche Hälften zerlegt wird. Als „Hauptsymmetrieebene“ pflegt man diejenigen Symmetrieebenen zu bezeichnen, auf welchen mehrere andere Symmetrieebenen

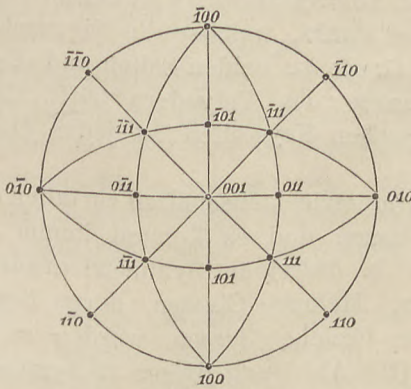


Fig. 18.

von untereinander gleichem Werth („miteinander vertauschbare“) senkrecht stehen; im Gegensatz zu den Hauptsymmetrieebenen nennt man die anderen auch „gewöhnliche“ oder „Nebensymmetrieebenen“. Jede Symmetrieebene ist parallel einer vorhandenen oder möglichen Krystallfläche.

Symmetrieaxe (oder Deckbewegungsaxe) ist die Gerade, um welche man den Krystall um einen von 360° verschiedenen aber darin theilbaren Winkel drehen kann, derart, dass nach der Drehung derselbe wieder mit sich selbst zur Deckung kommt. Beträgt die Drehung den n-ten Theil der ganzen Umdrehung, so nennt man die Axe n-zählig. Es gibt zwei-, drei-, vier- und sechszählige Symmetrieaxen, deren Charakter man abkürzungsweise durch die Zeichen \bullet , \blacktriangle , \blacksquare , \blacklozenge darstellt, andere sind in der Krystallographie (wegen des Gesetzes von der Rationalität der Ableitungscoefficienten) nicht möglich. Die Symmetrieaxen stehen senkrecht auf einer möglichen

Fläche und sind parallel einer möglichen Kante. Die auf einer Hauptsymmetrieebene senkrecht stehende Symmetrieaxe pflegt man Hauptsymmetrieaxe zu nennen. Die Durchschnittslinie zweier Symmetrieebenen ist stets eine Symmetrieaxe.

Eine Symmetrieaxe, deren beide Pole sich verschieden verhalten, nennt man polar.*) Die Symmetrieaxen werden, so weit es möglich ist, zu krystallographischen Axen genommen.

Ausser durch einfache Spiegelung (nach der Symmetrieebene) oder durch Drehung (um die Symmetrieaxe) kann man Polyeder auch noch mit sich zur Deckung bringen, wenn man dieselben um eine Axe um einen bestimmten Betrag dreht und sie gleichzeitig nach einer zu dieser Axe senkrechten Ebene spiegelt. Man nennt diese Deckoperation „Drehspiegelung“ und die dabei verwandten Axen und Ebenen Axen und Ebenen der zusammengesetzten Symmetrie.

Ein Centrum der Symmetrie ist ein im Inneren des Krystallpolyeders gelegener Punkt, welcher die Eigenschaft hat, dass jede durch ihn gelegte Grade zu beiden Seiten und in gleichem Abstände gleichwerthige Punkte des Polyeders trifft. Danach gehört in centrisch symmetrischen Krystallen zu jeder Fläche eine parallele Gegenfläche.

Nach ihren Symmetrieeigenschaften zerfallen die Krystallformen in 32 getrennte Classen* und es können immer nur Formen derselben Classe, d. h. desselben Symmetriegrades miteinander in Combination treten. Mehrere Classen, deren Formen sich auf das gleiche Axensystem beziehen lassen, werden zu Krystallsystemen zusammengefasst. [Die Ableitung dieser 32 Symmetrieclassen wurde zuerst von Hessel 1830 gegeben. Ausführlicheres darüber findet sich in den Lehrbüchern von Liebisch und Groth III. Auflage.]

Holoedrie, Hemiedrie, Tetartoedrie, — Hemimorphie. Es hat sich gezeigt, dass gewisse charakteristische Formen einiger Classen sich aus denen anderer ableiten lassen, dadurch, dass man in diesen in gesetzmässiger Weise die Hälfte der Flächen wegfallen lässt. Man nennt die auf solche Weise entstehenden Formen hälftflächige oder hemiedrische im Gegensatz zu den vollflächigen oder holoedrischen; aus den hemiedrischen Formen können weiter viertel-

*) „Zweiseitige“ Symmetrieaxen sind solche, auf denen eine geradzählige Symmetrieaxe senkrecht steht. Die übrigen sind „einseitige“ Symmetrieaxen. Diese letzteren lassen sich wieder unterscheiden als einseitige I. Art, das sind solche, auf denen eine Symmetrieebene senkrecht steht, einseitige II. Art, das sind solche, auf denen eine Ebene der zusammengesetzten Symmetrie senkrecht ist, und polare, das sind alle übrigen. Die Normale auf einer Symmetrieebene braucht keine Symmetrieaxe, die auf einer Symmetrieaxe normale Ebene keine Symmetrieebene zu sein.

flächige oder tetartoedrische und aus diesen achteckflächige, ogdoedrische, entstehen.

Man erhält die hemiedrischen Formen (oder Theilflächner, Meroeder) aus den holoedrischen, indem man gewisse Symmetrieebenen wegfällen lässt, derart, dass von je zwei Flächen, welche zu der betreffenden Ebene symmetrisch liegen, die eine unterdrückt wird, während die andere entsprechend wächst. Es entstehen auf diese Weise aus jedem Holoeder zwei Hemieder, in welchen dann diese Symmetrieebenen nicht mehr vorhanden sind. Die theilflächigen Formen, welche aus einem Holoeder hervorgehen, heissen *correlate* Formen. Sie sind entweder congruent und unterscheiden sich nur durch ihre Stellung, oder sie sind *enantiomorph*, d. h. spiegelbildlich gleich, aber nicht congruent (wie die rechte und die linke Hand). In vielen Fällen unterscheiden sich die Hemieder morphologisch nicht von den Holoedern — wenn nämlich die wegfällenden Symmetrieebenen normal auf den Flächen stehen —, dass aber die Form trotzdem im krystallographischen Sinne hemiedrisch ist, lässt sich an den physikalischen Eigenschaften gewöhnlich leicht nachweisen. Sind mehrere verschiedene Symmetrieebenen vorhanden, so können mehrere verschiedene Arten von Hemiedrie auftreten. Formen verschiedener Hemiedriearten können, da sie verschiedenen Symmetrieclassen angehören, nicht miteinander in Combination treten.

Eine Hemiedrie, welche entsteht durch das Wegfallen einer einzigen mit keiner anderen gleichwerthigen — „singulären“ — Symmetrieebene, bezeichnet man als *Hemimorphie*. Dabei zeigen die Krystallformen in Bezug auf die, auf der betreffenden Symmetrieebene senkrechte Axe eine ungleiche Beschaffenheit an den beiden entgegengesetzten Seiten derselben, und die Axe besitzt demnach polare Eigenschaften.

Die 32 durch verschiedene Symmetrieelemente charakterisirten Classen sind an und für sich gleichberechtigt. Früher hat man den Symmetrieelementen eine weniger grosse Bedeutung beigemessen. Als Eintheilungsprincip ergab sich dann die Beziehung zu den krystallographischen Axen, welche so gewählt wurden, dass alle gleichwerthigen Flächen gleiche Indices erhielten. So wurde die Gesamtheit der Formen eingetheilt in sechs Systeme (vgl. S. 10), von denen jedes wieder in eine holoedrische und mehrere davon abgeleitete hemiedrische etc. Abtheilungen zerfiel. Man fasst auch noch jetzt eine Anzahl von Classen in Systeme zusammen. Wenn auch die Abgrenzung der Systeme gegeneinander in manchen Fällen etwas Willkürliches haben mag, so erleichtert sie doch die Uebersicht und ist für die Bezeichnung und Berechnung der Krystallformen schwer entbehrlich. Es wird deshalb auch im Folgenden die alte Eintheilung im Wesentlichen beibehalten werden.

Beschreibung der Krystallformen.

Das reguläre System.

Das reguläre System*) umfasst diejenigen Formen, welche sich beziehen lassen auf 3 gleichlange und gleichwerthige aufeinander senkrecht stehende Axen. Das Axenkreuz wird gewohnheitsgemäss so gestellt, dass eine Axe vertical steht, während die beiden anderen horizontal sind, wobei eine auf den Beschauer zuläuft (vgl. Fig. 19). Bei der Gleichwerthigkeit der Axen ist es natürlich gleichgültig, welche derselben vertical gestellt wird.

1. Holoedrische Abtheilung.

(Hexakisoktaedrische Classe.)

Symmetrieelemente:

9 Symmetrieebenen und zwar 3 aufeinander senkrechte Hauptsymmetrieebenen, welche den Axenebenen parallel gehen, und 6 gewöhnliche Symmetrieebenen;

13 Symmetrieaxen und zwar: 3 vierzählige Hauptsymmetrieaxen, welche aufeinander und auf den entsprechenden Hauptsymmetrieebenen senkrecht stehen, die Schnittlinien der letzteren bilden und als krystallographische Hauptaxen bezeichnet werden; 4 dreizählige Symmetrieaxen (sogenannte trigonale Axen), welche mitten zwischen den Hauptsymmetrieaxen liegen; 6 zweizählige Symmetrieaxen (sogenannte rhombische Axen), welche zu je zwei in den Hauptsymmetrieebenen liegen und die Winkel zwischen den Hauptsymmetrieaxen halbiren; sie stellen die Schnittlinien der Hauptsymmetrieebenen und der gewöhnlichen Symmetrieebenen dar.

Centrum der Symmetrie.

Die einfachen Formen dieser Abtheilung sind:

1. Das Oktaeder (Fig. 20) ($a : a : a$); O ; $\{111\}$.

*) Synonyma siehe in den Tabellen am Schluss.

Dasselbe wird begrenzt von 8 gleichseitigen*) Dreiecken, hat 12 gleiche Kanten ($109^{\circ} 28' 16''$) und 6 gleiche vierflächige Ecken. Die Flächen schneiden alle 3 Axen in gleicher Entfernung. Die Haupttaxen verbinden die Ecken, die dreizähligen Symmetrieaxen stehen senkrecht auf den Flächen.

2. Das Hexaeder (Würfel) (Fig. 21) ($\infty a : a : \infty a$); $\infty O \infty$; $\{100\}$

wird begrenzt von 6 Quadraten, hat 12 gleiche Kanten (90°) und 8 gleiche dreiflächige Ecken. Die Flächen schneiden eine Axe und gehen den beiden anderen parallel; sie sind demnach auch

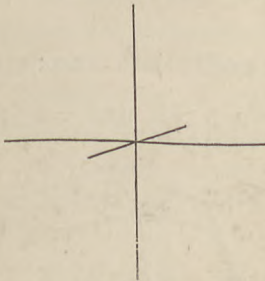


Fig. 19.

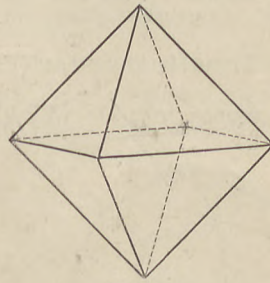


Fig. 20.

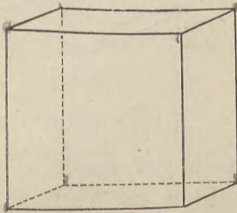


Fig. 21.

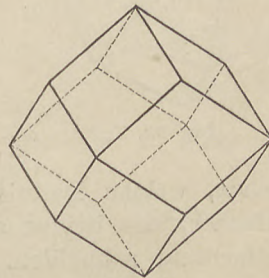


Fig. 22.

parallel den Hauptsymmetrieebenen. Die Haupttaxen stehen senkrecht auf den Flächen und verbinden deren Mittelpunkte, die dreizähligen Symmetrieaxen verbinden die Eckpunkte.

3. Das Rhombendodekaeder**) (Fig. 22) ($a : a : \infty a$); ∞O ; $\{110\}$ wird begrenzt von 12 Rhomben (Verhältniss der Diagonalen $1 : \sqrt{2}$), hat 24 gleiche Kanten (120°), von denen je 6 einander parallel sind, so dass immer 6 Flächen in einer Zone liegen, sowie 6 vierflächige und 8 dreiflächige Ecken. Zwei Flächen, die sich mit

*) Hier wie im Folgenden ist immer von ebenmässig entwickelten Formen die Rede.

**) auch Granatoeder genannt, weil die Form oft am Granat auftritt.

ihren spitzen Ecken berühren, schliessen einen Winkel von 90° ein. Die Flächen schneiden 2 Axen in gleicher Entfernung, gehen der dritten parallel und sind parallel den gewöhnlichen Symmetrieebenen. Die Hauptaxen verbinden die gegenüberliegenden vierflächigen, die dreizähligen Axen die gegenüberliegenden dreiflächigen Ecken, welche über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders liegen. Die zweizähligen Symmetrieaxen stehen senkrecht auf den Flächen.

Diese drei Formen, das Oktaeder, der Würfel und das Rhombendodekaeder sind invariable Formen, da in ihren Symbolen nur die Coëfficienten 1 und ∞ vorkommen und die begrenzenden Flächen — gleichseitiges Dreieck, Quadrat und Rhombus — unveränderlich sind.

4. Das Ikositetraeder (Fig. 23 und 24) ($a : m a : m a$); $m O m$,
 worin $m > 1$; $\{h k k\}$, worin $h > k$ und $\frac{h}{k} = m$,

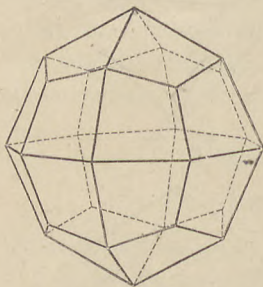


Fig. 23.

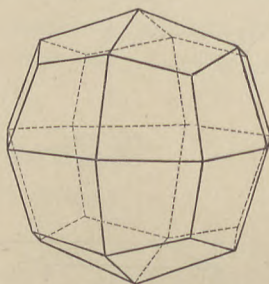


Fig. 24.

hat 24 Flächen, welche Deltoide sind, und so liegen, dass sie eine Axe in einfacher, die beiden anderen in grösserer aber für beide gleiche Entfernung schneiden. Sie bilden 48 Kanten, von denen 24 untereinander gleiche längere paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders, 24 untereinander gleiche kürzere zu dritt über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders oder paarweise über den Kanten der eingeschriebenen Hexaeders liegen. Die Ecken sind 6 gleichkantig vierflächige (an den Ecken des eingeschriebenen Oktaeders), 8 gleichkantig dreiflächige (über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders), 12 ungleichkantig vierflächige (über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders). Die Hauptaxen verbinden die gleichkantig vierflächigen Ecken. Die Formen sind, je nach der Grösse von m , verschieden. Je kleiner, d. h. je näher an 1, m ist, desto stumpfer sind die kürzeren Kanten und desto mehr nähert sich die Form dem Oktaeder, je grösser m wird, desto stumpfer werden die längeren Kanten und die Form nähert sich dem Würfel. Am häufigsten sind die

Ikositetraeder $2 O 2 \{211\}^*$ (Fig. 23), dessen kürzere Kanten $= 146^\circ 27'$ und $3 O 3 \{311\}$ (Fig. 24), dessen kürzere Kanten $= 129^\circ 31'$ sind.

5. Das Triakisoktaeder (Pyramidenoktaeder) (Fig. 25) ($a : a : m a$); $m O$, ($m > 1$); $\{h h k\}$, worin $h > k$, $\frac{h}{k} = m$.

Die 24 Flächen, welche diese Form begrenzen, gleichschenklige Dreiecke, schneiden zwei Axen in einfacher, die dritte in abweichender grösserer Entfernung. Die Kanten sind zweierlei: 12 längere untereinander gleiche, welche mit den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders zusammenfallen (sogenannte Oktaederkanten) und 24 untereinander gleiche kürzere, welche zu dritt über den Flächen des eingeschriebenen Oktaeders liegen (sogenannte Pyramidenkanten). Die Ecken sind $6 \ 4 + 4$ kantig achtflächige, denen des eingeschriebenen Oktaeders entsprechend und 8 gleichkantig dreiflächige in den Oktanten gelegene sogenannte Pyramiden-ecken. Die krystallographischen Axen verbinden die achtflächigen Ecken. Grenzformen sind, wenn $m = 1$, das Oktaeder und, wenn $m = \infty$, das Rhombendodekaeder. Oktaederähnliche Formen sind vorherrschend, häufig sind z. B.

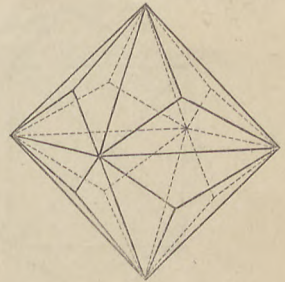


Fig. 25.

$\frac{3}{2} O \{332\}$ und $2 O \{221\}$. Der Werth der sogenannten Oktaederkanten schwankt demnach zwischen $109^\circ 28'$ (für $m = 1$, d. h. Oktaeder) und 180° (für $m = \infty$, d. h. Rhombendodekaeder) und beträgt beispielsweise für $\frac{3}{2} O 120^\circ 31'$, und für $2 O 141^\circ 3'$, der Werth der Pyramidenkanten zwischen 180° bei $m = 1$ und 120° bei $m = \infty$ und beträgt für die oben genannten Formen $162^\circ 39'$ und $152^\circ 44'$. Triakisoktaeder mit gleichen Kanten können in der Natur nicht vorkommen, da dann der Coëfficient $m = 1 + \sqrt{2}$, d. h. irrational werden würde.

6. Das Tetrakis hexaeder (Pyramidenwürfel) (Fig. 26) ($a : m a : \infty a$); $\infty O m$; $\{h k 0\}$, wobei $\frac{h}{k} = m$.

Die Form wird begrenzt von 24 gleichschenkeligen Dreiecken, welche so liegen, dass sie einer Axe parallel gehen, die andere in

*) Die Form $2 O 2$ ist die charakteristische Krystallform des Leucites, daher man dieses Ikositetraeder auch als Leucitoeder bezeichnet hat. Die Kanten des dem Ikositetraeder $2 O 2$ eingeschriebenen Rhombendodekaeders fallen mit den die Deltoide von $2 O 2$ symmetrisch theilenden Diagonalen zusammen.

einfacher, die dritte in abweichender grösserer Entfernung schneiden. Die Kanten sind 12 gleiche längere Kanten, entsprechend den Kanten des eingeschriebenen Würfels, und 24 kürzere (sogenannte Pyramidenkanten) zu je vier über den Flächen des eingeschriebenen Würfels. Die Kanten treffen sich in 8 sechsflächigen, $3 + 3$ kantigen Ecken, welche mit denen des eingeschriebenen Hexaeders zusammenfallen und 6 vierflächigen, gleichkantigen, sogenannten Pyramiden-ecken, welche über den Flächen des eingeschriebenen Würfels liegen. Die krystallographischen Axen verbinden die gegenüberliegenden Pyramidenecken. Je grösser m wird, desto stumpfer werden die Pyramidenkanten und desto schärfer die Würfelkanten, die Form nähert sich dem Würfel ($m = \infty$: Pyramidenkanten = 180° , Würfelkanten = 90°). Je kleiner m ist, desto stumpfer sind die längeren Kanten, die Form nähert sich dem Rhombendodekaeder ($\infty O 1$). Würfel-ähnliche Formen sind häufiger als rhombendodekaederähnliche, ge-

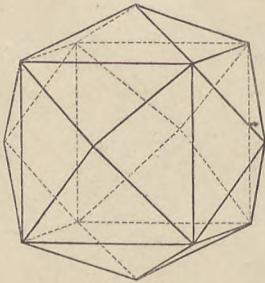


Fig. 26.

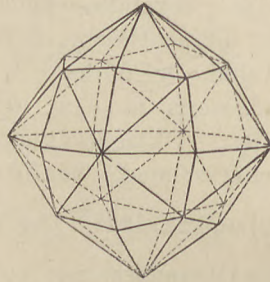


Fig. 27.

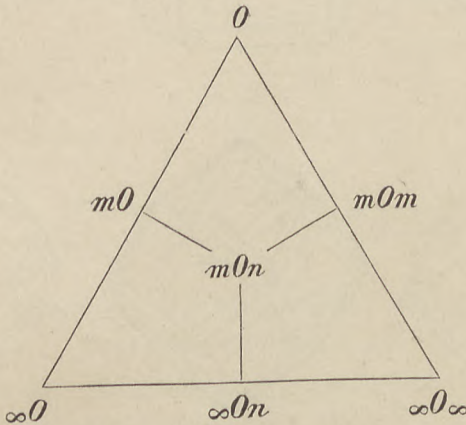
wöhnliche Formen sind $\infty O \frac{3}{2} \{320\}$, $\infty O 2 \{210\}$, bei welchem alle Kanten gleich sind ($143^\circ 8'$), und $\infty O 3 \{310\}$.

7. Das Hexakisoktaeder (Achtundvierzigflächner) (Fig. 27) ($a : m a : n a$); $m O n$; $\{h k l\}$ wobei $m = \frac{h}{l}$, $n = \frac{h}{k}$.

Die 48 Flächen dieser Form, welche sich als ungleichseitige Dreiecke darstellen, schneiden alle drei Axen in verschiedener Entfernung. Die Kanten sind: 24 längste, welche in manchen Fällen mit denen des eingeschriebenen Rhombendodekaeders zusammenfallen, 24 mittlere, welche in den Hauptsymmetrieebenen und paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders liegen, sowie 24 kürzere, paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Würfels. Der Winkelwerth der längsten Kanten bewegt sich zwischen 180° und 120° , der der mittleren Kanten zwischen 180° und $109^\circ 28' 16''$ und der der kürzesten Kanten zwischen 180° und 90° . Von den 26 Ecken

fallen 6 achtflächige, 4 + 4 kantige mit den Ecken des eingeschriebenen Oktaeders zusammen, 8 sechsflächige, 3 + 3 kantige liegen über den Flächen und 12 vierflächige, 2 + 2 kantige über den Kanten des eingeschriebenen Oktaeders. Die krystallographischen Axen verbinden die achtflächigen Ecken. Bei denjenigen Hexakisoktaedern, bei denen $n = \frac{2m}{m+1}$ ist, z. B. $2 O \frac{4}{3}$, $3 O \frac{3}{2}$ ($= 3 O \frac{6}{4}$) ist der Winkelwerth der längsten und kürzesten Kanten gleich — man nennt sie deshalb isogonal. Diejenigen, bei welchen $n = \frac{m}{m-1}$ ist, z. B. $3 O \frac{3}{2}$, $4 O \frac{4}{3}$ heissen parallelkantige, weil ihre längsten Kanten mit den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaeders zusammenfallen und demnach zu je 6 einander parallel sind. $3 O \frac{3}{2}$ (das sogenannte Adamantoid) ist isogonal und parallelkantig. Das Hexakisoktaeder kann in alle übrigen Formen der regulär-holoedriscen Abtheilung übergehen; am häufigsten kommen Formen von oktaedrischem, auch von rhombendodekaedrischem Habitus vor.

Den Zusammenhang der 7 einfachen Formen der holoedriscen Abtheilung des regulären Systems bringt das folgende Naumannsche Schema übersichtlich zur Darstellung:



Die Flächen der auf einer Seite des Dreieckes stehenden Formen liegen der Reihe nach in einer Zone. — Es ist einleuchtend, dass weitere Formen nicht möglich sind.

Einige Combinationen der holoedriscen Abtheilung des regulären Systems: *) Am Oktaeder stumpft der Würfel, am

*) Zur Bezeichnung der Combinationen schreibt man herkömmlicherweise die Symbole der einzelnen Formen, durch Punkte getrennt, nebeneinander. Die herrschende Form wird an erste Stelle gesetzt.

Würfel das Oktaeder die Ecken ab. (Fig. 28: $O \cdot \infty O \infty$ und 29: $\infty O \infty \cdot O$); sind beide Formen im Gleichgewicht, so entsteht das sogenannte Cuboktaeder (Fig. 30). Das Rhombendodekaeder stumpft die Kanten des Oktaeders (Fig. 31: $O \cdot \infty O$) und des Würfels (Fig. 32: $\infty O \infty \cdot \infty O$) gerade ab. Fig. 33: $O \cdot m O m$ zeigt die Combination zwischen Oktaeder

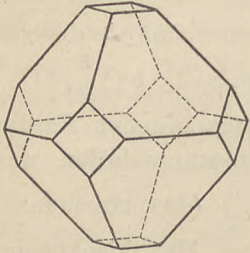


Fig. 28.

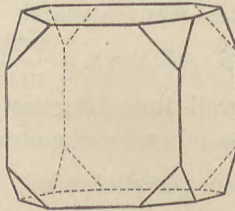


Fig. 29.

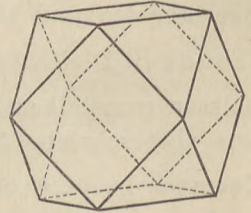


Fig. 30.

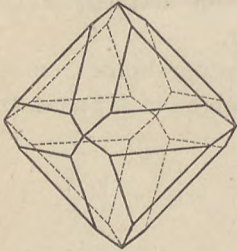


Fig. 31.

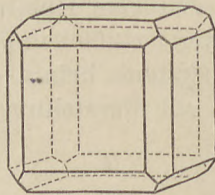


Fig. 32.

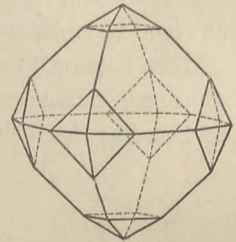


Fig. 33.

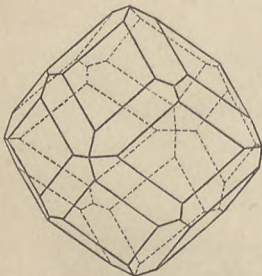


Fig. 34.

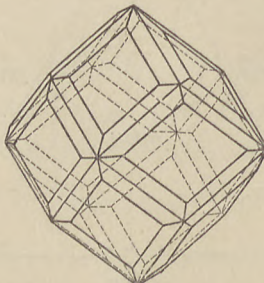


Fig. 35.

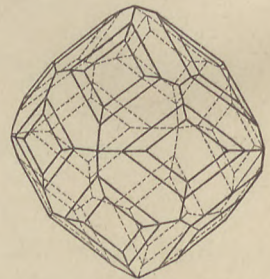


Fig. 36.

und Ikositetraeder. Die Kanten des Rhombendodekaeders werden gerade abgestumpft durch das Ikositetraeder $2 O 2$ (Fig. 34: $\infty O \cdot 2 O 2$); ist m in $m O m$ grösser als 2, so tritt eine Zuschärfung der vierflächigen Ecken, ist m kleiner als 2, eine Zuschärfung der dreiflächigen Ecken ein; wird $m = 1$, d. h. tritt am Rhombendodekaeder das Oktaeder auf, so werden die letzteren, wird $m = \infty$, d. h. Hexaeder, so werden erstere gerade abgestumpft. Tritt am Rhombendodekaeder ein parallelkantiges

Hexakisoktaeder z. B. $3 O \frac{3}{2}$ (Fig. 35 $\infty O.3 O \frac{3}{2}$) auf, so werden die Kanten zugeshärft. Eine Combination von Rhombendodekaeder mit Iksitetraeder und Achtundvierzigflächner, wie sie am Granat mitunter vorkommt, zeigt Fig. 36: $\infty O.2 O 2.3 O \frac{3}{2}$.

Die Entzifferung der oft sehr vielflächigen Combinationen des regulären Systems wird sehr erleichtert, wenn man sich die im oben (S. 29) angegebenen Schema dargestellten Zonenverhältnisse vergegenwärtigt.

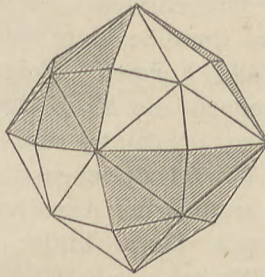


Fig. 37.

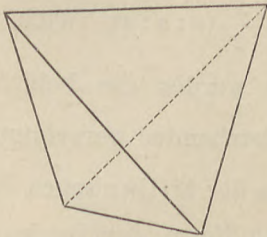


Fig. 38.

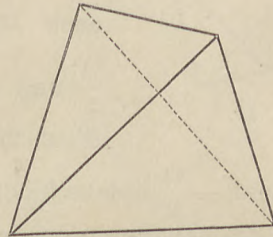


Fig. 39.

2. Tetraedrisch-hemiedrische Abtheilung.

(Hexakistetraedrische Classe.)

Fallen die drei Hauptsymmetrieebenen der holoedrischen Abtheilung weg, und werden auf diese Weise die Formen hemiedrisch, so verschwinden, beziehungsweise wachsen die Flächen in den abwechselnden Oktanten — wie aus Fig. 37 für den Achtundvierzigflächner zu ersehen — und man erhält eine Classe von Formen, deren Symmetrieelemente sind:

6 Symmetrieebenen, den gewöhnlichen Symmetrieebenen der holoedrischen Abtheilung entsprechend;

7 Symmetrieaxen, und zwar 3 zweizählige, welche den kristallographischen Hauptaxen entsprechen, und 4 polare drei-

zählige, welche normal auf den Oktaederflächen stehen (die trigonalen Axen).

Da ein Centrum der Symmetrie nicht vorhanden ist, d. h. die neuen Formen nicht von parallelen Flächen begrenzt werden, so hat man diese Hemiedrie auch als die „geneigtflächige (klimoëdrische)“ bezeichnet.

Aus dem holoedriscen Oktaeder entstehen zwei Tetraeder, die congruent aber durch ihre Stellung verschieden sind. (Fig. 38, 39). Dieselben sind begrenzt von 4 gleichseitigen Dreiecken, haben 4 dreiflächige Ecken und 6 gleiche Kanten von $78^{\circ} 31' 44''$. Was die Aufstellung der Tetraeder — und der hemiedrischen Formen überhaupt — angeht, so ist zu beachten, dass dieselbe durchaus entsprechend der der zugehörigen holoedriscen Formen erfolgt. Die Axen verbinden demnach bei den Tetraedern die Mitte der Kanten (vgl. Fig. 40). Eine Kante verläuft oben horizontal und schief, so dass sie den

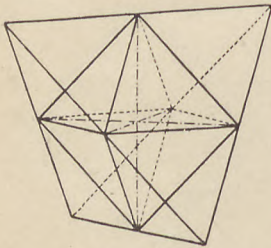


Fig. 40.

Winkel zwischen den horizontalen krystallographischen Axen halbirt, die untere horizontale Kante bildet mit der oberen einen Winkel von 90° .

Die Bezeichnung für das Tetraeder ist nach Weiss $\frac{1}{2}(a:a:a)$, nach Naumann $\frac{O}{2}$ und zwar werden die beiden aus dem Oktaeder entstehenden correlaten Tetraeder

als $+\frac{O}{2}$ und $-\frac{O}{2}$ unterschieden. In der Miller'schen Bezeichnung wird dem Zeichen der holoedriscen Form der Buchstabe κ (von $\kappa\lambda\nu\sigma\varsigma$ geneigt) vorgesetzt, also $\kappa\{111\}$ und $\kappa\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$ für positives und negatives Tetraeder. (Ist der hemiedrische Charakter selbstverständlich, so wird neuerdings auch mitunter κ weggelassen.)

Der Würfel, das Rhombendodekaeder und das Tetrakis-hexaeder geben, da die wegfallenden Symmetrieebenen auf den Flächen senkrecht stehen, Formen, welche sich geometrisch von den holoedriscen nicht unterscheiden. Der hemiedrische Charakter, d. h. das Fehlen der drei Hauptsymmetrieebenen, zeigt sich aber, wenn diese Formen für sich allein auftreten, in der Beschaffenheit der Flächen, sowie in den physikalischen Eigenschaften (Aetzfiguren, elektr. Eigenschaften etc.).

Aus dem Ikositetraeder entstehen zwei Trigondodekaeder (Figg. 41 und 42) oder Pyramidentetraeder, eine Form, welche sich auffassen lässt als ein Tetraeder, auf dessen Flächen dreiseitige

Pyramiden aufgesetzt sind. Es wird begrenzt von 12 gleichschenkeligen Dreiecken, hat 6 längere Kanten, welche zusammenfallen mit den Kanten des eingeschriebenen Tetraeders, 12 kürzere zu je drei über den Flächen des eingeschriebenen Tetraeders, 4 sechsflächige $3 + 3$ kantige Ecken, denen des eingeschriebenen Tetraeders entsprechend, und 4 dreiflächige dreikantige Ecken über den Flächen des eingeschriebenen Tetraeders. Die krystallographischen Axen gehen durch die Mitte der 6 längeren („Tetraeder“-) Kanten. Die Bezeichnung ist naturgemäss $\pm \frac{m O m}{2}$ beziehungsweise $\kappa \{h k k\}$ und $\kappa \{\bar{h} \bar{k} \bar{k}\}$. Grenzformen sind Tetraeder und Würfel, tetraederähnliche Varietäten sind vorherrschend.

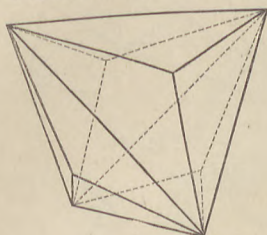


Fig. 41.

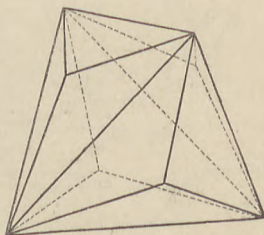


Fig. 42.

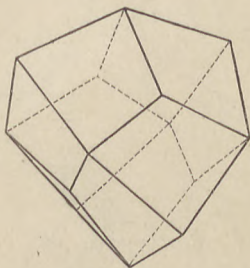


Fig. 43.

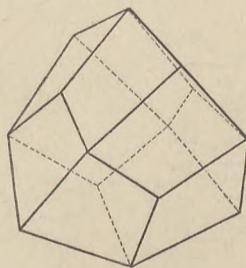


Fig. 44.

Das Triakisoktaeder liefert zwei Deltoiddodekaeder. (Fig. 43 und 44.) Die zwölf Flächen sind Deltoide, welche sich in 12 längeren schärferen und 12 kürzeren stumpferen Kanten schneiden. Die längeren liegen paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Tetraeders und sind in ihrem Winkelwerth zwischen $70^{\circ} 31' 44''$ (Tetraeder) und 120° (Rhombendodekaeder). Die Ecken sind dreierlei: 6 vierflächige $2 + 2$ kantige, 4 gleichkantige stumpfere und 4 gleichkantige spitzere dreiflächige Ecken. Letztere entsprechen den Ecken des eingeschriebenen Tetraeders. Die Axen verbinden die vierflächigen Ecken. Grenzformen sind das Tetraeder einer- und das Rhombendodekaeder andererseits. Die Bezeichnung ist $\pm \frac{m O}{2}$ beziehungsweise $\kappa \{h h k\}$ und $\kappa \{\bar{h} \bar{h} \bar{k}\}$.

Aus dem Hexakisoktaeder entstehen 2 Hexakistetraeder (Fig. 45 und 46) mit 24 Flächen in Form ungleichseitiger Dreiecke, 12 längeren, 12 mittleren und 12 kürzeren Kanten und 6 vierflächigen $2 + 2$ kantigen, 4 spitzeren $3 + 3$ kantigen und 4 stumpferen $3 + 3$ kantigen sechsfächigen Ecken. Die krystallographischen Axen verbinden die vierflächigen Ecken; die Bezeichnung ist $\pm \frac{mOn}{2}$ beziehungsweise $z \{hkl\}$ und $z \{\bar{h}\bar{k}\bar{l}\}$.

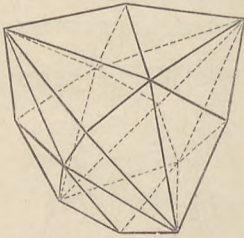


Fig. 45.

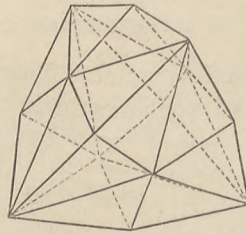


Fig. 46.

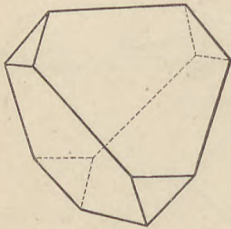


Fig. 47.

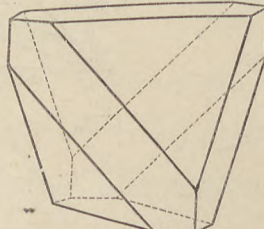


Fig. 48.

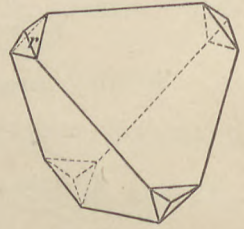


Fig. 49.

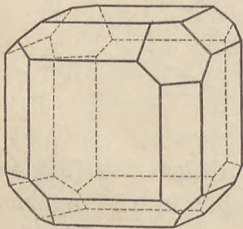


Fig. 50.

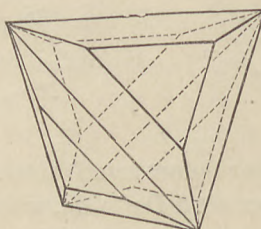


Fig. 51.

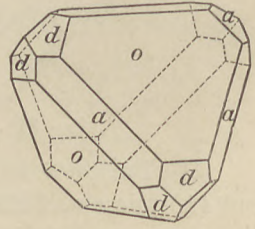


Fig. 52.

Einige Combinationen dieser Abtheilungen zeigen die Figg. 47 bis 52. Fig. 47 stellt $+\frac{O}{2}$ dar, an welchem $-\frac{O}{2}$ die Ecken abstumpft; wenn $+\frac{O}{2}$ und $-\frac{O}{2}$ im Gleichgewicht sind, entsteht ein Oktaeder. Der Würfel stumpft am Tetraeder die Kanten gerade ab (Fig. 48: $\frac{O}{2} \cdot \infty O \infty$), am Würfel tritt das Tetraeder als Abstumpfung der abwechselnden Ecken auf. Bei der Combination (Fig. 49) $\frac{O}{2} \cdot \infty O$ betragen die Kanten r 120° . Sind sie schärfer, so gehören

sie einem Deltoiddodekaeder an. Fig. 50 stellt die Combination $\infty O \infty . \infty O . \frac{O}{2}$; Fig. 51: $\frac{mOm}{2} . \frac{O}{2}$; Fig. 52: $\frac{O}{2} . \infty O \infty . \infty O$ dar. Beispiele sind Fahlerz, Boracit.

3. Pentagonal-hemiedrische Abtheilung.

(Dyakisdodekaedrische Classe.)

Diese Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie ab dadurch, dass man die sechs gewöhnlichen Symmetrieebenen wegfällt lässt. Die Vertheilung der wachsenden, beziehungsweise verschwindenden Flächen zeigt Fig. 53 für den Achtundvierzigflächner. Die Symmetrieelemente dieser Abtheilung sind:

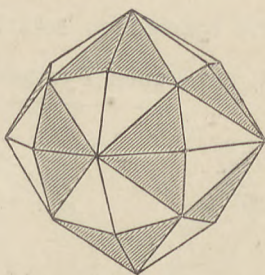


Fig. 53.

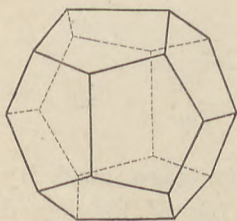


Fig. 54.

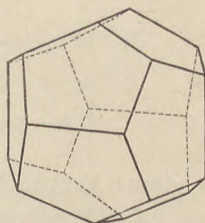


Fig. 55.

3 Symmetrieebenen, parallel den Würfel­flächen.

7 Symmetrieaxen und zwar 3 zweizählige, normal zu den Würfel­flächen (entsprechend den krystallographischen Hauptaxen) und 4 dreizählige, normal zu den Oktaeder­flächen.

Centrum der Symmetrie.

Da in dieser Hemiedrie zu jeder Fläche eine parallele Gegen­fläche vorhanden ist, wird sie auch, im Gegensatz zu der vorigen, als die parallele­flächige bezeichnet. Neue Formen entstehen nur zwei, aus dem Achtundvierzigflächner und dem Pyramidenwürfel. Die übrigen holoedrischen Formen bleiben morphologisch unverändert, da ihre Flächen auf den wegfällenden Symmetrieebenen senkrecht stehen.

Aus dem Pyramidenwürfel $\infty O n$ entstehen zwei, nur durch ihre Stellung verschiedene, Pentagondodekaeder (Fig. 54, 55).

Dieselben sind begrenzt von 12 symmetrischen Pentagonen, d. h. von Fünfecken, welche vier gleiche und eine abweichend lange*) Seite haben. Sie besitzen 30 Kanten, von denen 6 über den Flächen des eingeschriebenen Würfels liegend, von den abweichend langen Seiten der Pentagone gebildet werden, während die 24 anderen die gleichen Seiten der Pentagone darstellen. Erstere sind gewöhnlich die längeren und stumpferen; die krystallographischen Axen verbinden die Mittelpunkte derselben. Die Ecken sind 8 gleichkantig dreiflächige und 12 ungleichkantig dreiflächige. Die Bezeichnung ist $\frac{1}{2}(a : na : \infty a)$ beziehungsweise $\pm \frac{\infty 0 n}{2} \pi \{k 0 h\}^{**})$ und $\pi \{h 0 k\}$, wobei im Miller'schen Symbol das Zeichen π (von *παράλληλος*) die paralleleflächige Hemiedrie bezeichnen soll. Die Form $\frac{\infty 0 2}{2}$, welche häufig am Pyrit auftritt, wird auch Pyritoeder genannt.

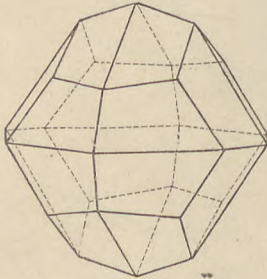


Fig. 56.

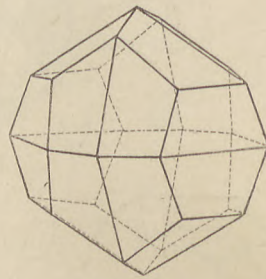


Fig. 57.

Aus dem Achtundvierzigflächner entstehen zwei Dyakisdodekaeder oder Diploeder (Fig. 56, 57). Die 24 Flächen derselben sind Trapezoide, in besonderen Fällen (wenn im zugehörigen Achtundvierzigflächner $m = n^2$) Trapeze. Die Kanten sind dreierlei — 12 kürzeste, 12 längste (über den Flächen des eingeschriebenen Pentagondodekaeders) und 24 mittlere, welche zu dritt in den Oktanten liegen. Von den 26 Ecken sind 6 $2 + 2$ kantig und 12 $2 + 1$ kantig vierflächig, sowie 8 dreiflächig, welche letztere in den Oktanten liegen. Die Hauptaxen verbinden die $2 + 2$ kantigen Ecken. Zum Unterschiede von dem Hexakistetraeder wird das Naumann'sche Zeichen für die Dyakisdodekaeder in eckige Klammern

*) Das reguläre Pentagondodekaeder der Geometrie mit lauter gleichen Kanten ist als Krystallform nicht möglich, da für dasselbe $n = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, also irrational ist.

**) wobei wie im Folgenden $h > k > 1$.

gesetzt: $\pm \left[\frac{mOn}{2} \right]$; das Miller'sche Symbol ist $\pi \{hkl\}$ und $\pi \{h1k\}$.

Einige Combinationen zeigen die Figg. 58 bis 61. Das Oktaeder erfährt durch das Pentagondodekaeder eine zweiflächige Zuschärfung der Ecken (Fig. 58: $O. \frac{\infty O n}{2}$) und stumpft am Pentagondodekaeder die dreiflächigen Ecken ab (Fig. 59: $\frac{\infty O n}{2}. O$). Fig. 60 zeigt beide Formen im Gleichgewicht, einen Zwanzigflächner, an welchem bei ebenmässiger Ausbildung die Oktaederflächen als gleichseitige,

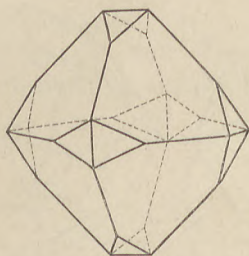


Fig. 58.

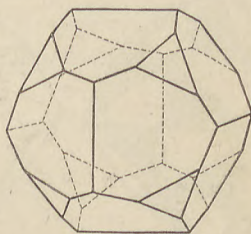


Fig. 59.

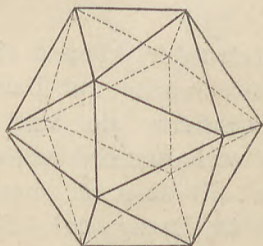


Fig. 60.

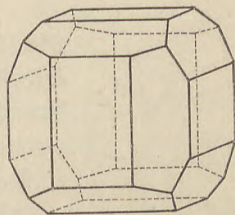


Fig. 61.

die Pentagondodekaederflächen als gleichschenkelige Dreiecke auftreten. Am Würfel erzeugt das Pentagondodekaeder eine unsymmetrische Abstumpfung der Kanten (Fig. 61: $\infty O \infty. \frac{\infty O n}{2}$).

4. Plagiedrisch-hemiedrische Abtheilung.

(Pentagonikositetraedrische Classe)

Fallen alle Symmetrieebenen der holoedrischen Abtheilung weg, so entsteht die dritte Art der Hemiedrie, die plagiedrische (oder gyroedrische).

Die Formen derselben haben

13 Symmetrieaxen, und zwar: 3 vierzählige, normal auf den Würfel­flächen, 4 dreizählige, normal auf den Oktaeder­flächen und 6 zweizählige, normal auf den Rhombendodekaeder­flächen.

Symmetrieebenen oder ein Centrum der Symmetrie sind nicht mehr vorhanden.

Morphologisch ändern sich die holodrischen Formen nicht, mit Ausnahme des Achtundvierzigflächners. Dieser zerfällt durch Wachsen und Verschwinden der abwechselnden Flächen (vgl. Fig. 62) in zwei Pentagonikositetraeder (oder Gyroeder) Fig. 63 und 64, welche von je 24 ungleichseitigen Fünfecken begrenzt werden.

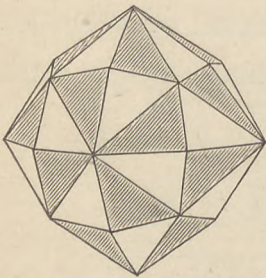


Fig. 62.

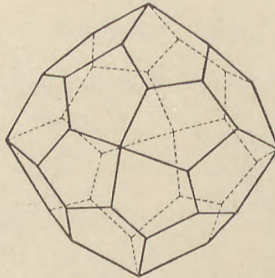


Fig. 63.

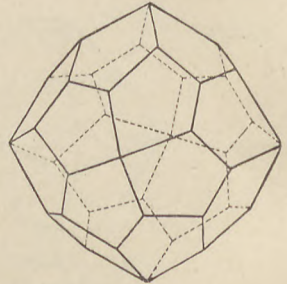


Fig. 64.

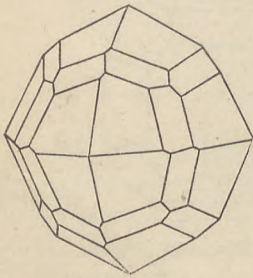


Fig. 65.

Die beiden Icositetraeder können aber nicht durch Drehung miteinander zur Deckung gebracht werden, sondern sie sind enantiomorph, d. h. sie verhalten sich wie die rechte und die linke Hand. Sie sind zu einander symmetrisch, sowohl in Bezug auf die Hauptsymmetrieebenen, die Würfel­flächen, als auch in Bezug auf die gewöhnlichen Symmetrieebenen des regulären Systems, die Rhombendodekaeder­flächen; sie sind aber nicht congruent. Die Bezeichnung ist für das rechte $\frac{mOn}{2} r$ und für das linke $\frac{mOn}{2} l$, beziehungsweise $\gamma \{h1k\}$ und $\gamma \{hk1\}$ (γ von $\gamma\upsilon\omicron\varsigma$, gebogen).

Als Beispiel diene die in Fig. 65 abgebildete Combination von $2O2$ und $\frac{8}{5}O\frac{8}{7}l = \gamma \{875\}$, welche am Salmiak beobachtet wurde.

5. Tetartoedrische Abtheilung.

(Tetraedrisch-pentagondodekaedrische Classe.)

Werden die nach einem Hemiedriegesetz entstandenen Formen den Gesetzen einer anderen Hemiedrie unterworfen, so entstehen sogenannte tetartoedrische Formen. Es zeigt sich, dass bei Anwendung der verschiedenen Hemiedriegesetze im regulären System die Resultate die gleichen sind, und so entstehen Formen ohne Symmetrieebene und ohne Centrum der Symmetrie mit

7 Symmetrieaxen und zwar 3 zweizähligen, normal zu den Würfel­flächen und 4 dreizähligen polaren, normal zu den Oktaeder­flächen.

Morphologisch neue Formen ergibt nur der Achtundvierzig­flächner. Nach den Gesetzen z. B. der pentagonalen Hemiedrie zerfällt derselbe in ein positives und ein negatives Dyakis­dodekaeder.

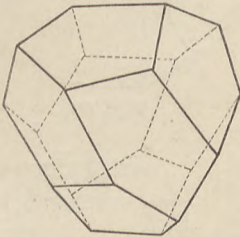


Fig. 66.

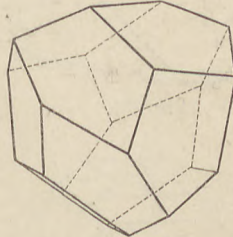


Fig. 67.

Wendet man nun auf diese ein anderes Gesetz, z. B. das der tetraedrischen Hemiedrie an, so entstehen aus jedem zwei neue Körper, ein rechtes und ein linkes tetraedrisches Pentagondodekaeder (Fig. 66 und 67), enantiomorphe Formen von tetraedrischem Habitus, welche von 12 unsymmetrischen Fünfecken begrenzt sind. Es ist ohne Weiteres einleuchtend, dass man aus einem Achtundvierzigflächner vier solcher Dodekaeder erhält, nämlich:

$$\begin{aligned} \text{aus } + \left[\frac{mOn}{2} \right] & \left\{ \begin{aligned} + \frac{mOn}{4} r &= \pi \pi \{ l k h \} \\ + \frac{mOn}{4} l &= \pi \pi \{ k l h \} \end{aligned} \right. \\ \text{aus } - \left[\frac{mOn}{2} \right] & \left\{ \begin{aligned} - \frac{mOn}{4} r &= \pi \pi \{ k \bar{l} h \} \\ - \frac{mOn}{4} l &= \pi \pi \{ l \bar{k} h \} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Wendet man nun diese Tetartoedrie auf die übrigen Formen der holoedrischen Abtheilung an, so entstehen aus

dem Pyramidenwürfel zwei Pentagondodekaeder,
dem Pyramidenoktaeder zwei Deltoiddodekaeder,
dem Ikositetraeder zwei Pyramidentetraeder,
dem Oktaeder zwei Tetraeder.

Rhombendodekaeder und Würfel bleiben in ihrer Gestalt unverändert. Man sieht hieraus, dass an tetartoedrisch krystallisirenden Körpern das Pentagondodekaeder mit dem Tetraeder zusammen auftreten kann, was bei hemiedrischer Ausbildung — da beide verschiedenen Hemiedrieclassen angehören — nicht möglich ist.

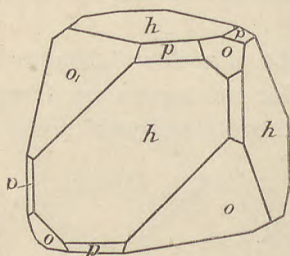


Fig. 68.

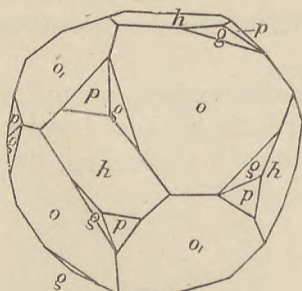


Fig. 69.

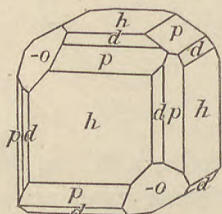


Fig. 70.

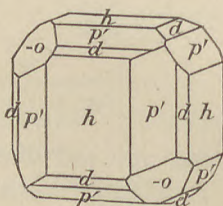


Fig. 71.

Beispiele liefern die Krystalle des Barytsalpeters (Fig. 68 : $h = \infty O \infty \{100\}$, $o = +\frac{O}{2} \pi \{111\}$, $o_1 = -\frac{O}{2} \pi \{1\bar{1}1\}$, $p = \frac{\infty O 2}{2} \pi \{201\}$), des Bleisalpers (Fig. 69 : $h = \infty O \infty \{100\}$, $o = +\frac{O}{2} \pi \{111\}$, $o_1 = -\frac{O}{2} \pi \{1\bar{1}1\}$, $p = \frac{\infty O 2}{2} \pi \{201\}$, $q = +\frac{2O}{4} r \pi \pi \{10.5.6\}$), und des chlorsauren Natrons, bei welchem letzterem sich nach der Art der dabei auftretenden Circularpolarisation und der krystallographischen Entwicklung rechte und linke Krystalle (Fig. 70 und 71 : $h = \infty O \infty \{100\}$, $-o = -\frac{O}{2} \pi \{1\bar{1}1\}$, $d = \infty O \{101\}$, $p = -\frac{\infty O 2}{2} \pi \pi \{201\}$, $p' = +\frac{\infty O 2}{2} \pi \pi \{102\}$) unterscheiden lassen.

Reguläres System: Uebersicht.
3 aufeinander senkrechte gleichwerthige Axen.

	S.-E.	S.-A.	C	F o r m e n							
1. Holoedrie	9 (3 + 6)	13 $\begin{cases} 3 \blacksquare \\ 4 \blacktriangle \\ 6 \bullet \end{cases}$	+	Oktaeder	Würfel	Rhombendo- dekaeder	Ikosi- tetraeder	Pyramiden- oktaeder	Pyramiden- würfel	48-Flächner	
2. Tetraedrische Hemiedrie	6	7 $\begin{cases} 3 \bullet \\ 4 \blacktriangle p. \end{cases}$	-	± Tetraeder			± Trigondo- dekaeder	± Deltoid- dodekaeder		± Hexakis- tetraeder	
3. Pentagonale Hemiedrie	3	7 $\begin{cases} 3 \bullet \\ 4 \blacktriangle \end{cases}$	+						± Pentagon- dodekaeder	± Dyakis- dodekaeder	
4. Plagiedrische Hemiedrie	—	13 $\begin{cases} 3 \blacksquare \\ 4 \bullet \\ 6 \blacktriangle \end{cases}$	-							Pentagon- ikositetra- eder r. l.	
5. Tetartoedrie	—	7 $\begin{cases} 3 \bullet \\ 4 \blacktriangle p. \end{cases}$	-	± Tetraeder			± Trigondo- dekaeder	± Deltoid- dodekaeder	± Pentagon- dodekaeder	± tetraedr. Pentagondo- dekaeder r.l.	

Abkürzungen: S.-E. = Symmetrieebene, S.-A. = Symmetrieaxe, C = Centrum der Symmetrie, p = polare Symmetrieaxe. In der Rubrik „Formen“ sind für die Abtheilungen 2 bis 5 nur die morphologisch von den holoedrischen abweichenden angeführt.

Das tetragonale System.

Das tetragonale (oder quadratische) System umfasst diejenigen Formen, welche sich beziehen lassen auf drei aufeinander senkrechte Axen, von denen zwei von gleicher, die dritte von abweichender Länge sind. Diese dritte Axe, welche auch in physikalischer Beziehung eine besondere Bedeutung hat, bezeichnet man als Hauptaxe, die beiden anderen als Nebenaxen; die die Winkel der Nebenaxen halbirenden werden Zwischenaxen genannt.

Herkömmlicherweise wird dieses Axensystem (vgl. Fig. 72) so gestellt, dass die Hauptaxe vertical ist, und eine der Nebenaxen auf den Beschauer zuläuft. Letztere werden mit a , erstere mit c bezeichnet. Das Verhältniss der Länge der Nebenaxen zu der Länge

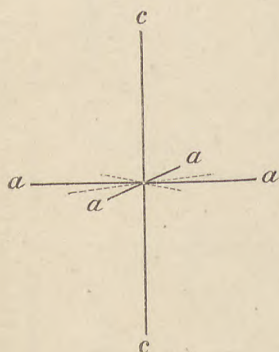


Fig. 72.

der Hauptaxe ist irrational (die Länge der Nebenaxe a wird $=1$ gesetzt); es ist verschieden für verschiedene Substanzen z. B. für Rutil TiO_2 $a:c = 1:0.6442$, für Jodquecksilber HgJ_2 $a:c = 1:1.9955$, und ändert sich bei ein und derselben Substanz mit einer Aenderung der Temperatur — letzteres allerdings in sehr geringem Maasse, so dass für die gewöhnlich herrschenden Temperaturen diese Aenderung nicht in Betracht kommt.

In diesem, wie in den folgenden Systemen treten neben geschlossenen auch offene Formen auf, welche letztere als Grenzformen der ersteren aufgefasst werden können.

1. Holoedrische Abtheilung.

(Ditetragonal-bipyramidale Classe.)

Die Symmetrieelemente sind:

5 Symmetrieebenen, davon 1 Hauptsymmetrieebene, welche in der Ebene der Nebenaxen liegt und 4 gewöhnliche Symmetrieebenen, welche senkrecht darauf stehen, sich in der Hauptaxe unter Winkeln von 45° schneiden und von denen 2 gleichwerthige und miteinander vertauschbare durch die Nebenaxen, 2 desgleichen durch die Zwischenaxen gehen.

5 Symmetrieachsen: 1 vierzählige Hauptsymmetrieaxe = der krystallographischen Hauptaxe, und 4 zweizählige Symmetrieachsen = den Neben- und Zwischenaxen.

Centrum der Symmetrie.

Die Grundform des Systems, d. h. diejenige, deren Flächen alle drei Axen in einfacher Entfernung schneiden, ist die Protopyramide oder Pyramide I. Art*) (Fig. 74). Sie wird begrenzt von 8 gleichschenkeligen Dreiecken, hat 4 horizontal verlaufende gleiche „Mittel“-Kanten (auch Randkanten genannt) und 8 gleiche „Pol“- oder „Scheitel“-Kanten, 2 vierflächige gleichkantige Polecken und 4 vierflächige 2 + 2 kantige Mittelecken. Die Hauptaxe verbindet die Polecken, die Nebenaxen gehen durch die Mittelecken; der horizontale Querschnitt der Pyramide ist ein Quadrat, weshalb das tetragonale System auch als „quadratisches“ bezeichnet wird. Die Bezeichnung dieser Pyramide ist nach Weiss ($a : a : c$), nach Naumann P, nach Miller $\{111\}$. Es lassen sich auf eine solche primäre**) Pyramide eine

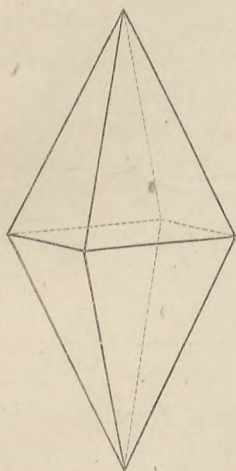


Fig. 73.

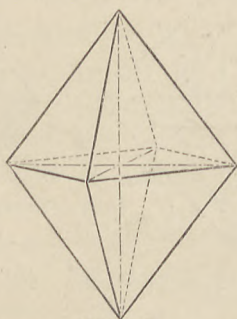


Fig. 74.

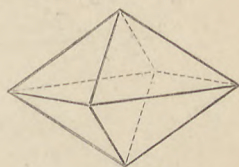


Fig. 75.

Reihe anderer Pyramiden beziehen, bei welchen das Verhältniss nicht $a : a : c$ sondern $a : a : m c$ ist, wobei m eine rationale Zahl sein muss, z. B. $a : a : 2 c$, $a : a : 3 c$, $a : a : \frac{1}{2} c$ etc. Ist m grösser als 1 so ist die „abgeleitete“ Pyramide spitzer, ist es kleiner als 1 so ist sie stumpfer als die primäre (Fig. 73 und 75). Man pflegt alle abgeleiteten Pyramiden in der Weise zu bezeichnen, dass man die Nebenaxen unverändert lässt und den Coëfficienten nur an den

*) Dieselbe ist eine Doppelpyramide und wird neuerdings auch als Bipyramide bezeichnet, im Gegensatz zu den durch Hemimorphie entstehenden einfachen Pyramiden.

**) Unter primären Formen versteht man allgemein solche mit den Ableitungscoefficienten 1.

Parameter der Hauptaxe setzt, also z. B.: die primäre Pyramide für eine Substanz habe das Axenverhältniss:

$$1 : 1 : 0.64 = a : a : c$$

An derselben Substanz kommen andere Pyramiden vor, aus deren Winkeln sich folgende Verhältnisse ergeben:

$$1 : 1 : 1.28 \text{ das entspricht } a : a : 2c$$

$$1 : 1 : 0.32 \text{ " " } a : a : \frac{1}{2}c$$

$$2 : 2 : 1.92 \text{ " " } 2a : 2a : 3c = a : a : \frac{3}{2}c$$

Das Zeichen nach Naumann ist mP , wobei das vor den Buchstaben P gesetzte m den Coëfficienten der Hauptaxe bedeutet, also für obige Beispiele $2P$, $\frac{1}{2}P$, $\frac{3}{2}P$; nach Miller $\{hhl\}$,

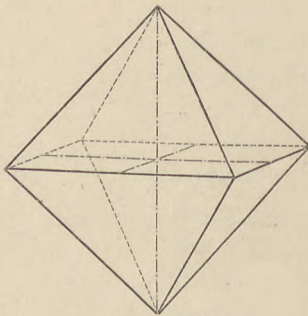


Fig. 76.

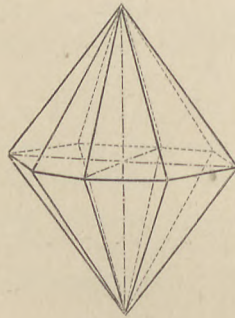


Fig. 77.

also $\{221\}$, $\{112\}$, $\{332\}$, wobei $\frac{h}{l} = m$. Bei spitzen Pyramiden ist $h > l$, bei stumpfen $h < l$.

Die Deuteropyramide oder Pyramide II. Ordnung (Fig. 76) unterscheidet sich in ihrer Form nicht von der Protopyramide, wohl aber durch ihre Stellung, indem ihre Flächen nur die Hauptaxe und eine Nebenaxe schneiden, der anderen Nebenaxe aber parallel sind. Die Nebenaxen verbinden also die Mitten der Mittelkanten und bei der üblichen Aufstellung des Axenkreuzes befindet sich demnach, nicht wie bei der Protopyramide eine Polkante, sondern eine Fläche vorn. Da es hier ebenso wie bei der Protopyramide abgeleitete Formen gibt, so ist das allgemeine Zeichen nach Weiss ($a : \infty a : mc$), nach Naumann $mP\infty$ (das Zeichen hinter P bezieht sich auf die Nebenaxe), nach Miller $\{h0l\}$, wobei $\frac{h}{l} = m$, z. B. ($a : \infty a : mc$) = $P\infty = \{101\}$ primäre Deuteropyramide; abgeleitete Formen: ($a : \infty a : 2c$) = $2P\infty = \{201\}$ und ($a : \infty a : \frac{1}{2}c$) = $\frac{1}{2}P\infty = \{102\}$.

Die ditetragonale Pyramide (Fig. 77) wird von 16 Flächen (ungleichseitigen Dreiecken) begrenzt, welche so liegen, dass sie die Hauptaxe und die beiden Nebenaxen in verschiedener Entfernung schneiden. Sie hat 8 längere schärfere und 8 kürzere stumpfere Polkanten, sowie 8 horizontale Mittelkanten. Diese letzteren liegen in einer Ebene und bilden ein Ditetragon, d. h. ein gleichseitiges Achteck, dessen Winkel abwechselnd gleich sind. Ausser den 2 achtflächigen Polecken sind 4 spitzere und 4 stumpfere 2 + 2 kantige Randecken vorhanden. Die Hauptaxe verbindet die Polecken, die Nebenaxen die spitzeren oder stumpferen Randecken.

Das allgemeine Zeichen ist nach Weiss ($a : na : mc$), nach Naumann mPn , wobei der Werth von n zwischen 1 und ∞ liegt, nach Miller $\{hkl\}$, wobei $\frac{h}{1} = m$ und $\frac{h}{k} = n$ im Naumann'schen Symbol; z. B. $(a : 3a : 3c) = 3P3 = \{311\}$, $(a : 2a : 4c) = 4P2 = \{421\}$, $(a : \frac{3}{2}a : 3c) = 3P\frac{3}{2} = \{321\}$. Die Polkanten wären gleich,

der Querschnitt ein regelmässiges Achteck, wenn im Verhältniss $a : na : n = \text{tg } 67^\circ 30' = 2.4142 \dots$ (also eine irrationale Zahl) würde — ein in der Krystallwelt nicht möglicher Fall. Ist $n < 2.414$ so nähert sich die ditetragonale Pyramide mehr der Protopyramide, für welche $n = 1$ ist und die Polkanten, welche die Nebenaxen schneiden, sind die schärferen. Ist $n > 2.414$, so nähert sich die ditetragonale Pyramide der Deuteroypyramide, für welche

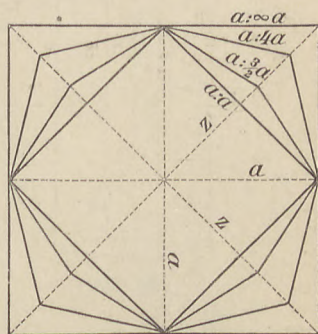


Fig. 78.

$n = \infty$, und die Polkanten, welche die Nebenaxen schneiden, sind die stumpferen. Vgl. dazu Fig. 78, in welcher die Querschnitte der Protopyramide mit dem Verhältniss der Nebenaxen $a : a$, der Deuteroypyramide $a : \infty a$ und zweier ditetragonalen Pyramiden $a : \frac{3}{2}a$ und $a : 4a$ dargestellt sind; die Linien a sind die Nebenaxen, z die Zwischenaxen.

Wird für die beschriebenen Pyramiden der auf die Hauptaxe sich beziehende Coëfficient m immer grösser, so werden die Pyramiden immer spitzer, die Mittelkanten immer stumpfer, bis dieselben für $m = \infty$ den Werth von 180° erreichen, d. h. die obere und die untere Pyramidenfläche in eine zusammenfallen. Es entstehen dann Formen, welche man als Prismen bezeichnet. Es sind das „offene“ Formen, welche bei der üblichen Aufstellung den Raum oben und unten nicht begrenzen. Sie können deshalb nicht für sich allein

auftreten, sondern nur in Combinationen. (In den Figg. 79 bis 81 sind die Prismen in Combination mit dem basischen Pinakoid dargestellt.)

Aus der Protopyramide entsteht das Protoprisma (Prisma I. Art) (Fig. 79), welches von vier Flächen begrenzt ist, die sich unter rechten Winkeln schneiden und alle der Hauptaxe parallel sind. Die Nebenaxen verbinden die Kanten. Die Bezeichnung ist $(a : a : \infty c) = \infty P = \{110\}$.

Das Deuteroprisma (Prisma II. Art) (Fig. 80) — aus der Deuteropyramide abgeleitet — unterscheidet sich von dem Protoprisma nur durch seine Stellung. Seine Flächen stehen senkrecht auf den Nebenaxen. Die Bezeichnung ist $(a : \infty a : \infty c) = \infty P \infty = \{100\}$.

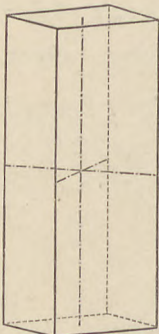


Fig. 79.



Fig. 80.

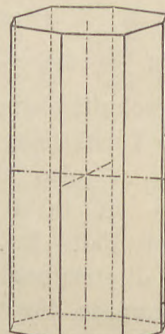


Fig. 81.

Das ditetragonale Prisma (Fig. 81) hat acht Flächen, die sich in abwechselnd gleichen Kanten schneiden. Der Querschnitt ist ein Ditetragon; die Nebenaxen gehen durch die schärferen oder stumpferen Kanten, je nach der Grösse des Coëfficienten n . Die Bezeichnung ist $(a : n a : \infty a) = \infty P n = \{h k 0\}$ wobei $\frac{h}{k} = n$. Der Werth von n liegt zwischen 1 ($n = 1$: Protoprisma) und ∞ ($n = \infty$: Deuteroprisma).

Als letzte Form ist das basische Pinakoid oder die Basis zu nennen, ein Flächenpaar, welches der Hauptsymmetrieebene, d. h. den Nebenaxen parallel ist und nur die Hauptaxe schneidet — gleichsam eine unendlich flache Pyramide. Es ist eine offene Form, welche — bei der üblichen Aufstellung — den Raum nach den Seiten offen lässt. Die Basis kann naturgemäss nur in Combinationen auftreten und ist in unseren Figuren 79 bis 81 dargestellt als das Flächenpaar, welches die Prismen oben und unten begrenzt. Die

Bezeichnung ist ($\infty a : \infty a : c$), bei Naumann kurz als $0P$ bezeichnet, nach Miller $\{001\}$.

Der Zonenzusammenhang der tetragonalen Formen ergibt sich übersichtlich aus folgendem Schema, worin die horizontalen und die verticalen Reihen jedesmal eine Zone bezeichnen:

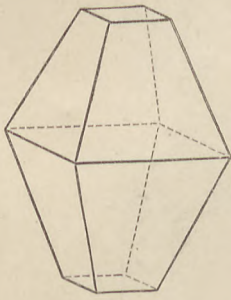
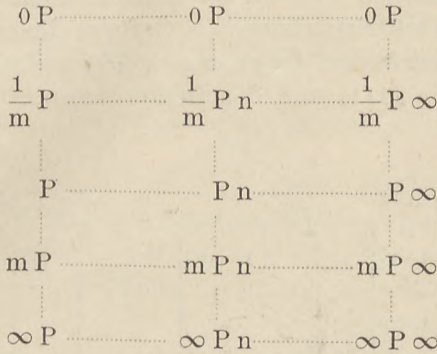


Fig. 82.

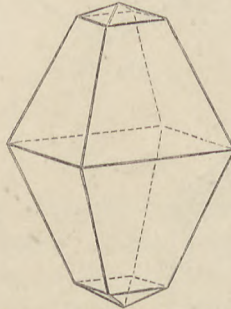


Fig. 83.

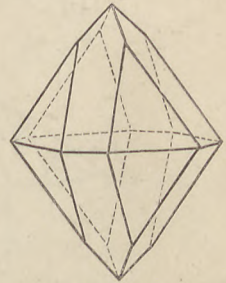


Fig. 84.

Einige Combinationen dieser Abtheilung stellen die Figg. 82 bis 89 dar. Die Basis $0P$ stumpft die Polecken der Pyramide gerade ab. (Fig. 82: $P.0P$), eine flachere Pyramide schärft die Polecken einer spitzeren vierflächig zu. Sind die Pyramiden gleicher Ordnung, so liegt Fläche über Fläche und die Combinationskanten sind den Mittelkanten parallel (Fig. 83: $P.\frac{1}{m}P$), sind sie verschiedener Ordnung, so liegen die Flächen der stumpferen über den Polkanten der spitzeren. An der Protopyramide P stumpft die Deutero-
pyramide $P\infty$ die Polkanten gerade ab (Fig. 84: $P.P\infty$). Die Polkanten der Pyramide $P\infty$ werden wieder gerade abgestumpft, durch die Flächen der Protopyramide $\frac{1}{2}P$. Fig. 85 zeigt die Combination von Prisma und Pyramide gleicher Ordnung, Fig. 86 Prisma und

Pyramide verschiedener Ordnung. In der Zone zwischen der Fläche der Pyramide erster Ordnung $P(111)$ und der des Prismas erster Ordnung $\infty P(1\bar{1}0)$ liegt die Pyramide zweiter Ordnung $2P\infty(201)$ (Fig. 87: $\infty P.P.2P\infty$). Fig. 88 stellt die Combination von Prismen und Pyramiden erster und zweiter Ordnung dar ($\infty P.\infty P\infty.P.P\infty$), Fig. 89 die Combination Fig. 86, an welcher noch die ditetragonale Pyramide $3P3(\alpha)$ auftritt; letztere liegt mit parallelen Kanten (wie alle ditetragonalen Pyramiden, deren $n=m$ ist) zwischen den Flächen der Protopyramide (111) und des Deuteroprismas (100) .

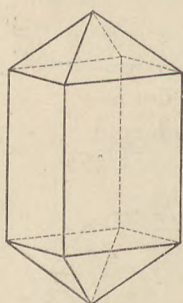


Fig. 85.

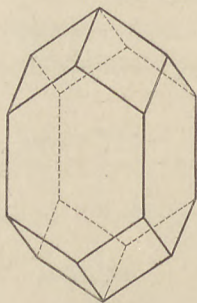


Fig. 86.

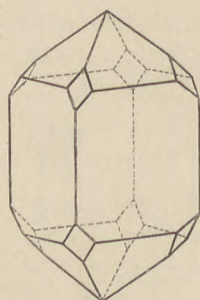


Fig. 87.

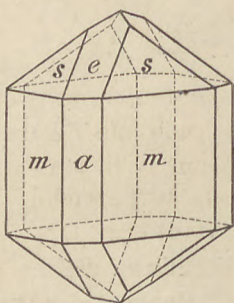


Fig. 88.

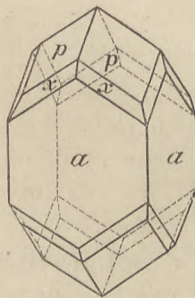


Fig. 89.

Für das Auftreten der ditetragonalen Pyramiden mPn gelten die Regeln, dass — wenn man n in seinen Beziehungen zu m ausdrückt — liegen in der Zone $P.\infty P\infty$ die ditetragonalen Pyramiden mPm z. B. $3P3$

"	"	"	$P\infty.\infty P$	"	"	"	$mP \frac{m}{m-1}$	"	$3P \frac{3}{2}$ auch $2P2$
"	"	"	$P.2P\infty$	"	"	"	$mP \frac{m}{2-m}$	"	$\frac{3}{2}P3$
"	"	"	$2P\infty.\infty P$	"	"	"	$mP \frac{m}{m-2}$	"	$4P2$ auch $3P3$
"	"	"	$\frac{1}{2}P.P\infty$	"	"	"	$mP \frac{m}{1-m}$	"	$\frac{3}{2}P2$

2. Hemimorphie der holoedrischen Abtheilung.

(Ditetragonal-pyramidale Classe.)

Die Hemimorphie äussert sich darin, dass der obere und der untere Pol (oder die positive und die negative Richtung) der singulären c-Axe (der Hauptaxe) sich ungleich verhalten. Man kann diese Hemimorphie auch auffassen als eine Hemiedrie, welche dadurch zustande kommt, dass die Haupt-Symmetrieebene wegfällt. Die Symmetrieelemente dieser Classe sind:

2 + 2 Symmetrieebenen, parallel den Flächen des Prismas I. und II. Ordnung.

1 polare vierzählige Symmetrieaxe, die Hauptaxe.

Die Prismen, welche senkrecht zur Basis — der Hauptsymmetrieebene der holoedrischen Abtheilung — stehen, ändern ihre Form nicht. Die holoedrischen Bipyramiden zerfallen in eine obere und eine

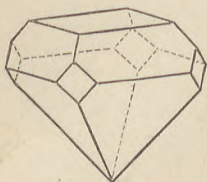


Fig. 90.

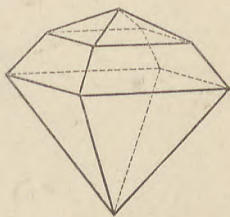


Fig. 91.

untere Hälfte, also in zwei einfache Pyramiden, welche offene, von einander unabhängige Formen bilden. Auch die Basis zerfällt in zwei von einander unabhängige Einzelflächen. Will man diese Hälftformen nach der Naumann'schen Methode bezeichnen, so setzt man die Buchstaben o (oben) und u (unten) zu dem Symbol der holoedrischen Form. Im Mineralreich sind Formen dieser Symmetrieclassse nicht bekannt. Die Figg. 90 und 91 zeigen Combinationen an künstlichen Krystallen von Penta- Erythrit und Silberfluorid. Bei der einen (Fig. 90) tritt ausser P und $\infty P \infty$ am oberen Pol $0 P$ auf, welches am unteren fehlt, bei der anderen ist die stumpfere Pyramide $\frac{1}{3} P$ nur am oberen Pol entwickelt.

3. Sphenoidisch-hemiedrische Abtheilung.

(Tetragonal-skalenoedrische Classe.)

Die sphenoidische Hemiedrie entsteht aus der Holoedrie durch Wegfallen der Hauptsymmetrieebene und der zwei durch die Nebenachsen gehenden gewöhnlichen Symmetrieebenen. Die Theilung der ditetragonalen Pyramide veranschaulicht Fig. 92.

Symmetrieelemente:

- 2 Symmetrieebenen parallel den Flächen des Protoprismas,
- 3 zweizählige Symmetrieachsen, die Hauptaxe und die beiden Zwischenachsen.

Neue Formen liefern:

Die Protopyramide zwei Sphenoide*) (Fig. 93, 94), tetraederähnliche Formen, die von 4 gleichschenkeligen Dreiecken begrenzt werden und verschiedene Kanten haben: 2 gleiche, horizontal verlaufende zu einander senkrecht stehende Polkanten und 4 untereinander gleiche, im Zickzack auf und absteigende Mittelkanten. Die Axen verbinden die Mitten der Kanten (Fig. 95). Die Bezeichnung

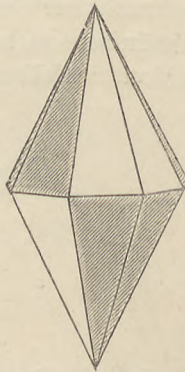


Fig. 92.

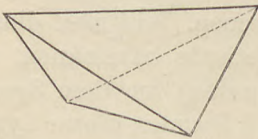


Fig. 93.

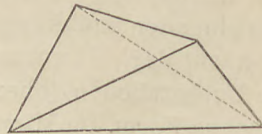


Fig. 94.

ist $\pm \frac{mP}{2}$ beziehungsweise $\kappa \{h h l\}$ und $\kappa \{h \bar{h} l\}$.

Aus der ditetragonalen Pyramide entstehen zwei tetragonale Skalenoeder (Fig. 96, 97). Die 8 Flächen sind ungleichseitige Dreiecke, die Kanten 4 schärfere und 4 stumpfere Polkanten, welche letztere gleich den entsprechenden Polkanten an der zugehörigen ditetragonalen Pyramide sind, und 4 untereinander gleiche, im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten, deren Mitten die Neben-

*) Die geschlossenen vierflächigen Sphenoide werden neuerdings auch Bisphenoide genannt, im Gegensatze zu den einfachen offenen, Sphenoiden im engeren Sinne, welche aus zwei sich in einer Kante schneidenden Flächen bestehen.

axen verbinden. Die Ecken sind zwei $2 + 2$ kantige Polecken, durch welche die Hauptaxe geht, und vier $2 + 1 + 1$ kantige Randecken. Die anderen holodrischen Formen bleiben äusserlich unverändert,

Fig. 98 und 99 zeigen die Combinationen von Formen dieser Abtheilung, wie sie häufig am Kupferkies vorkommen. p ist $= + \frac{P}{2}$,

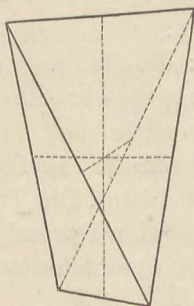


Fig. 95.

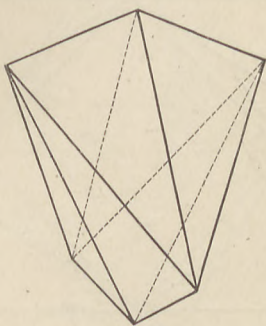


Fig. 96.

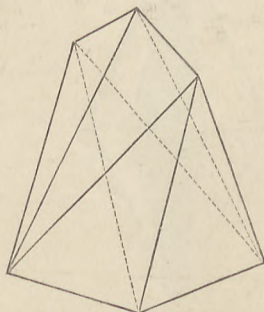


Fig. 97.

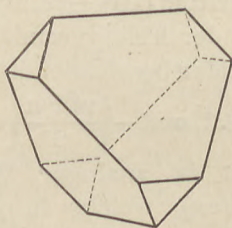


Fig. 98.

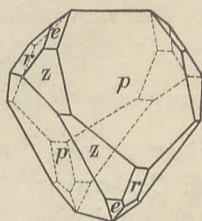


Fig. 99.

$r = - \frac{P}{2}$. Da das Axenverhältniss der Pyramide $P a : c = 1 : 0.9856$, so erinnern die Krystalle sehr an regulär-tetraedrische Formen. Ausserdem tritt die primäre Deuteropyramide $P \infty$ (e) und die abgeleitete Deuteropyramide $2P \infty$ (z) auf.

4. Pyramidal-hemiedrische Abtheilung.

(Tetragonal-bipyramidale Classe.)

Die Formen dieser Hemiedrie entstehen aus der Holoedrie durch Wegfallen der gewöhnlichen Symmetrieebenen. Die Theilung der ditetragonalen Pyramide zeigt Fig. 100.

Symmetrieelemente:

1 Symmetrieebene: die Basis.

1 vierzählige Symmetrieaxe: die Hauptaxe.

Centrum der Symmetrie.

Die ditetragonale Pyramide zerfällt in zwei Pyramiden III. Ordnung (Tritopyramiden). Die Tritopyramide ist eine Form, welche sich von der tetragonalen Pyramide nur durch ihre Stellung unterscheidet; Fig. 101 stellt Querschnitte nach der Basis durch die

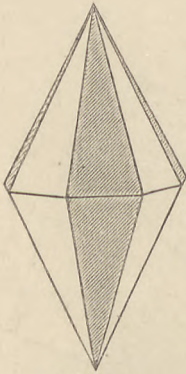


Fig. 100.

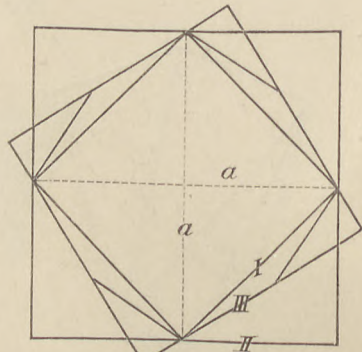


Fig. 101.

Pyramiden erster (I), zweiter (II) und dritter (III) Ordnung dar und es ist daraus die verwendete Stellung der Tritopyramide und ihre Stellung zu den Nebenaxen (a) zu ersehen. Man bezeichnet die Pyramiden dritter Ordnung als $+\left[\frac{m P n}{2}\right] = \pi \{h k l\}$ und $-\left[\frac{m P n}{2}\right] = \pi \{h \bar{k} l\}$.*)

Das ditetragonale Prisma liefert in analoger Weise zwei Prismen III. Ordnung (Tritoprismen), welche in ihrer Form den tetragonalen Prismen, in ihrer Stellung der Tritopyramide ent-

*) Vielfach ist auch die, von Naumann nach Mohs' Vorgange eingeführte Bezeichnung $\frac{m P n r}{2 l}$ und $\frac{m P n l}{2 r}$ in Gebrauch. Die Zeichen r (rechts) und l (links), welche z. B. Wülfing anwendet, werden wohl zweckmässiger, wie es Naumann that, nur für wirklich enantiomorphe Formen gebraucht.

sprechen. Die Bezeichnung derselben ist $+\left[\frac{\infty P n}{2}\right] = \pi \{h k 0\}$ und $-\left[\frac{\infty P n}{2}\right] = \pi \{h \bar{k} 0\}$.*)

Die übrigen holoedrischen Formen bleiben morphologisch unverändert.

Als Beispiel für diese Hemiedrie diene die Combination Fig. 102, welche am Scheelit vorkommt. Die herrschende Form e ist die Deuteropyramide $P \infty = \{101\}$; o ist die Protopyramide $P = \{111\}$, h die Tritopyramide $+\left[\frac{P 3}{2}\right]$ (beziehungsweise $\frac{P 3}{2} \frac{r}{1} = \pi \{313\}$, s die Tritopyramide $-\left[\frac{3 P 3}{2}\right]$ (beziehungsweise $\frac{3 P 3}{2} \frac{1}{r} = \pi \{3\bar{1}1\}$.

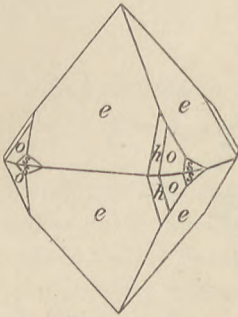


Fig. 102.

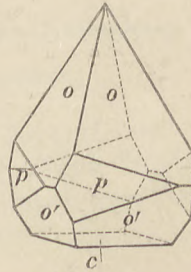


Fig. 103.

5. Hemimorphie der pyramidalen Hemiedrie.

(Tetragonal-pyramidale Classe.)

Wie die holoedrischen, so können auch die Formen der pyramidalen Hemiedrie hemimorph werden, indem die Symmetrieebene wegfällt und Formen mit einer polaren vierzähligen Symmetrieaxe entstehen. Die Tritopyramide zerfällt in zwei von einander unabhängige Hälften, eine obere und eine untere — offene Formen, welche nur den vierten Theil der Flächen der ditetragonalen Pyramide haben, also auch als tetartoedrische Formen aufgefasst werden können. Ebenso zerfallen die Pyramiden I. und II. Art sowie die Basis in zwei von einander unabhängige Hälften, während die prismatischen Formen unverändert bleiben. Dieser Symmetrieclassse gehört unter den Mineralien der Wulfenit an; die in Fig. 103

*) beziehungsweise $\frac{\infty P n}{2} \frac{r}{1}$ und $\frac{\infty P n}{2} \frac{1}{r}$.

dargestellte Combination zeigt die Formen: ein Tritoprisma

$$p = \left[\begin{array}{c} \infty P \frac{4}{3} \\ \frac{2}{2} \end{array} \right] = \{430\}, \text{ am oberen Ende } o = P \text{ o. } \{111\}, \text{ am unteren } \\ o' = P \text{ u. } \{11\bar{1}\} \text{ und } c = 0 P \text{ u. } \{00\bar{1}\}.$$

6. Trapezoedrisch-hemiedrische Abtheilung.

(Tetragonal-trapezoedrische Classe.)

Diese Hemiedrie entsteht aus der Holoedrie dadurch, dass alle Symmetrieebenen wegfallen. Die Zerlegung der ditetragonalen Pyramide zeigt Fig. 104.

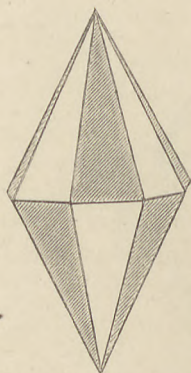


Fig. 104.

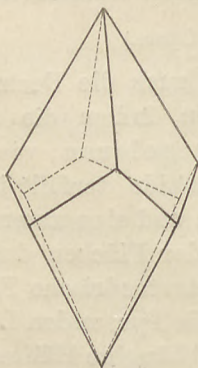


Fig. 105.

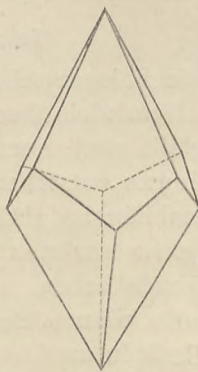


Fig. 106.

Symmetrieelemente:

5 Symmetrieachsen: 1 vierzählige, die Hauptaxe, und 4 zwei-
zählige, die Neben- und die Zwischenachsen.

Die ditetragonale Pyramide zerfällt in 2 tetragonale Trapezoeder, Fig. 105 und 106, enantiomorphe Formen, welche von 8 Trapezen begrenzt sind. Sie haben 8 gleiche Polkanten, 4 stumpfere und 4 schärfere Mittelkanten, 2 vierflächige gleichkantige Polecken und 8 dreiflächige 1 + 1 + 1 kantige Mittelecken.

Die Bezeichnung ist für das rechte*) Trapezoeder $\frac{m P n}{2} r = \tau \{k h l\}$
für das linke $\frac{m P n}{2} l = \tau \{h k l\}$.

Die übrigen holoedrischen Formen bleiben morphologisch unverändert.

Vertreter dieser Hemiedrie sind im Mineralreich nicht bekannt. An einigen künstlichen Krystallen, z. B. Nickelsulfat, Strychninsulfat konnte das Vorkommen derselben durch Aetzfiguren nachgewiesen werden.

7. Sphenoidisch-tetartoedrische Abtheilung.

(Tetragonal-bisphenoidische Classe.)

Die Formen dieser Classe, welche sich durch Hemiedrie aus denen der sphenoidischen Hemiedrie (und zwar durch Wegfall der dort noch vorhandenen zwei Symmetrieebenen) oder, was dasselbe heisst, Tetartoedrie aus den holoedrischen ableiten lassen, besitzen eine zweizählige Symmetrieaxe.

Die ditetragonale Pyramide liefert	4	Sphenoide	III.	Art
„ Deutero- pyramide	2	„	II.	Art
„ Proto- pyramide	2	„	I.	Art
Das ditetragonale Prisma	2	Prismen	III.	Art

Das Prisma II. Art, das Prisma I. Art, sowie die Basis bleiben unverändert.

Die Sphenoide I., II. und III. Art unterscheiden sich in ihrer Stellung, wie die Pyramiden I., II. und III. Art.

Ein Beispiel für diese Tetartoedrie ist noch nicht bekannt.

*) Bei welchem die rechte obere und linke untere Fläche des vorderen rechten Quadranten (die nicht schraffirten Flächen in Fig. 104) bleibt. $h > k$.

Tetragonales System: Uebersicht.

Zwei gleichwerthige und eine ungleichwerthige Axe stehen aufeinander senkrecht.

	S.-E.	S.-A.	C	F o r m e n *)						
1. Holoedrie	5 (1 + 4)	5 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \blacksquare \\ 4 \bullet \end{array} \right.$	+	ditetrag. Pyramide	Pyramide I	Pyramide II	ditetrag. Prisma	Prisma I	Prisma II	Basis
2. Hemimorphie d. Holoedrie	4	1 \blacksquare p.	—	$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ ditetrag. Pyramide	$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ Pyr. I	$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ Pyr. II				$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ Basis
3. Sphenoidische Hemiedrie	2	3 \bullet	—	\pm Skale- noeder	\pm Sphenoid					
4. Pyramidale Hemiedrie	1	1 \blacksquare	+	\pm Pyr. III			\pm Prisma III			
5. Hemimorphie d. pyr. Hemiedrie	—	1 \blacksquare p.	—	$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ \pm Pyr. III	$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ Pyr. I	$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ Pyr. II	\pm Prisma III			$\begin{array}{c} o \\ u \end{array}$ Basis
6. Trapezoedr. Hemiedrie.	—	5 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \blacksquare \\ 4 \bullet \end{array} \right.$	—	Tetrag. Tra- pezoeder r. l.						
7. Sphenoidische Tetartoedrie	—	1 \bullet		\pm Sphenoid III r. l.	\pm Sphenoid I	\pm Sphenoid II	\pm Prisma III			

*) In den Abtheilungen 2 bis 7 sind nur die Formen angeführt, welche morphologisch von den holoedrischen abweichen.

Das hexagonale System.

Das hexagonale System umfasst die Formen, welche sich beziehen lassen auf vier Axen, von denen drei gleichwerthige, die Nebenaxen, in einer Ebene liegen und sich unter Winkeln von 60° schneiden, während die vierte ungleichwerthige — die Hauptaxe — senkrecht darauf steht. Gewohnheitsmässig stellt man das Axenkreuz so, dass die Hauptaxe c vertical steht, und von den Nebenaxen a eine quer läuft, die beiden anderen sich nach vorn öffnen (Fig. 107). Die drei Zwischenaxen z (Fig. 108) halbiren die Winkel zwischen den Nebenaxen. Für die Bezeichnung der Flächen durch Parameter pflegt man jetzt allgemein*) die gleichen Nebenaxen als a_1, a_2, a_3 zu unterscheiden, wobei man von der einen anfangend, immer um 120° weitergeht und die nach vorn links, nach rechts und nach hinten

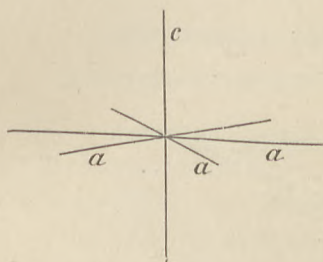


Fig. 107.

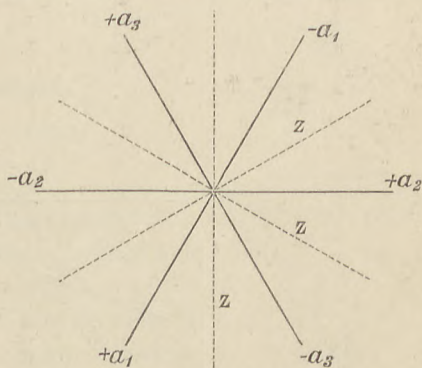


Fig. 108.

links liegenden Seiten als positiv bezeichnet, wie es in der Figur (108) dargestellt ist.

Die Lage einer jeden Fläche ist natürlich durch die Kenntniss dreier Parameter, wovon einer sich auf die Hauptaxe, die beiden anderen sich auf zwei Nebenaxen beziehen, vollständig bestimmt. Da aber bei der Miller'schen Bezeichnungsweise durch drei Indices der Uebelstand eintritt, dass Flächen derselben Form verschiedene Indices haben, so gebraucht man zur Bezeichnung der hexagonalen Formen nach Bravais vier Indices hkl , wovon der letzte sich auf die Hauptaxe, die drei anderen auf die Nebenaxen a_1, a_2, a_3 beziehen.

*) In der Bezeichnung von Weiss wird den Nebenaxen kein Vorzeichen gegeben. Naumann bezieht die Formen auf drei Axen: die Hauptaxe und zwei benachbarte Nebenaxen (z. B. a_1 und $-a_3$), deren obere beziehungsweise vordere Theile positiv sind. Die Länge der dritten Nebenaxe⁴ ergibt sich aus dem Werth der beiden anderen, wie später gezeigt werden wird.

Es leuchtet ohne Weiteres ein, dass bei der oben angegebenen Anordnung der positiven und negativen Seiten der Nebenaxen einer dieser Indices immer negativ, beziehungsweise mit dem entgegengesetzten Vorzeichen wie die beiden anderen behaftet sein muss.

Bei der Berechnung entstehen dadurch keine besonderen Schwierigkeiten, da der eine der Nebenaxenindices aus den beiden anderen sich leicht ableiten lässt auf folgende Weise:

In Fig. 109 stellt die Linie HKJ den Durchschnitt einer beliebigen Fläche mit den Indices hkl mit den drei Nebenaxen $+a_1, +a_2, -a_3$ dar. Dann ist

$$OH = \frac{1}{h}, \quad OJ = \frac{1}{i}, \quad OK = \frac{1}{-k}$$

Die Winkel, welche die drei Axen miteinander bilden sind 60° . Ist der Winkel $\angle OJK = \alpha$ so ist $\angle OHK = 60^\circ - \alpha$ und $\angle OKJ = 180^\circ - (60^\circ + \alpha)$

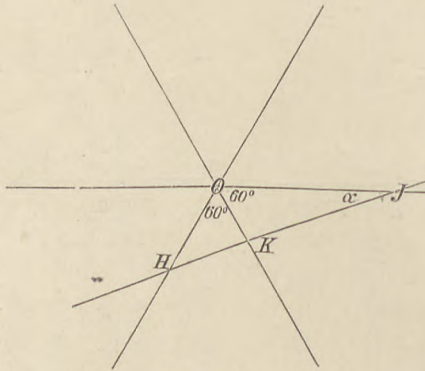


Fig. 109.

Es ergibt sich dann:

$$\frac{OJ}{OH} = \frac{h}{i} = \frac{\sin(60^\circ - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cot \alpha - \frac{1}{2}$$

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{-k}{i} = \frac{\sin(60^\circ + \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cot \alpha + \frac{1}{2}$$

Subtrahirt man die untere von der oberen Gleichung, so erhält man $\frac{h+k}{i} = -1$ beziehungsweise $h+k = -i$ oder

$$h + i + k = 0$$

Für die Ableitungskoeffizienten in der Weiss'schen Bezeichnungswiese gilt folgende Beziehung:

Eine beliebige Fläche habe das Parameterverhältniss

$$x : a : s : a : a : m : c$$

die Ableitungscoefficienten für die Nebenaxen sind also $x, s, 1$.
Dann ergibt sich wie oben:

$$\frac{OJ}{OH} = \frac{sa}{xa} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cot \alpha - \frac{1}{2}$$

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{sa}{1a} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cot \alpha + \frac{1}{2}$$

$$\text{daher } \frac{sa}{xa} - \frac{sa}{1a} = \frac{s}{x} - s = -1$$

$$\text{also } x = \frac{s}{s-1}$$

und das Parameterverhältniss lautet dann $\frac{s}{s-1} a : s a : a : m c$.

Es ist also auch hier nicht die Kenntniss von drei verschiedenen Ableitungscoefficienten für die Nebenaxen nöthig.

1. Holoedrische Abtheilung.

(Dihexagonal-bipyramidale Classe.)

Die Symmetrieelemente sind:

7 Symmetrieebenen: 1 Hauptsymmetrieebene parallel der Ebene der Nebenaxen und 6 gewöhnliche Symmetrieebenen, welche senkrecht auf der Hauptsymmetrieebene stehen, sich unter 30° schneiden und von denen 3 gleichwerthige durch die Nebenaxen und 3 gleichwerthige durch die Zwischenaxen gehen.

7 Symmetrieaxen: 1 sechszählige Hauptsymmetrieaxe = der Hauptaxe und 3 + 3 zweizählige Symmetrieaxen, die Neben- und die Zwischenaxen.

Centrum der Symmetrie.

Die Pyramide I. Ordnung oder Protopyramide (Fig. 110) wird begrenzt von 12 gleichschenkeligen Dreiecken, hat 12 gleiche Polkanten und ~~12~~ 6 gleiche horizontal verlaufende Mittelkanten, 2 sechsflächige gleichkantige Polecken und 6 vierflächige 2 + 2 kantige Mittelecken. Die Hauptaxe verbindet die Polecken, die Nebenaxen die Mittelecken, die Flächen gehen einer Nebenaxe parallel; der horizontale Querschnitt ist ein regelmässiges Sechseck. Die Bezeichnung dieser Pyramide ist nach Weiss ($a : \infty a : a : c$), nach Naumann P, nach Bravais $\{10\bar{1}1\}$, "für die abgeleiteten Pyramiden ergibt sich ($a : \infty a : a : m c$), beziehungsweise m P, be-

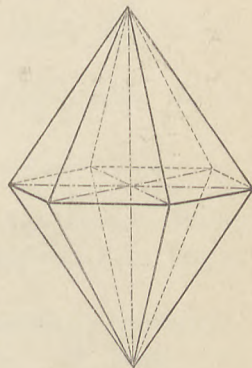


Fig. 110.

ziehungsweise $\{h\ 0\ \bar{h}\ 1\}$, wobei $m = \frac{h}{1}$, also z. B. $2P = \{20\bar{2}1\}$, $\frac{3}{2}P = \{30\bar{3}2\}$, $\frac{1}{4}P = \{10\bar{1}4\}$.

Die Pyramide II. Art oder Deuteropyramide unterscheidet sich von der Protopyramide nur durch die Stellung. Bei ihr gehen die Nebenaxen durch die Mitte der Mittelkanten und stehen senkrecht zu denselben; es ist also dann bei der üblichen Stellung des Axenkreuzes eine Polkante vorn. Die Flächen schneiden bei dieser Stellung eine Nebenaxe in einfacher, die beiden anderen in doppelter Entfernung. Dass letzteres der Fall sein muss, ergibt sich leicht aus der beistehenden Fig. 111: Stellt die Linie mp die Durchschnittslinie einer Fläche der Pyramide II. Art mit der Ebene der Neben-

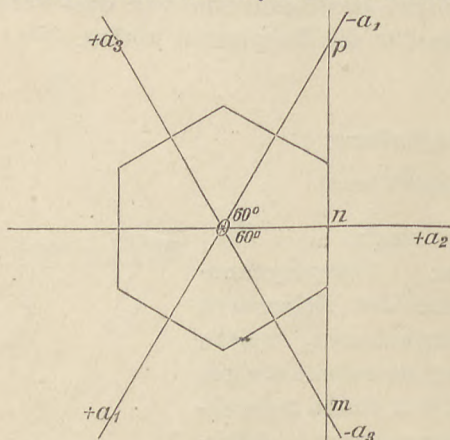


Fig. 111.

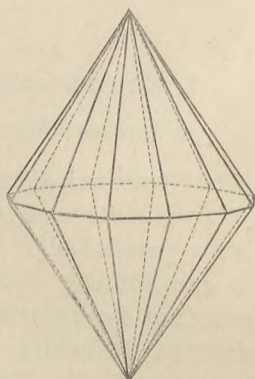


Fig. 112.

axen vor, so steht dieselbe senkrecht auf der Axe a_2 . In dem rechtwinkligen Dreieck Omn ist $Om = \frac{On}{\cos 60^\circ}$; $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, also, wenn $On = 1$, ist $Om = 2$. Auf dieselbe Weise ergibt sich, dass Op ebenfalls $= 2$ ist, mit anderen Worten, dass a_2 in einfacher, die beiden anderen Axen in doppelter Entfernung geschnitten werden. W. z. b. w. Demnach ist die Weiss'sche Formel für die Deuteropyramide $(2a : 2a : a : mc)$ und das Symbol nach Naumann mP_2 , nach Bravais $\{hh\ 2\bar{h}\ 1\}$, wobei $m = \frac{2h}{1}$.

Die dritte pyramidale Form dieser Abtheilung ist die dihexagonale Pyramide (Fig. 112). Dieselbe wird begrenzt von 24 gleichseitigen Dreiecken, hat 12 längere und 12 kürzere Polkanten und 12 gleiche horizontal verlaufende Mittelkanten, $2\ 6 + 6$ kantige

Polecken, durch welche die Hauptaxe geht, sowie 6 spitzere und 6 stumpfere Randecken, welche durch die Neben- und die Zwischenaxen verbunden werden. Der horizontale Querschnitt ist ein Dihexagon, ein Zwölfeck mit abwechselnd gleichen Winkeln.*) Die Flächen liegen so, dass sie die Axen in verschiedenen Entfernungen schneiden. Unter Berücksichtigung dessen, was oben (S. 58) über die gegenseitigen Beziehungen der Ableitungscoefficienten, beziehungsweise der Indices ausgeführt wurde, ergibt sich das Symbol für die dihexagonale Pyramide nach Weiss allgemein als $(\frac{s}{s-1} a : a : s a : m c)$,**)

nach Naumann als $m P n$, worin $n = \frac{s}{s-1}$ im Weiss'schen Symbol.

Dieser Coefficient n liegt in seinem Werthe zwischen 1 ($m P_1 =$ Protopyramide) und 2 ($m P_2 =$ Deuteropyramide). Das Bravais'sche Zeichen ist $\{h\bar{1}k\bar{1}\}$, worin $h > k > i$; die Fläche vorn oben rechts heisst dann $ki\bar{h}l$, also für $3 P \frac{3}{2} \{2\bar{1}\bar{3}1\}$. Dabei gilt die Beziehung,

dass $h + i + k = 0$ und $m = \frac{h}{1}$, $n = \frac{h}{k}$, also z. B.

$$(3 a : a : \frac{3}{2} a : 3 c) = 3 P \frac{3}{2} = \{3\bar{1}\bar{2}1\}.$$

Die Bezeichnung der einzelnen Flächen der oberen Hälfte der dihexagonalen Pyramide durch Indices ist aus Fig. 113 zu ersehen; für die untere Hälfte wird l negativ.

Zu diesen Pyramiden gehören die entsprechenden Prismen:

Das Protoprisma (Prisma I. Art) Fig. 114 wird von 6 Flächen begrenzt, welche der Hauptaxe parallel sind, und sich unter Winkeln von 120° schneiden. Bei der üblichen Aufstellung des Axensystems liegen die Austrittspunkte der Nebenaxen in den Kanten, eine Fläche befindet sich vorn. Die Bezeichnung ist $(a : \infty a : a : \infty c) = \{10\bar{1}0\} = \infty P$.

Das Deuteroprisma (Prisma II. Art) Fig. 115 unterscheidet sich seiner Form nach nicht vom Protoprisma, nur durch seine Stellung, indem es — analog der Deuteropyramide, um 30° gegen dasselbe gedreht erscheint.

*) Pyramiden mit gleichen Polkanten, deren Querschnitt ein regelmässiges Zwölfeck ist, sind in der Krystallwelt unmöglich, da sie irrationale Ableitungscoefficienten haben. ($n = \sqrt{2} \sin 75^\circ = 1.366 \dots$).

***) In derselben Reihenfolge in Bezug auf die Nebenaxen geschrieben, wie die Indices, muss es heissen $\frac{s}{s-1} a : s a : a : m c$.

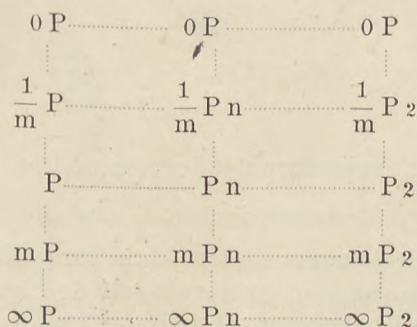
$(\frac{s}{s-1} a : a : s a : \infty c) = \infty P n = \{h \bar{i} \bar{k} 0\}$ worin $h + i + k = 0, h > k > i$

und $n = \frac{h}{k}$.

Diese drei Prismen sind offene Formen, welche den Raum nach oben und unten nicht schliessen, und deshalb nur in Combinationen vorkommen können. In unseren Figuren sind die Prismen in Combination mit der Basis dargestellt.

Die Basis oder das basische Pinakoid ist ein Flächenpaar, welches der Hauptsymmetrieebene parallel geht. Die Bezeichnung dieser Form, welche ebenfalls nur in Combinationen auftreten kann, ist: $(\infty a : \infty a : \infty a : c) = 0 P = \{0001\}$.

Der Zonenzusammenhang der Formen dieser Abtheilung ergibt sich aus folgendem Schema:



Für die Zonenrechnung mit Indices ist zu beachten, dass die 4 stelligen Bravais'schen Symbole nicht zu verwenden sind, sondern dass man die Flächen durch Indices, welche sich auf drei (die Hauptaxe und zwei — und zwar immer dieselben — Nebenaxen), Axen beziehen (z. B. auf c, a_1 und a_2), ausdrücken muss.

Einige Combinationen dieser Abtheilung, von welcher nicht sehr viele Vertreter bekannt sind, zeigen Fig. 117 bis 119. An der Protopyramide P werden die Kanten gerade abgestumpft durch die Deuteropyramide $P 2$ (Fig. 117); eine gerade Abstumpfung der Kanten erzeugt die Protopyramide P an der Deuteropyramide $\frac{4}{3} P 2$ (Fig. 118). Bei Combinationen von Prismen und Pyramiden gleicher Art liegt, wie im tetragonalen System, immer Fläche über Fläche. Diejenigen dihexagonalen Pyramiden, welche das Zeichen $m P \frac{m}{m-1}$

haben, z. B. $3P \frac{3}{2}$, liegen mit parallelen Kanten zwischen ∞P und $2P2$, wie in Fig. 119 ($c = 0P\{0001\}$, $o = P\{10\bar{1}1\}$, $o^2 = 2P\{20\bar{2}1\}$, $q = 2P2\{11\bar{2}1\}$, $s = 3P \frac{3}{2}\{3\bar{1}\bar{2}1\}$, $m = \infty P\{10\bar{1}0\}$), einer Combination des Berylls zu sehen ist.

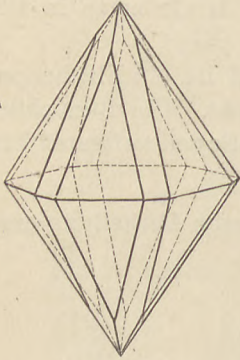


Fig. 117.

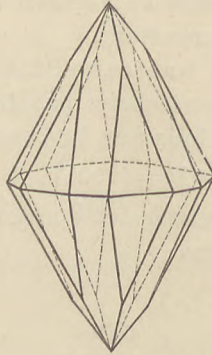


Fig. 118.

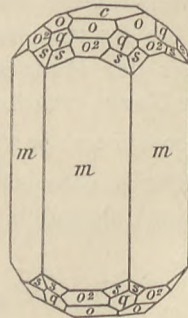


Fig. 119.

2. Hemimorphie der Holoedrie.

(Dihexagonal-pyramidale Classe.)

Die Symmetrieelemente dieser Abtheilung sind:

6 Symmetrieebenen, entsprechend den gewöhnlichen Symmetrieebenen der holoedrischen Abtheilung, also parallel den Flächen des Protoprismas und des Deuteroprismas.

1 sechszählige polare Symmetrieaxe, die krystallographische Hauptaxe.

In dieser Classe, welche man als eine Hemiedrie nach der Basis, der Hauptsymmetrieebene, auffassen kann, zerfallen die drei holoedrischen Bipyramiden in eine obere und eine untere von ein-

ander unabhängige Hälfte, je zwei einfache Pyramiden, welche nach unten, beziehungsweise nach oben offen sind. Die obere Basisfläche ist mit der unteren nicht mehr gleichwerthig, die drei Prismen, deren Flächen ja senkrecht zur Basis stehen, bleiben dagegen morphologisch unver-

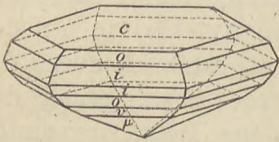


Fig. 120.

ändert. Eine charakteristische Combination dieser Abtheilung stellt z. B. der in Fig. 120 abgebildete Krystall von Jodsilber dar, welcher am oberen Ende eine gross ausgebildete Basis $c = 0P$

und die beiden Pyramiden $o = P$ und $i = 2P$ zeigt, während unten an Stelle der Basis die oben nicht vorhandenen Pyramiden $v = \frac{2}{3}P$ und $\mu = \frac{1}{2}P$ auftreten.

3. Rhomboedrisch-hemiedrische Abtheilung.

(Ditrigonal-skalenoedrische Classe.)*

Diese Hemiedrie leitet man aus der Holoedrie in der Weise ab, dass man die Hauptsymmetrieebene und 3 gewöhnliche Symmetrieebenen, und zwar diejenigen, welche durch die Nebenaxen gehen, wegfällen lässt. Die Symmetrieelemente dieser Abtheilung sind:

3 Symmetrieebenen, parallel den Flächen des Prismas II. Ordnung.

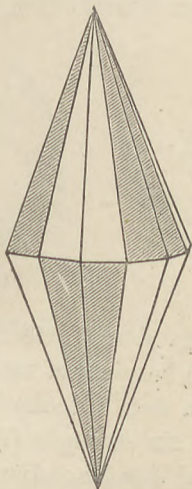


Fig. 121.

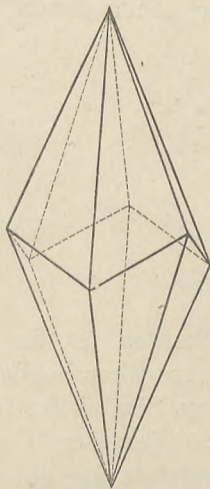


Fig. 122.

4 Symmetrieaxen, und zwar 1 dreizählige, die krystallographische Hauptaxe und 3 zweizählige, die Nebenaxen.

Centrum der Symmetrie.

Die dihexagonale Pyramide, deren Theilung nach diesem Hemiedriegesetz Fig. 121 zeigt, liefert zwei durch ihre Stellung verschiedene Skalenoeder (Fig. 122) $+\frac{mPn}{2} \kappa \{ki\bar{h}l\}$ und $-\frac{mPn}{2} \kappa \{ik\bar{h}l\}$.**) Die Skalenoeder sind begrenzt von 12 ungleichseitigen

*) Diese Abtheilung wird auch mit den übrigen mit dreizähliger Symmetrieaxe zu einem „trigonalen“ System zusammengefasst.

**) Die positiven und negativen Formen werden auch als directe und inverse bezeichnet. Für die Bezeichnung durch Indices ist hier und im Folgenden das Schema Fig. 113 maassgebend. Es ist üblich, dasjenige Rhomboeder, welches

Dreiecken, haben 6 längere stumpfere, mit denen der zugehörigen dihexagonalen Pyramide übereinstimmende, und 6 kürzere schärfere Polkanten, 6 gleiche, im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten, 2 3 + 3 kantige Polecken, 6 2 + 1 + 1 kantige Mittlecken. Die Hauptaxe verbindet die Polecken und die Nebenaxen gehen durch die Mitte der Mittelkanten.

Aus der Pyramide I. Ordnung entstehen zwei durch ihre Stellung verschiedene Rhomboeder (Fig. 123, 124, 125) + $\frac{mP}{2}$ (Fig. 123) und

$-\frac{mP}{2}$, beziehungsweise $\kappa \{h\ 0\ \bar{h}\ 1\}$ und $\kappa \{0\ h\ \bar{h}\ 1\}$. Dieselben sind begrenzt von 6 Rhomben, haben 6 gleiche Pol- und 6 gleiche im Zickzack auf- und absteigende Mittelkanten, 2 dreikantige Pol- und 6 2 + 2 kantige Mittlecken. Die Hauptaxe verbindet die Polecken, die Nebenaxen gehen durch die Mitte der Randkanten. Der Winkel-

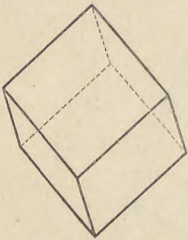


Fig. 123.

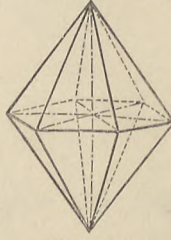


Fig. 124.

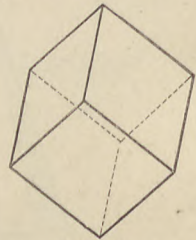


Fig. 125.

werth der Polkanten ist das Supplement des Werthes der Mittelkanten. Als spitze Rhomboeder (Fig. 126) bezeichnet man solche, bei denen der spitze Winkel der Rhomben an der Polecke liegt und die Polkanten $< 90^\circ$ (innerer Winkel) sind, als stumpfe (Fig. 127) diejenigen, bei welchen der stumpfe Winkel der Rhomben an der Polecke liegt und die Polkanten stumpf ($> 90^\circ$) sind. Werden die Polkanten, was für bestimmte Temperaturen möglich ist, $= 90^\circ$, so werden die Rhomben zu Quadraten, das Rhomboeder sieht aus wie ein Würfel. Würfelähnliche Rhomboeder kommen an verschiedenen Mineralien vor, so am Korund und Eisenglanz (Polkante $= 86^\circ$) und am Chabasit (Polkante $= 94^\circ\ 46'$).

Die anderen Formen der holoedrischen Abtheilung: $mP\ 2\ \infty P$, ∞Pn und $0P$ bleiben bei dieser Hemiedrie unverändert.

Bezeichnungsweise nach Naumann: Bei der Häufigkeit rhomboedrischer Formen hat Naumann für dieselben eine abgekürzte Bezeichnungsweise eingeführt. Das Rhomboeder $+\frac{P}{2}$ wird

vorn oben eine Fläche hat, als positiv, dasjenige, welches vorn oben eine Kante hat, als negativ zu bezeichnen.

als $+R$, $-\frac{P}{2}$ als $-R$ bezeichnet; und allgemein $\pm \frac{mP}{2}$ als $\pm mR$. Zu jedem Rhomboeder gibt es nun eine Reihe von Skalenoedern, deren Mittelkanten mit denen des Rhomboeders zusammenfallen, und die sich im übrigen nur durch die Längen ihrer Hauptaxen von einander unterscheiden. Kennt man das Rhomboeder der Mittelkanten und die Länge der Hauptaxe, welche man auf die des Rhomboeders beziehen kann, so ist das Skalenoeder vollständig bestimmt. Naumann bezeichnet nun die Skalenoeder allgemein mit dem Ausdruck $\pm mRn$ d. i. ein Skalenoeder, dessen Hauptaxe n -mal so lang ist, als die des zugehörigen Rhomboeders der Mittelkanten mR . Also z. B. $R3$ ist dasjenige Skalenoeder, dessen Mittelkanten mit denen des Rhomboeders R zusammenfallen (oder ihnen parallel verlaufen) und dessen

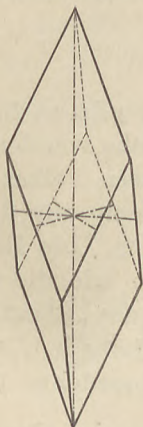


Fig. 126.

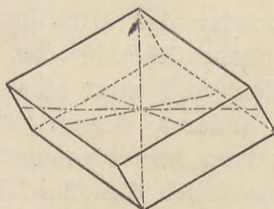


Fig. 127.

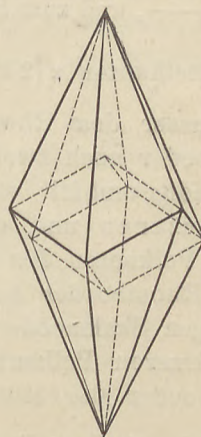


Fig. 128.

Hauptaxe dreimal so lang ist, als die von R . Dieses Skalenoeder ist in Fig. 128 (für Kalkspath) dargestellt. $2R2$ ist ein Skalenoeder, dessen Mittelkanten parallel denen von $2R$ sind und dessen Hauptaxe zweimal so lang ist, als die von $2R$. Es ist wohl zu beachten, dass hier das n hinter dem R sich nicht, wie bei den sonstigen Naumann'schen Formeln auf die Nebenaxen, sondern auf die Hauptaxe bezieht.

Das Prisma ∞P wird auch als ∞R , die Basis $0P$ als $0R$ bezeichnet, während die anderen Symbole $mP2$, $\infty P2$, ∞Pn unverändert bleiben.

Für die Umrechnung dieser Symbole in die gewöhnlichen gelten folgende Formeln:

$$mRn = \frac{m n P \frac{2n}{n+1}}{2} \quad \text{z. B.: } 2R2 = \frac{4P \frac{4}{3}}{2}$$

$$\frac{m P n}{2} = \frac{m(2-n)}{n} R \frac{n}{2-n} \text{ z. B.: } \frac{4 P \frac{4}{3}}{2} = 2 R 2$$

$$\varkappa \{h \bar{1} \bar{k} l\} = \frac{2k-h}{1} R \frac{h}{2k-h} \text{ z. B.: } \varkappa \{4 \bar{1} \bar{3} 1\} = 2 R 2$$

$$m R n = \varkappa \left\{ 2n. - (n-1). - (n+1). \frac{2}{m} \right\} \text{ z. B.: } 2 R 2 = \varkappa \{4 \bar{1} \bar{3} 1\}$$

Zum Skalenoeder $m R n$ gehört als Rhomboeder der Mittelkanten $m R$ oder, durch die anderen Formeln ausgedrückt:

zum Skalenoeder $\frac{m P n}{2}$ gehört als Rhomboeder der Mittelkanten

$$\frac{m(2-n) P}{\frac{n}{2}}, \text{ und zum Skalenoeder } \varkappa \{h \bar{1} \bar{k} l\} \text{ gehört als Rhomboeder}$$

der Mittelkanten $\varkappa \{2k - h. 0. - 2k + h. 1\}$.

Ausser dem Rhomboeder der Mittelkanten gibt es für jedes Skalenoeder noch zwei spitzere Rhomboeder, welche von demselben vollständig umhüllt werden, und zwar eins, dessen Polkanten mit den kürzeren und ein anderes, dessen Polkanten mit den längeren Polkanten des Skalenoeders zusammenfallen. Die Hauptaxe dieser Rhomboeder hat natürlich dieselbe Länge, wie die der zugehörigen Skalenoeder. Die Formel des ersteren (des „Rhomboeders der kürzeren Polkanten“), welches gleiche Stellung hat, wie das Rhomboeder der Mittelkanten, ist für das Skalenoeder $+ m R n \dots$

$+ \frac{m}{2} (3n-1) R$ (z. B. für $\frac{1}{4} R 3 \dots R$), die des letzteren (des „Rhom-

boeders der längeren Polkanten“) für $+ m R n \dots - \frac{m}{2} (3n+1) R$

(z. B. für $R 3 \dots - 5 R$). Für das Skalenoeder $\varkappa \{h \bar{1} \bar{k} l\}$ beziehungs-

weise $\frac{m P n}{2}$ lauten die entsprechenden Formeln:

$$\varkappa \{2h - k. 0. - 2h + k. 1\} \text{ beziehungsweise } + \frac{m(2n-1) P}{\frac{n}{2}} \text{ und}$$

$$\varkappa \{0. h + k. - h - k. 1\} \text{ beziehungsweise } - \frac{m(n+1) P}{\frac{n}{2}}$$

Bezeichnungweise nach Miller: Als Axenebenen werden für die rhomboedrischen Formen die Flächen des primären Rhomboeders genommen, als Axen die Polkanten. Da diese gleichwerthig sind, so wird $a = b = c = 1$ und $\alpha = \beta = \gamma$ (das sind die ebenen Winkel an den Polecken von R). Für die Umwandlung

eines Bravais'schen Symboles $\{hikl\}$ in ein Miller'sches (pqr) und umgekehrt gelten folgende Formeln:

$$\begin{aligned} h &= \frac{p - q}{3} & p &= h - k + l \\ i &= \frac{q - r}{3} & q &= i - h + l \\ k &= \frac{r - p}{3} & r &= k - i + l \\ l &= \frac{p + q + r}{3} \end{aligned}$$

Diese Bezeichnungsweise, welche früher wenig gebraucht wurde, ist in der neuesten Auflage von Groth's Lehrbuch wieder angewandt für sämtliche Formen des „trigonalen“ Systemes, d. h. der Classen mit einer dreizähligen Symmetrieaxe.

Combinationsen dieser Abtheilung sind reichlich vorhanden und oft sehr flächenreich. Kalkspath, Korund, Eisenglanz u. a. m. bieten gute Beispiele dar. Bei der Combination des Rhomboeders

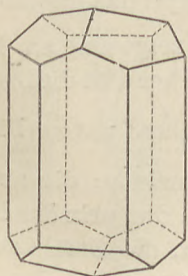


Fig. 129.

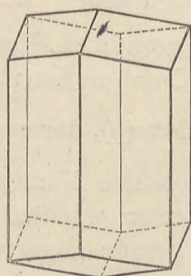


Fig. 130.

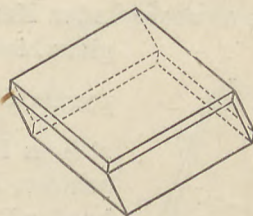


Fig. 131.

(einerlei, ob dasselbe sich in positiver oder negativer Stellung befindet, und ob es ein primäres oder ein abgeleitetes Rhomboeder ist) mit dem Prisma I. Ordnung (Fig. 129: ∞R . — $\frac{1}{2} R$) liegen die Prismenflächen unter den Rhomboederkanten; die Flächen des Prismas II. Ordnung liegen zu zweit unter den Rhomboederflächen (Fig. 130: $\infty P 2$. — $\frac{1}{2} R$), und stumpfen dessen Mittelkanten gerade ab (Fig. 131: R . $\infty P 2$). Die Polkanten des Rhomboeders $\pm mR$ werden gerade abgestumpft durch die Flächen von $\mp \frac{m}{2} R$, also R durch $-\frac{1}{2} R$ (Fig. 132), $-2R$ durch R (Fig. 133) u. s. f. Tritt ein Skalenoeder mRn mit seinem Rhomboeder der Mittelkanten mR in Combination, so sind die Combinationskanten den Mittelkanten parallel, die R -flächen liegen über den stumpfen Skalenoederkanten (Fig. 134: $R.R 3$). An den Skalenoedern mRn werden durch das Rhomboeder

$\frac{m}{4} (3n + 1) R$ die längeren, durch $-\frac{m}{4} (3n - 1) R$ die kürzeren Polkanten gerade abgestumpft. Kommen zwei Skalenoeder $m R n$ und $m' R n'$ zusammen, so sind die Combinationskanten horizontal,

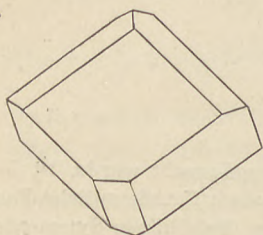


Fig. 132.

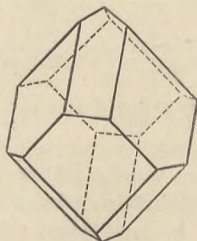


Fig. 133.

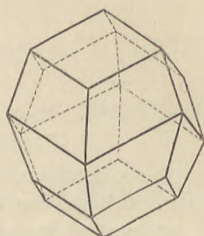


Fig. 134.

wenn $n = n'$ (Fig. 135: $R 3 \cdot \frac{1}{4} R 3$), parallel den Mittelkanten, wenn $m = m'$. An der Pyramide II. Ordnung $\frac{4}{3} P 2$ stumpft das Rhomboeder

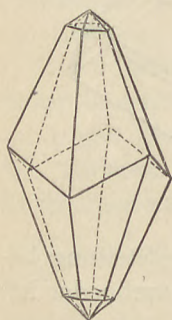


Fig. 135.

R die abwechselnden Kanten gerade ab. Fig. 136 zeigt eine am Eisenglanz häufige Combination: herrschend ist die Deutero-pyramide $\frac{4}{3} P 2$ (p), deren obere und untere Flächen sich in horizontalen Kanten schneiden; die abwechselnden Polkanten werden durch das primäre Rhomboeder R (r) gerade abgestumpft, die Combinationskante des flachen Rhomboeders $\frac{1}{4} R$ (r'): R bildet mit den Combinationskanten $R \cdot \frac{4}{3} P 2$ rechte Winkel.

In Fig. 137. (Korund) ist $d = 0 R$, $r = R$, $n = \frac{4}{3} P 2$,

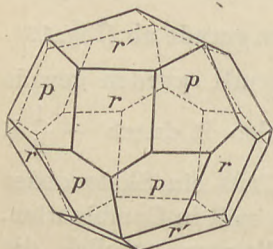


Fig. 136.

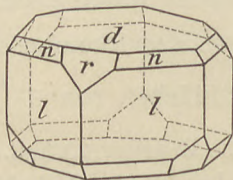


Fig. 137.

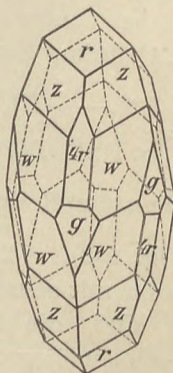


Fig. 138.

$1 = \infty P 2$. Eine flächenreiche Kalkspathform ist in Fig. 136 abgebildet; w ist das Skalenoeder $R 5$, $z = R 3$, r das Grundrhomboeder R . Die Combinationskanten w/z und z/r gehen den Mittelkanten des Skalenoeders w parallel. Die längeren Polkanten von $R 5$ (w) werden gerade abgestumpft durch das Rhomboeder $4 R$ ($4 r$), g ist das Proto-prisma ∞R .

4. Pyramidal-hemiedrische Abtheilung.

(Hexagonal-bipyramidale Classe)

Die pyramidale Hemiedrie leitet sich aus der Holoedrie dadurch ab, dass die sechs gewöhnlichen (verticalen) Symmetrieebenen wegfallen. Es entstehen dann Formen, deren Symmetrieelemente sind:

1 Symmetrieebene, d. i. die Hauptsymmetrieebene der holoedrischen Abtheilung, also die Basis.

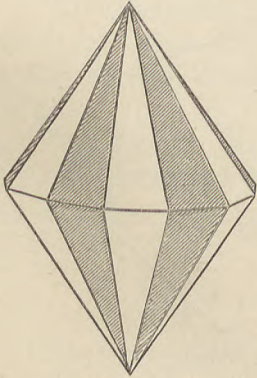


Fig. 139.

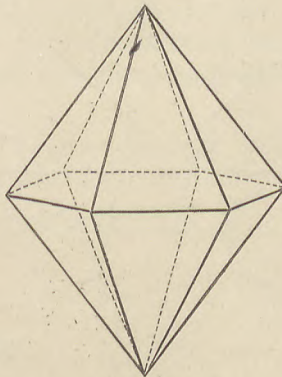


Fig. 140.

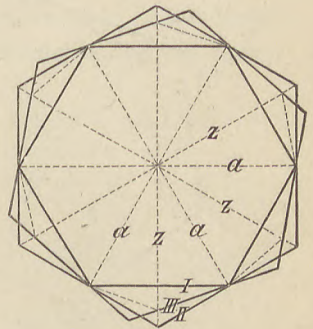


Fig. 141.

1 sechszählige Symmetrieaxe, d. i. die krystallographische Hauptaxe.

Centrum der Symmetrie.

Die dihexagonale Pyramide (Fig. 139) liefert zwei nur durch ihre Stellung verschiedene Pyramiden III. Art (Tritopyramiden, Fig. 140). Diese Pyramiden haben die Form der hexagonalen Pyramiden I. Art, unterscheiden sich aber von denselben durch ihre Stellung. Fig. 141 zeigt die Querschnitte der Pyramiden I., II. und III. Art mit den Nebenachsen a und den Zwischenachsen z , woraus die verschiedene Lage der Flächen dieser drei Pyramiden zu ersehen ist. Die Stellung der beiden aus der dihexagonalen Pyramide hervorgehenden Pyramiden III. Art erhellt aus Fig. 142 und 143, wo die Querschnitte der beiden correlaten Formen mit den Nebenachsen dargestellt sind. Die eine, welche der in Fig. 140 gezeichneten entspricht,

also durch Wachsen der vorn rechts gelegenen Flächen der dihexagonalen Pyramide entstanden ist, hat ihre vordere Ecke nach links, die andere hat dieselbe nach rechts gewendet; man bezeichnet die erstere

$$\text{als } + \left[\frac{m P n}{2} \right] = \pi \{k i \bar{h} l\} \text{ und die andere}$$

$$\text{als } - \left[\frac{m P n}{2} \right] = \pi \{h \bar{i} \bar{k} l\}^*)$$

Es leuchtet ohne Weiteres ein, dass das dihexagonale Prisma d. h. die dihexagonale Pyramide, deren $m = \infty$, ebenfalls eine neue Form und zwar Prismen III. Art (Tritoprisma) liefern muss, deren Stellung der der Pyramiden III. Art genau entspricht. Die Bezeichnung dieser beiden Prismen III. Art ist

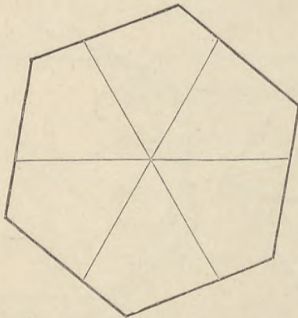


Fig. 142.

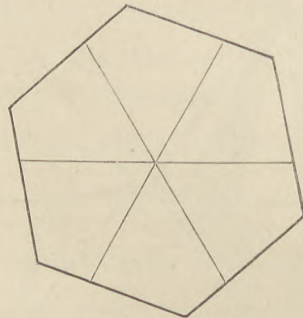


Fig. 143.

$$+ \left[\frac{\infty P n}{2} \right] = \pi \{k i \bar{h} 0\}$$

$$- \left[\frac{\infty P n}{2} \right] = \pi \{h \bar{i} \bar{k} 0\}^{**})$$

Alle anderen Formen der holoedrischen Abtheilung, die Pyramiden und Prismen I. und II. Art, sowie die Basis, bleiben in dieser Hemiedrie morphologisch unverändert.

Als bekanntester Repräsentant dieser Abtheilung im Mineralreich ist der Apatit zu nennen, von welchem eine Combination in

*) Auch als $\frac{m P n}{2} \frac{r}{1}$ und $\frac{m P n}{2} \frac{l}{r}$ unterschieden. Vgl. tetrag. Syst., S. 52, Anm.

***) Beziehungsweise $\frac{\infty P n}{2} \frac{r}{1}$ und $\frac{\infty P n}{2} \frac{l}{r}$

Fig. 144 abgebildet ist. c ist die Basis $0P \{0001\}$, x die Protopyramide $P \{10\bar{1}1\}$, s die Deuteropyramide $2P2 \{11\bar{2}1\}$, u die Tritopyramide $\frac{3P}{2} \pi \{21\bar{3}1\}$, a das Protoprisma $\infty P \{10\bar{1}0\}$.

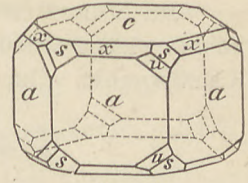


Fig. 144.

5. Hemimorphie der pyramidalen Hemiedrie.

(Hexagonal-pyramidale Classe.)

Wenn in den Formen der pyramidalen Hemiedrie die [Basis als] Symmetrieebene wegfällt, so entsteht die Hemimorphie nach der c -Axe. Die dieser Gruppe angehörigen Formen haben eine polare sechszählige Symmetrieaxe.

Die Pyramiden III., I. und II. Art der vorigen Abtheilung zerfallen in je eine obere und eine untere, von einander unabhängige Hälfte; ebenso die Basis. Die Prismen bleiben morphologisch unverändert.

Die Formen dieser Classe (welche auch als tetartoedrisch aufgefasst werden können) sind demnach:

die positive obere Pyramide III. Art	$+$	$\frac{m P n}{2} o = \{ki\bar{h}l\}$
„ „ untere „ III. „	$+$	$\frac{m P n}{2} u = \{ki\bar{h}\bar{l}\}$
„ negative obere „ III. „	$-$	$\frac{m P n}{2} o = \{h\bar{i}\bar{k}l\}$
„ „ untere „ III. „	$-$	$\frac{m P n}{2} u = \{h\bar{i}\bar{k}\bar{l}\}$
„ obere „ I. „		$m P o = \{h o \bar{h} l\}$
„ untere „ I. „		$m P u = \{h o \bar{h} \bar{l}\}$
„ obere „ II. „		$m P 2 o = \{h h \bar{2} h l\}$
„ untere „ II. „		$m P 2 u = \{h h \bar{2} h \bar{l}\}$
das positive Prisma III. Art	$+$	$\frac{\infty P n}{2} = \{ki\bar{h} o\}$
„ negative „ III. „	$-$	$\frac{\infty P n}{2} = \{h\bar{i}\bar{k} o\}$
„ „ I. „		$\infty P = \{10\bar{1}0\}$
„ „ II. „		$\infty P 2 = \{11\bar{2}0\}$
das obere basische Pinakoid		$0 P o = \{0001\}$
„ untere „ „		$0 P u = \{000\bar{1}\}$

Im Mineralreich gehört dieser Classe, wie durch Aetzversuche nachgewiesen wurde, da die morphologische Entwicklung keinen Anhaltspunkt gibt, der Nephelin an.

6. Trigonal-hemiedrische Abtheilung.

(Ditrigonal-bipyramidale Classe.)

Fallen die drei durch die Nebenaxen gehenden Symmetrieebenen der holocedrischen Abtheilung weg, so entstehen Formen mit

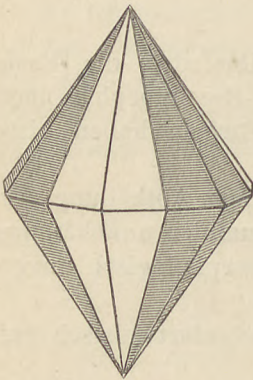


Fig. 145.

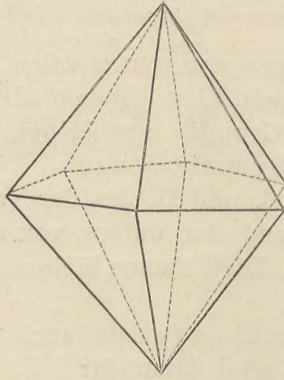


Fig. 146.

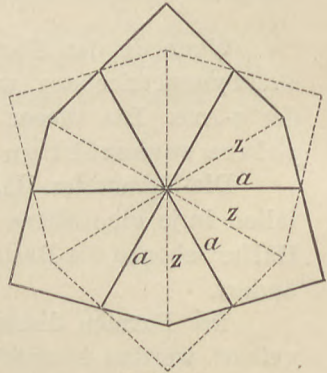


Fig. 147.

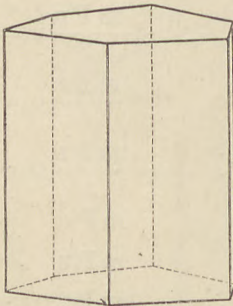


Fig. 148.

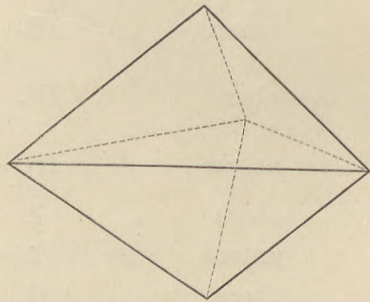


Fig. 149.

4 Symmetrieebenen, nämlich 1 Hauptsymmetrieebene (0P) und 3 darauf senkrechten gew. Symmetrieebenen ($\infty P 2$), und

4 Symmetrieaxen, und zwar 1 dreizähligen Hauptsymmetrieaxe, d. i. die krystallographische Hauptaxe, und drei zweizähligen polaren Symmetrieaxen — die krystallographischen Zwischenaxen.

Aus der dihexagonalen Pyramide (Fig. 145) entstehen zwei ditrigonale Pyramiden (Fig. 146) $\pm \frac{m P n}{2}$, deren Querschnitt ein

Sechseck mit abwechselnd gleichen Winkeln ist und deren gegenseitige Stellung aus Fig. 147 zu ersehen ist. Das dihexagonale Prisma liefert dementsprechend zwei ditrigonale Prismen (Fig. 148) $\pm \frac{\infty P n}{2}$. Die Pyramide I. Ordnung zerfällt in zwei trigonale Pyramiden $\pm \frac{m P}{2}$ (Fig. 149), deren Querschnitte in Fig. 150 dargestellt sind. Das Prisma I. Ordnung gibt zwei trigonale Prismen $\pm \frac{\infty P}{2}$ (Fig. 151). Pyramide und Prisma II. Ordnung, sowie die Basis bleiben unverändert.

Vertreter dieser Symmetrieclasse sind noch nicht bekannt.

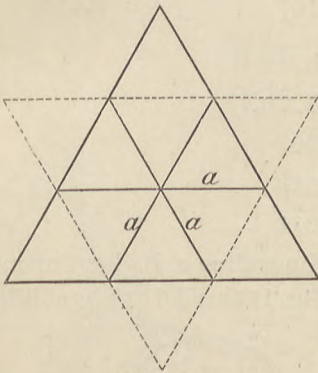


Fig. 150.

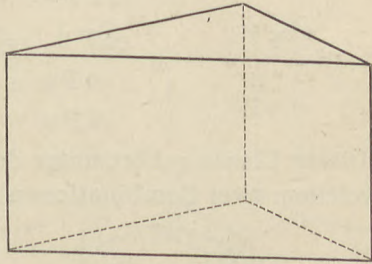


Fig. 151.

7. Hemimorphie der trigonalen Hemiedrie.

(Ditrigonal-pyramidale Classe.)

Wenn die Formen der trigonalen Hemiedrie nach der c-Axe hemimorph werden, so fällt die Hauptsymmetrieebene weg. Man erhält dann Formen mit

3 Symmetrieebenen (parallel den Flächen des Prismas II. Ordnung), und

1 dreizähligen polaren Symmetrieaxe, d. i. die krystallographische Hauptaxe.

Die pyramidalen Formen der trigonalen Hemiedrie zerfallen in eine obere und eine untere von einander unabhängige Hälfte, ebenso die Basis, die prismatischen Formen bleiben unverändert.

Es liefert demnach:

$$\begin{array}{l}
 m P n \quad \left\{ \begin{array}{l} + \frac{m P n}{2} o = \{k i \bar{h} l\}; - \frac{m P n}{2} o = \{i k \bar{h} l\} \\ + \frac{m P n}{2} u = \{k i \bar{h} \bar{l}\}; - \frac{m P n}{2} u = \{i k \bar{h} \bar{l}\} \end{array} \right. \\
 \infty P n \quad + \frac{\infty P n}{2} = \{k i \bar{h} 0\}; - \frac{\infty P n}{2} = \{i k \bar{h} 0\} \\
 m P \quad \left\{ \begin{array}{l} + \frac{m P}{2} o = \{h 0 \bar{h} l\}; - \frac{m P}{2} o = \{0 h \bar{h} l\} \\ + \frac{m P}{2} u = \{h 0 \bar{h} \bar{l}\}; - \frac{m P}{2} u = \{0 h \bar{h} \bar{l}\} \end{array} \right. \\
 \infty P \quad + \frac{\infty P}{2} = \{1 0 \bar{1} 0\}; - \frac{\infty P}{2} = \{0 1 \bar{1} 0\} \\
 m P 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} m P 2 o = \{h . h . \bar{2} h . l\} \\ m P 2 u = \{h . h . \bar{2} h . \bar{l}\} \end{array} \right. \\
 \infty P 2 \quad \infty P 2 = \{1 1 \bar{2} 0\} \\
 0 P \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 P o = \{0 0 0 1\} \\ 0 P u = \{0 0 0 \bar{1}\} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Dieser Classe gehört unter den Mineralien z. B. der Turmalin an, von welchem zwei Combinationen in Fig. 152 und 153 abgebildet sind.

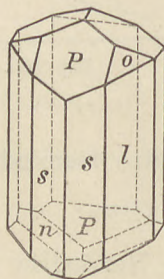


Fig. 152.

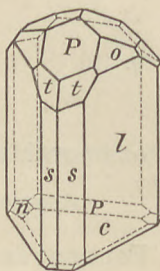


Fig. 153.

$$P \text{ ist } + \frac{P}{2} o \{1 0 \bar{1} 1\} \text{ und } - \frac{P}{2} u \{0 1 \bar{1} \bar{1}\}, o = - \frac{2 P}{2} o \{0 2 \bar{2} 1\}$$

$$n = + \frac{1}{2} P u \{1 0 \bar{1} \bar{2}\}, t = + \frac{3 P}{2} o \{2 1 \bar{3} 1\}, c = 0 P u \{0 0 0 \bar{1}\}$$

$$s = \infty P 2 \{1 1 \bar{2} 0\}, l = \frac{\infty P}{2} \{0 1 \bar{1} 0\}$$

Man hat früher diese Formen als nach der c-Axe hemimorphe der rhomboedrisch-hemiedrischen Abtheilung aufgefasst. Dann wird $P = R, o = -2 R, n = -\frac{1}{2} R, t = R 3, c = 0 R, s = \infty P 2, l = \frac{\infty R}{2}$.

8. Trapezoedrisch-hemiedrische Abtheilung.

(Hexagonal-trapezoedrische Classe.)

Fallen alle Symmetrieebenen weg, so entstehen Formen mit 7 Symmetrieaxen und zwar 1 sechszähligen, der krystallographischen Hauptaxe und 6 zweizähligen, den Neben- und Zwischenaxen entsprechenden.

Die dihexagonale Pyramide zerfällt in zwei enantiomorphe hexagonale Trapezoeder (Fig. 154 bis 156), die man als rechtes und linkes unterscheidet. Ihre Bezeichnung ist $\frac{mPn}{2} r \tau \{ki\bar{h}l\}$ (Fig. 155) und $\frac{mPn}{2} l \{h\bar{i}kl\}$ (Fig. 156).

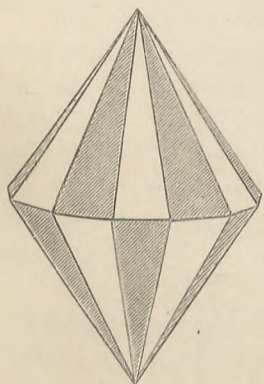


Fig. 154.

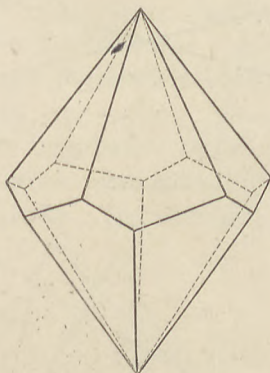


Fig. 155.

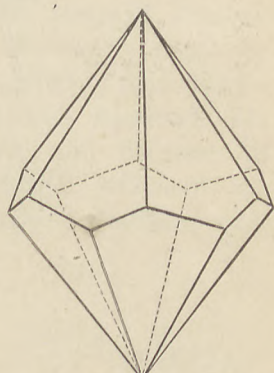


Fig. 156.

Alle übrigen Formen bleiben unverändert. Unter den Mineralien ist ein Vertreter dieser Gruppe bisher nicht bekannt.

9. Trigonal-tetartoedrische Abtheilung.

(Trigonal-bipyramidale Classe.)

Fallen in der trigonalen Hemiedrie die drei verticalen Symmetrieebenen weg, so entstehen tetartoedrische Formen, welche 1 Symmetrieebene, die Basis, und 1 dreizählige zu ihr senkrechte Symmetrieaxe haben.

Die dihexagonale Pyramide liefert demgemäss vier nur durch ihre Stellung verschiedenen trigonale Pyramiden III. Ordnung. Die Stellung derselben ist aus Fig. 157, welche den Querschnitt

darstellt, zu ersehen. Die Bezeichnung ist $\pm \frac{mPnr}{4} \frac{l}{r}$. Aus der hexagonalen Pyramide I. Art entstehen zwei trigonale Pyramiden I. Art $\pm \frac{mP}{2}$, aus der hexagonalen Pyramide II. Ordnung

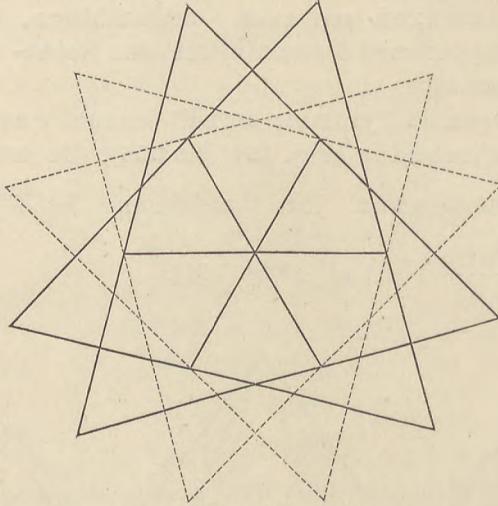


Fig. 157.

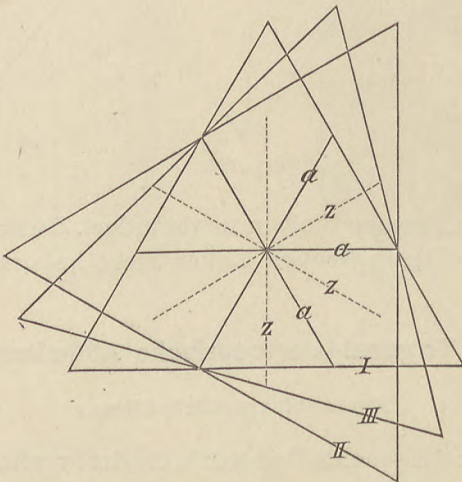


Fig. 158.

zwei trigonale Pyramiden II. Ordnung $\pm \frac{mP2}{2}$. Fig. 158 stellt die Querschnitte dieser drei Pyramidengattungen verschiedener Ordnung dar. Das dihexagonale Prisma zerfällt, entsprechend der dihexagonalen Pyramide, in vier trigonale Prismen III. Ordnung

$\pm \frac{\infty P n r}{4} \frac{1}{r}$, das hexagonale Prisma I. Art in zwei trigonale

Prismen I. Ordnung $\pm \frac{\infty P}{2}$ und das hexagonale Prisma

II. Ordnung in zwei trigonale Prismen II. Ordnung $\pm \frac{\infty P^2}{2}$.

Die Basis bleibt unverändert.

Beispiele für diese Classe sind noch nicht bekannt.

10. Ogdoedrische Abtheilung.

(Trigonal-pyramidale Classe.)

1 dreizählige polare Symmetrieaxe, die krystallographische Hauptaxe.

Die Formen dieser Abtheilung lassen sich einfach ableiten aus denen der trigonalen Tetartoedrie durch Hemiedrie nach der einzigen dort vorhandenen Symmetrieebene, der Basis, beziehungsweise Hemimorphie nach der c-Axe. Es zerfallen demnach die pyramidalen Formen der trigonalen Tetartoedrie und die Basis in eine obere und eine untere selbstständige Hälfte, während die Prismen unverändert bleiben. Die Formen dieser Abtheilung sind also folgende:

$$\begin{aligned}
 8 \text{ einfache trigonale Pyra-} & \\
 \text{miden III. Ordnung} & \cdot + \frac{m P n r}{4} \frac{1}{l} o \{k i \bar{h} l\}; \quad + \frac{m P n l}{4} \frac{1}{r} o \{h \bar{i} \bar{k} l\} \\
 & + \frac{m P n r}{4} \frac{1}{l} u \{k i \bar{h} \bar{l}\}; \quad + \frac{m P n l}{4} \frac{1}{r} u \{h \bar{i} \bar{k} \bar{l}\} \\
 & - \frac{m P n r}{4} \frac{1}{l} o \{i k \bar{h} l\}; \quad - \frac{m P n l}{4} \frac{1}{r} o \{h \bar{k} \bar{i} l\} \\
 & - \frac{m P n r}{4} \frac{1}{l} u \{i k \bar{h} \bar{l}\}; \quad - \frac{m P n l}{4} \frac{1}{r} u \{h \bar{k} \bar{i} \bar{l}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 \text{ einfache trigonale Pyra-} & \\
 \text{miden I. Ordnung} & \cdot + \frac{m P}{2} o \{h o \bar{h} l\}; \quad - \frac{m P}{2} o \{o h \bar{h} l\} \\
 & + \frac{m P}{2} u \{h o \bar{h} \bar{l}\}; \quad - \frac{m P}{2} u \{o h \bar{h} \bar{l}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 \text{ einfache trigonale Py-} & \\
 \text{ramiden II. Ordnung} & \cdot + \frac{m P^2}{2} o \{h.h.\bar{2}h.l\}; \quad - \frac{m P^2}{2} o \{2h.\bar{h}.\bar{h}.l\} \\
 & + \frac{m P^2}{2} u \{h.h.\bar{2}h.\bar{l}\}; \quad - \frac{m P^2}{2} u \{2h.\bar{h}.\bar{h}.\bar{l}\}
 \end{aligned}$$

4 trigonale Prismen III.		
Ordnung	$+\frac{\infty P n r}{4} \frac{1}{l}$	$\{k i \bar{h} 0\}; +\frac{\infty P n}{4} \frac{1}{r} \{h \bar{i} \bar{k} 0\}$
	$-\frac{\infty P n r}{4} \frac{1}{l}$	$\{i k \bar{h} 0\}; -\frac{\infty P n}{4} \frac{1}{r} \{h \bar{k} \bar{i} 0\}$
2 trigonale Prismen I.		
Ordnung	$+\frac{\infty P}{2}$	$\{10\bar{1}0\}; -\frac{\infty P}{2} \{01\bar{1}0\}$
2 trigonale Prismen II.		
Ordnung	$+\frac{\infty P^2}{2}$	$\{11\bar{2}0\}; -\frac{\infty P^2}{2} \{2\bar{1}\bar{1}0\}$
2 einzelne Basisflächen .	$0 P o$	$\{0001\};$
	$0 P u$	$\{000\bar{1}\};$

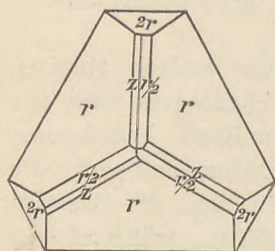


Fig. 159.

Als Beispiel diene der nebenstehend in Projection auf die Basis abgebildete Krystall von überjodsauerm Natron. (Fig. 159.) Die herrschende Form r ist die primäre Pyramide $+\frac{P}{2} o \{10\bar{1}1\}$, daneben tritt auf

$$2r = -\frac{2P}{2} o \{02\bar{2}1\}, \frac{r}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{2} o \{01\bar{1}2\} \text{ und}$$

[an denjenigen Krystallen, welche die Polarisationsenebene des Lichtes nach links drehen,] eine [linke] trigonale Pyramide III. Ordnung $z = \frac{5}{4} \frac{P}{5} \frac{9}{r} = \{54\bar{1}9\}$. Unten ist (an der Figur nicht sichtbar) nur die Basis $0 P u \{000\bar{1}\}$ vorhanden.

11. Rhomboedrisch-tetartoedrische Abtheilung.

(Trigonal-rhomboedrische Classe.)

Die Symmetrieelemente dieser Gruppe sind:

1 dreizählige Symmetrieaxe, die krystallographische Hauptaxe.

Centrum der Symmetrie.

Die Formen dieser Abtheilung lassen sich aus denen der Holoedrie ableiten, indem man die Gesetze der rhomboedrischen und der pyramidalen Hemiedrie auf dieselben anwendet. Die Formen, welche man dann erhält, sind:

4 Rhomboeder III. Art, welche sich in ihrer Form nicht von den hemiedrischen unterscheiden, wohl aber in ihrer Stellung (Vgl. Fig. 158)	$\left\{ \begin{array}{l} + \frac{m P n r}{4 l} \\ + \frac{m P n l}{4 r} \\ - \frac{m P n r}{4 l} \\ - \frac{m P n l}{4 r} \end{array} \right.$	$\{k i \bar{h} l\}^*$
		$\{h \bar{i} \bar{k} l\}$
		$\{i k \bar{h} l\}$
		$\{h \bar{k} \bar{i} l\}$
2 Rhomboeder I. Art	$\left\{ \begin{array}{l} + \frac{m P}{2} \\ - \frac{m P}{2} \end{array} \right.$	$\{h o \bar{h} l\}$
		$\{o h \bar{h} l\}$
2 Rhomboeder II. Art	$\left\{ \begin{array}{l} + \frac{m P 2}{2} \\ - \frac{m P 2}{2} \end{array} \right.$	$\{h.h.\bar{2}h.l\}$
		$\{2h.\bar{h}.\bar{h}.l\}$
2 hexagonale Prismen III. Art	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\infty P n r}{2 l} \\ \frac{\infty P n l}{2 r} \end{array} \right.$	$\{k i \bar{h} o\}$
		$\{h \bar{i} \bar{k} o\}$
Das hexagonale Prisma I. Art.	∞P	$\{10\bar{1}0\}$
Das hexagonale Prisma II. Art	$\infty P 2$	$\{11\bar{2}0\}$
Die Basis	$0 P$	$\{0001\}$

Da man diese Abtheilung als Hemiedrie der rhomboedrigen (S. 65) auffassen kann, so bezeichnet man häufig die Rhomboeder III. Art als Hälftflächner der Skalenoeder $\pm \frac{m R n r l}{2 l r}$; die Rhomboeder I. Art, das Prisma I. Art und die Basis erhalten dann die Symbole $\pm m R$, ∞R und $0 R$. Für die Umrechnung der Symbole $m R n$ in $m P n$ oder die Bravais'schen beziehungsweise Miller'schen Indices gelten die S. 67 ff. gegebenen Formeln.

Unter den Mineralien gehört dieser Abtheilung u. A. der Dolomit (Fig. 160) an, an welchem z. B. neben $m = 4 R \{40\bar{4}1\}$, $r = R \{10\bar{1}1\}$ und $c = 0 R \{0001\}$ das Rhomboeder II. Art $n = -\frac{16}{3} P 2 = \{16.\bar{8}.\bar{8}.3\}$ auftritt, sowie der Dioptas (Fig. 161) mit dem Rhom-

*) Will man den tetartoedrigen Charakter besonders hervorheben, so setzt man π vor die Indices.

boeder III. Art $s = -\frac{9}{4} P \frac{18}{17} l = \{18 \cdot \overline{17} \cdot \overline{1} \cdot 8\} = -\frac{2R}{2} \frac{9}{8} \frac{1}{r} *$;
 m ist $\infty P 2 \{11\overline{2}0\}$, r ist $-2R \{02\overline{2}1\}$.

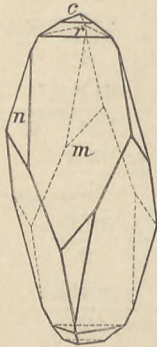


Fig. 160.

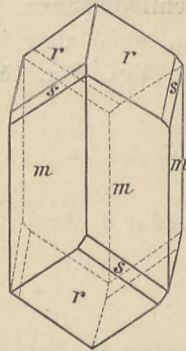


Fig. 161.

12. Trapezoedrisch-tetartoedrische Abtheilung.

(Trigonal-trapezoedrische Classe.)

Lässt man für die Formen der rhomboedrischen Hemiedrie die noch vorhandenen drei Symmetrieebenen in Wegfall kommen, so entstehen tetartoedrische Formen mit

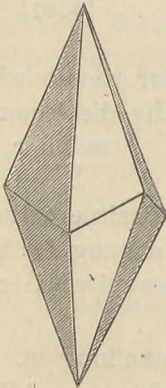


Fig. 162.

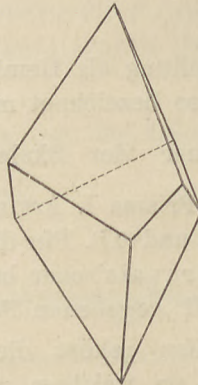


Fig. 163.

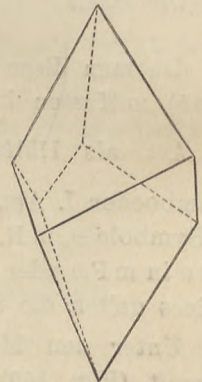


Fig. 164.

4 Symmetrieaxen, nämlich eine dreizählige, die krystallographische Hauptaxe, und 3 zweizählige polare, die krystallographischen Nebenaxen.

*) Früher als $2R \frac{7}{6}$ bezeichnet. Wenn man die Fläche von $-2R$ auf sich zurichtet, liegt bei der für die Figur gewählten Stellung die Fläche s rechts, vertauscht man die Pole oben und unten, so liegt sie links.

Jedes der beiden aus der dihexagonalen Pyramide abgeleiteten Skalenoeder $\left(+\frac{mPn}{2} \right.$ und $\left. -\frac{mPn}{2} \right)$ liefert zwei enantiomorphe trigonale Trapezoeder (Fig. 162 bis 164), welche als linkes und rechtes unterschieden werden. Die Trapezoeder sind von 6 gleichen Trapezen begrenzt, welche sich in 6 gleichen Polkanten und in 3 schärferen und 3 stumpferen im Zickzack auf- und absteigenden Mittelkanten schneiden. Die Ecken sind 2 dreikantige Polecken und 6 $1+1+1$ kantige Mittelecken. Die Hauptaxe verbindet die Polecken, die Austrittspunkte der Nebenaxen liegen in den Mittelkanten. Die Bezeichnung ist

$$\left\{ \begin{array}{l} +\frac{mPn}{4} r \{k i \bar{h} l\} \text{ und } +\frac{mPn}{4} l \{h \bar{i} k l\}^* \\ -\frac{mPn}{4} r \{i k \bar{h} l\} \text{ und } -\frac{mPn}{4} l \{h \bar{k} \bar{i} l\} \end{array} \right.$$

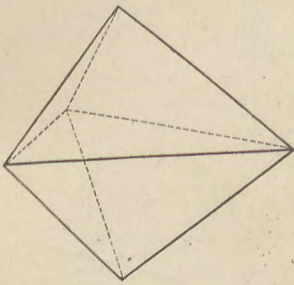


Fig. 165.

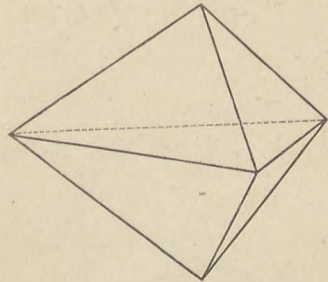


Fig. 166.

Die aus der hexagonalen Pyramide I. Art entstehenden Rhomboeder $+\frac{mP}{2}$ ($+mR$) und $-\frac{mP}{2}$ ($-mR$) bleiben unverändert.

Aus jeder hexagonalen Pyramide II. Art entstehen zwei trigonale Pyramiden II. Art (Fig. 165 und 166), welche als rechte $\frac{mP^2}{2} r \{h.h.\bar{2}h.l\}$ und linke $\frac{mP^2}{2} l \{2h.\bar{h}.\bar{h}.l\}$ unterschieden werden. Die Stellung derselben zu den Nebenaxen ist aus dem Querschnitt Fig. 167 zu ersehen. Die dihexagonalen Prismen ergeben je zwei ditrigonale Prismen (Fig. 168), deren Flächen, wie aus Fig. 169**) ersichtlich, so liegen, dass die Nebenaxen durch

*) Zur Unterscheidung von anderen Abtheilungen setzt man πr vor die Bravais'schen Symbole.

**) Dem in Fig. 168 gezeichneten Prisma entspricht der gestrichelte Querschnitt, dessen Symbol $\{k i \bar{h} 0\}$ ist.

die Kanten gehen. Die Bezeichnung ist $\frac{\infty P n}{2} r \{k i \bar{h} 0\}$ und $\frac{\infty P n}{2} l \{h \bar{i} k 0\}$.

Das hexagonale Prisma I. Art $\infty P (\infty R)$ bleibt unverändert.

Das hexagonale Prisma II. Art liefert, entsprechend der Pyramide II. Art, zwei trigonale Prismen II. Art (Fig. 170) $\frac{\infty P 2}{2} r \{1 1 \bar{2} 0\}$ und $\frac{\infty P 2}{2} l \{2 \bar{1} \bar{1} 0\}$.

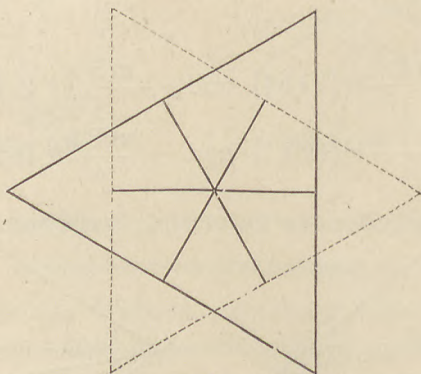


Fig. 167.

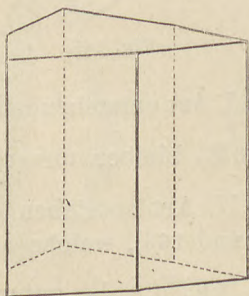


Fig. 168.

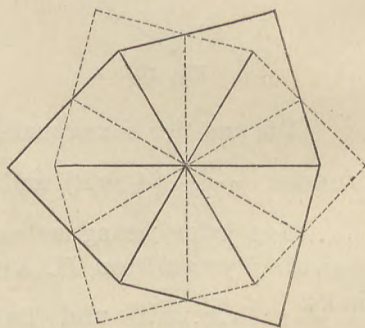


Fig. 169.

Die Basis bleibt unverändert.

Dieser Symmetrieclasse gehört u. A. der Quarz an. Es kommen sowohl Krystalle mit positiven rechten*) Fig. 172 als auch solche mit positiven linken**) (Fig. 171) Trapezoedern vor, welche sich

*) Und daneben mitunter auch negativen linken.

**) Und daneben mitunter auch negativen rechten.

auch physikalisch dadurch unterscheiden, dass die ersteren die Polarisationssebene des Lichtes nach rechts, die anderen dieselbe nach links drehen. In den Figuren bedeutet r das Grundrhomboeder $+ R \{10\bar{1}1\}$, $r' = -R \{01\bar{1}1\}$, $m = \infty R \{10\bar{1}0\}$. s ist die trigonale Pyramide $\frac{2P}{2} r \{11\bar{2}1\}$ beziehungsweise $\frac{2P}{2} l \{2\bar{1}\bar{1}1\}$, x das positive Trapezoeder $+\frac{6P}{4} r \{51\bar{6}1\}$ beziehungsweise $+\frac{6P}{4} l$

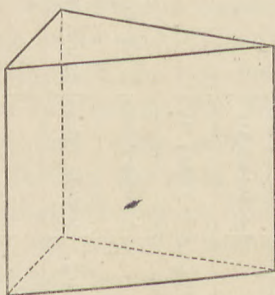


Fig. 170.

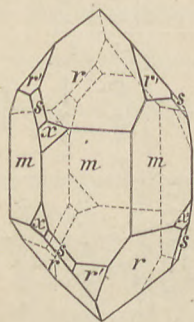


Fig. 171.

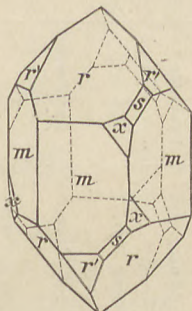


Fig. 172.

$\{6\bar{1}\bar{5}1\}$. Die rechte Pyramide und das rechte positive Trapezoeder treten nur an rechts drehenden Krystallen auf. Die Flächen derselben liegen in diesem Falle bei der üblichen Aufstellung der Krystalle rechts neben beziehungsweise unter den Flächen von $+ R$, s liegt rechts über x . Mitunter zeigt die Fläche s eine parallel der Combinationskante rs , d. h. bei rechten Krystallen von links unten nach rechts oben, verlaufende Streifung. Bei links drehenden Krystallen liegt x links unter r , s nach links über x , die Streifung auf s verläuft von rechts unten nach links oben.

Hexagonales System: Uebersicht.

Drei gleiche in einer Ebene liegende Axen schneiden sich unter 60° , eine dritte ungleichwerthige steht senkrecht darauf.

	S. E.	S. A.	C.	Formen*)						
1. Holoedrie.	7(1+6)	$7 \begin{cases} 1 \blacklozenge \\ 3+3 \bullet \end{cases}$	+	dihexag. Pyr.	Pyramide I.	Pyramide II.	dihex. Prisma	Prisma I.	Prisma II.	Basis
2. Hemimorph. d. Holoedrie.	6	$1 \blacklozenge p.$	-	dihex. Pyr. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	Pyr. I. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	Pyr. II. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$				Basis $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$
3. Rhomboedr. Hemiedrie	3	$4 \begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet \end{cases}$	+	\pm Skalenoeder	\pm Rhomboeder					
4. Pyramidale Hemiedrie	1	$1 \blacklozenge$	+	\pm Pyr. III.			\pm Prisma III.			
5. Hemimorphie d. pyr. Hem.	-	$1 \blacklozenge p.$	-	\pm Pyr III. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	Pyr. I. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	Pyr. II. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	\pm Prisma III.			Basis $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$
6. Trigonale Hemiedrie	4(1+3)	$7 \begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet \end{cases}$	-	\pm ditrig. Pyr.	\pm trig. Pyr. I.		\pm ditrig. Prisma	\pm trig. Pris. I.		
7. Hemimorphie d. trig. Hem.	3	$1 \blacktriangle p.$	-	\pm ditrig. Pyr. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	\pm trig. Pyr. I. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	Pyr. II. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	\pm ditrig. Prisma	\pm trig. Pris. I.		Basis $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$
8. Trapez. Hem.	-	$7 \begin{cases} 1 \blacklozenge \\ 3+3 \bullet \end{cases}$	-	hexag. Trapezoeder r. l.						
9. Trigonale Tetartoedrie	1	$1 \blacktriangle$	-	\pm trig. Pyr. III. $\begin{smallmatrix} r & 1 \\ 1 & r \end{smallmatrix}$	\pm trig. Pyr. I.	\pm trig. Pyr. II.	\pm trig. Pris. III $\begin{smallmatrix} r & 1 \\ 1 & r \end{smallmatrix}$	\pm trig. Pris. I.	\pm trig. Pris. II.	
10. Ogdoedrie	-	$1 \blacktriangle p.$	-	\pm trig. Pyr. III. $\begin{smallmatrix} r & 1 \\ 1 & r \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	\pm trig. Pyr. I. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	\pm trig. P. II. $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$	\pm trig. Pris. III $\begin{smallmatrix} r & 1 \\ 1 & r \end{smallmatrix}$	\pm trig. Pris. I.	\pm trig. Pris. II.	Basis $\begin{smallmatrix} o \\ u \end{smallmatrix}$
11. Rhomboedr. Tetartoedrie.	-	$1 \blacktriangle$	-	\pm Rhomb. III $\begin{smallmatrix} r & 1 \\ 1 & r \end{smallmatrix}$	\pm Rhomb. I.	\pm Rhomb. II.	hexag. Pris. III $\begin{smallmatrix} r & 1 \\ 1 & r \end{smallmatrix}$			
12. Trapezoedr. Tetartoedrie	-	$4 \begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet p. \end{cases}$	-	\pm trig. Trapezoeder r. l.	\pm Rhomb. I.	trig. P. II r. l.	r. l. ditrig. Prisma II.		r. l. trig. Pris. II.	

*) In den Abtheilungen 2 bis 12 sind nur die Formen angeführt, welche morphologisch von den holoedrischen abweichen.

Das rhombische System.

Das rhombische System umfasst alle diejenigen Formen, welche sich beziehen lassen auf drei aufeinander senkrechte ungleichwerthige Axen. Man pflegt dies Axensystem (Fig. 173) so zu stellen, dass eine der Axen — die Verticalaxe c — senkrecht steht, und die beiden anderen horizontal sind*). Von letzteren wird diejenige, auf welcher die Grundform einen kürzeren Parameter abschneidet, die „Brachyaxe“ a , nach vorne gerichtet, während die andere, die „Makroaxe“ b , quer zum Beschauer verläuft. Bei Angabe des Axenverhältnisses wird $b = 1$ gesetzt, z. B. $a : b : c = 0.7622 : 1 : 1.2416$. In der Naumannschen Bezeichnung bezieht sich die vor das Zeichen der Grundform P gesetzte Zahl auf die Verticalaxe, die dahinter stehende auf eine der horizontalen Axen und zwar wird die Brachyaxe durch das Zeichen für kurz \checkmark , die Makroaxe durch das Zeichen für läng —, welches über das P oder über die hinter P stehende Zahl gesetzt wird, kenntlich gemacht.

1. Holoedrische Abtheilung.

(Rhombisch-bipyramidale Classe.)

Die Symmetrieelemente dieser Abtheilung sind:

3 Symmetrieebenen, welche aufeinander senkrecht stehen.

3 zweizählige Symmetrieaxen, welche sich unter rechten Winkeln schneiden; sie sind die Schnittlinien der Symmetrieebenen und die krystallographischen Axen.

Centrum der Symmetrie.

Die Grundform des Systems, deren Flächen die Axen in einfacher Entfernung schneiden, ist die rhombische Pyramide (Fig. 174), welche von acht ungleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Die Kanten kann man unterscheiden als Rand- oder Mittelkanten, deren 4 gleiche vorhanden sind, welche in einer Ebene liegen und einen Rhombus bilden, und acht Polkanten. Von diesen sind 4 stumpfere und 4 schärfere. Bei der gebräuchlichen Auf-

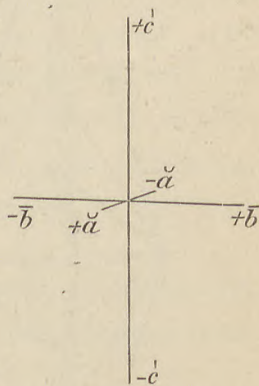


Fig. 173.

*) Eine Hauptaxe, wie im hexagonalen System gibt es hier nicht. Es ist vielmehr gleichgültig, welche der drei Axen man zur Verticalaxe nehmen will und es herrscht in Folge dessen in der Aufstellung der rhombischen Formen nicht immer die wünschenswerthe Einheitlichkeit.

stellung liegen diese stumpferen Kanten vorn. Die 6 Ecken sind rhombische, d. h. 2 + 2 kantige vierflächige Ecken, von denen immer je zwei einander gegenüberliegende gleich sind. Die Axen verbinden die Ecken. Die Bezeichnung ist $(a : b : c)$ beziehungsweise P beziehungsweise $\{111\}$. Von der Pyramide P lassen sich nun wie im hexagonalen und tetragonalen System eine Reihe von anderen Pyramiden ableiten, deren Verticalaxe in einem rationalen Verhältniss zu der der primären Pyramide steht. Z. B.

$$(a : b : 2c) = 2P \text{ oder } (a : b : \frac{1}{2}c) = \frac{1}{2}P$$

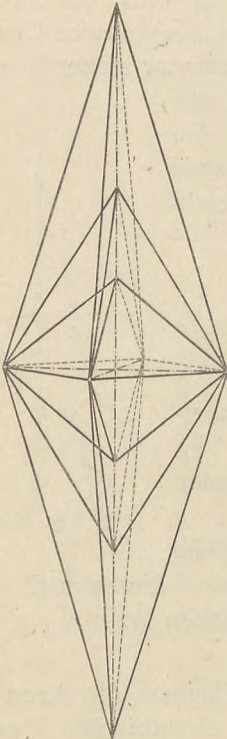


Fig. 175.

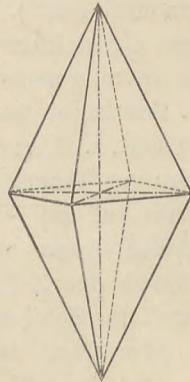


Fig. 174.

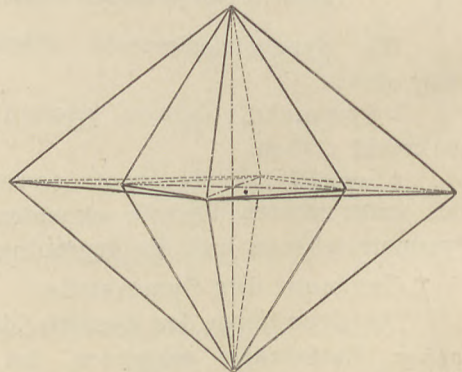


Fig. 176.

Fig. 175 u. dergl. Man nennt diese abgeleiteten Pyramiden die Pyramiden der verticalen Reihe. Was aber für die Verticalaxe gilt, gilt in diesem System auch für die beiden horizontalen Axen. Es lassen sich also von der primären Pyramide $(a : b : c)$ auch solche ableiten mit grösserer Makroaxe z. B. $(a : 2b : c)$ (Fig. 176) allgemein $(a : nb : c)$, welche man Pyramiden der makrodiagonalen Reihe oder Makropyramiden nennt, und solche mit dem Zeichen

(2 a : b : c), od. dgl., welche als Pyramiden der brachydiagonalen Reihe oder Brachypyramiden bezeichnet werden. Es ist ohne Weiteres einleuchtend, dass, was für die primäre Pyramide gilt, auch auf jede abgeleitete Pyramide anwendbar ist, und dass also z. B. von einer Pyramide (a : b : 2 c) wieder Pyramiden der makrodiagonalen z. B. (a : 2 b : 2 c) und auch der brachydiagonalen Reihe z. B. (2 a : b : 2 c) sich ableiten lassen. Die Naumann'sche Bezeichnungsweise für die abgeleiteten Pyramiden der verticalen Reihe ist, analog der Bezeichnung in den übrigen Systemen, allgemein m P, wobei m den Ableitungscoefficienten für die Verticalaxe darstellt. Z. B. (a : b : 2 c) = 2 P. Das Miller'sche Zeichen ist {h h l}, da die beiden ersten Indices in demselben Verhältniss (1 : 1) stehen müssen, wie bei der primären

Pyramide {111}. $\frac{h}{1}$ ist = m im Naumann'schen Zeichen, also 2 P = {221} und (a : b : $\frac{1}{2}$ c) = $\frac{1}{2}$ P = {112}. Für die Bezeichnung der Brachypyramiden ist das allgemeine Zeichen nach Naumann m \check{P} n, für die Makropyramiden m \bar{P} n. Dabei ist n immer grösser als 1, z. B. (2 a : b : c) = \check{P} 2, (a : 2 b : c) = \bar{P} 2, der Ausdruck ($\frac{1}{2}$ a : b : c) allgemein ($\frac{1}{n}$ a : b : c) wird durch Multiplication auf ganze Zahlen gebracht, so dass es nicht heisst \check{P} $\frac{1}{2}$ (\check{P} $\frac{1}{n}$) sondern (a : 2 b : 2 c) = 2 \bar{P} 2 (n \bar{P} n), was offenbar das gleiche ist.

In der Miller'schen Bezeichnungsweise sind die Brachypyramiden {k h l}, worin h > k und n = $\frac{h}{k}$, die Makropyramiden {h k l} worin h > k und n = $\frac{h}{k}$

z. B. (a : 2 b : c) = \bar{P} 2 = {212}, (a : 3 b : 2 c) = 2 \bar{P} 3 = {623}

(2 a : b : c) = \check{P} 2 = {122}, (3 a : b : 2 c) = 2 \check{P} 3 = {263}

Als Grenzform der Pyramiden der verticalen Reihe erscheint ein verticales Prisma (Fig. 177), wenn der Ableitungscoefficient m = ∞ wird. Dasselbe wird von 4 Flächen begrenzt, ist nach oben und unten offen, der Querschnitt ist ein Rhombus. Beim primären Prisma (a : b : ∞ c) = ∞ P = {110} ist die stumpfe Kante vorn. Von diesem primären Prisma leiten sich ab Makroprismen (a : n b : ∞ c) = ∞ \bar{P} n = {h k 0}, wobei h > k, n = $\frac{h}{k}$ > 1 z. B. (a : 2 b : ∞ c) = ∞ \bar{P} 2 = {210}; (a : $\frac{3}{2}$ b : ∞ c) = ∞ \bar{P} $\frac{3}{2}$ = {320} und Brachyprismen: (n a : b : ∞ c) = ∞ \check{P} n = {k h 0}, wobei h > k, n = $\frac{h}{k}$ > 1 z. B. (2 a : b : ∞ c) = ∞ \check{P} 2 = {120}; ($\frac{3}{2}$ a : b : ∞ c) = ∞ \check{P} $\frac{3}{2}$ = {230}.

In analoger Weise treten als Grenzformen der Pyramiden der makrodiagonalen Reihe Prismen auf, deren Flächen der Makroaxe parallel sind. Man bezeichnet ein derartiges Prisma als Makrodoma (Fig. 178.) Die Bezeichnung desselben ist $(a : \infty b : c) = \bar{P} \infty = \{101\}$. Von diesem primären Makrodoma lassen sich andere ableiten, deren Flächen die Axen a und c in verschiedener Entfernung schneiden. Herkömmlicherweise lässt man die a -Axe unverändert und setzt den Ableitungscoefficienten an die c -Axe. Also z. B. $(a : \infty b : 2c) = 2\bar{P} \infty = \{201\}$ oder $(a : \infty b : \frac{1}{2}c) = \frac{1}{2}\bar{P} \infty = \{102\}$ und allgemein: $(a : \infty b : mc) = m\bar{P} \infty = \{h01\}$, wobei $m = \frac{h}{l} \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 1$.

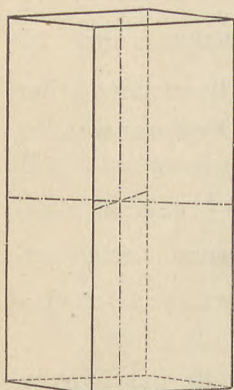


Fig. 177.

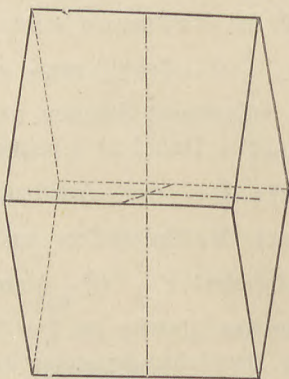


Fig. 178.

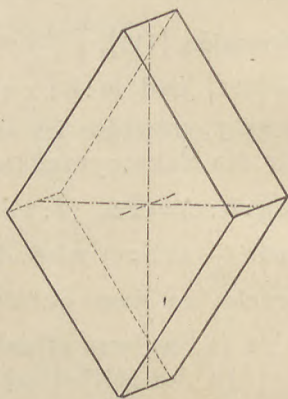


Fig. 179.

Die Grenzform der Brachypyramiden $\check{P}n$ ist das Brachydoma (Fig. 179) $(\infty a : b : c) = \check{P} \infty = \{011\}$, ein Prisma, welches der Brachyaxe parallel geht. Die Bezeichnung für die abgeleiteten Formen ist dann, entsprechend dem oben Ausgeführten

$$(\infty a : b : mc) = m\check{P} \infty = \{0h1\}, \text{ wobei } m = \frac{h}{l} \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} 1, \text{ also z. B.}$$

$$(\infty a : b : 2c) = 2\check{P} \infty = \{021\} \text{ oder } (\infty a : b : \frac{1}{2}c) = \frac{1}{2}\check{P} \infty = \{012\}.$$

Wird für ein verticales Brachyprisma $\infty \check{P}n = (na : b : \infty c)$ der Ableitungscoefficient n (oder für ein Brachydoma $m\check{P} \infty$ der Ableitungscoefficient m) $= \infty$, so fallen je zwei Flächen in eine zusammen, und es entsteht das Brachypinakoid, ein Flächenpaar, welches der Verticalaxe und der Brachyaxe parallel ist und senkrecht zur Makroaxe steht. Die Bezeichnung für diese Form ist $(\infty a : b : \infty c) = \infty \check{P} \infty = \{010\}$. Als offene Form kann das Brachypinakoid nur in Combinationen auftreten. In Fig. 178 sind es die beiden Flächen, welche das Makrodoma seitlich begrenzen.

Das Makropinakoid leitet sich in entsprechender Weise vom Makroprisma (beziehungsweise vom Makrodoma) ab. Es besteht aus einer Fläche nebst paralleler Gegenfläche, welche der Makroaxe und der Verticalaxe parallel sind. Die Bezeichnung ist $(a : \infty b : \infty c) = \infty \bar{P} \infty = \{100\}$. In Fig. 179 bildet es die vordere und hintere Begrenzungsfläche des Brachydomas.

Das basische Pinakoid oder die Basis geht den beiden horizontalen Axen parallel und lässt sich als Grenzform eines Domas auffassen. Die Bezeichnung für dieses Flächenpaar ist wie in den anderen Systemen $(\infty a : \infty b : c) = 0 P = \{001\}$. Es schliesst das verticale Prisma (Fig. 177) oben und unten ab.

Der Zonenzusammenhang dieser verschiedenen Formen erhellt aus folgenden Schema:

$0 P$	$0 P$	$0 P$	$0 P$	$0 P$
$\frac{1}{m} \check{P} \infty$	$\frac{1}{m} \check{P} n$	$\frac{1}{m} P$	$\frac{1}{m} \bar{P} n$	$\frac{1}{m} \bar{P} \infty$
$\check{P} \infty$	$\check{P} n$	P	$\bar{P} n$	$\bar{P} \infty$
$m \check{P} \infty$	$m \check{P} n$	$m P$	$m \bar{P} n$	$m \bar{P} \infty$
$\infty \check{P} \infty$	$\infty \check{P} n$	∞P	$\infty \bar{P} n$	$\infty \bar{P} \infty$

Einige Combinationen dieser Abtheilung: Fig. 180 (Aragonit): $m = \infty P \{110\}$, $b = \infty \check{P} \infty \{010\}$, $k = \check{P} \infty \{011\}$; Fig. 181 (Brookit): $p = \infty P \{110\}$, $e = \check{P} 2 \{122\}$; Fig. 182 (Schwefel): $P = P \{111\}$, $s = \frac{1}{3} P \{113\}$, $n = \check{P} \infty \{011\}$, $c = 0 P \{001\}$; Fig. 183 (Topas): $M = \infty P \{110\}$, $l = \infty \check{P} 2 \{120\}$, $n = 2 \check{P} \infty \{021\}$, $o = P \{111\}$; Fig. 184 (Kupferglanz): $c = 0 P \{001\}$, $z = \frac{1}{3} P \{113\}$, $e = \frac{2}{3} \check{P} \infty \{023\}$, erinnert an hexagonale Formen; Fig. 185 (Baryt): $m = \infty P \{110\}$, $d = \frac{1}{2} \bar{P} \infty \{102\}$ und die Basis; Fig. 186 (Olivin): $a = \infty \bar{P} \infty \{100\}$, $b = \infty \check{P} \infty \{010\}$, $c = 0 P \{001\}$, $m = \infty P \{110\}$, $d = \bar{P} \infty \{101\}$, $n = 2 \check{P} \infty \{021\}$, $o = P \{111\}$.

Als allgemeine Regeln für die Bestimmung der Combinationen sind anzuführen: Die Pinakoide stumpfen die Ecken der Pyramiden und die Kanten der Prismen (beziehungsweise Domen) gerade ab.

Die Prismen stumpfen die Randkanten der Pyramiden gerade ab, wenn sie gleiches n haben, die Domen stumpfen die entsprechend gelegenen Polkanten der Pyramiden gerade ab, wenn der Coëfficient m für beide gleich ist. Pyramiden mit gleichem n bilden horizontale Combinationskanten.

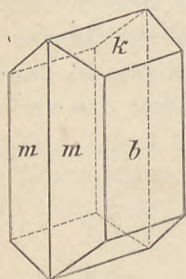


Fig. 180.

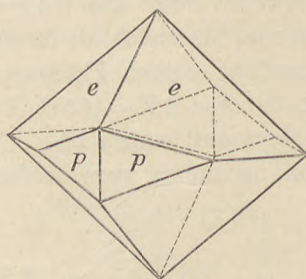


Fig. 181.

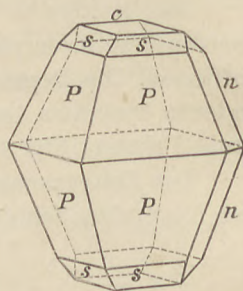


Fig. 182.

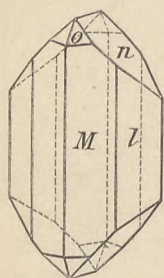


Fig. 183.

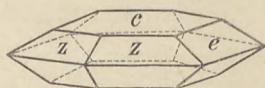


Fig. 184.

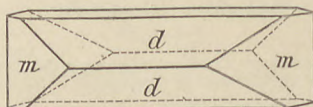


Fig. 185.

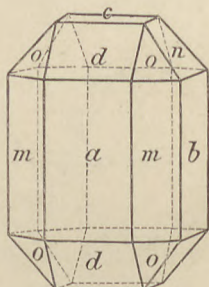


Fig. 186.

2. Hemimorphie.

(Rhombisch-pyramidale Classe.)

Da jede der drei Symmetrieaxen der holoedriscen Abtheilung eine singuläre Axe ist, so kann die Hemimorphie an jeder derselben zum Ausdruck kommen. Die Symmetrieelemente dieser Classe sind:

- 2 Symmetrieebenen, welche zu einander rechtwinklig stehen,
- 1 zweizählige polare Symmetrieaxe, welche die Schnittlinie der beiden Symmetrieebenen darstellt.

Man wählt die polare Axe gewöhnlich als Verticalaxe. Dann zerfallen die holoedriscen Pyramide, die Domen und die Basis in je eine obere und eine untere, von einander unabhängige Hälfte. Die verticalen Prismen (∞P , $\infty \check{P} n$, $\infty \bar{P} n$) und die verticalen Pi-

nakoide — das Makro- und Brachypinakoid — ändern ihre Form nicht. Dieser Classe gehört u. A. das Kieselzinkerz an, von welchem Fig. 187 die Combination $\infty P(g) \cdot \infty \check{P}(b)$ mit $0P(c) \cdot 3\bar{P}(p) \cdot 3\check{P}(m)$ oben und $2\check{P}2(s)$ unten darstellt. In Fig. 188 treten zu diesen Formen noch $\infty \check{P}(a)$, und am oberen Ende $\bar{P}(o)$ und $\check{P}(r)$ hinzu.

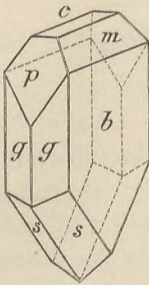


Fig. 187.

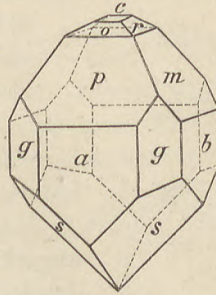


Fig. 188.

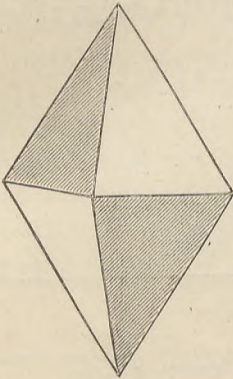


Fig. 189.

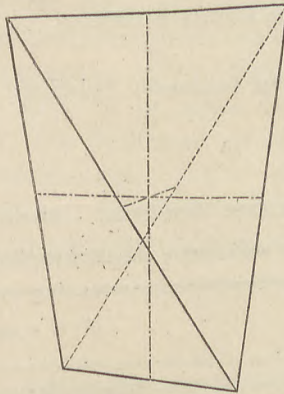


Fig. 190.

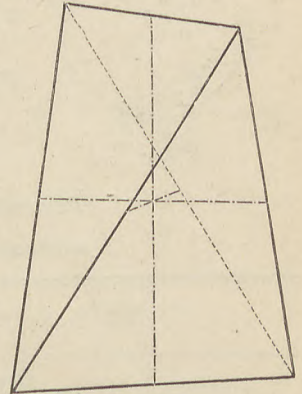


Fig. 191.

3. Hemiedrische Abtheilung.

(Rhombisch-bisphenoidische Classe.)

Hemiedrische Formen entstehen, wenn die Symmetrieebenen wegfallen. Die Symmetrieelemente der neuen Formen sind:

3 zweizählige Symmetrieaxen, welche aufeinander senkrecht stehen und mit den krystallographischen Axen zusammenfallen.

Morphologisch neue Formen liefern nur die rhombischen Pyramiden, welche in zwei rhombische Sphenoide (Fig. 189, 190, 191) zerfallen. Diese rhombischen Sphenoide sind den tetragonalen ähnlich, unterscheiden sich aber dadurch von ihnen, dass sie nicht von gleichschenkeligen, sondern von ungleichseitigen Dreiecken begrenzt sind,

dass ihre horizontalen Polkanten nicht senkrecht aufeinander stehen, sondern sich unter schiefen Winkeln kreuzen, und dass die Mittelkanten nicht alle gleich sind, sondern immer nur zwei gegenüberliegende. Da die Sphenoiden keine Symmetrieebene besitzen, so sind sie enantiomorphe Formen, welche durch Drehung nicht miteinander zur Deckung zu bringen sind. Man unterscheidet dieselben also als rechtes und linkes Sphenoid und bezeichnet sie demgemäss als

$$\frac{mP}{2} r = z \{h k l\} \quad \text{und} \quad \frac{mP}{2} l = z \{h \bar{k} l\}. \quad (\text{beziehungsweise } \frac{m\bar{P}n}{2} r, \text{ und } \frac{m\bar{P}n}{2} r, l).$$

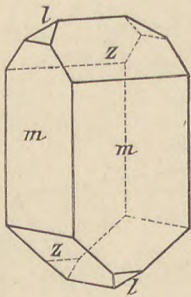


Fig. 192.

Die anderen holoedrischen Formen erleiden keine äusserliche Veränderung.

Als Beispiel diene die hierneben (Fig. 192) abgebildete Combination des Bittersalzes: m ist das Prisma ∞P , dessen Kante nahezu 90° hat, z das rechte Sphenoid $\frac{P}{2} r \{111\}$, l das in vielen Fällen fehlende Sphenoid $\frac{P}{2} l \{1\bar{1}1\}$.

Rhombisches System: Uebersicht.

3 aufeinander senkrechte ungleichwerthige Axen.

	S.E.	S. A.	C	F o r m e n						
				Pyramiden	Prismen	Brachydomen	Makrodomen	Brachypinakoid	Makropinakoid	Basis
1. Holoedrie	3	3 ●	+	Pyramiden	Prismen	Brachydomen	Makrodomen	Brachypinakoid	Makropinakoid	Basis
2. Hemimorphie	2	1 ● p.	-	Pyr. ^o _u		Brachydomen ^o _u	Makrodomen ^o _u			Basis ^o _u
3. Hemiedrie	—	3 ●	-	Sphenoiden r, l						

Das monokline System.

Das monokline System umfasst diejenigen Formen, die sich beziehen lassen auf ein Axensystem, welches besteht aus zwei ungleichwerthigen Axen, die sich unter schiefem Winkel schneiden, und einer dritten, welche rechtwinkelig auf den beiden ersten steht. Die letztere nennt man die Orthoaxe oder Orthodiagonale. Man

pflegt das Axensystem (Fig. 193) so zu stellen, dass die Orthoaxe (b) quer und horizontal läuft. Von den beiden anderen stellt man eine vertical und bezeichnet sie als Verticalaxe (c) und die andere, die man dann Klinoaxe (a) nennt, so, dass sie nach vorn abwärts gerichtet ist. Der Winkel, welchen die beiden schiefen Axen miteinander einschliessen, wird β genannt und muss, da er für verschiedene Substanzen verschieden ist, jedesmal bei der Beschreibung angegeben werden.

Da man zur Orthoaxe die Symmetrieaxe wählt, ist deren Lage gegeben, die beiden schiefen Axen werden durch willkürlich gewählte Krystallkanten, welche zur Orthoaxe senkrecht stehen, gebildet. In der Naumann'schen Bezeichnungsweise wird der Ableitungscoefficient, welcher sich auf die Verticalaxe bezieht, vor das Zeichen der Grundform P gesetzt, derjenige, der sich auf eine der beiden anderen bezieht, dahinter. Um auszudrücken, dass derselbe sich auf die Klino- oder auf die Orthoaxe bezieht, durchstreicht man im ersteren Falle das P schief, im anderen gerade: mPn heisst: die verticale c-Axe wird in m-facher, die Klinoaxe in n-facher, die Orthoaxe in einfacher Entfernung geschnitten. $m\overline{P}n$: die c-Axe wird in m-facher, die Orthoaxe in n-facher, die Klinoaxe in einfacher Entfernung geschnitten.

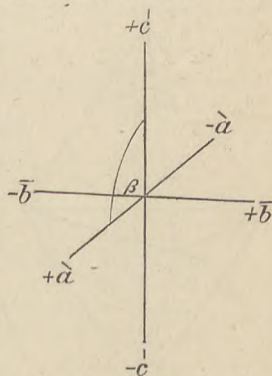


Fig. 193.

1. Holoedrische Abtheilung.

(Prismatische Classe.)

Die Symmetrieelemente sind:

1 Symmetrieebene;

1 zweizählige Symmetrieaxe, welche auf der Symmetrieebene senkrecht steht, und mit der krystallographischen Orthoaxe zusammenfällt.

Centrum der Symmetrie.

Die Grundform dieser Abtheilung, d. h. der Complex derjenigen Flächen, welche die drei Axen in einfacher Entfernung schneiden, ist eine Pyramide (Fig. 194), welche sich von der rhombischen äusserlich zunächst dadurch unterscheidet, dass ihre Randkanten nicht in einer zur Verticalaxe senkrechten Ebene liegen, sondern in einer, welche, entsprechend der Neigung der Klinoaxe,

schief dazu ist. Ferner ist diese Pyramide nicht eine einfache Form, sondern eine Combination. Die Symmetrieverhältnisse dieser Abtheilung erfordern nämlich zu einer Fläche $a:b:c$ (1) nur eine symmetrisch gelegene Fläche $a:-b:c$ (2) und für diese beiden die parallelen Gegenflächen. Es zerfällt also die (für das rhombische System) achtflächige Pyramide ($a:b:c$) in zwei vierflächige Hemipyramiden, welche von einander unabhängige selbstständige Formen darstellen. Die eine besteht aus den Flächen

$$\begin{aligned} 1 &= a : b : c &= 111 \\ 2 &= a : -b : c &= 1\bar{1}1 \\ 7 &= -a : -b : -c &= \bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ 8 &= -a : b : -c &= \bar{1}1\bar{1} \end{aligned}$$

Diese Hemipyramide, deren 4 Flächen im stumpfen Winkel β (vorn oben und hinten unten) liegen, bezeichnet Naumann — indem er umgekehrt wie Miller, die nach vorn verlaufende Richtung der a -Axe als negativ, die nach hinten verlaufende als positiv bezeichnet — als $-P$; das Miller'sche Symbol dafür ist $\{111\}$.

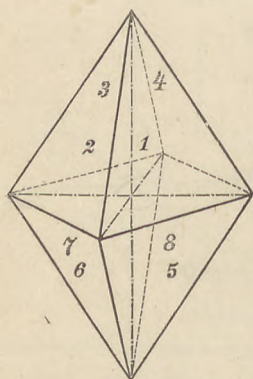


Fig. 194.

Die andere Hemipyramide $+P$ beziehungsweise $\{1\bar{1}\bar{1}\}$ wird gebildet von den Flächen, welche im spitzen Winkel β (hinten oben und vorn unten) liegen, nämlich

$$\begin{aligned} 3 &= -a : -b : c &= \bar{1}\bar{1}1 \\ 4 &= -a : b : c &= \bar{1}11 \\ 5 &= a : b : -c &= 11\bar{1} \\ 6 &= a : -b : -c &= 1\bar{1}\bar{1} \end{aligned}$$

Ebenso wie im rhombischen gibt es in diesem System abgeleitete Pyramiden und zwar solche der

verticalen Reihe mit dem allgemeinen Zeichen:

$$+mP\{h\ h\bar{1}\} \text{ und } -mP\{h\ h1\}$$

orthodiagonalen Reihe

$$+mPn\{h\ k\bar{1}\} \text{ und } -mPn\{h\ k1\}$$

klinodiagonalen Reihe

$$+mPn\{k\ h\bar{1}\} \text{ und } -mPn\{k\ h1\}$$

Hierbei ist im Miller'schen Symbol $\frac{h}{1} = m \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 1$; $h > k$ und $\frac{h}{k} = n > 1$.

Als Grenzform der Pyramiden der verticalen Reihe mP ist das (verticale) Prisma (Fig. 195) ∞P aufzufassen. Von dem primären Prisma ($a:b:\infty c$) $= \infty P = \{110\}$ leiten sich naturgemäss

Prismen der klinodiagonalen Reihe (Klinoprismen) ab, deren allgemeines Symbol $(n a : b : \infty c) = \infty P n = \{k h 0\}$ ist und Prismen der orthodiagonalen Reihe (Orthoprismen) mit dem allgemeinen Symbol $(a : n b : \infty c) = \infty P n = \{h k 0\}$. Diese Prismen bestehen aus vier zusammengehörigen Flächen, welche der c -Axe parallel sind.

Wird in den Klinopyramiden $m P n$ $n = \infty$, so entstehen die sogenannten Klinodomen (Fig. 196), welche aus vier zusammengehörigen Flächen, die der Klinoaxe parallel sind, bestehen. Ihre Bezeichnung ist allgemein $(\infty a : b : m c) = m P \infty = \{0 h l\}$.

Die Orthodomen (Fig. 197), welche die Grenzformen der Orthopyramiden darstellen, und deren Flächen der Orthoaxe parallel sind, zerfallen wieder, wie leicht verständlich, in zwei von einander unab-

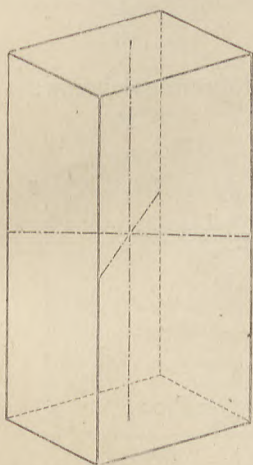


Fig. 195.

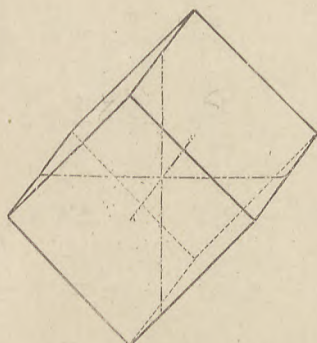


Fig. 196.

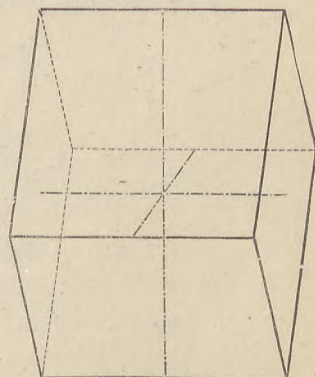


Fig. 197.

hängige Flächenpaare (Hemidomen), von denen das eine aus der Orthopyramide $+ m P n$ hervorgehend das Zeichen $+ m P \infty$ beziehungsweise $\{h 0 \bar{l}\}$ beziehungsweise $(a : \infty b : -m c)$ hat, während das andere entsprechend $- m P n$ als $- m P \infty = \{h 0 l\} = (a : \infty b : m c)$ bezeichnet wird.

Wie im rhombischen System gibt es drei Pinakoide, welche je ein paralleles Flächenpaar darstellen.

Das Orthopinakoid ist parallel der Orthoaxe und der Verticalaxe. Es wird bezeichnet $(a : \infty b : \infty c) = \infty P \infty = \{100\}$.

Das Klinopinakoid ist parallel der Verticalaxe und der Klinoaxe und entspricht der Symmetrieebene dieser Abtheilung. Es steht senkrecht zum Orthopinakoid und zu den Orthodomen. Es wird bezeichnet $(\infty a : b : \infty c) = \infty P \infty = \{010\}$.

Das basische Pinakoid (die Basis) ist parallel der Ortho- und der Klinoaxe. Es steht senkrecht zum Klinopinakoid und bildet mit dem Orthopinakoid den Winkel β . Die Bezeichnung ist $(\infty a : \infty b : c) = 0P = \{001\}$.

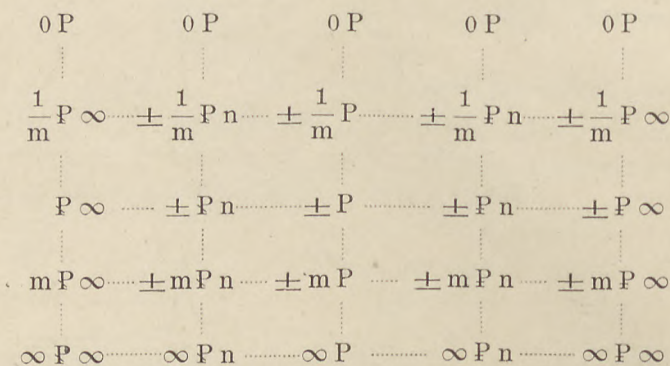
Mit Bezug auf die Axen lassen sich diese Formen unterscheiden als pyramidale, welche alle 3 Axen schneiden,
 prismatische, „ 2 „ „
 pinakoidale, „ 1 Axe „

Mit Bezug auf ihre Lage zur Symmetrieebene:

parallel der Symmetrieebene: das Klinopinakoid;
 senkrecht zur Symmetrieebene: die Basis, die Orthodomen, das Orthopinakoid;
 schief zur Symmetrieebene: die Pyramiden, die Prismen, die Klinodomen.

Sämmtliche Formen sind offene Formen.

Den Zonenzusammenhang veranschaulicht das folgende Schema:



Combinationsen: Das monokline System hat zahlreiche Vertreter. Von Mineralien seien als Beispiele genannt: Realgar, Gyps, Augit, Hornblende, Orthoklas. Die Combination Fig. 198 (Gyps) zeigt Prisma (m), Klinopinakoid (b) und die negative Pyramide (o). Fig. 199 stellt einen Krystall von Realgar dar. In der Zone der Verticalaxe treten ausser dem Klinopinakoid (b) das primäre Prisma (M) $\infty P = \{110\}$ und ein Orthoprisma (l) $\infty P 2 = \{210\}$, welches die vordere Kante des primären Prismas zuschärft, auf. Mit parallelen Kanten zwischen Basis (c) und Klinopinakoid liegt das Klinodoma (n) $P \infty \{011\}$, zwischen Basis und primärem Prisma hinten oben und vorn unten die Pyramide (s) $\pm P = \{11\bar{1}\}$.

Fig. 200 (Augit) zeigt in der verticalen Zone $\infty P \infty$ (a), $\infty P \infty$ (b) und ∞P (m), zwischen ∞P und $0P$ (c) vorn oben und

hinten unten die negative Pyramide (u) $-P \{111\}$ und vorn unten und hinten oben die abgeleitete positive Pyramide (o) $+2P \{2\bar{2}\bar{1}\}$. Die anderen Figuren 201, 202, 203 sind Formen, welche am Orthoklas häufig sind: $P = 0P$, $x = +P\infty$, $y = +2P\infty$, $l = \infty P$, $z = \infty P3$, $M = \infty P\infty$, $o = +P$ (mit parallelen Kanten zwischen $P\infty$ und $\infty P\infty$) und $n = 2P\infty$. Fig. 203 zeigt den Krystall Fig. 202 ohne die Form $+P\infty$ und nach der Klineaxe verlängert.

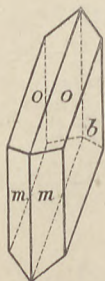


Fig. 198.

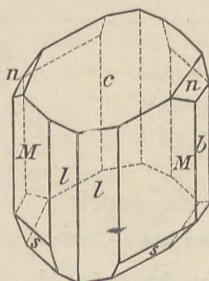


Fig. 199.

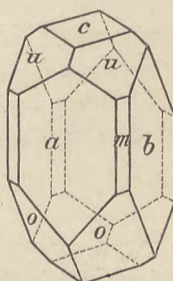


Fig. 200.

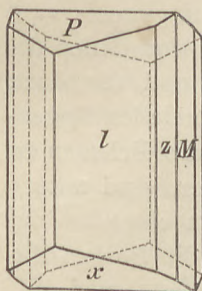


Fig. 201.

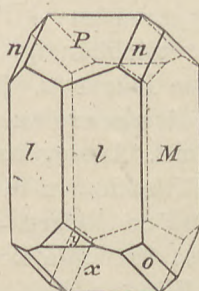


Fig. 202.

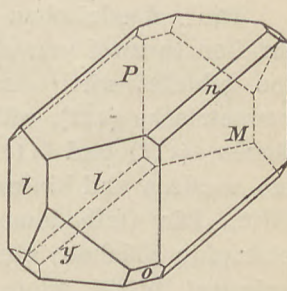


Fig. 203.

2. Hemimorphe.

(Sphenoidische Classe.)

Die monoklin holoedrischen Formen können hemimorph werden in Bezug auf die Symmetrieaxe, was einer Hemiedrie nach der Symmetrieebene entspricht. Es entstehen dann Formen mit einer polaren zweizähligen Symmetrieaxe.

Diejenigen Formen, welche auf der wegfallenden Symmetrieebene senkrecht stehen, die Basis, die Orthodomen und das Orthopinakoid, bleiben natürlich unverändert. Die übrigen, das Klinopinakoid, die Klinodomen, die Prismen und die Pyramiden zerfallen in eine rechte und eine linke Hälfte, welche von einander unabhängige selbstständige Formen sind (sogenannte Sphenoide vgl. S. 50, Anm.).

Das bekannteste Beispiel für diese Classe ist die Weinsäure (Fig. 204, 205). An der Rechtsweinsäure tritt das Klinodoma $q = P \infty \{011\}$ nur mit den beiden rechts gelegenen Flächen (011) und (01 $\bar{1}$) auf, an der Linksweinsäure sind nur die beiden linken Flächen des Klinodomas, (0 $\bar{1}$ 1) und (0 $\bar{1}\bar{1}$) vorhanden; die übrigen Formen sind $a = \infty P \infty \{100\}$, $c = 0 P \{001\}$, $r = - P \infty \{101\}$, $p = \infty P \{110\}$.

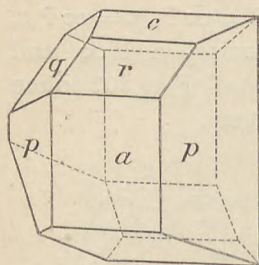


Fig. 204.

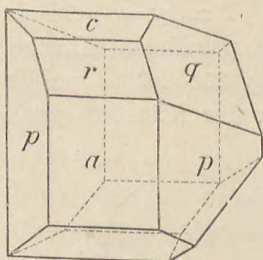


Fig. 205.

3. Hemiedrie.

(Domatische Classe.)

Diese Abtheilung ist charakterisirt durch

1 Symmetrieebene.

Die holoedrischen Hemipyramiden $+ P$ beziehungsweise $- P$ zerfallen in zwei von einander unabhängige Hälften, von denen die eine gebildet wird durch eine Fläche z. B. (111) und die dazu symmetrische ($1\bar{1}\bar{1}$), während die andere aus den parallelen Gegenflächen ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) und ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) besteht. Analog zerfallen die Prismen in eine vordere und hintere, die Klinodomen in eine obere und untere Hälfte. Die Orthodomen $\pm m P \infty$ liefern zwei von einander unabhängige Flächen; ebenso das Orthopinakoid und die Basis. Unverändert bleibt allein das Klinopinakoid, welches aus zwei, der Symmetrieebene parallelen Flächen besteht.

Beispiele für diese Symmetrieclassse liefern einige organische Substanzen.

Monoklines System: Uebersicht.

2 ungleichwerthige Axen schneiden sich unter schieferm Winkel, eine dritte ungleichwerthige steht rechtwinkelig darauf.

	S.E.	S.A.	C	Formen						
1. Holoedrie	1	1 ●	+	± Hemi- pyra- miden	Prismen	± Hemi- Ortho- dome	Klino- dome	Ortho- pinakoid	Klino- pinakoid	Basis
2. Hemimorphie	—	1 ● p.	—	r. u. l. Pyr. (Sphero- noid)	r. u. l. Prismen		r. u. l. Klino- dome		r. u. l. Klino- pinakoid	
3. Hemiedrie	1	—	—	± Pyra- miden ^o _u	Prismen ^o _{v. h.}	± Ortho- dome ^o _u	Klino- dome ^o _u	Ortho- pinakoid ^o _{v. h.}		Basis ^o _u

Das triklone System.

Das triklone System umfasst diejenigen Formen, welche sich beziehen lassen auf 3 ungleichwerthige Axen, die sich unter schiefen Winkeln schneiden. Da im triklinen System keine Symmetrieaxe mehr vorhanden ist, so wählt man drei beliebige Krystallkanten, welche aber nicht in einer Ebene gelegen sind, zu Axen.

Eine davon (c) stellt man vertical, (Fig. 206) von den beiden anderen stellt man die längere, die Makroaxe, ebenso wie im rhombischen System quer, die kürzere, die Brachyaxe, nach vorn. Den Winkel zwischen den Axen a und b bezeichnet man als γ , den zwischen b und c als α und den zwischen a und c als β .

Zur Bestimmung einer Krystallform ist ausser dem Axenverhältniss die Kenntniss dieser Winkel nöthig.

1. Holoedrische Abtheilung.

(Pinakoidale Classe.)

In dieser Abtheilung ist nur ein Centrum der Symmetrie vorhanden. Es besteht demnach eine Krystallform nur aus einer Fläche mit ihrer parallelen Gegenfläche. Nach ihrer Lage zu den Axen bezeichnet man als Pyramiden diejenigen Flächen, welche die drei Axen schneiden, als Prismen diejenigen, welche der Verticalaxe parallel sind und die beiden anderen Axen schneiden, als Makrodomen die der Makroaxe, als Brachydomen die der Brachyaxe parallelen prismatischen Formen und als Pinakoide diejenigen, welche zwei Axen parallel sind. Wie im rhombischen und monoklinen System, lassen sich primäre und abgeleitete Formen unterscheiden. Die Bezeichnung hat keine Schwierigkeiten für diejenigen Bezeichnungssysteme, welche die Flächen angeben. Diejenige Fläche, welche im oberen rechten Oktanten alle drei Axen in einfacher Entfernung schneidet, heisst nach Weiss $a:b:c$, nach Miller (111) und will man die ganze Form, d. h. die Fläche und ihre parallele Gegenfläche bezeichnen, so setzt man den Ausdruck in bekannter Weise in Klammer. In der Naumann'schen Bezeichnungsweise wird wieder von einer achtflächigen Grundform, einer Pyramide P ausgegangen. Diese zerfällt im triklinen System in vier von einander unabhängige

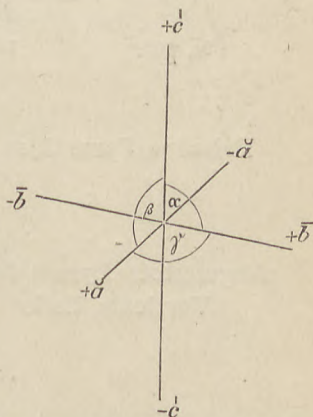


Fig. 206.

Viertel- oder Tetartopyramiden, von denen jede aus einem parallelen Flächenpaar besteht. Die Lage der einzelnen Tetartopyramiden wird durch einen neben das P gesetzten kurzen Strich angedeutet vgl. Fig. 207. P' bedeutet die obere rechte, 'P die obere

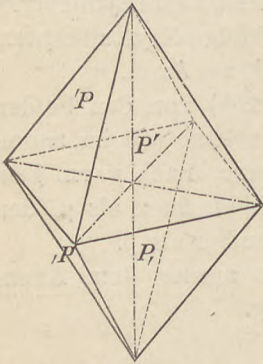


Fig. 207.

linke, P, die untere rechte, 'P die untere linke Tetartopyramide, d. h. das Flächenpaar, von welchem eine Fläche in der bezeichneten Stellung sich befindet. Analog zerfällt jedes Prisma in ein rechtes und ein linkes Hemiprisma, jedes Brachydoma in ein rechtes und ein linkes und jedes Makrodoma in ein oberes und ein unteres Hemidoma.

Das folgende Schema gibt eine Uebersicht der Formen und ihrer Bezeichnung:

Primäre Pyramiden	$\left\{ \begin{array}{l} P' = (a : b : c) = \{111\} \\ 'P = (a : -b : c) = \{1\bar{1}1\} \\ P, = (a : b : -c) = \{11\bar{1}\} \\ ,P = (a : -b : -c) = \{1\bar{1}\bar{1}\} \end{array} \right.$
Abgeleitete Pyramiden: Verticale Reihe	$\left\{ \begin{array}{l} m P' = (a : b : m c) = \{h h l\} \\ m 'P = (a : -b : m c) = \{h \bar{h} l\} \\ m P, = (a : b : -m c) = \{h h \bar{l}\} \\ m ,P = (a : -b : -m c) = \{h \bar{h} \bar{l}\} \end{array} \right.$
Makrodiagonale Reihe (h > k)	$\left\{ \begin{array}{l} m \bar{P}' n = (a : n b : m c) = \{h k l\} \\ m 'P n = (a : -n b : m c) = \{h \bar{k} l\} \\ m \bar{P}, n = (a : n b : -m c) = \{h k \bar{l}\} \\ m ,P n = (a : -n b : -m c) = \{h \bar{k} \bar{l}\} \end{array} \right.$
Brachydiagonale Reihe (h > k)	$\left\{ \begin{array}{l} m \check{P}' n = (n a : b : m c) = \{k h l\} \\ m 'P n = (n a : -b : m c) = \{k \bar{h} l\} \\ m \check{P}, n = (n a : b : -m c) = \{k h \bar{l}\} \\ m ,P n = (n a : -b : -m c) = \{k \bar{h} \bar{l}\} \end{array} \right.$
Prismen: primär	$\left\{ \begin{array}{l} \infty P' = (a : b : \infty c) = \{110\} \\ \infty 'P = (a : -b : \infty c) = \{1\bar{1}0\} \end{array} \right.$
Abgeleitete Prismen: (h > k) Makrodiagonale Reihe	$\left\{ \begin{array}{l} \infty \bar{P}' n = (a : n b : \infty c) = \{h k 0\} \\ \infty 'P n = (a : -n b : \infty c) = \{h \bar{k} 0\} \end{array} \right.$
Brachydiagonale Reihe	$\left\{ \begin{array}{l} \infty \check{P}' n = (n a : b : \infty c) = \{k h 0\} \\ \infty ,P n = (n a : -b : \infty c) = \{k \bar{h} 0\} \end{array} \right.$
Makrodoma	$\left\{ \begin{array}{l} m 'P \infty = (a : \infty b : m c) = \{h 0 l\} \\ m ,P \infty = (a : \infty b : -m c) = \{h 0 \bar{l}\} \end{array} \right.$

Brachydoma	$\left\{ \begin{array}{l} m, \check{P}' \infty = (\infty a : b : m c) = \{0 h l\} \\ m' \check{P}, \infty = (\infty a : -b : m c) = \{0 \bar{h} l\} \end{array} \right.$
Makropinakoid	$\infty \bar{P} \infty = (a : \infty b : \infty c) = \{100\}$
Brachypinakoid	$\infty \check{P} \infty = (\infty a : b : \infty c) = \{010\}$
Basis	$0 P \doteq (\infty a : \infty b : c) = \{001\}$

Der Zonenzusammenhang ergibt sich ohne Weiteres aus dem S. 91 für das rhombische System gegebenen Schema.

Einige Combinationen sind in den Fig. 208—210 dargestellt. Fig. 208 stellt einen Krystall von Kupfervitriol dar. Die Flächen a b c sind zu Axenebenen gewählt und stellen die Pinakoide $\infty \bar{P} \infty \{100\}$, $\infty \check{P} \infty \{010\}$ und $0 P \{001\}$ dar; p ist das rechte Hemiprisma $\infty P' \{110\}$, p' das linke $\infty 'P \{1\bar{1}0\}$, o die Tetartopyramide P, $\{11\bar{1}\}$. Am Axinit Fig. 209 treten bei der gewählten Aufstellung ein rechtes und ein linkes primäres Hemiprisma $\infty P' \{110\}$ und $\infty 'P \{1\bar{1}0\}$, ferner die rechte obere Tetartopyramide P' $\{111\}$ und die linke obere P $\{1\bar{1}1\}$

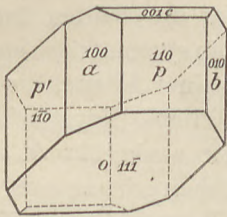


Fig. 208.

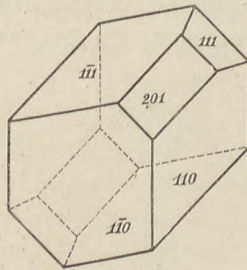


Fig. 209.

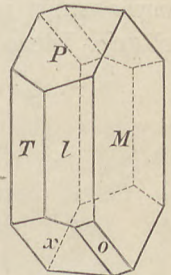


Fig. 210.

auf; in den Zonen $(1\bar{1}1) (110)$ und $(111) (1\bar{1}0)$ liegt das obere Makrodoma $2 \check{P}' \infty \{201\}$.

Fig. 210 endlich ist ein trikliner Feldspath (Plagioklas), welcher ähnlich ausgebildet ist, wie der monokline Orthoklas (Fig. 202 auf S. 99). Die Flächen P und M stehen aber nicht senkrecht auf einander, sondern bilden einen Winkel von ca. $93\frac{1}{2}^\circ$ mit einander. P ist $0 P \{001\}$, $M = \infty \check{P} \infty \{010\}$, $x = \infty \bar{P} \infty \{10\bar{1}\}$, l ist das Hemiprisma $\infty P' \{110\}$, $T = \infty 'P \{1\bar{1}0\}$, die Pyramide o ist als Tetartopyramide P, $\{11\bar{1}\}$ ausgebildet.

2. Hemiedrische Abtheilung.

(Asymmetrische Classe.)

In dieser Abtheilung fällt auch das Centrum der Symmetrie weg — es ist also gar kein Symmetrieelement mehr vorhanden. Die Folge davon ist, dass jede einzelne Fläche eine selbstständige,

von allen anderen unabhängige Form ist. Die achtflächige Grundpyramide würde als Combination von 8 Achtelpyramiden aufzufassen sein, das vierflächige Prisma als Combination von 4 Viertelprismen u. s. f. Zur Bezeichnung ist — da es sich um einzelne Flächen handelt, — die Miller'sche Methode am geeignetsten. Nach ihrer Lage zu den Axen kann man die Flächen — wie in den anderen Systemen — als pyramidale, prismatische und pinakoidale unterscheiden.

Vertreter dieser Abtheilung sind im Mineralreich bisher nicht bekannt. An künstlichen Krystallen wurde die vollständig asymmetrische Ausbildung mehrfach, zuerst 1862 von Seacchi am sauren weinsauren Strontium beobachtet.

Zwillingsverwachsungen.

Unter Zwillingsverwachsungen versteht man die regelmässige Verwachsung zweier gleicher Krystallindividuen in nicht paralleler Stellung. Diese Verwachsung findet gewöhnlich in der Weise statt,

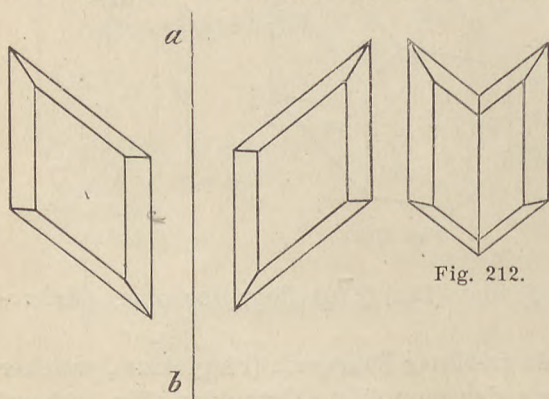


Fig. 211.

das die beiden Individuen symmetrisch stehen zu einer Ebene, die eine mögliche Krystallfläche oder senkrecht zu einer solchen oder zu einer krystallographischen Kante ist, und welche man als Zwillingssebene bezeichnet. Diese Zwillingssebene kann natürlich nicht einer Symmetrieebene des einzelnen

Fig. 212.

Krystalles entsprechen, da eine Verwachsung nach einer solchen eine parallele Aneinanderlagerung, Parallelverwachsung, zweier Krystalle darstellen würde. Die Figuren 211 und 212 sollen eine solche Zwillingsverwachsung veranschaulichen. Zwei monokline Gypskrystalle sind so miteinander verwachsen, dass sie symmetrisch sind zu der durch die Linie a b (Fig. 211) dargestellten Ebene des Orthopinakoids. Bei der Verwachsung pflegt gewöhnlich eine Verkürzung der beiden Individuen in der Richtung senkrecht zu der Zwillingssebene (Richtung der Zwillingsaxe) einzutreten, so dass der Zwilling das Aussehen wie in Fig. 212 erhält. Man kann dann den Zwillingskrystall aus dem einfachen Krystall auch auf die Weise

ableiten, dass man sich den letzteren nach der Zwillingssebene durchschnitten, und die eine Hälfte um die zur Zwillingssebene senkrechte Gerade, die sogenannte *Zwillingsaxe*, gegen die andere Hälfte um 180° gedreht denkt. Auf Grund dieser Ableitung nennt man die *Zwillingsaxe* auch *Axe der Hemitropie*. Die Verwachsung der beiden Individuen kann einmal so erfolgen, dass dieselben nebeneinander gelagert sind (Juxtapositions- oder Berührungszwillinge); häufig ist dann die Zwillingssebene zugleich die Verwachsungsfläche und beide Krystalle berühren sich in einer ebenen Fläche. In den meisten Fällen ist aber die Verwachsungsfläche sehr unregelmässig gestaltet; die auf den Krystallflächen oft deutlich sichtbare Grenze der beiden Krystalle, die *Zwillingsnaht*, verläuft dann nicht geradlinig, sondern unregelmässig, wie in Fig. 235 auf S. 110. Manchmal ist auch die Verwachsungsfläche eine zur Zwillingssebene senkrechte Ebene. Andererseits können die beiden Individuen vollständig durcheinander gewachsen sein, wie in Fig. 216 oder 233 auf S. 109 (Penetrations- oder Durchwachsungszwillinge). In der Regel beobachtet man an den Zwillingen einspringende Winkel. Verwachsungen von drei, vier etc. oder vielen Einzelkrystallen nennt man *Drillinge*, *Vierlinge* etc. oder *Viellinge* (polysynthetische Verwachsungen). Ausser den Zwillingen, welche eine Zwillingssebene besitzen, kommen noch solche vor, bei denen die Individuen nicht wie Bild und Spiegelbild gestellt sind; für diese lässt sich dann eine Gerade (*Zwillingsaxe*) angeben, welche für den Zwilling eine zweizählige Symmetrieaxe ist, wie das z. B. bei der Verwachsung zweier congruenter Quarzkrystalle (s. später) der Fall ist.

Man kann noch unterscheiden *Zwillinge*, bei welchen die Axensysteme der beiden Einzelkrystalle zu einander geneigt sind, wie das meist der Fall ist, und solche, bei welchen sie parallel sind. Letzteres kommt nur bei theilflächigen Formen vor. Oft stehen dann die Einzelkrystalle wie die correlaten Theilflächner; solche *Zwillinge* nennt man auch *Ergänzungszwillinge*.

Aus dem eben Gesagten geht hervor, dass durch *Zwillingsverwachsung* eine Erhöhung des Symmetriegrades stattfindet. So können z. B. durch Verwachsung mehrerer rhombischer Aragonitkrystalle Formen entstehen, welche hexagonalen Habitus besitzen. Man nennt solche Krystalle *mimetische Krystalle*, weil sie die Formen einer höheren Symmetrieclasse nachahmen. Unterstützt wird diese Nachahmung noch dadurch, dass schon die betreffenden Einzelkrystalle in ihrer Ausbildungsweise, "besonders in einzelnen Winkelwerthen, Aehnlichkeit mit Formen höherer Symmetrie zeigen, wie z. B. der Prismenwinkel des Aragonites nahe an 120° , dem für das hexagonale Prisma charakteristischen Winkel, liegt.

Beispiele einiger Zwillingbildungen.

Reguläres System. Das häufigste Zwillingsgesetz ist das, dass Zwillingsebene eine Oktaederfläche ist. Zwillingssaxe ist die darauf senkrechte dreizählige Symmetrieaxe. Fig. 213 zeigt einen solchen Zwilling, wie er z. B. am Spinell häufig beobachtet wird, weshalb man das Gesetz auch als Spinellgesetz bezeichnet. Es ist ein Berührungszwilling, Verwachsungsebene ist die Zwillingsebene, also die Oktaederfläche; sehr häufig sind die Krystalle nach dieser tafelförmig (Fig. 214). Sind die Oktaederecken dann noch durch die Würfel- flächen abgestumpft, so entstehen Tafeln von scheinbar hexagonalem Habitus und ohne einspringende Winkel, wie sie z. B. am Gold vorkommen. In den in Fig. 215 abgebildeten Flussspathzwillingen ist ebenfalls die Oktaederfläche Zwillingsebene, die Krystalle sind aber Durchdringungszwillinge, die Ecken des einen Würfels ragen mehr oder weniger aus den Flächen des anderen hervor (Fig. 216).

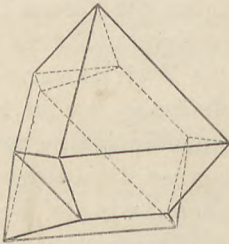


Fig. 213.

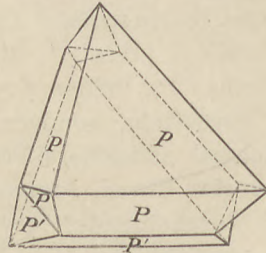


Fig. 214.

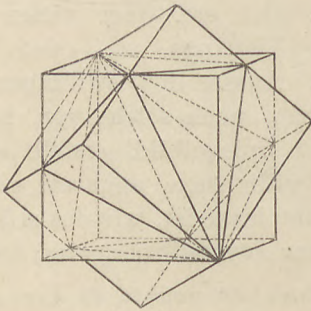


Fig. 215.

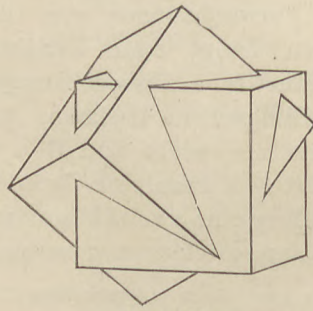


Fig. 216.

förmig (Fig. 214). Sind die Oktaederecken dann noch durch die Würfel- flächen abgestumpft, so entstehen Tafeln von scheinbar hexagonalem Habitus und ohne einspringende Winkel, wie sie z. B. am Gold vorkommen. In den in Fig. 215 abgebildeten Flussspathzwillingen ist ebenfalls die Oktaederfläche Zwillingsebene, die Krystalle sind aber Durchdringungszwillinge, die Ecken des einen Würfels ragen mehr oder weniger aus den Flächen des anderen hervor (Fig. 216).

In der tetraedrisch hemiedrischen Abtheilung sind die Durchwachsungszwillinge des Diamants zu erwähnen. Die beiden Tetraeder sind so durcheinander gewachsen, dass sie symmetrisch zu den Würfel- flächen stehen (Fig. 217); werden die Ecken durch die Flächen des Gegentetraeders abgestumpft, so entstehen Formen wie in Fig. 218, „Oktaeder mit gekerbten Kanten“. Zinkblendekrystalle, oktaederähn-

liche Combinationen aus $+\frac{O}{2}$ und $-\frac{O}{2}$ verwachsen anscheinend nach dem Spinellgesetz. Die Verwachsungsebene ist eine Oktaederfläche; da sich aber an derselben ein positives und ein negatives Tetraeder (o und o' Fig. 219) gegenüberliegen, so ist dieselbe nicht Symmetrieebene für den Zwilling; als Zwillingsebene ist vielmehr die darauf senkrechte Fläche von $2O2$ anzusehen, welche den Zwilling in zwei spiegelbildlich gleiche Hälften theilt. Dieselbe Fläche ist Zwillingsebene bei dem Fig. 220 dargestellten aus zwei Tetraedern bestehenden Durchwachsungszwilling des Fahlerzes.

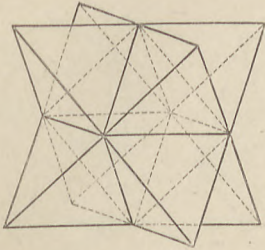


Fig. 217.

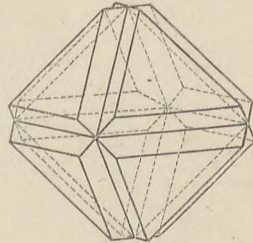


Fig. 218.

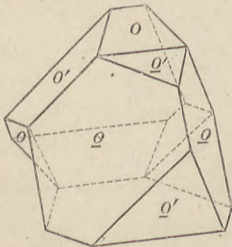


Fig. 219.

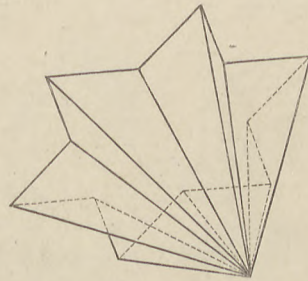


Fig. 220.

Fig. 221 stellt einen sogenannten Zwilling des eisernen Kreuzes vor. Er besteht aus zwei Pentagondodekaedern, welche so durcheinander gewachsen sind, dass die Fläche des Rhombendodekaeders, welche in der pentagonalen Hemiedrie nicht mehr Symmetrieebene ist, als Zwillingsebene angesehen werden kann. Diese Zwillingbildung tritt z. B. am Pyrit auf. Hierbei, wie beim Diamantzwilling, stehen die Axensysteme beider Individuen parallel und die Stellung der Einzelkrystalle entspricht der Stellung der correlaten Hemieder.

Tetraonales System. Am Zinnstein und Rutil kommen Zwillingverwachsungen vor, bei welchen die Fläche der primären Pyramide II. Ordnung $P \infty$ Zwillingsebene ist. Fig. 222 stellt einen Zinnsteinzwilling (sogenannte Visirgraupe), dar; die gewöhnlich langsäulen-

förmigen Rutilkrystalle bilden knieförmige Zwillinge (Fig. 223). Viellinge sind bei beiden Mineralien nicht selten. In Fig. 224 (Rutil) ist der Krystall g' sehr stark verkürzt, so dass er als Lamelle zwischen den parallelen Enden g und g'' eingeschaltet ist und den eigenthümlich bajonettartigen Habitus des Krystalles hervorbringt. Fig. 225 stellt einen Zwilling des Hausmannits dar nach demselben Gesetz. Fig. 226 ist ein Fünfling, in welchem eine centrale Pyramide von vier anderen umgeben wird, so, dass um den Mittelkrystall herum jede der vier Flächen der Pyramide II. Art als Zwillingsebene fungirt. Analoge Zwillingbildungen finden sich am Kupferkies.

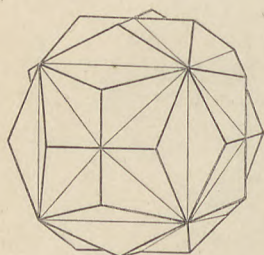


Fig. 221.

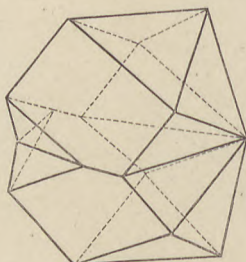


Fig. 222.

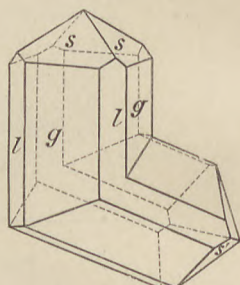


Fig. 223.

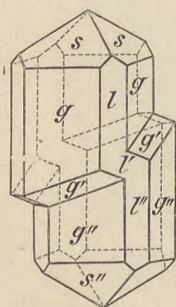


Fig. 224.

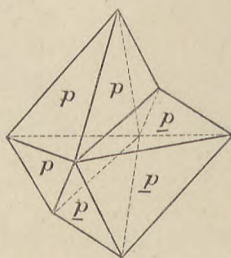


Fig. 225.

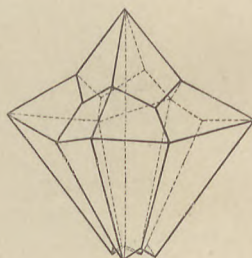


Fig. 226.

Hexagonales System. Am Kalkspath ist am häufigsten dasjenige

Gesetz, nach welchem Zwillingsebene die Fläche von $-\frac{1}{2}R$ ist.

Fig. 227 stellt zwei, nach diesem Gesetz verwachsene Rhomboeder R dar. Sehr oft findet nach diesem Gesetz eine Wiederholung der Zwillingbildung statt, wobei die Einzelkrystalle zu Lamellen verkürzt erscheinen. Auf den Flächen von R ist dann eine Zwillingstreifung parallel der längeren Diagonale der Rhomboederflächen zu erkennen, deren Zustandekommen aus Fig. 228 zu ersehen ist. Auch beim Eisenglanz kommt dieses Zwillingsgesetz vor. Bei einer zweiten

Art von Zwillingen ist die Basis die Zwillingssebene. In Fig. 229 sind zwei Rhomboeder, in Fig. 230 zwei Skalenoeder dargestellt, welche nach diesem Gesetze verwachsen sind.

Beim Quarz verwachsen nach dem gewöhnlichen (sogenannten Schweizer) Gesetz zwei gleiche, rechte oder linke, Krystalle derartig, dass die positiven Rhomboederflächen des einen parallel den negativen des anderen sind, vgl. Fig. 231 und 232. Diese Stellung des zweiten Krystalles wird erhalten, wenn man den einen Krystall um die Hauptaxe um 180° gegen den anderen gedreht denkt. Ge-

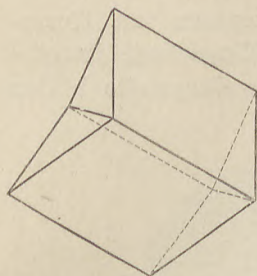


Fig. 227.

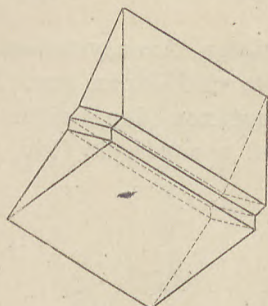


Fig. 228.

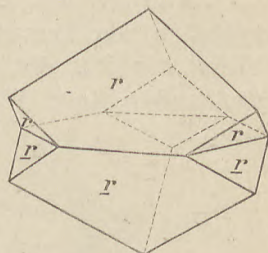


Fig. 229.

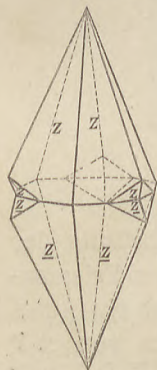


Fig. 230.

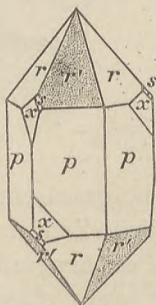


Fig. 231.

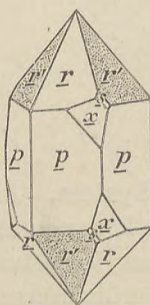


Fig. 232.

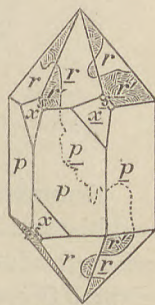


Fig. 233.

wöhnlich sind die beiden Krystalle mit unregelmässigen Grenzflächen vollständig durcheinander gewachsen, so dass ein einfacher Krystall vorzuliegen scheint. Wenn die tetartoedrischen Formen x oder s , Trapezoeder oder trigonale Pyramiden, entwickelt sind, so treten deren Flächen nicht, wie beim Einzelkrystall an den abwechselnden, sondern an benachbarten Ecken auf. Da meistens die Flächen des negativen Rhomboeders r' weniger glänzend sind als die des positiven r , so ist der unregelmässige Verlauf der Zwillingsgrenzen auf den Rhomboederflächen gewöhnlich deutlich zu sehen. Vgl. Fig. 233. Bei dieser Zwillingsbildung ist die dreizählige Symmetrie-

axe, die Hauptaxe, sechszählig geworden, eine neue Symmetrieebene aber nicht entstanden. Eine solche tritt auf bei einer Zwillingbildung nach einem anderen, dem sogenannten Brasilianer Gesetz. Dabei verwachsen ein rechter und ein linker Krystall derart, dass die beiden tetartoedrischen Individuen zu einer Fläche des Prismas II. Art symmetrisch liegen. Auch hier findet eine vollständige Durchwachsung statt, so dass einspringende Winkel nicht auftreten. Die Flächen x der beiden Krystalle liegen aber so, dass sie sich am Zwilling zu einem Skalenoeder ergänzen (Ergänzungszwilling). Vgl. Fig. 234.

Zwillinge mit geneigten Axensystemen kommen an Quarzkrystallen von Traversella und Japan vor. Zwillingsebene ist eine Fläche von $P2$, die Hauptaxen der beiden Einzelkrystalle bilden miteinander einen Winkel von $84^{\circ} 33'$ (Fig. 235).

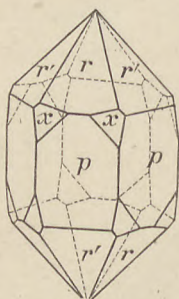


Fig. 234.

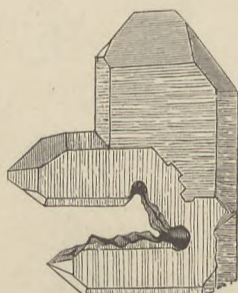


Fig. 235.

Rhombisches System. In der holoedrischen Abtheilung des rhombischen Systems kommen als mögliche Zwillingsebenen Prismen- und Pyramidenflächen in Betracht. Der Aragonit bietet ein gutes Beispiel für einen Berührungszwilling nach einer Fläche von ∞P dar, vgl. Fig. 236, worin $m = \infty P$, $b = \infty \check{P}$, $k = \check{P} \infty$; nicht selten ist eine mehrfache Wiederholung der Zwillingverwachsung entweder nach derselben Fläche von ∞P (Fig. 237) oder nach verschiedenen wie in Fig. 238, wo die Zwillingsebene für die Krystalle k und \bar{k} die Fläche 110 am mittleren Krystall k , für k und \bar{k} die Fläche $\bar{1}10$ am Krystall \bar{k} ist. Wenn in dieser Stellung drei Krystalle sich durchkreuzen, wie das in Fig. 239 im Querschnitt senkrecht zur c -Axe dargestellt ist, so können Formen entstehen, welche einem hexagonalen Prisma ähnlich sind. Da der Prismenwinkel des Aragonites nicht genau 120° , sondern $116^{\circ} 16'$ beträgt, so müssen bei einer solchen Verwachsung auf zwei gegenüber liegenden Flächen einspringende Winkel entstehen. Daran, sowie an der auf der

Basisfläche gewöhnlich sichtbaren Streifung parallel der Brachydiagonale der Einzelkrystalle sind diese Drillinge leicht als solche zu erkennen.

Der Staurolith, dessen einfache Krystalle gewöhnlich die Combination $\infty P. \infty \check{P} \infty . 0 P$ zeigen, bildet Durchkreuzungszwillinge nach zwei Gesetzen. Nach dem ersten, Fig. 240, ist Zwillingsene die Fläche des Brachydomas $\frac{3}{2} \check{P} \infty$, nach dem zweiten die Pyramide

$\frac{3}{2} \check{P} \frac{3}{2}$ (Fig. 241).

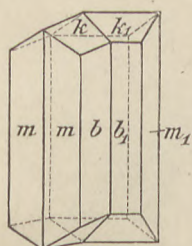


Fig. 236.

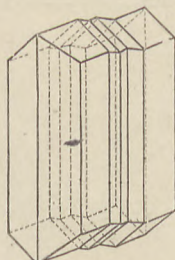


Fig. 237.

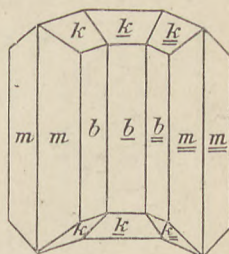


Fig. 238.

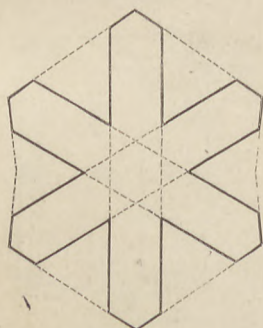


Fig. 239.

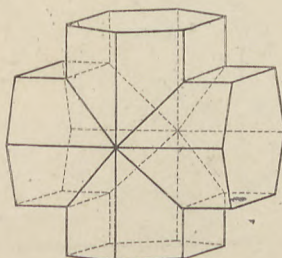


Fig. 240.

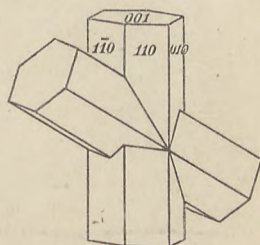


Fig. 241.

Beim Chrysoberyll verwachsen zwei Individuen von der Form Fig. 242, worin $M = \infty \bar{P} \infty$, $T = \infty \check{P} \infty$, $i = \check{P} \infty$, nach einer Fläche von $3 \check{P} \infty$ zu herzförmigen Berührungszwillingen, Fig. 243, oder es treten drei Individuen von der Form Fig. 244, worin $M = \infty \bar{P} \infty$, $T = \infty \check{P} \infty$, $o = P$, $n = 2 \check{P} 2$ zu den unter dem Namen Alexandrit bekannten Durchkreuzungsdrillingen zusammen (Fig. 245).

Monoklines System. Sehr verbreitet in diesem System ist die Zwillingsbildung nach dem Orthopinakoid. Der Gyps (Fig. 246), Augit (Fig. 247), und die Hornblende (Fig. 248) liefern dafür gute Beispiele.

Durch diese Zwillingsbildung erhält, wie leicht ersichtlich, dasjenige Ende der Krystalle, an welchem ein einspringender Winkel nicht vorhanden ist, einen rhombischen Habitus und der ganze Zwillingskrystall gleichsam eine hemimorphe Ausbildung. Nach verschiedenen Gesetzen finden Zwillingsbildungen am Orthoklas statt. Nach dem Karlsbader Gesetz gebildete Zwillinge haben zur Zwillings-ebene das Orthopinakoid. Die beiden Individuen sind aber nicht, wie bei den oben genannten Beispielen unter entsprechender Verkürzung mit dem Orthopinakoid aneinander, sondern von der Seite des Klinopinakoides neben- beziehungsweise ineinander gewachsen (Fig. 249). Die Grenze der beiden Einzelkrystalle (Zwillingsnaht) ver-

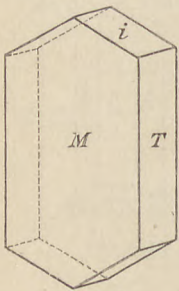


Fig. 242.

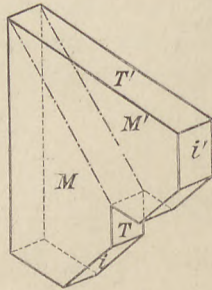


Fig. 243.

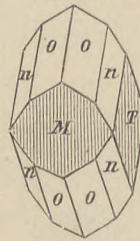


Fig. 244.

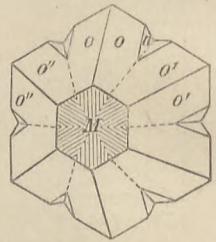


Fig. 245.

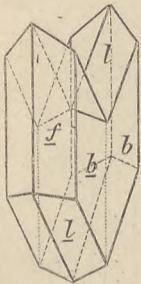


Fig. 246.

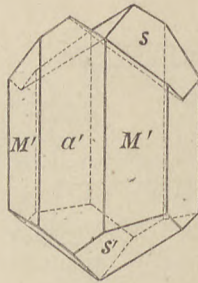


Fig. 247.

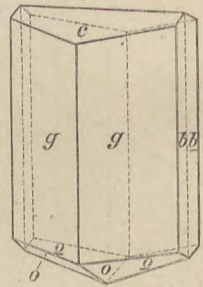


Fig. 248.

läuft dabei oft unregelmässig. Das Bavenoer Gesetz besagt, dass Zwillings-ebene die Fläche des Klinodomas $n = 2P \infty$ ist. Gewöhnlich sind die Krystalle nach der Klinoaxe gestreckt (Fig. 250), die beiden Basisflächen der benachbarten Einzelkrystalle stehen zu einander nahezu rechtwinkelig,*) wie aus Fig. 251 zu ersehen, welche eine orthographische Projection auf die zur Klinodiagonale senkrechte Ebene für Fig. 250 darstellt. Eine dritte Art der Zwillingsbildung ist die nach dem Manebacher Gesetz, wobei die Basis Zwillings-ebene

* D. h. sie bilden miteinander einen Winkel von $90^{\circ} 7'$, da der Winkel, welchen die Basis $0P$ und das Klinodoma $2P \infty$ einschliessen, $135^{\circ} 3' 30''$ beträgt.

ist, Fig. 252. Die Basisflächen der beiden Einzelkrystalle sind dabei parallel. Beide Gesetze zugleich treten in Wirkung bei den Drillingen und Vierlingen des Adulars. Aus der schematischen Darstellung eines solchen Vierlings (Fig. 253) ist zu ersehen, dass die Krystalle 1 und 2, 1 und 4, 2 und 3, 3 und 4 im Bavenoer Verhältniss zu einander stehen, während 1 und 3 und 2 und 4 mit parallelen Basisflächen nach dem Manebacher Gesetz verwachsen sind. Als letztes Beispiel sei der Phillipsit, beziehungsweise Harmotom

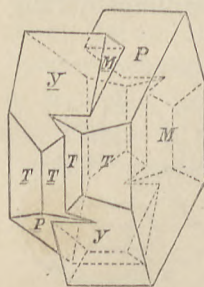


Fig. 249.

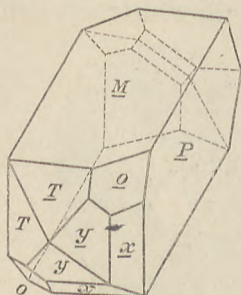


Fig. 250.

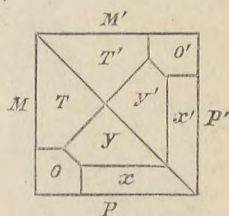


Fig. 251.

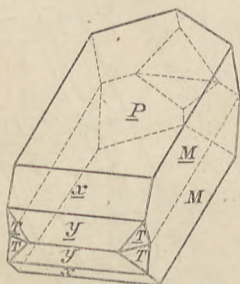


Fig. 252.

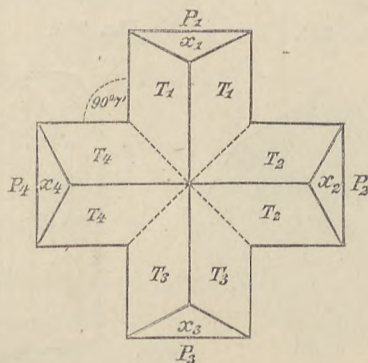


Fig. 253.

genannt. Die scheinbar einfachen rhombischen Krystalle sind Durchkreuzungszwillinge zweier monokliner Individuen, an denen die Flächen $m = \infty P$, $b = \infty P \infty$, $c = 0 P$ auftreten (Fig. 254); zwei solcher Zwillinge bilden nun, wenn sie nach der Basis tafelförmig ausgebildet sind, den Doppelzwilling Fig. 255, indem sie symmetrisch zum Klinodoma $P \infty$ einander durchkreuzen. Wenn dann weiter drei solcher Vierlinge sich rechtwinkelig kreuzen, so entsteht der Zwölfling Fig. 256, wobei ∞P Zwillings ebene ist. Füllen sich die Fugen aus, so entstehen Formen wie in Fig. 257, welche einem

regulären Rhombendodekaeder gleichen und ihre mimetische Natur äusserlich nur durch die eigenthümliche Flächenstreifung verrathen. Die Zwillingsgrenzen sind übrigens in der Natur gewöhnlich weniger regelmässig, als in der Zeichnung.

Triklines System. Von triklinen Zwillingkrystallen sind die Plagioklase zu erwähnen. Das gewöhnliche Gesetz ist das Albitgesetz, wonach das Brachypinakoid Zwillingungs- und Verwachsungsebene ist. Auf der Basis ist dann ein einspringender Winkel (von $172^{\circ} 48'$) zu erkennen (Fig. 258). Häufig wiederholt sich diese Zwillingbildung

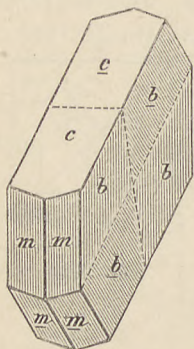


Fig. 254.

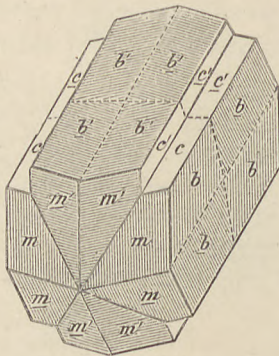


Fig. 255.

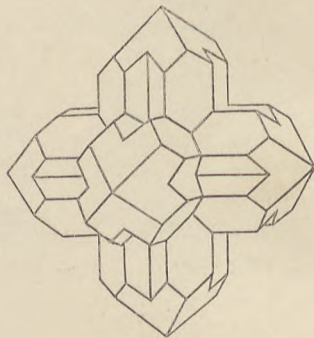


Fig. 256.

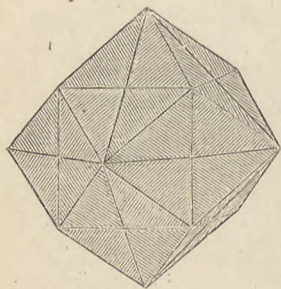


Fig. 257.

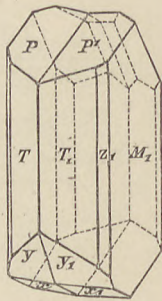


Fig. 258.

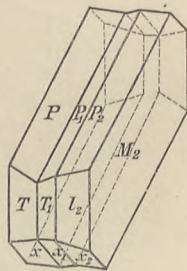


Fig. 259.

mehrfach (Fig. 259), so dass auf der Basis eine der Kante $P:M$ parallel verlaufende Zwillingstreifung hervortritt. Das andere häufig vorkommende Gesetz ist das sogenannte Periklingesetz, welches Zwillinge von der Form Fig. 260 liefert. Das Zustandekommen dieser Zwillinge kann man sich in folgender Weise veranschaulichen: Man stelle zwei gleiche einfache Krystalle parallel nebeneinander und drehe den einen gegen den anderen um 180° um die Makrodiagonale b . Die beiden Krystalle verwachsen in dieser Stellung aber nicht nebeneinander, sondern übereinander und nicht, wie man früher wohl angenommen hat, nach der Basis, sondern nach einer Ebene, welche

man den „rhombischen Schnitt“ genannt hat, und welche so liegt, dass auf ihr der ebene Winkel α (vgl. Fig. 261), welchen die Kante gegen (010) mit der Kante gegen (110) bildet gleich ist dem Winkel β , d. h. demjenigen, welchen die Kante gegen $(\bar{1}\bar{1}0)$ mit der gegen $(0\bar{1}0)$ einschliesst. Auf der Basis P sind diese beiden Winkel verschieden, und zwar beträgt z. B. für Albit der Winkel α $120^\circ 57'$, während $\beta = 123^\circ 56'$ ist; es würden also Krystalle, welche in der oben erläuterten Stellung nach der Basis miteinander verwachsen, nicht genau aufeinander passen. Die Lage der Ebene des „rhombischen Schnittes“ gegen die Basis, beziehungsweise der ebene Winkel σ , welchen die nach diesem Gesetz entstehende Zwillingsnaht auf der Fläche M mit der Kante P (001) : M (010) bildet, ist verschieden für die verschiedenen Glieder der Plagioklasreihe und schwankt

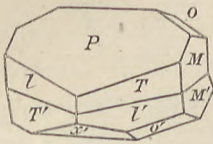


Fig. 260.

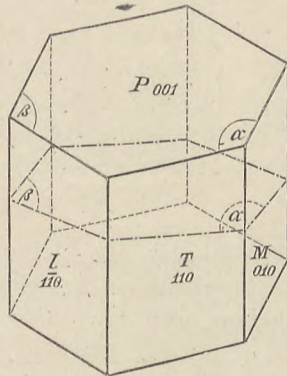


Fig. 261.

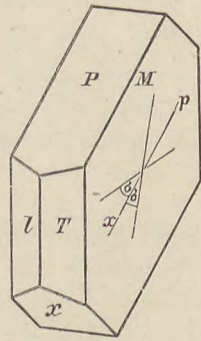


Fig. 262.

zwischen $+22^\circ$ für Albit und -18° für Anorthit, wobei $+$ auf den oberen und $-$ auf den unteren Winkel σ in Fig. 262 zu beziehen ist (die Linie p x ist der Kante P : M parallel).

Verwachsung ungleichartiger Krystalle. Es sei noch kurz auf die schon lange bekannte Thatsache hingewiesen, dass auch ungleichartige Krystalle in bestimmter Orientirung miteinander verwachsen können. Gewöhnlich sind sie so miteinander verbunden, dass eine Fläche des einen mit einer Fläche des anderen parallel ist, und dass zugleich die Richtungen gewisser Krystallkanten von beiden Individuen zusammenfallen. Die parallelen Flächen und Kanten können dabei ganz verschiedene krystallographische Bedeutung haben, die beiden Krystalle verschiedenen Systemen angehören. Ein sehr bekanntes Beispiel bietet die regelmässige Verwachsung von hexagonalem Eisenglanz mit tetragonalem Rutil (Fig. 263). Die Rutilkrystalle sind so auf die Basisfläche der Eisenglanztabelle aufgewachsen, dass die

Fläche des Prismas II. Ordnung vom Rutil parallel der Fläche $0P$ des Eisenglanzes ist, und dass die Richtung der Hauptaxe der Rutilkrystalle zusammenfällt mit der Richtung der Zwischenaxen (= Kanten $0P:\infty P.2$) im hexagonalen System, welche sich unter 60° schneiden. Ein anderes, schon von L. v. Buch beschriebenes Beispiel ist die Verwachsung von Orthoklas mit Albit (Fig. 264), wobei Albitkrystalle auf die Prismenflächen (l) des Orthoklases so aufgewachsen sind, dass die Prismenkanten beider parallel sind und zugleich das Brachypinakoid des Albits parallel ist dem Klinopinakoid des Orthoklases. Ferner sei noch die häufige Verwachsung von triklinem Disthen mit rhombischem Staurolith genannt (Fig. 265). Auf

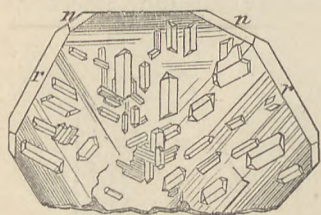


Fig. 263.

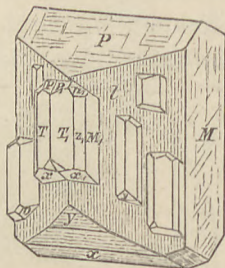


Fig. 264.

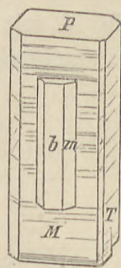


Fig. 265.

den grösseren Disthenkrystall ist ein kleinerer Staurolith so aufgewachsen, dass die Prismenkanten (beziehungsweise die c -Axen) beider gleiche Richtung haben, und die Fläche b (010) des Stauroliths parallel ist der Fläche M (100) des Disthens.

Physikalische Krystallographie.

Cohäsion. Spaltbarkeit. Unter Cohäsion versteht man den Widerstand, den ein Körper einer mechanischen Theilung entgegensetzt. Die Cohäsion ist in den Krystallen in verschiedenen Richtungen verschieden, und wenn die Unterschiede hinreichend gross sind, so macht sich das durch eine besonders leichte Theilbarkeit senkrecht zu den Richtungen geringster Cohäsion bemerkbar. In Folge dessen lassen sich viele Krystalle in verschiedenen Richtungen mehr oder weniger leicht spalten. Je vollkommener die Spaltbarkeit ist, desto ebener und glatter sind die entstehenden Spaltflächen. Die Spaltflächen sind immer einer möglichen Krystallfläche parallel, und zusammengehörigen Krystallflächen entsprechen gleichartige Spaltflächen. Zeigen Spaltflächen ein verschiedenes Aussehen, verschiedenen Grad der Glätte oder des Glanzes, so gehen sie krystallographisch ungleichwerthigen Flächen parallel. Da die Spaltbarkeit eine Eigenschaft ist, welche durchaus constant an ein und derselben Mineralspecies auftritt, unbeeinflusst von Vorkommen und Ausbildungsweise, so ist sie in vielen Fällen ein wichtiges Hilfsmittel zur Bestimmung der Krystallformen und, da sie in den meisten Fällen den einfachsten Flächen, d. i. den Symmetrieebenen parallel ist, leistet sie oft gute Dienste zur Orientirung an undeutlich ausgebildeten Krystallen. Die hauptsächlichsten Spaltrichtungen in den verschiedenen Systemen sind:

im regulären System: Würfel ∞ O ∞ (Bleiglanz, Steinsalz)

Oktaeder O (Flussspath)

Rhombendodekaeder ∞ O (Zinkblende)

im tetragonalen System: Basis O P (Apophyllit)

Prisma ∞ P (Rutil)

im hexagonalen System: Basis O P (Beryll)

Prisma ∞ P (Apatit)

Rhomboeder R (Kalkspath)

- im rhombischen System: Basis $0P$ (Topas, Baryt)
 (nach allen drei Pinakoiden in verschiedener Vollkommenheit: Anhydrit)
 Prisma ∞P (Baryt)
- im monoklinen System: Klinopinakoid $\infty P \infty$ (Gyps, Orthoklas)
 Basis $0P$ (Orthoklas, Glimmer)
 Prisma ∞P (Hornblende 124° , Augit 87°)
- im triklinen System: Basis $0P$ (Plagioklas)
 Brachypinakoid $\infty P \infty$ (Plagioklas).

In den letzten drei Systemen, wo die Bezeichnung der Formen zum Theile eine willkürliche ist, hat man oft die durch ihre gute Spaltbarkeit ausgezeichneten Richtungen als Basis oder verticales Prisma genommen, obwohl man sie ebenso gut z. B. als irgend ein anderes Pinakoid, beziehungsweise als Doma bezeichnen könnte. Man pflegt auch bei künstlichen Krystallen Flächen guter Spaltbarkeit, wenn zugänglich zu Axenebenen oder Prismenflächen zu wählen.

Gleitflächen, Schlagfiguren. Es gibt ausser den Spaltflächen in den Krystallen noch andere Flächen, welche sich dadurch auszeichnen, dass parallel zu ihnen eine leichte Verschiebung der Theilchen, ein Gleiten stattfindet. Besonders deutlich ist diese Erscheinung am Kalkspath, wo die Fläche von $-\frac{1}{2}R$ eine Gleitfläche ist.

Drückt man mit der Schneide eines Messers senkrecht gegen die stumpfe Kante eines Spaltungsrhomboeders von Kalkspath (nicht zu weit, ca. 3 bis 6 mm vom Austritt der Hauptaxe c entfernt), so dringt dasselbe ein wie in einen geschmeidigen Körper und es gleitet ein Theil der Substanz nach aussen, so dass ein einspringender Winkel auf einer Rhomboederfläche entsteht und sich ein Zwilling nach $-\frac{1}{2}R$ bildet (Fig. 266). Im Glimmer werden durch den

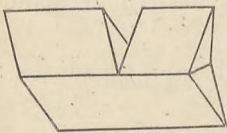


Fig. 266.

Gebirgsdruck, welchen er stellenweise erfahren hat, Verschiebungen hervorgebracht und es zeigt sich mitunter nach solchen Druckflächen eine leichtere Theilbarkeit, welche mit der eigentlichen Spaltbarkeit nichts zu thun hat.

Im Kleinen kann man die durch Gleitung entstehenden regelmässigen Risse leicht hervorbringen, wenn man einen spitzen Stahlstift senkrecht auf die zu untersuchende Krystallfläche aufsetzt und einen leichten Schlag darauf führt. Es entstehen dann regelmässige Sprünge, die man als

Schlagfigur bezeichnet. Von besonderer praktischer Bedeutung ist dieselbe für den Glimmer geworden, da sie zur Orientirung an unregelmässig begrenzten Individuen dieses Mineralen benutzt werden kann. Sie besteht nämlich aus drei Rissen, die sich unter 60° kreuzen (Fig. 267), und von denen einer, der sogenannte Leitstrahl, sich gewöhnlich durch seine Länge auszeichnet und der Symmetrieebene parallel ist.

Durch Drücken mit einem abgestumpften Stift kann man eine Druckfigur erzeugen, welche beim Glimmer der Schlagfigur ähnlich ist, aber gegen dieselbe um 30° gedreht erscheint (Fig. 268).

Elastische Deformationen. Durch zahlreiche Messungen hat man gefunden, dass der Dehnungscoefficient*) nur in amorphen Körpern in allen Richtungen gleich ist, in krystallisirten sich aber mit der Richtung ändert. Diese Aenderungen hängen mit der Symmetrie der Krystalle zusammen und danach lassen sich unterscheiden:

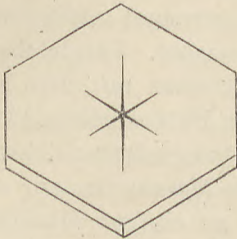


Fig. 267.

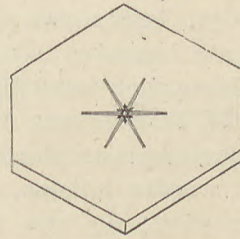


Fig. 268.

1. Krystalle, die sich in drei aufeinander senkrechten Richtungen gleich verhalten: Reguläre Krystalle.

2. Krystalle, die sich in zwei aufeinander senkrechten oder in drei sich unter 60° schneidenden in einer Ebene liegenden Richtungen gleich verhalten. In der Richtung normal darauf befindet sich ein Maximum oder ein Minimum: Tetragonale und hexagonale Krystalle.

3. Krystalle, welche sich in drei aufeinander senkrechten Richtungen verschieden verhalten: Rhombische, monokline und triklone Krystalle.

Härte. Unter Härte (gewöhnliche Abkürzung H.) versteht man den Widerstand, den ein Körper der Trennung seiner Theilchen beim Ritzen und Schaben entgegengesetzt. Die Unterschiede der Härte sind bei den Mineralien sehr auffallend und leicht zu erkennen.

*) Unter Dehnungscoefficient versteht man die Grösse der Dehnung, welche ein rechteckiger Stab von der Länge und dem Querschnitt 1 durch die Belastung 1 erfährt.

Mohs hat eine Anzahl von Mineralien, nach aufsteigender Härte geordnet, zu einer „Härtescala“ zusammengestellt:

1. Talk
2. Gyps
3. Kalkspath
4. Flussspath
5. Apatit
6. Feldspath
7. Quarz
8. Topas
9. Korund
10. Diamant

Es lässt sich damit die Härte anderer Mineralien leicht bestimmen, indem man dasjenige Glied der Scala aufsucht, welches das zu untersuchende Mineral eben noch oder nicht mehr ritzt. Talk und Gyps lassen sich mit dem Fingernagel ritzen, die nächsten bis Feldspath inclusive mit dem Stahlmesser. Vergleichsweise lässt sich die Härte auch feststellen durch Schaben mit dem Messer oder der Feile und Vergleichung der erzeugten Pulvermenge. Obwohl diese Härtebestimmungen bei hinreichender Uebung mit ziemlicher Sicherheit ausgeführt werden können, sind genaue Messungen auf diese Weise nicht zu machen; da nun ausserdem an einigen Mineralien schon früh constatirt wurde, dass die Härte auf derselben Fläche in verschiedenen Richtungen verschieden ist — das bekannteste Beispiel dafür ist das Mineral Disthen, bei welchem die Härte auf $\infty \bar{P} \infty$ in der Richtung der Verticalaxe ca. 5, senkrecht dazu ca. 7 beträgt — erwies sich die Construction eines genaueren Messungsapparates als wünschenswerth. Einen solchen stellt das zuerst von Seebeck angegebene Sklerometer dar. Dasselbe besteht im Wesentlichen aus einem Hebelarm, an welchem eine Stahlspitze sich befindet, die durch Gewichte belastet werden kann. Unter der Stahlspitze befindet sich ein Schlitten, auf welchem die zu untersuchende Krystallplatte unter der Stahlspitze hergezogen wird. Ein getheilter Kreis gestattet die Richtung, in welcher die Krystallplatte bewegt wird, genau anzugeben. Die Grösse der Belastung der Stahlspitze, welche erforderlich ist, um auf der Krystallfläche einen feinen Ritz hervorzubringen, gibt dann das Maass für die Härte.

Mittels dieses Apparates könnte zunächst festgestellt werden, dass die Intervalle zwischen den einzelnen Gliedern der Mohs'schen Härtescala sehr verschieden sind. Setzt man die Härte des Guss-eisens mit dem Sklerometer bestimmt = 1000, so ergibt sich für

	Sklerometer		Nummer der Härteskala	
Stabeisen	948		5	
Platin	375	zwischen	4.5	und 4
Kupfer	301	"	3	" 2.5
Silber	208	"	3	" 2.5
Gold	167	"	3	" 2.5
Wismut	52		2.5	
Zinn	27		2	
Blei	16		1.5	

Ferner zeigte sich, dass die Härte auf kristallographisch verschiedenen Flächen verschieden ist und insbesondere auf derselben

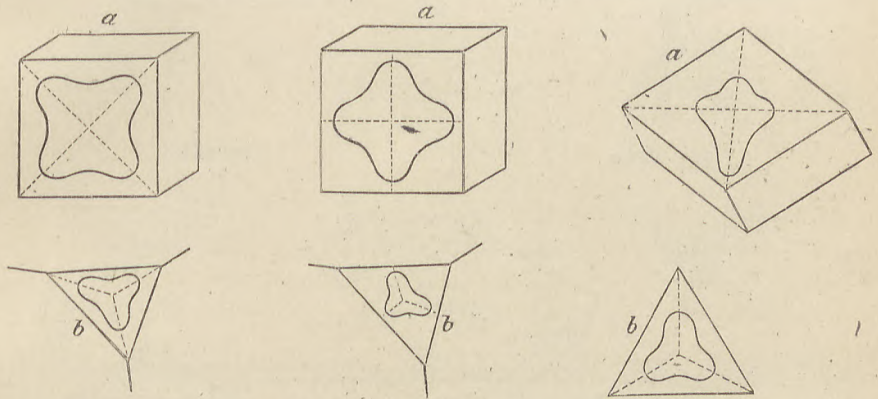


Fig. 269.

Fig. 270.

Fig. 271.

Fläche in verschiedenen Richtungen mitunter grosse Unterschiede auftreten. Als allgemeine Resultate der Untersuchungen über die „Flächenhärte“ ergab sich, dass eine Fläche, welche zur Spaltbarkeit senkrecht ist, parallel derselben die geringste, senkrecht zur Spaltung die grösste Härte besitzt; ist eine Fläche schief zur Spaltrichtung, so ist die Härte grösser, wenn die Spitze sich vom stumpfen Spaltungswinkel her gegen den spitzen hin bewegt, als wenn die Bewegung auf derselben Linie im umgekehrten Sinne stattfindet. Ist schliesslich eine Fläche einer Spaltrichtung parallel und wird von keiner anderen getroffen, so zeigt sich auf dieser Fläche kein Härteunterschied.

Trägt man von einem Punkte aus in den Richtungen des Ritzens die erforderlich gewordenen Gewichte als Längen ab und verbindet die Endpunkte der so erhaltenen Radien vectoren, so

erhält man die „Härtecurve“, welche die eben erwähnten Gesetzmässigkeiten deutlich erkennen lässt. Die Figg. 269 und 270, von denen die erste die Härtecurven auf der Würfelfläche (a) und der Oktaederfläche (b) von Steinsalz, welches nach dem Würfel spaltet, und die zweite die analogen Curven für Flussspath, welcher nach dem Oktaeder spaltet, darstellt, zeigen die Abhängigkeit der Härte von der Spaltungsrichtung in ausgezeichnete Weise. Fig. 271 a und b stellen die Härtecurven für Kalkspath auf der Rhomboederfläche (a) und auf der Basis (b) dar. Betrachtet man die entstandenen

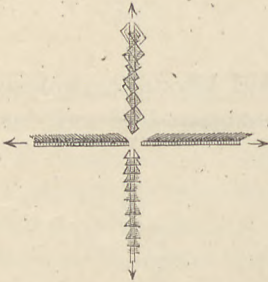


Fig. 271 e.

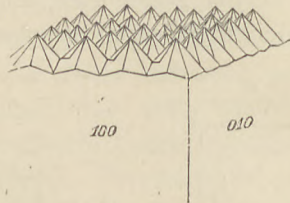


Fig. 272.

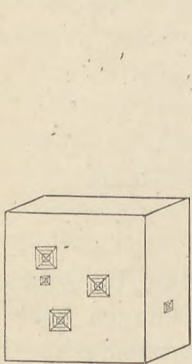


Fig. 273.

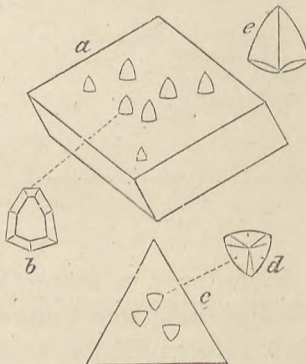


Fig. 274.

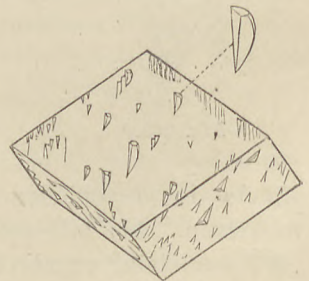


Fig. 275.

Ritze unter dem Mikroskop, so sieht man, dass deren Form von der Härte abhängig ist. Vgl. Fig. 271 e, worin die Ritze auf der Rhomboederfläche des Kalkspathes abgebildet sind.

Aetzfiguren. Lässt man auf eine Krystallfläche ein geeignetes Lösungsmittel einwirken, so entstehen nach kurzer Dauer auf der Fläche kleine regelmässige Vertiefungen, sogenannte Aetzfiguren. Dauert die Einwirkung länger, so bilden sich wohl auch Aetzhügel (Fig. 272). Die Aetzfiguren sind gewöhnlich von geraden Flächen begrenzt, welche Krystallflächen entsprechen, und sie stehen in

ihrer Symmetrie im innigsten Zusammenhang mit der Symmetrie der Krystalle. So sind die Aetzfiguren auf den Würfelflächen des Steinsalzes (Fig. 273), deren Flächen einem Pyramidenwürfel entsprechen, symmetrisch nach den Würfelflächen und den (diagonalen) Flächen des Rhombendodekaeders. Spaltungsstücke von Kalkspath geben beim Aetzen mit Salzsäure auf den Rhomboederflächen monosymmetrische Aetzfiguren (Fig. 274 a, b), während auf der Basis trisymmetrische Figuren auftreten (Fig. 274 c, d). Aetzt man auf den Rhomboederflächen mit verdünnter Schwefelsäure, so haben die Aetzfiguren andere Form (s. Fig. 274 e), aber den gleichen Symmetriegrad. Der tetartoedrische Dolomit, welcher äusserlich dem Kalkspath ähnlich ist, zeigt das Fehlen der Symmetrieebenen deutlich durch die Form seiner Aetzfiguren (Fig. 275) und der Unterschied von

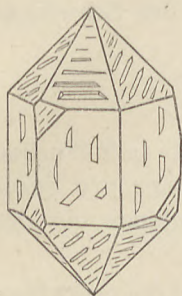


Fig. 276 l.

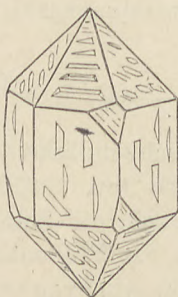


Fig. 276 r.

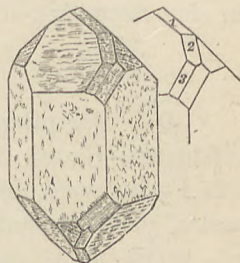


Fig. 277.

rechts und links drehenden Quarzen tritt bei der Aetzung mit Flusssäure deutlich hervor (Fig. 276 r und l). Die Aetzmethode hat sich als ein gutes Mittel erwiesen, die Symmetrieclassse mancher Krystalle, welche nicht hinreichend flächenreich ausgebildet sind, zu bestimmen, sowie manche versteckte Zwillingsbildung und damit die mimetische Natur verschiedener Mineralien nachzuweisen.

Die verschiedenen Flächen und Kanten desselben Krystalles werden durch Lösungsmittel oft ungleich stark angegriffen. Es bilden sich dann manchmal an den Kanten ebene Flächen, welche man als Aetzflächen oder Praerosionsflächen bezeichnet. Fig. 277 stellt solche am Quarz dar. Legt man Kugeln einer krystallisirten Substanz in ein Lösungsmittel, so geschieht die Auflösung nicht wie bei amorphen Substanzen, z. B. Glaskugeln, gleichmässig, sondern in verschiedenen Richtungen verschieden rasch, so dass schliesslich Formen entstehen, welche von gekrümmten, aber doch als einer Krystallform angehörig nachweisbaren Flächen begrenzt sind.

Optische Eigenschaften der Krystalle.

Bezüglich der allgemeinen Eigenschaften des Lichtes ist zunächst darauf hinzuweisen, dass nach der Undulationstheorie dasselbe als Bewegung des Lichtäthers aufgefasst wird, welche sich nach den Gesetzen der Wellenbewegung fortpflanzt.

Bezeichnet T die Schwingungsdauer

L die Wellenlänge

c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

der Lichtwellen, so gilt die Beziehung:

$$c = \frac{L}{T}; L = cT; T = \frac{L}{c}$$

Bezeichnet n die Schwingungszahl (Anzahl der Schwingungen in der Secunde) so ist:

$$T = \frac{1}{n}; c = nL; L = \frac{c}{n}; n = \frac{c}{L}$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c ist für alle Farben im luftleeren Raum die gleiche (ca. 298000 Kilometer pro Secunde). Die Farbe wird bedingt durch die Schwingungsdauer beziehungsweise, da c constant, durch die Wellenlänge.

Die Wellenlänge für roth ist 0,000768 Millimeter, die Schwingungszahl 395 Billionen

Die Wellenlänge für violett ist 0,000397 Millimeter, die Schwingungszahl 756 Billionen.

Die Fortpflanzung des Lichtes erfolgt geradlinig, die Schwingungen der Aethertheilchen sind transversal, d. h. senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

Da das Licht Wellenbewegung ist, so gelten natürlich für dasselbe auch die aus der Wellenlehre bekannten Gesetze über Interferenzen etc.

Gewöhnliches Licht ist solches, bei welchem die Aethertheilchen nach allen Richtungen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung schwingen, polarisirtes solches, bei dem die Schwingungen in einer Ebene erfolgen. Man bezeichnet gewöhnlich diese Ebene als Transversalebene, die dazu senkrechte als Polarisationsebene.

Gewöhnliches Licht, welches sich senkrecht zur Papierebene fortpflanzt, würde also Schwingungen hervorrufen, welche parallel der Ebene des Papiers in den Richtungen 1 2 3 4 etc. erfolgen (Fig. 278), während polarisirtes im gleichen Falle nur Schwingungen z. B. in der Richtung 1 erzeugt.

Ausser den gewöhnlich auftretenden geradlinigen Schwingungen, geradlinig polarisirtem Licht, gibt es auch noch elliptisch und circular polarisirtes Licht, bei welchem die Aethertheilchen auf Ellipsen oder Kreisen sich bewegen. Wenn wir von polarisirtem Licht schlechtweg sprechen, so ist damit geradlinig polarisirtes gemeint. Circular polarisirtes Licht entsteht, wenn die Schwingungsebenen zweier, miteinander mit $\frac{1}{4} \lambda$ ($\lambda =$ Wellenlänge) zur Interferenz kommender Lichtstrahlen nicht parallel, sondern bei gleicher Amplitude senkrecht zueinander stehen. Wenn die Amplituden verschieden sind oder die Phasendifferenz abweichend von $\frac{1}{4} \lambda$ ist, oder die Schwingungsebenen der interferirenden Lichtstrahlen einen anderen Winkel als 90° bilden, so entsteht elliptisch polarisirtes Licht.

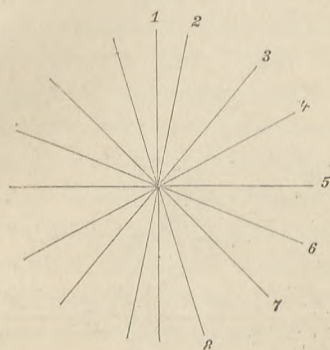


Fig. 278.

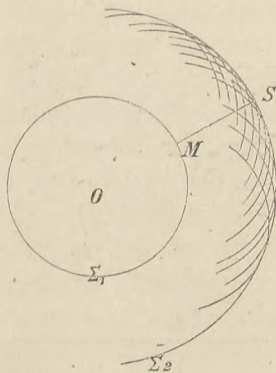


Fig. 279.

Ausbreitung des Lichtes. Die Ausbreitung des Lichtes zeigt insofern Verschiedenheiten, als in manchen Medien, welche man als optisch isotrop bezeichnet, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nach allen Richtungen die gleiche ist, während bei anderen, den anisotropen oder heterotropen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in verschiedenen Richtungen verschieden ist.

Wenn in einem homogenen isotropen Medium vom Punkte O (Fig. 279) eine einmalige Lichtbewegung ausgeht, so wird dieselbe nach der Zeit t auf einer geschlossenen Oberfläche Σ_1 angelangt sein. Diese Oberfläche, die sogenannte Strahlen- oder Wellenfläche, wird, da im isotropen Medium die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nach allen Richtungen die gleiche ist, eine Kugel sein. Wenn nun die Lichtbewegung andauert, so wird von jedem Punkte M der Kugeloberfläche wieder eine Lichtbewegung ausgehen und

nach der Zeit $t + t'$ wird diese Wellenbewegung auf der Oberfläche einer zweiten Kugel Σ_2 angelangt sein, welche die sämtlichen anderen einhüllt (Huyghens'sche Construction); alle Lichtbewegungen, welche nicht dieser einhüllenden Kugel angehören, müssen sich,

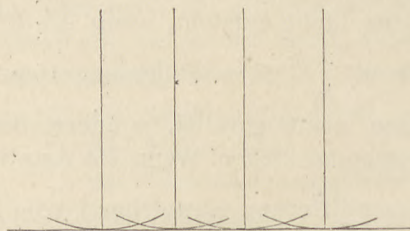


Fig. 280.

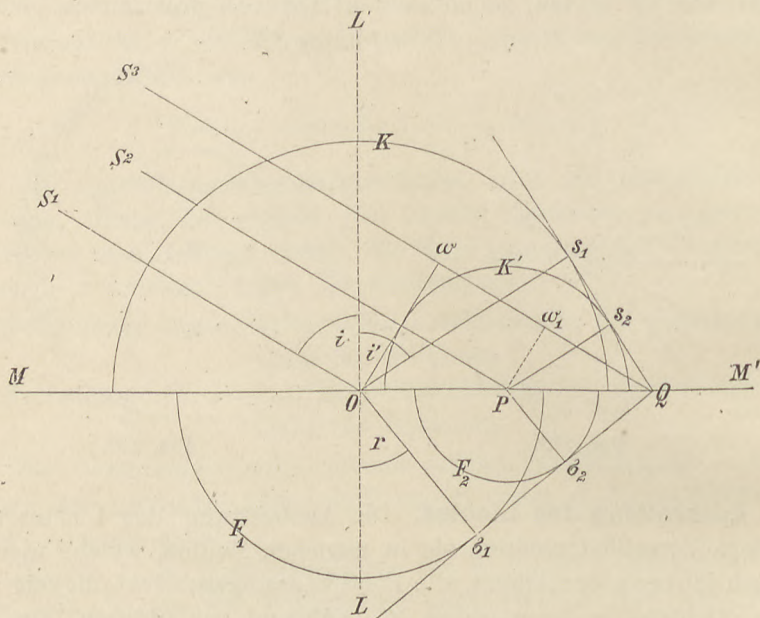


Fig. 281.

wie Fresnel zeigte, durch Interferenz zerstören. Die Richtung des Strahles für den Punkt S der einhüllenden Welle Σ_2 erhalten wir, wenn wir diesen Punkt S mit dem Centrum M der Strahlenfläche — in unserem Falle einer Kugel — welche Σ_2 im Punkte S berührt, verbinden. Haben wir ein Bündel paralleler Strahlen, so wird die einhüllende Welle eine ebene werden (vgl. Fig. 280).*)

*) Die Strahlen, welche uns die Fortpflanzungsrichtung der Wellenbewegung angeben, stehen in diesem Falle, wo die Wellenflächen Kugeln sind,

Gesetze der Reflexion und der Brechung. Mit Hilfe der Huyghens'schen Construction lassen sich die Gesetze der Reflexion und der Brechung leicht ableiten. Wir setzen dabei zunächst isotrope Medien voraus.

Fallen die parallelen Strahlen S_1, S_2, S_3 (Fig. 281), welche zu der, die Zeichenebene in der Geraden $O\omega$ senkrecht schneidenden ebenen Welle gehören, auf die reflectirende Fläche MM' auf, so wird Folgendes eintreten: Wenn der Strahl S_1 die Fläche MM' im Punkte O erreicht, so wird er dort eine Lichtbewegung erzeugen, welche sich diesseits der Fläche MM' nach allen Richtungen fortpflanzt. Der Strahl S_3 erreicht die Fläche MM' im Punkte Q erst um ein bestimmtes Zeitintervall t später als S_1 . Mittlerweile wird die von O ausgegangene Lichtbewegung auf der Oberfläche einer (Halb-)Kugel K angelangt sein, welche mit dem Radius ωQ um den Punkt O zu construiren ist. Der zwischen S_1 und S_3 gelegene Strahl S_2 hat inzwischen in analoger Weise eine Lichtbewegung erzeugt, welche um diese Zeit (wenn S_3 in Q anlangt) auf der Oberfläche der um den Punkt P mit dem Radius $Q\omega_1$ construirten Halbkugel K' angelangt ist. Die von der Fläche MM' zurückgeworfene Welle wird jetzt also repräsentirt durch die Tangentialebene, welche durch Q an die Strahlenflächen K und K' gelegt wird und dieselben in den Punkten s_1 und s_2 berührt. Verbinden wir diese Punkte mit den Mittelpunkten der zugehörigen Kugeln, O und P , so erhalten wir die Richtung der reflectirten Strahlen Os_1 und Ps_2 . Dieselben liegen in der Zeichenebene und bilden mit der reflectirenden Ebene (wie mit Hilfe der beiden gleichen rechtwinkligen Dreiecke $OQ\omega$ und Os_1Q leicht zu beweisen ist) und demgemäß auch mit der darauf senkrechten Geraden OL' , dem sogenannten Einfallslot, gleiche Winkel. Nennen wir den Winkel i zwischen dem einfallenden Strahl S_1 und dem Einfallslot den Einfallswinkel, die Ebene, in der das Einfallslot und der einfallende Strahl liegen, die Einfallsebene und den Winkel i' zwischen Einfallslot und reflectirtem Strahl Os_1 den Reflexionswinkel, so lautet das Reflexionsgesetz: Der reflectirte Strahl liegt in der Einfallsebene und der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.

Wenn Lichtstrahlen aus einem Medium in ein anderes, in welchem sie sich mit abweichender Geschwindigkeit fortpflanzen,

auf der einhüllenden ebenen Welle senkrecht, fallen also mit der Wellennormale zusammen. Sind die Wellenflächen, wie in anisotropen Medien keine Kugeln, so ist das im Allgemeinen nicht der Fall.

übergehen, so werden sie von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt — gebrochen. Wenn wir annehmen, dass das Licht sich in dem Medium unterhalb der Trennungsfläche MM' (Fig. 281) mit geringerer Geschwindigkeit fortpflanzt, als oberhalb derselben, so wird z. B. die vom Strahl S₁ in O jenseits der Trennungsfläche erzeugte Lichtbewegung in dem Augenblicke, wo der Strahl S₃ den Punkt Q erreicht, auf der Oberfläche einer (Halb-)Kugel F₁ angelangt sein, deren Radius sich zur Länge ωQ verhält wie die Lichtgeschwindigkeit v' (in unserem Falle 0.75) im unteren Medium zur Geschwindigkeit v (in unserem Falle 1) im oberen. Wir erhalten, wie leicht einzusehen, die Richtung der neuen, im unteren Medium sich fortpflanzenden ebenen Welle, wenn wir durch Q die Tangentialebene an die Wellenflächen F₁ und F₂ legen. Sie berührt dieselben in den Punkten σ₁ und σ₂ und die Richtung der zugehörigen Strahlen ist Qσ₁. Wir sehen, dass der abgelenkte Strahl Oσ₁ in der Einfallsebene liegt und mit dem Einfallslot OL einen Winkel r einschliesst, den man als Brechungswinkel bezeichnet.

Da nun

$$\frac{\omega Q}{O \sigma_1} = \frac{v}{v'}, \text{ und } \sphericalangle \omega O Q = i, \sphericalangle \sigma_1 Q O = r$$

und ferner

$$\frac{O \sigma_1}{Q O} = \sin r, \frac{\omega Q}{Q O} = \sin i$$

so ist

$$\frac{\omega Q}{O \sigma_1} = \frac{v}{v'} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

d. h.: Der Sinus des Einfallswinkels verhält sich zum Sinus des Brechungswinkels, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im ersten zu der im zweiten Medium. Das Brechungsgesetz lautet also vollständig:

Der gebrochene Strahl bleibt in der Einfallsebene und

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'}$$

Es leuchtet ohne Weiteres ein, dass Strahlen, welche senkrecht, d. h. parallel zum Einfallslot sich fortpflanzen, beim Uebergang in das zweite Medium wohl eine Aenderung ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber keine Ablenkung erfahren. Tritt ein Lichtstrahl aus dem zweiten Medium wieder in das erste, so findet Brechung im entgegengesetzten Sinne statt. Ist die Fläche, durch welche er austritt, parallel der, durch welche er eingetreten ist, so ist die Richtung des austretenden Strahles a parallel der des einfallenden e, wie sich aus Fig. 282, die keine besondere Erläuterung bedarf, leicht ergibt.

Das Verhältniss $\frac{v}{v'}$ wird Brechungsexponent, Brechungsindex, Brechungsquotient genannt und gewöhnlich mit dem Buchstaben n bezeichnet. Wenn, wie es im obigen Beispiel der Fall war, v grösser ist als v' , also $\frac{v}{v'} = n > 1$, so wird der Strahl beim

Uebergang aus dem ersten Medium in das zweite (optisch dichtere, mit geringerer Fortpflanzungsgeschwindigkeit) dem Einfallslot zu gebrochen, der Winkel r ist kleiner als der Einfallswinkel i . Ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v' im zweiten Medium grösser als die im ersten (v), so findet das Umgekehrte statt, $\frac{v}{v'} = n < 1$, der

Strahl wird vom Einfallslot weg gebrochen, i ist kleiner als r (vgl. hierzu Fig. 283, wo $v = 0.75$, $v' = 1$).

Es ist einleuchtend, dass unter letzterem Verhältniss bei einer gewissen Grösse von i der Winkel r gleich 90° werden wird, d. h.

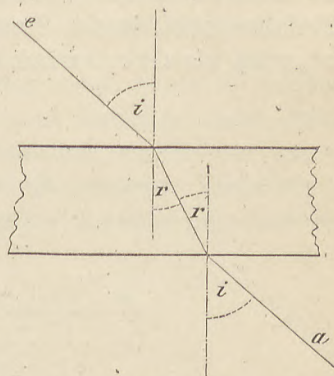


Fig. 282.

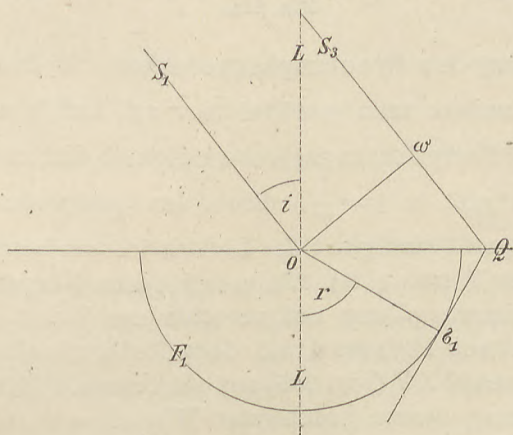


Fig. 283.

der Strahl nicht mehr in das zweite Medium eindringen kann; dieser Fall ist in Fig. 284 für unser Verhältniss $\frac{v}{v'} = \frac{0.75}{1}$ dargestellt.

Wenn aber $r = 90^\circ$, so ist $\sin r = 1$ und dann wird

$$\sin i = n$$

Derjenige Strahl also, dessen Einfallswinkel i so gross ist, dass sein Sinus gleich dem Brechungsexponenten ist, dringt nicht in das

zweite Medium ein, sondern pflanzt sich parallel der Grenzfläche der beiden Medien fort; man nennt diesen Strahl ($S_1 O Q$ in Fig. 284) auch den Grenzstrahl. Strahlen, welche unter grösserem Winkel einfallen, als der Grenzstrahl, werden ebenfalls nicht in das zweite Medium eindringen, sondern vollständig zurückgeworfen werden, sie erleiden totale Reflexion. Der zu dem Grenzstrahl gehörige Einfallswinkel, dessen Sinus also gleich dem Brechungsexponenten n ist, wird als Grenzwinkel der totalen Reflexion bezeichnet.

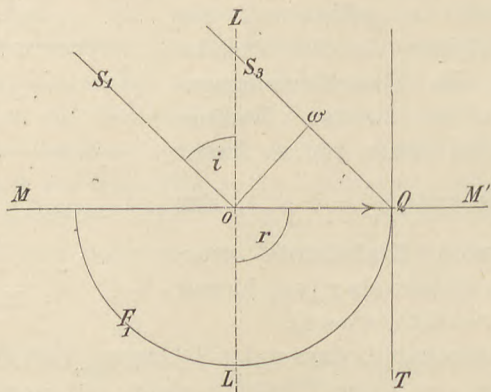


Fig. 284.

Bestimmung des Brechungsexponenten. In dem Brechungsindex $\frac{v}{v'} = n$ bezieht man gewöhnlich v auf Luft*) und setzt dasselbe, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Luft $= 1$; demnach gibt $n (= \frac{1}{v'})$ direct den reciproken Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in dem betreffenden Medium an. Dieser Werth n ist für verschiedene Körper verschieden und seine Bestimmung kann auf verschiedene Weise geschehen:

Mittels eines Prismas mit dem Reflexionsgoniometer. Fällt ein Lichtstrahl AB (Fig. 285) auf ein Prisma PRS einer durchsichtigen Substanz, dessen brechender Winkel $= \alpha$ sei, so wird er nach dem Brechungsgesetz abgelenkt. Richtet man nun die Stellung des Prismas zur Lichtquelle so ein, dass diese Ablenkung, die ja eine Function des Einfallswinkels ist, ihren geringsten Werth hat, so bildet der eintretende Strahl AB denselben Winkel mit der Prismenfläche PR , wie der austretende CD mit der Prismenfläche RS

*) Den auf den luftleeren Raum bezogenen „absoluten“ Brechungsexponenten erhält man, wenn man den auf Luft bezogenen mit 1,000294, dem absoluten Brechungsexponenten der Luft, multiplicirt.

$\sphericalangle i = \sphericalangle e$. Bezeichnet man den Winkel, um welchen in diesem Falle der austretende Strahl von dem einfallenden abgelenkt ist mit δ , so gilt die Beziehung

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

Man misst mit dem Reflexionsgoniometer (Fig. 11, S. 9) zunächst den brechenden Winkel α des Prismas und bestimmt dann mittels des beweglichen Fernrohres F die Ablenkung, welche die von der Lichtquelle durch das Collimatorrohr L gehenden Lichtstrahlen durch das Prisma erfahren. Diese Methode, die sehr gute Resultate

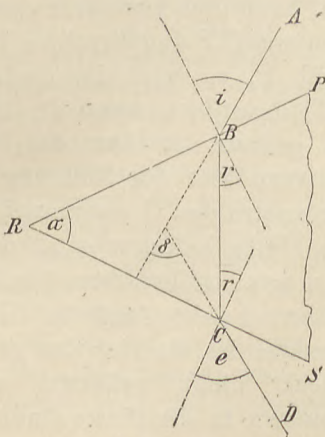


Fig. 285.

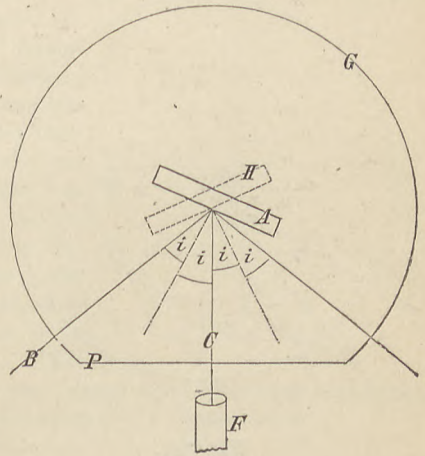


Fig. 286.

liefert, ist nur anwendbar, wenn von der zu untersuchenden Substanz so grosse Stücke zu Gebote stehen, dass sich daraus ein Prisma schleifen lässt, wenn nicht natürliche Krystallflächen von geeigneter Lage vorhanden sind. Auch muss der Körper gut durchsichtig sein, was zumal bei künstlichen Krystallen nicht immer der Fall ist.

Mittels des Totalreflectometers. Von besonderer Wichtigkeit für krystallographische Zwecke ist die Methode der Bestimmung der Brechungs-exponenten durch Totalreflexion, weil dazu nur eine verhältnissmässig leicht herzustellende reflectirende Platte der betreffenden Substanz nöthig ist und an dieser die Brechungsindices für verschiedene Richtungen bestimmt werden können. Wie oben auseinandergesetzt wurde, ist der Brechungs-

exponent n gleich dem Sinus des Grenzwinkels der totalen Reflexion. Um diesen Grenzwinkel zu bestimmen, hat Kohlrausch ein Totalreflectometer construirt, welches im Wesentlichen folgende Einrichtung hat: In einem cylindrischen Glasgefäss G (vgl. den Horizontaldurchschnitt Fig. 286 auf S. 131), welches vorn durch eine ebene Glasplatte P verschlossen ist, befindet sich eine Flüssigkeit von grosser optischer Dichte*). Da hinein wird die in geeigneter Weise befestigte Krystallplatte A gebracht so, dass sie um die zur Zeichenebene senkrechte Axe drehbar ist. Lässt man von der linken Seite her diffuses Licht darauf fallen, so werden diejenigen Strahlen, welche einen grösseren Einfallswinkel als der Grenzstrahl B haben, total reflectirt, während die anderen mit kleinerem Einfallswinkel zum grossen Theil in die Platte eindringen. Beobachtet

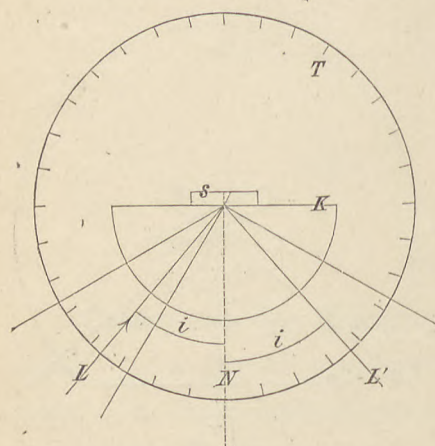


Fig. 287.

man nun die Platte durch ein auf unendlich gestelltes vor der Glaswand P angebrachtes Fernrohr F , so wird das Gesichtsfeld desselben, wenn die Platte so gedreht ist, dass die Fernrohraxe mit der Richtung des Grenzstrahles C zusammenfällt, zur Hälfte hell erscheinen durch die total reflectirten Strahlen, während die andere Hälfte dunkler ist, da hier das meiste Licht nicht reflectirt wird, sondern in die Platte eindringt. Man kann diese Grenze zwischen

dem helleren und dem dunkleren Theil des Gesichtsfeldes auf das Fadenkreuz des Fernrohres einstellen und dann die Stellung der Platte an einem getheilten Kreis ablesen. Darauf beleuchtet man von der anderen Seite und dreht die Platte so lange, bis man wieder die Grenzlinie sieht. Die Platte befindet sich dann in der Stellung II und die am Theilkreis abgelesene Drehung beträgt $2i$, wenn i der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist. Bezeichnet man mit μ den ein für allemal bestimmten Brechungsindex der Flüssigkeit, so ist der Brechungsexponent der Platte:

$$n = \mu \sin i$$

Eine etwas andere Construction hat früher Wollaston und neuerdings Pulfrich und später Abbé für ein Totalreflectometer

*) Die optische Dichte der Flüssigkeit muss unter allen Umständen grösser sein, als die der zu untersuchenden Substanz.

angegeben. Letzterer ersetzt die Flüssigkeit durch einen halbkugel-, förmigen Glaskörper (K in der schematischen Zeichnung Fig. 287), auf den die zu untersuchende Substanz s gebracht wird. Diffuses Licht fällt von links unten auf die Platte, die oberhalb L einfallenden Strahlen (Einfallswinkel $> i$) werden total reflectirt, die zwischen N und L einfallenden dringen ein. Die Richtung des Grenzstrahles L' kann beobachtet und an einem getheilten Kreise T abgelesen werden.

Bei beiden Apparaten ist eine Einrichtung vorhanden, welche gestattet, die Platte in ihrer Ebene zu drehen, so dass man die Brechungsexponenten für alle in der Plattenebene liegenden Richtungen bestimmen kann.

Mit dem Mikroskop nach der Methode des Herzogs von Chaulnes. Diese Methode eignet sich für kleine von zwei parallelen Flächen begrenzte Objecte. Man stellt im Mikroskop irgend ein Object, einen Punkt p (Fig. 288) scharf ein. Bringt man nun zwischen diesen Punkt und das Objectiv des Mikroskopes eine durchsichtige planparallele Platte a b c d, so wird in Folge der Lichtbrechung der Ort des Punktes p scheinbar verändert, die Strahlen scheinen nicht mehr von p, sondern von p' herzukommen. Um jetzt den Punkt p scharf zu sehen, muss man das Objectiv um eine bestimmte Grösse heben, welche man mittels der am Mikroskop vorhandenen Mikrometerschraube sehr genau feststellen kann. Bedeutet d diese Aenderung der Stellung des Mikroskopes, t die Dicke der eingeschalteten Platte (welche man unter dem Mikroskop gleichfalls leicht messen kann) und n den Brechungsexponenten der Platte, so ist

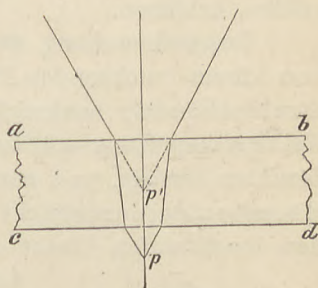


Fig. 288.

$$n = \frac{t}{t-d}$$

Dispersion. Während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im leeren Raum für alle Farben die gleiche ist, ist das in anderen Medien nicht der Fall, und es hat sich gezeigt, dass die Strahlen für verschiedene Farben verschieden gebrochen werden. Die im weissen Licht vorhandenen Farben werden zu einem Spectrum dispergirt. Das Dispersionsvermögen ist für verschiedene Substanzen verschieden. Der Brechungsexponent für die verschiedenen Farben hängt bei isotropen Substanzen ab von der Wellenlänge; roth mit der grössten Wellenlänge wird am wenigsten abgelenkt, violett am meisten. Die Beziehung zwischen den Brechungsexponenten und der Wellenlänge ergibt sich aus der Cauchy'schen Dispersionsformel

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

worin A und B für dieselbe Substanz constant sind. Bestimmt man für zwei Farben von bekannten Wellenlängen λ und λ' die Brechungsexponenten, so lässt sich A und B berechnen und danach n für jede beliebige Wellenlänge, beziehungsweise Farbe. Der Brechungsindex einer Substanz muss demnach immer für eine bestimmte Farbe, d. h. im monochromatischen Licht bestimmt werden.

Als Beispiel für starkes Farbenzerstreuungsvermögen sei angeführt der Diamant, bei welchem

$$\begin{aligned} n &= 2.4135 \text{ für roth} \\ &2.4195 \text{ „ gelb} \\ &2.4278 \text{ „ grün} \end{aligned}$$

ist. Der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist für diese Brechungsindices circa 25° , woher sich die vielen Lichtreflexe im Inneren eines mit flachen Facetten versehenen Steines, das „Feuer“ desselben, erklären.

Doppelbrechung des Lichtes im Kalkspath. Lässt man den von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Lichtstrahl (eigentlich Strahlenbündel) senkrecht auf die Fläche eines rhomboedrigen Kalkspathspaltungsstückes auffallen, so wird derselbe in zwei Strahlen zerlegt, und man sieht demgemäss, wenn man durch das Rhomboeder durchblickt (sofern dasselbe genügende Dicke besitzt), den leuchtenden Punkt doppelt.*) Bei genauerer Betrachtung der

Lage der beiden Bilder des leuchtenden Punktes fand man (Huyghens), dass das Bild o (Fig. 289) in der Richtung des einfallenden Strahles liegt, während das Bild e in der Richtung der kurzen Diagonale der Rhomboederfläche abgelenkt ist. Dreht man nun den Kalkspath um die zur Rhomboederfläche senkrechte Linie (die Richtung des einfallenden Strahles), so bleibt das Bild o an

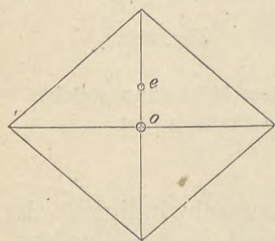


Fig. 289.

seinem Ort stehen, während das Bild e sich um o herumbewegt. Die Ablenkung bleibt also in Bezug auf den Krystall constant, sie findet bei jeder Stellung desselben in der Richtung der kurzen Diagonale statt, oder — wie man allgemein zu sagen pflegt — im optischen Hauptschnitt, d. h. in derjenigen Ebene, welche durch den einfallenden Strahl und die Hauptaxe des Krystalles bestimmt ist.**)

*) Diese Erscheinung ist schon 1669 von Erasmus Bartholin entdeckt worden, und ihr verdankt der Calcit den Namen Doppelspath.

**) Allgemein ist unter Hauptschnitt eine Ebene zu verstehen, welche der Hauptaxe parallel ist. Da es deren unendlich viele gibt, ist für den speciellen Fall noch eine specielle Bezeichnung („Richtung des einfallenden Strahles“) nöthig.

Der Gang der Lichtstrahlen im Kalkspathrhomboeder stellt sich, also in einem Durchschnitt nach dem Hauptschnitt dar, wie in beistehender Figur 290 angegeben: Der senkrecht auf die Fläche R auffallende Lichtstrahl *s* wird in zwei Strahlen zerlegt, von denen der eine *o*, dem Brechungsgesetz gehorchend, nicht abgelenkt wird, während der andere *e*, abweichend davon, eine Ablenkung im Hauptschnitt erfährt. Man nennt den ersten (*o*), den ordentlichen, den anderen (*e*) den ausserordentlichen Strahl. Fällt der Strahl *s* schief auf die Rhomboederfläche, so wird er ebenfalls in zwei Strahlen *o* und *e* zerlegt (Fig. 291). Der ordentliche *o* folgt dem Brechungsgesetz, er wird gebrochen und bleibt in der Einfallsebene. Der ausserordentliche wird in Bezug auf das Einfallslot stärker (von der Richtung *s* weniger) abgelenkt und bleibt nur dann in der Einfallsebene, wenn diese im Hauptschnitt liegt, d. h. der

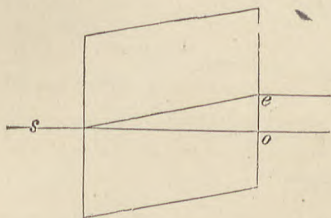


Fig. 290.

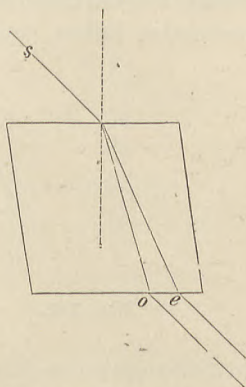


Fig. 291.

Hauptaxe parallel ist. Liegt die Einfallsebene schief zur Hauptaxe, z. B. parallel zu einer Rhomboederfläche, so wird der Strahl *e* aus derselben abgelenkt, und zwar in der Richtung des Hauptschnittes. Eine solche Zerlegung des einfallenden Strahles, Doppelbrechung, findet in allen Richtungen im Kalkspath statt, mit Ausnahme einer einzigen, d. i. die Richtung der Hauptaxe. Fällt der Strahl senkrecht auf die Basis, so wird er nicht abgelenkt und nicht in zwei Strahlen zerlegt, und blicken wir parallel der Hauptaxe durch eine von Basisflächen begrenzte Kalkspathplatte nach dem leuchtenden Punkt, so sehen wir denselben einfach und nicht doppelt. Diese Richtung, in welcher sich der Krystall wie ein isotroper, einfachbrechender Körper verhält, nennt man die optische Axe. Sie fällt beim Kalkspath wie bei allen Krystallen des tetragonalen und hexagonalen Systemes, mit der krystallographischen Hauptaxe zu-

sammen. Da es bei diesen doppelbrechenden Krystallen nur eine einzige solche Richtung gibt, nennt man dieselben optisch einaxig.

Daraus, dass die beiden Strahlen *o* und *e* eine verschiedene Ablenkung erfahren, ergibt sich, wenn wir uns das Wesen der Lichtbrechung vergegenwärtigen, ohne Weiteres, dass die beiden Strahlen eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben. Die beiden Strahlen zeigen aber noch die Eigenschaft, dass sie senkrecht zueinander polarisirt sind, und zwar so, dass die Schwingungsrichtung des einen (*e*) im Hauptschnitt, die des anderen (*o*) senkrecht dazu liegt. Das lässt sich an folgendem Versuch, den schon Huyghens kannte, aber noch nicht zu deuten wusste, erläutern.

Lässt man durch eine kleine Oeffnung in einem dunklen Schirm einen Lichtstrahl (Strahlenbündel) senkrecht auf ein Kalkspathrhomboeder fallen, so erhält man zwei Bilder *o* und *e*, wie in

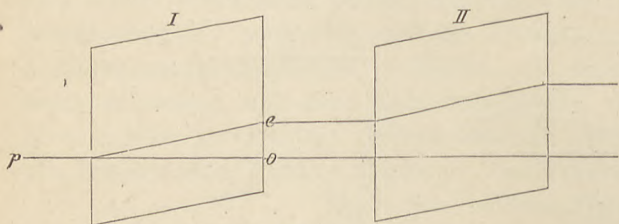


Fig. 292.

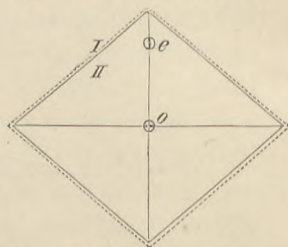


Fig. 293.

Fig. 289, beziehungsweise 290. Bringt man nun vor dieses Rhomboeder I ein zweites (II in Fig. 292) gleich dickes in paralleler Stellung, so erscheinen die zwei Bilder *o* und *e* in doppelter Entfernung (vgl. Fig. 293, worin das Rhomboeder I durch punktirte Linien dargestellt ist). Der Vorgang ist folgender: Der von *p* kommende Strahl (vgl. Fig. 292) wird im Rhomboeder I zerlegt in zwei, von denen der eine (*o*), der ordentliche, senkrecht zum Hauptschnitt, also parallel der langen Diagonale der Rhomboederfläche schwingt und nicht abgelenkt wird. Er fällt mit senkrechter Incidenz und unveränderter Schwingungsrichtung auf das Rhomboeder II auf und da dasselbe dem Rhomboeder I parallel ist, so liegt kein Grund zu weiterer Zerlegung vor, der Strahl geht als ordentlicher unabgelenkt, unzerlegt und mit unveränderter Schwingungsrichtung durch das Rhomboeder II durch. Der ausserordentliche Strahl *e* wird beim Eintritt in Rhomboeder I gebrochen und tritt aus demselben parallel zur Einfallsrichtung, und in der Richtung des Hauptschnittes schwingend, aus. Er fällt senkrecht auf II auf, wird dort um denselben Betrag wie in I und

im gleichen Sinne abgelenkt und da er bereits vollständig im Hauptschnitt schwingt, nicht weiter zerlegt. Er liefert uns also ebenfalls nur ein Bild e.

Dreht man nun das Rhomboeder II um die zur Rhomboederfläche Senkrechte, so fällt die Schwingungsrichtung der aus I austretenden Strahlen nicht mehr mit der Richtung des Hauptschnittes und der dazu senkrechten Ebene — welche wir kurzweg als die Schwingungsrichtungen des Krystalles bezeichnen wollen — im Rhomboeder II zusammen. Nach dem Parallelogramm der Bewegungen wird jeder der aus I austretenden Strahlen wieder in zwei zerlegt werden, von denen einer im Hauptschnitt des Rhomboeders II, der andere senkrecht dazu schwingt. So entstehen im Ganzen 4 Bilder, nämlich aus dem von I gelieferten Bilde o ein ordentliches o_o (Fig. 294), welches nicht abgelenkt ist und senkrecht zum Hauptschnitt von II schwingt, und ein ausserordentliches o_e ,

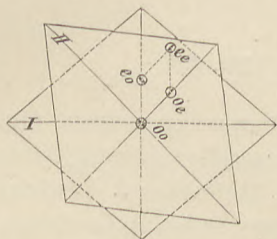


Fig. 294.

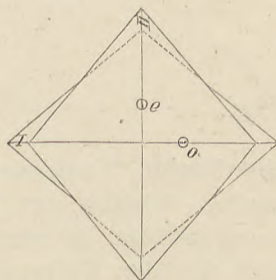


Fig. 295.

welches im Hauptschnitt von II schwingt und in diesem Hauptschnitt abgelenkt ist. Das von I gelieferte Bild e wird in analoger Weise zerlegt und liefert ein ordentliches Bild e_o , welches unabgelenkt durch II hindurchgeht und senkrecht zum Hauptschnitt von II schwingt und ein ausserordentliches e_e , welches im Hauptschnitt von II schwingt und in diesem Hauptschnitt abgelenkt ist. Die Intensität der Bilder ist natürlich nur gleich,*) wenn die beiden Rhomboeder um 45° gegeneinander geneigt sind. Das Verhalten für andere Stellungen lässt sich mit Hilfe des Parallelogrammes der Kräfte leicht ableiten.

Drehen wir das Rhomboeder II weiter, bis es um 90° gegen das erste gedreht ist, so erhalten wir wieder nur zwei Bilder

*) Gleiche Absorption (vgl. später) vorausgesetzt. Beim Kalkspath ist die Verschiedenheit der Absorption der beiden Strahlen so gering, dass sie hier unberücksichtigt bleiben kann.

(Fig. 295). In dieser Stellung fällt die lange Diagonale von II mit der kurzen von I, die Schwingungsrichtung des von I gelieferten Bildes *e* mit der Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahles in II zusammen. Mit unveränderter Schwingungsrichtung geht demnach der Strahl *e* unzerlegt als ordentlicher Strahl, d. h. unabgelenkt durch das Rhomboeder II, während *o* im Hauptschnitt von II schwingend als ausserordentlicher Strahl in dieser Ebene abgelenkt wird. Bei weiterer Drehung erscheinen wieder die vier Bilder und wenn die Drehung einen Werth von 180° erreicht hat, erscheint nur ein einziges Bild (Fig. 296), dessen Entstehung aus Fig. 297 ohne besondere Erläuterung verständlich ist.

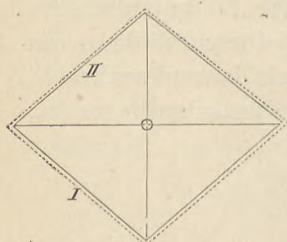


Fig. 296.

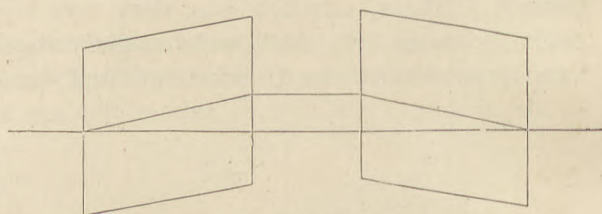


Fig. 297.

Wellenfläche. Wenn man die Brechungsexponenten (das sind die reciproken Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten) für die beiden Strahlen in verschiedenen Richtungen bestimmt, so ergibt sich für den Kalkspath, dass der ordentliche Strahl sich in allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit fortpflanzt, während der ausserordentliche nur in der Richtung der Hauptaxe (der optischen Axe) die gleiche Geschwindigkeit hat wie der ordentliche, in allen anderen eine grössere. Betrachtet man nun den ausserordentlichen Strahl für sich, so findet man weiter, dass das Maximum der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Richtung senkrecht zur optischen Axe liegt, und dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit rund um die optische Axe gleich ist in allen Richtungen, welche den gleichen Winkel mit der optischen Axe bilden.*) Hieraus ergibt sich, wie schon Huyghens nachwies, dass die Wellenfläche für den ordentlichen Strahl eine Kugel ist, während sie für den ausserordentlichen dargestellt wird durch ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe parallel zur optischen Axe ist, und dessen Rotationshalbmesser sich zum Aequatorial-

*) Eine Axe, welche die Eigenschaft hat, dass alle Richtungen, welche den gleichen Winkel mit ihr bilden, gleichwerthig sind, nennt man allgemein eine Axe der Isotropie.

halbmesser verhält, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahles in der Richtung der optischen Axe zu der in der Richtung senkrecht zur optischen Axe. Da der Durchmesser der Kugel und die Rotationsaxe des Ellipsoides gleich sind, so erhalten wir die vollständige Wellenfläche des Lichtes im Kalkspath, wenn wir die Fig. 298 um ihre kurze Axe rotiren lassen; die Wellenfläche des Kalkspathes besteht also aus einem Rotationsellipsoid und einer von diesem umschlossenen Kugel.

Wir kennen diese Wellenfläche, wenn wir den Brechungs-exponenten des ordentlichen Strahles ω und den Brechungs-exponenten des ausserordentlichen Strahles in der Richtung senkrecht zur optischen Axe, den sogenannten Hauptbrechungs-exponenten des ausserordentlichen Strahles, ε bestimmt haben. Für Kalkspath ist für Natriumlicht (Linie D) $\omega = 1.6583$, $\varepsilon = 1.4864$.

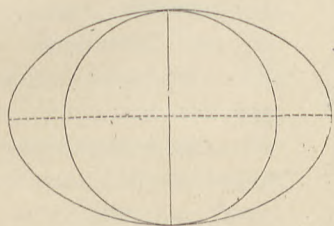


Fig. 298.

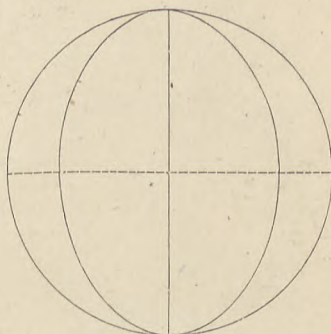


Fig. 299.

Ein Theil der optisch einaxigen Krystalle (die sogenannten optisch negativen) verhält sich dem Kalkspath vollständig analog, nur dass ω und ε andere Werthe haben, und für die grosse Mehrzahl derselben die Differenz $\omega - \varepsilon$ kleiner ist, oder, wie man gewöhnlich zu sagen pflegt, die Doppelbrechung schwächer ist. Die übrigen optisch einaxigen Krystalle (die sogenannten optisch positiven) unterscheiden sich von diesem Theile dadurch, dass bei ihnen nicht $\omega > \varepsilon$, sondern umgekehrt $\varepsilon > \omega$. Dazu gehört z. B. der Quarz, für welchen für Natrium Licht (Linie D) $\omega = 1.5442$, $\varepsilon = 1.5533$. Die Wellenfläche für diese Krystalle ist ein von einer Kugel umschlossenes Rotationsellipsoid, wie es in Fig. 299 dargestellt ist und es ergibt sich daraus, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahles kleiner ist als die des ordentlichen. Fig. 300 stellt die Huyghens'sche Construction für die Ausbreitung des Lichtes in einem doppelbrechenden, optisch einaxigen, negativen Krystall dar, o ist der ordentliche, e der ausserordentliche Strahl; in Fig. 301

ist dieselbe Construction für einen optisch positiven Krystall ausgeführt. Aus diesen Figuren ist zu ersehen, was sich übrigens aus der Grösse der Brechungsexponenten von selbst ergibt, dass in negativen Krystallen der ordentliche Strahl stärker von der Richtung des einfallenden Strahles abgelenkt wird, als der ausser-

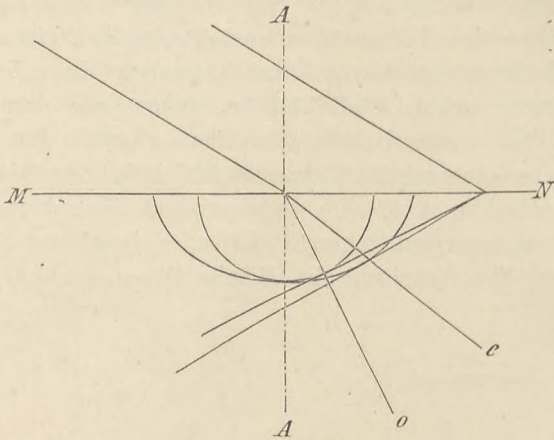


Fig. 300.

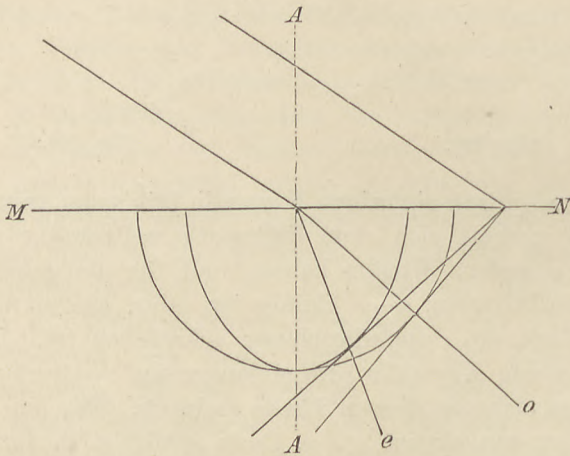


Fig. 301.

ordentliche, oder — anders ausgedrückt: dass der ausserordentliche in Bezug auf den ordentlichen von der optischen Achse weg gebrochen wird — während in positiven das Umgekehrte der Fall ist.

Während wir wissen, dass alle Krystalle des tetragonalen und hexagonalen Systemes doppelbrechend und optisch einaxig sind, lässt sich der Charakter der Doppelbrechung, ob positiv oder negativ, nicht ohne besondere Untersuchung angeben.

Die Bestimmung der Brechungs-exponenten in doppelbrechenden Krystallen erfolgt nach denselben Methoden, wie bei den isotropen Körpern. Es ist nur dabei zu beachten, dass die Richtungen, in welchen die Strahlen durch den Krystall hindurchgehen, nicht wie bei den einfachbrechenden Substanzen gleichwerthig sind, dass man sich also über diese Richtungen immer im Klaren sein und das Prisma oder die Platte zweckentsprechend herstellen muss. Um die Brechungs-exponenten ω und ε mittels eines Prismas zu bestimmen, kann man beispielsweise so verfahren, dass man ein Prisma herstellt, dessen brechende Kante der optischen Axe parallel ist. In einem solchen wird das einfallende Licht in

zwei Strahlen zerlegt, von denen der eine im Hauptschnitt parallel der optischen Axe schwingt — das ist der ausserordentliche, welcher uns ε liefert, während der andere senkrecht zur optischen Axe schwingt — das ist der ordentliche mit dem Brechungs-exponenten ω . Besonders gute Dienste leistet hier die Methode der Totalreflexion. Der in der Grenzschicht sich fortpflanzende Strahl wird in zwei zerlegt, welche senkrecht zueinander schwingen. Vermöge ihrer verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben diese beiden Strahlen verschiedene Grenzwinkel der totalen Reflexion.

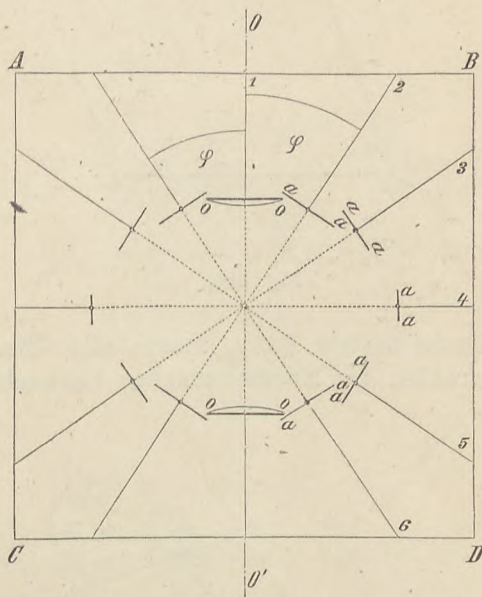


Fig. 302.

Am besten wendet man Platten an, welche der optischen Axe parallel sind, also einen Hauptschnitt des Krystalles darstellen. Sei in der schematischen Fig. 302 ABCD eine solche Platte eines optisch negativen Krystalles, worin OO' die Richtung der optischen Axe bedeutet, so sind für die Strahlen, welche sich in den Richtungen 2, 3, 4, 5, 6 unter dem Winkel φ gegen die optische Axe fortpflanzen, die Schwingungsrichtungen des ausserordentlichen Strahles durch die Linien a a angegeben, während die Schwingungsrichtung für den ordentlichen senkrecht auf der Zeichenebene steht. Nur der in der Richtung der optischen Axe sich fortpflanzende Strahl 1

schwingt in der zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Ebene nach allen Richtungen. Wenn der Brechungsexponent für den Strahl 1 durch die Länge o dargestellt wird, so erhalten wir denselben Werth für den Brechungsexponenten ω der ordentlichen Strahlen

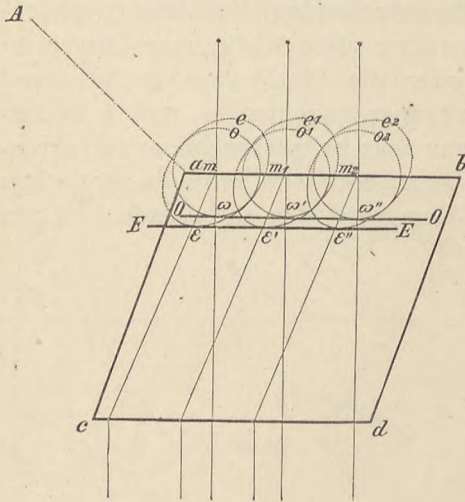


Fig. 303.

in den Richtungen 2, 3, 4, 5, 6, während die Brechungsexponenten für die ausserordentlichen Strahlen, wie aus den verschiedenen Längen a zu ersehen, abnehmen mit der Zunahme des Winkels φ und für $\varphi = 90^\circ$ das Minimum erreichen. Es ist aus der Figur deutlich zu erkennen, dass alle Richtungen, welche mit der optischen Axe den gleichen Winkel bilden, gleichwerthig sind. Da die Totalreflectometer so eingerichtet sind, dass man die zu untersuchenden Platten in ihrer

Ebene drehen kann, lassen sich die Grenzcurven für die beiden Strahlen im Zusammenhang beobachten und die Brechungsexponenten in jeder beliebigen Richtung feststellen.

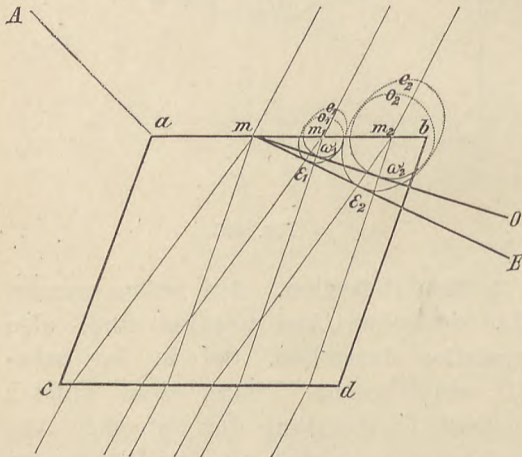


Fig. 304.

Die Wellenfläche ist dann leicht zu construiren, da ja die Brechungsexponenten die reciproken Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sind.

Wenn wir die Wellenfläche kennen, können wir die Fortpflanzungsrichtung der Strahlen im Krystall mittels der Huyghens-

schen Construction leicht bestimmen. Die Fig. 303 und 304 lassen das deutlich erkennen. Da die Tangente an einer Ellipse im Allgemeinen nicht senkrecht steht zu dem zugehörigen Halbmesser, so fällt für den ausserordentlichen Strahl die Richtung des

Strahles mit der Wellennormale nicht zusammen, ausser, wenn der Strahl mit einer der Haupttaxen der Ellipse zusammenfällt. Das ist der Fall für Strahlen parallel und senkrecht zur optischen Axe. Während im ersteren Falle die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen und ausserordentlichen Strahles gleich sind, also überhaupt keine Doppelbrechung stattfindet, haben im zweiten Falle die beiden Strahlen zwar verschiedene Geschwindigkeit, fallen aber, wie Fig. 305 zeigt, zusammen, so dass die beiden von den zwei Strahlen gelieferten Bilder sich überdecken. So erklärt es sich, dass man, wenn man senkrecht zur Haupttaxe durch ein Prisma (im krystallographischen Sinne) hindurchblickt, nur ein Bild sieht. Es leuchtet ein, dass die beiden von einem doppel-

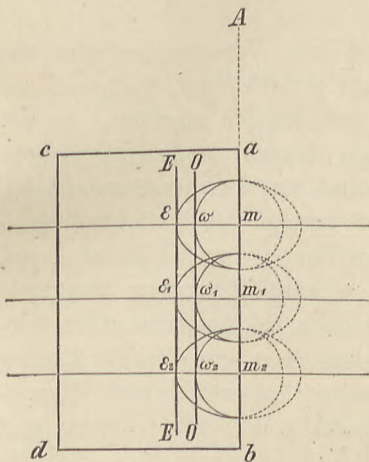


Fig. 305.

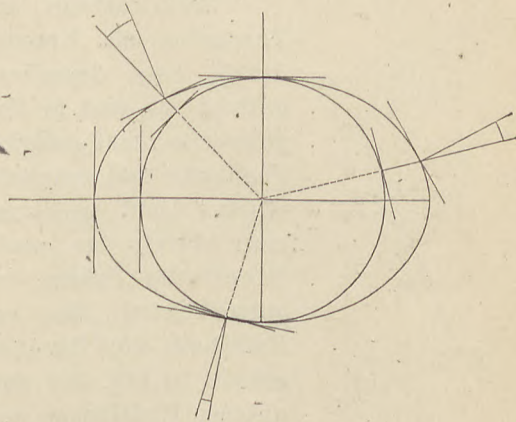


Fig. 306.

brechenden Krystall gelieferten Bilder den grössten Abstand haben, wenn die Richtung des einfallenden Strahles um einen mittleren Winkel, dessen Grösse von der Form der Ellipse abhängig ist, gegen die optische Axe geneigt ist. Fig. 306 gibt eine schematische Darstellung dieser Verhältnisse.

Polarisationsinstrumente. Wir haben gesehen, dass doppelbrechende Krystalle den gewöhnlichen Lichtstrahl in zwei zerlegen, welche senkrecht zueinander polarisirt sind. Dies gibt uns Mittel, uns auf einfache Weise polarisirtes Licht zu verschaffen; wir brauchen nur dafür zu sorgen, dass einer der Strahlen vernichtet wird, so bekommen wir Licht, welches nur in einer Richtung schwingt. Dazu lässt sich z. B. der dunkelgefärbte (grüne oder braune) Turmalin (von Ceylon oder Brasilien) verwenden; derselbe krystallisirt in hexagonalen Prismen und hat die Eigenschaft, den

einen der in ihm durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen, und zwar den senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden ordentlichen Strahl fast vollständig zu absorbiren. *) Lassen wir also senkrecht zur Hauptaxe Licht durch ein solches Turmalinprisma hindurchgehen, so tritt dasselbe als ausserordentlicher Strahl, d. h. polarisirt und im Hauptschnitt schwingend aus. Dieses polarisirte Licht geht durch einen zweiten parallel gestellten Turmalinkrystall ohne wesentliche Absorption hindurch; drehen wir aber diesen zweiten Turmalin um 90° , so dass die Schwingungsrichtung der aus dem ersten austretenden Strahlen mit der Schwingungsrichtung für den ordentlichen Strahl im zweiten zusammenfällt, so werden diese Strahlen absorbirt und die beiden gekreuzten Platten erscheinen beim Durchblicken dunkel.

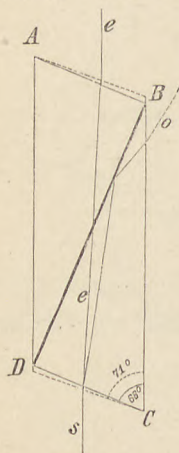


Fig. 307.

Beeinträchtigt wird die Verwendbarkeit des Turmalins als Erzeuger polarisirten Lichtes dadurch, dass derselbe gewöhnlich ziemlich dunkel gefärbt ist und in Folge dessen auch das durchgelassene Licht gefärbt und ziemlich geschwächt ist. Farbloses und möglichst wenig geschwächtes polarisirtes Licht erhält man durch den Kalkspath, und zwar durch das nach seinem Erfinder benannte Nicol'sche Prisma, welches folgendermaassen hergestellt wird: Man spaltet aus möglichst klarem Kalkspath ein Rhomboeder heraus, dessen Hauptschnitt in Fig. 307 dargestellt ist. Die oberen und unteren Endflächen werden so abgeschliffen, dass sie mit den verticalen Kanten einen Winkel von 68° (statt 71°) bilden, das Rhomboeder dann in der Richtung BD senkrecht zum Hauptschnitt und senkrecht zu den neu abgeschliffenen Flächen durchgeschnitten und die beiden Hälften mit Canadabalsam ($n = 1.536$) wieder zusammengekittet. Fällt nun auf ein solches Prisma parallel der Längsrichtung ein Lichtstrahl s, so wird derselbe in zwei Strahlen zerlegt. Der ordentliche o erhält eine solche Richtung, dass er an der Canadabalsamschicht total reflectirt, auf die Seitenfläche des Prismas geworfen und dort durch eine schwarze Fassung absorbirt wird. Der ausserordentliche e, welcher für den so regulirten Gang den gleichen Brechungsexponenten besitzt wie der Canadabalsam, geht ohne Ablenkung durch das Prisma und die Canadabalsamschicht hindurch. Das Licht, welches ein solcher Nicol liefert, ist also vollständig polarisirt und schwingt im Haupt-

*) Ueber Absorption siehe später.

schnitt. Zwei solcher Prismen lassen, wenn ihre Schwingungsrichtungen (die Hauptschnitte) gekreuzt sind, gar kein Licht durch, da das aus dem ersten austretende polarisirte Licht dann im zweiten als ordentlicher Strahl hinausreflectirt wird.

Polarisation des Lichtes erfolgt auch bei der Reflexion und bei der Brechung. Am vollkommensten ist das reflectirte Licht polarisirt, wenn der Einfallswinkel gleich dem für verschiedene Substanzen verschiedenen (für gewöhnliches Glas circa 55° betragenden) Polarisationswinkel ist. Für den Polarisationswinkel p und den dazugehörigen Brechungswinkel p' gilt die Gleichung $\sin p' = \cos p$, d. h. das Maximum der Polarisation tritt ein, wenn der Einfallswinkel und der Brechungswinkel zusammen 90° betragen. Das reflectirte Licht schwingt senkrecht zur Einfallsebene. Der gebrochene Strahl ist ebenfalls theilweise polarisirt, aber senkrecht zum reflectirten, er schwingt also in der Einfallsebene (vgl. Fig. 308). Durch wiederholte Brechung in einem Glasplattensatz wird die Polarisation vollkommener.

Die Schwingungsrichtung eines Nicol'schen Prismas liegt im Hauptschnitt, also parallel der kurzen Diagonale der Rhomboederfläche. Die neueren Polarisatoren haben eine andere Construction, werden aber gewöhnlich schlechtweg als „Nicol's" bezeichnet. Häufig haben sie einen rechteckigen Querschnitt und es ist dann nicht ohne Weiteres zu erkennen, welcher Kante die Schwingungsrichtung parallel ist. Die einfachste und überall anwendbare Methode, um dies rasch zu bestimmen, besteht darin, dass man unter einem Winkel von circa 50° gegen irgend eine spiegelnde (glänzende) Fläche (Tischplatte, Messerklinge oder dgl.) blickt. Das polarisirt reflectirte Licht schwingt senkrecht zur Einfallsebene. Dreht man nun den Nicol so, dass die Fläche dunkel erscheint (nicht mehr glänzt), so ist seine Schwingungsrichtung der Einfallsebene parallel.

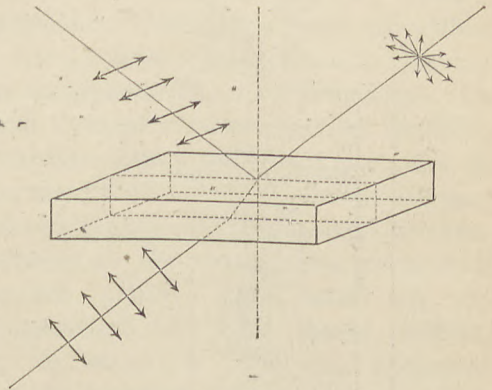


Fig. 308.

Zur Untersuchung der Krystalle im polarisirten Lichte dienen Polarisationsinstrumente, deren einfachstes die „Turmalinzange" ist. Zwei parallel der c-Axe geschnittene Turmalinplatten sind in drehbaren Fassungen zangenartig verbunden, so dass die zu untersuchende Krystallplatte leicht dazwischen geklemmt werden kann. Die anderen Instrumente sind so eingerichtet, dass die Krystallplatte bequem zwischen zwei Nicol'sche Prismen oder sonstige, polarisirtes Licht erzeugende Apparate gebracht und zwischen denselben senkrecht zur optischen Axe des Instrumentes gedreht werden kann. Die Anordnung der wichtigsten Theile eines solchen Instrumentes ist ge-

wöhnlich die, dass an einer verticalen Metallsäule unten ein Nicol'sches Prisma (oder ein Glasplattensatz) befestigt ist, der sogenannte Polarisator, welcher durch einen in geeigneter Weise angebrachten Spiegel Licht erhält. Darüber befindet sich der mit einer Theilung versehene, um die optische Axe des Instrumentes drehbare Objecttisch und über demselben kommt in entsprechender Entfernung der in einer Fassung drehbare obere Nicol, der Analytator. Im Ocular der Instrumente befindet sich ein Fadenkreuz, dessen Fäden parallel sind der Schwingungsrichtung der Nicols — wenn dieselben auf die entsprechende aussen angebrachte Marke eingestellt sind.

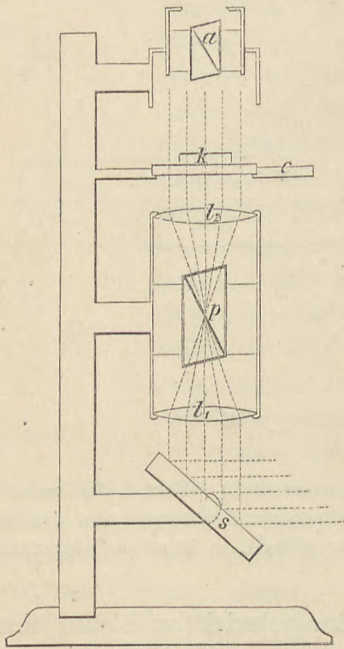


Fig. 309.

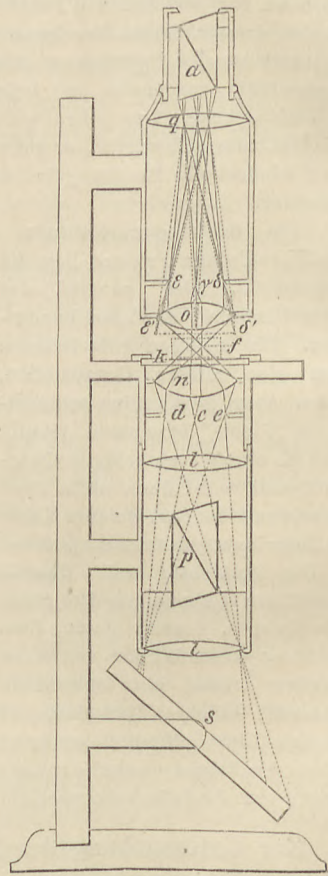


Fig. 310.

Durch eingeschaltete Linsen wird der Gang der Lichtstrahlen so geregelt, dass dieselben, wenn sie aus dem Polarisator austreten, entweder alle in paralleler Richtung durch das Object hindurchgehen, oder dass sie convergirend in dasselbe eintreten. Für ersteres, die Untersuchung im parallelen Licht, bei welcher das Verhalten des Krystalles im polarisirten Licht in einer einzigen Richtung bestimmt wird, dient das Orthoskop, von welchem ein schematischer

Durchschnitt in Fig. 309 abgebildet ist. Zur Untersuchung im convergenten Lichte, bei welcher die Erscheinungen zur Anschauung gebracht werden, welche ein Krystall zeigt, wenn polarisirtes Licht gleichzeitig in möglichst verschiedenen Richtungen hindurchgeht, dient das Konoskop. Der Gang der Lichtstrahlen in einem solchen ist aus der schematischen Fig. 310 zu ersehen. Die bei mineralogischen und petrographischen Arbeiten neuerdings in Anwendung kommenden Mikroskope sind so eingerichtet, dass sie für beide Arten von Untersuchungen geeignet sind. *)

Erscheinungen im parallelen polarisirten Licht. a) Amorphe Substanzen und reguläre Krystalle. Bringen wir auf den Objectträger eines Polarisationsinstrumentes einen isotropen Körper, so wird an der Polarisation der durchgehenden Strahlen nichts geändert. b) Einaxige Krystalle. Dasselbe gilt für Platten optisch einaxiger doppelbrechender Krystalle, wenn dieselben senkrecht zur optischen Axe geschnitten sind, also, da die optische Axe mit der Hauptaxe zusammenfällt, die Plattenebene der Basis parallel ist. Die aus dem Polarisator austretenden Strahlen gehen in der Richtung der optischen Axe durch die Platte und in dieser Richtung verhalten sich diese Krystalle wie isotrope Körper. Bei gekreuzten Nicols, wenn deren Schwingungsrichtungen 90° miteinander bilden, ist das Gesichtsfeld an sich dunkel und bleibt auch nach Einfügung der Krystallplatte dunkel. Auch wenn wir die Platte auf dem drehbaren Objecttisch in ihrer Ebene drehen, wird daran nichts geändert, da sich die Lage der optischen Axe zu den Nicols nicht ändert. Bei parallelen Nicols erscheint das Gesichtsfeld hell, die Platte ändert Nichts**) an dieser Helligkeit. Anders verhalten sich Platten, welche parallel oder schief zur optischen Axe geschnitten sind. Beobachten wir zunächst bei gekreuzten Nicols und im monochromatischen (einfarbigem) Licht. Bei gekreuzten Nicols ist das Gesichtsfeld im Polarisationsinstrument dunkel. Bringen wir nun eine parallel oder schief zur optischen Axe geschnittene Platte auf den Objecttisch zwischen die Nicols, so wird dieselbe im Allgemeinen hell erscheinen. Wenn wir sie dann in ihrer Ebene (in entsprechender Richtung) drehen, so wird die Helligkeit zunehmen, ein Maximum erreichen, abnehmen und verschwinden. Bei einer

*) Die verschiedenen Untersuchungsmethoden mittels des Polarisationsmikroskopes sind in dem kürzlich erschienenen Buche von Weinschenk „Anleitung zum Gebrauche des Polarisationsmikroskopes, Freiburg i. B. 1901“ zusammengestellt und erläutert.

**) Von der in vielen Fällen kaum bemerkbaren Absorption des Lichtes in der Platte kann hier und im Nächstfolgenden abgesehen werden.

vollen Umdrehung von 360° werden wir viermal (jedesmal nach 90°) das Maximum der Helligkeit und viermal Eintreten von Dunkelheit („Auslöschung“) wahrnehmen. Das hängt so zusammen: Wir wissen, dass in doppelbrechenden Krystallen das Licht in zwei Strahlen zerlegt wird, von denen einer, der ausserordentliche, im Hauptschnitt schwingt, der andere, der ordentliche, senkrecht dazu (s. S. 136); es sind das die Schwingungsrichtungen des Krystalles. Wenn nun eine dieser Schwingungsrichtungen mit der Schwingungsrichtung des Polarisators zusammenfällt, so wird das von diesem gelieferte polarisirte Licht mit unveränderter Schwingungsrichtung durch die Platte hindurchgehen und durch den Analysator, dessen Schwingungsrichtung senkrecht zu der des Polarisators steht, ausgelöscht werden. Das geschieht, wie ohne Weiteres verständlich, bei einer vollen Drehung viermal. Diese Erscheinung der „Auslöschung“, die sich sehr gut beobachten lässt, ermöglicht uns in Platten von

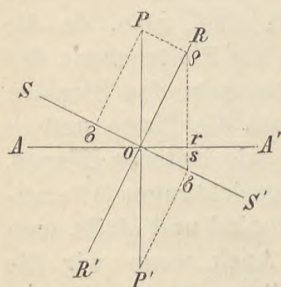


Fig. 311 a.

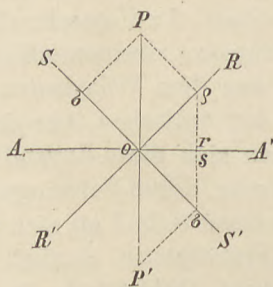


Fig. 311 b.

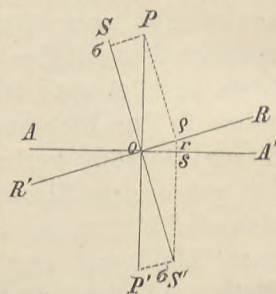


Fig. 311 c.

unbekannter Orientirung die Schwingungsrichtungen („Auslöschungsrichtungen“) festzustellen. Wir stellen die Platte zwischen gekreuzten Nicols auf dunkel — dann ist eine ihrer Schwingungsrichtungen der Schwingungsrichtung eines Nicols, beziehungsweise dem einen Faden des Fadenkreuzes, parallel, die andere steht senkrecht darauf.

Stehen die Schwingungsrichtungen des Krystalles aber schief zu denen der Nicols, so muss Helligkeit eintreten. Das aus dem Polarisator austretende, in der Richtung PP' schwingende Licht (vgl. Fig. 311) wird in dem doppelbrechenden Krystall in zwei Componenten ($O\rho$ und $O\sigma$) zerlegt, von welchen die eine parallel der einen Schwingungsrichtung des Krystalles RR' , die andere parallel der anderen SS' schwingt, und welche sich in dem Krystall mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Nehmen wir an, die beim Austritt aus demselben erlangte Verzögerung des einen Strahles gegen den anderen betrage $\frac{1}{2}\lambda$ oder ein ganzes Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$,

so finden die Schwingungen gleichzeitig in der Richtung OR und OS' statt. Treffen dieselben nun auf den Analysator, so werden die auf dessen Schwingungsrichtung AA' entfallenden Componenten Or und Os hindurchgehen, und zwar werden sie sich, da sie nach der gleichen Richtung liegen, summiren. Es wird also ein Theil*) des aus dem Krystall austretenden Lichtes durch den Analysator hindurchgehen und dessen Helligkeit ist abhängig von der Grösse der Componenten O ρ und O σ . Diese erreichen ihr Maximum, wie aus den Figg. 311 a—c zu ersehen ist, dann, wenn der Winkel POR 45° beträgt, also wird dann die Helligkeit am grössten sein. Fällt R oder S mit P zusammen, so werden sie = 0, d. h. es tritt Dunkelheit ein.

Wenn die Phasendifferenz der beiden aus dem Krystall austretenden Strahlen eine andere ist als $\frac{1}{2}\lambda$ beziehungsweise $n \times \frac{1}{2}\lambda$ (wobei n eine ganze Zahl), so

wird der Helligkeitsgrad in allen Stellungen natürlich ein geringerer sein, als bei dieser, das Maximum wird aber immer erreicht bei 45°. Wenn die Phasendifferenz genau eine ganze Wellenlänge (oder mehrere ganze Wellenlängen) beträgt, fallen die gleichgrossen Componenten O ρ und O σ in entgegengesetzte Richtung, heben sich also auf. Eine Platte, deren Dicke also genau so gross ist, dass die Phasendifferenz λ oder $n\lambda$ (wobei n eine ganze Zahl) beträgt, muss im einfarbigen Licht dunkel erscheinen. An Platten wird das in der Praxis kaum je vorkommen, an Keilen lässt es sich aber beobachten. Da wo die Dicke des Keils für die betreffende Farbe die richtige Grösse hat, entsteht ein dunkler Streifen, vgl. Fig. 312, eine Erscheinung, die z. B. an Gyps- und Quarzkeilen im Natriumlicht sehr deutlich zu sehen ist.

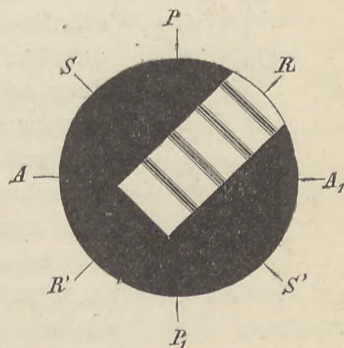
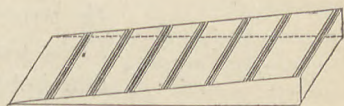


Fig. 312.

Wenden wir zur Beleuchtung statt des homogenen weisses Licht an, so erscheint die Platte dunkel, wie im einfarbigen Licht, wenn ihre Schwingungsrichtungen mit den Schwingungsrichtungen der Nicols parallel sind. In den Zwischenstellungen ist sie nicht weiss, sondern farbig. Da nämlich die verschiedenen, das Weiss zusammensetzenden Farben verschiedene Wellenlängen haben, so sind die Phasendifferenzen, mit denen die beiden durch die Doppelbrechung entstandenen Strahlen aus dem Krystall austreten, für die ver-

*) Derjenige Theil, welcher auf die zu AA' senkrechte Schwingungsrichtung des Nicols entfällt, wird vermöge der Construction durch totale Reflexion vernichtet.

schiedenen Farben verschieden und in Folge dessen auch die Interferenzen, welche dabei zu Stande kommen. Es wird, je nach der Dicke der Platte, die Helligkeit der einen Farbe geschwächt, während die einer anderen eine Verstärkung erfährt, und so entstehen Mischfarben, welche von der Stärke der Doppelbrechung und der Dicke der Platte abhängig sind. Da die Wellenlängen sehr kleine Grössen sind, so genügt eine sehr geringe Aenderung der Dicke einer Platte, um andere Farben auftreten zu lassen und so erklärt sich der häufig vorkommende Mangel an Einheitlichkeit in der Interferenzfarbe an künstlichen Präparaten und unvollkommen ausgebildeten Krystallen.

Stellt man die Nicols parallel, so erscheint bei homogenen Licht das Gesichtsfeld hell, und an dieser Helligkeit wird Nichts geändert,

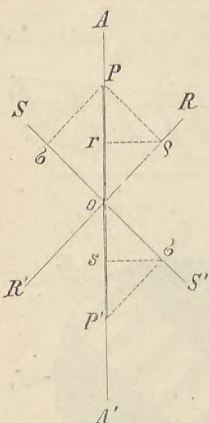


Fig. 313.

wenn die Schwingungsrichtungen der Platte mit der Schwingungsrichtung der Nicols parallel sind. In den Zwischenstellungen tritt im einfarbigen Licht eine Schwächung der Helligkeit ein, da von den beiden aus der Platte austretenden Strahlen nur die auf die Schwingungsrichtung im Hauptschnitt des Analysators entfallenden Componenten durchgelassen werden, während der senkrecht dazu schwingende Theil des Lichtes vermöge der Construction des Nicols durch totale Reflexion entfernt wird. Im weissen Licht findet in den Zwischenstellungen wieder wie bei gekreuzten Nicols eine Zerlegung in Farben statt. Es interferiren aber die Strahlen bei einer Zurückführung

auf die dem Polarisator parallele Schwingungsrichtung im entgegengesetzten Sinne, wie aus Fig. 313, welche der Fig. 311 b genau entspricht, ohne Weiteres zu ersehen ist, und so entstehen bei parallelen Nicols Farben, welche den bei gekreuzten Nicols auftretenden complementär sind.

Für die Entstehung der Interferenzfarben im polarisirten Licht ist zunächst zu bemerken, dass zwei linear polarisirte Strahlen nur dann interferiren, wenn sie aus einem einzigen linear polarisirten Strahle durch Doppelbrechung entstanden sind, und durch einen Analysator auf die gleiche Polarisationssebene zurückgeführt werden. Ist die Schwingungsrichtung des letzteren parallel der Schwingungsrichtung des in den Krystall eintretenden Strahles, so interferiren die beiden durch Doppelbrechung entstandenen Strahlen mit derselben Phasendifferenz, mit welcher sie aus dem Krystalle austreten. Ist die Schwingungsrichtung des Analysators senkrecht zu der des ursprünglichen Strahles, so interferiren die beiden, aus dem Krystall austretenden Strahlen mit entgegengesetzter Phasendifferenz. Während z. B. bei parallelen Nicols zwei Wellenbewegungen von gleicher Stärke

sich aufheben bei einer Phasendifferenz von $\frac{1}{2}\lambda$ oder $n \cdot \frac{1}{2}\lambda$ (wobei n eine ganze Zahl), so geschieht dies bei gekreuzten Nicols bei einer Phasendifferenz von 1λ (oder $n\lambda$) — wie schon auf S. 149 erwähnt wurde. Daraus ergibt sich, dass bei gekreuzten Nicols gerade diejenigen Farben durch Interferenz vernichtet werden, welche bei parallelen Nicols durch Summirung der Wellenbewegungen das Maximum ihrer Helligkeit erhalten und umgekehrt — dass also die bei gekreuzten und parallelen Nicols auftretenden Farben complementär sind.

Die Wellenlänge für das äusserste Violett beträgt circa 380, für Gelb circa 575, für das äusserste Roth circa 775 $\mu\mu$.*) Bei einer Phasendifferenz von 380 $\mu\mu$ wird also bei gekreuzten Nicols violett vollständig vernichtet und es tritt als resultirende Mischfarbe ein lebhaftes Gelb auf, während bei circa 575 $\mu\mu$ Differenz Gelb vernichtet wird und Violett resultirt. Ist die durch den Krystall verursachte Phasendifferenz sehr gering, so entfernt sich der entstehende Farbenton nur wenig von der (durch die gekreuzten Nicols erzeugten) ursprünglichen Dunkelheit, bei circa 150 $\mu\mu$ Phasendifferenz tritt ein Graublau, bei circa 250 $\mu\mu$ ein weisser Ton auf.

Bei weiterer Vergrösserung der Phasendifferenz folgen auf das erste Violett ein Blau, Grün, Gelb etc., bis wieder ein Violett eintritt bei circa 1100 $\mu\mu$ Differenz, dann kommt wieder Blau u. s. f. Die vor dem ersten Violett liegenden und die dann folgenden Farben zwischen einem Violett und dem anderen unterscheidet man als Farben erster, zweiter etc. Ordnung. Die Farben werden, je höher die Ordnung ist, umso weniger rein und nähern sich immer mehr dem Weiss, welches bei circa 5000 $\mu\mu$ Differenz als Weiss höherer Ordnung herrscht.

Die Verzögerung, welche die beiden im doppelbrechenden Krystall entstehenden Strahlen beim Austritt aus der Platte haben, hängt ab von der Dicke der Platte und von dem Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, d. h. dem Grade der Doppelbrechung. Bei bekannter, beziehungsweise gleich bleibender Dicke lässt sich also aus der Interferenzfarbe ein Schluss auf die Stärke der Doppelbrechung ziehen — ein Verfahren, welches bei mikroskopischen Gesteinsuntersuchungen mitunter zu Unterscheidung gewisser, im Aussehen sonst ähnlicher Mineralien benützt wird.

Erscheinungen im convergenten Licht. Eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Platte zeigt im Konoskop im monochromatischen Licht zwischen gekreuzten Nicols ein sogenanntes Axenbild, eine Figur, welche aus einem System concentrischer dunkler Ringe mit einem dunklen Kreuz (vgl. Fig. 314) besteht; die Balken des Kreuzes sind parallel den Schwingungsrichtungen der Nicols; eine Drehung der Platte in ihrer Ebene verursacht keine Aenderung des Bildes. Zur Erklärung des Zustandekommens dieser Figur vergegenwärtige man sich, dass die aus dem Polarisator austretenden Strahlen convergent die Platte durchsetzen. Nur das mittelste Strahlenbündel hat die Richtung der optischen Axe, in der Mitte erscheint demnach ein dunkler Fleck. Die Strahlen, welche geneigt zur optischen Axe sind, werden zerlegt in einen ordentlichen und einen ausserordent-

*) 1 $\mu\mu$ = 0.000001 Millimeter.

lichen, welche verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, also mit einem gewissen Gangunterschied aus der Platte austreten.

An der Stelle, wo die Neigung der zu einem parallelen Strahlenbündel gehörigen beiden Strahlen gegeneinander so gross

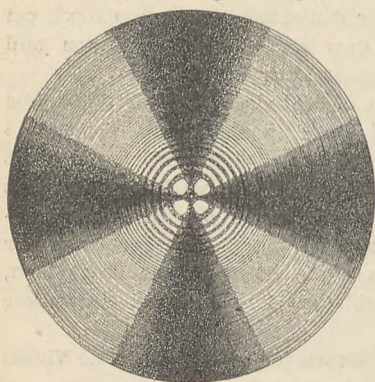


Fig. 314.

ist, dass sie gerade eine Wellenlänge Gangunterschied haben (vgl. Fig. 315), werden sie sich gegenseitig durch Interferenz vernichten, und da die optischen Verhältnisse rings um die optische Axe bei gleichen Winkeln die gleichen sind, so tritt an der Stelle ein dunkler Ring auf. Dasselbe findet statt bei einem Gangunterschied von $2\lambda, 3\lambda, \dots, n\lambda$ (wobei n eine ganze Zahl ist), und so entsteht ein System von concentrischen Ringen. Der Abstand derselben ist, wie leicht einzusehen,

abhängig von der Dicke der Platte und der Stärke der Doppelbrechung. Je dünner die Platte, desto grösser muss die Neigung

der Strahlen gegen die optische Axe sein, damit die Verzögerung des einen gegen den andern den Betrag λ erreicht, also um so weiter auseinander sind die Ringe.

Je schwächer die Doppelbrechung ist, desto geringer ist der Unterschied in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Strahlen, desto grösser muss der Weg in der Platte sein, den die Strahlen durchlaufen, ehe der Gangunterschied von einer Wellenlänge erreicht ist.

Bei gleicher Dicke der Platten sind also bei einer schwach doppelbrechenden Substanz die Ringe weiter auseinander, wie bei einer stark doppelbrechenden. Dass bei einer und derselben Platte die Ringe um so näher zusammengedrückt erscheinen, je weiter sie vom Mittelpunkt

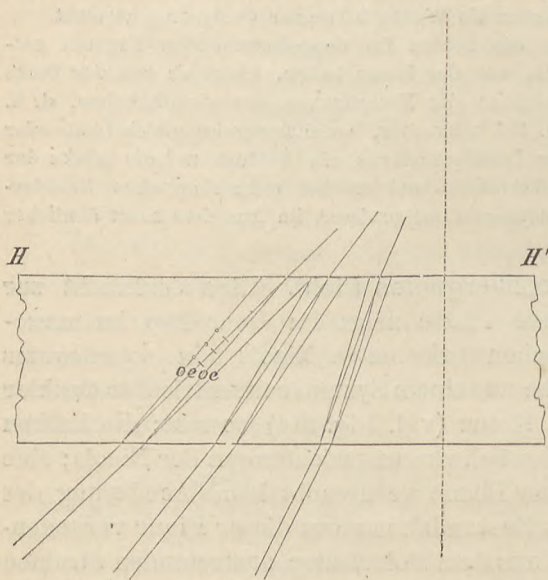


Fig. 315.

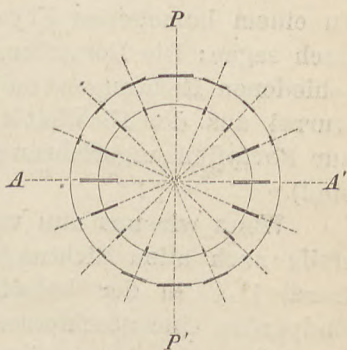
entfernt sind, d. h. je grösser die Neigung der einfallenden Strahlen gegen die optische Axe ist, bedarf keiner besonderen Erklärung. Die Bildung des dunklen Kreuzes ist leicht zu verstehen, wenn wir uns vergegenwärtigen, dass die den Krystall schief durchsetzenden Strahlen zerlegt werden in zwei, von denen der ausserordentliche im Hauptschnitt, also in Bezug auf unsere Figur radial, der ordentliche senkrecht dazu, d. i. in Bezug auf unsere Figur tangential, schwingt. Aus dem Polarisator tritt das Licht mit der Schwingungsrichtung PP' aus, geht also in dieser Richtung unzerlegt als ausserordentlicher im Hauptschnitt schwingender Strahl durch den Krystall und wird durch den Analysator ausgelöscht. Für die Richtung AA' ist die Schwingungsrichtung PP' tangential, d. h. senkrecht zum Hauptschnitt, der PP' schwingende Strahl geht unzerlegt als ordentlicher durch den Krystall, und wird gleichfalls vom Analysator ausgelöscht. In den Zwischenrichtungen tritt eine Zerlegung des PP' schwingenden Strahles in zwei Componenten ein, deren gegenseitiges Verhältniss abhängig ist von ihrer Lage zur Richtung PP' . Die schematische Figur 316 veranschaulicht die eben geschilderten Verhältnisse.

Bei parallel gestellten Nicols erleidet das oben beschriebene Bild insofern eine Aenderung, als in der Mitte und an Stelle des dunklen Kreuzes Helligkeit auftritt. Da die Interferenzen, welche Auslöschung bewirken, bei parallelen Nicols stattfinden, wenn der Gangunterschied $\frac{1}{2}\lambda$ beziehungsweise $\frac{n}{2}\lambda$ beträgt, so müssen die

dunklen Ringe in den Quadranten zwischen PP' und AA' da liegen, wo bei gekreuzten Nicols das Maximum der Helligkeit zwischen den dunklen Ringen ist, und dem entsprechend erscheinen die Orte der letzteren hell.

Im weissen Licht erblickt man das dunkle, beziehungsweise helle Kreuz und ein System farbiger Ringe (isochromatische Curven), da die Auslöschung durch Interferenz immer nur für eine bestimmte Farbe, d. i. Licht von bestimmter Wellenlänge bewirkt wird. Bei parallelen Nicols treten die Farben auf, welche den durch gekreuzte Nicols erzeugten complementär sind.

In Platten schief zur optischen Axe erblickt man im convergenten Licht bei gekreuzten Nicols dunkle und helle, beziehungsweise farbige Streifensysteme von hyperbolischer Form. Ist die



- Fig. 316.

Neigung gegen die Basis nicht zu gross (25 bis 30°), so sieht man am Rande des Gesichtsfeldes noch das Bild der optischen Axe — die Kreuzung der beiden dunklen Balken.

Elasticitätsfläche, Indexfläche, Indicatrix. Der vielfach gebrauchte Ausdruck „Elasticitätsfläche“ (und dazugehörig „Elasticitätsaxen“) beruht auf der Anschauung, dass der Lichtäther eine elastische Substanz sei. Es gilt dann für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung nach den Lehren der Mechanik folgender Satz: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v einer Wellenbewegung in einem Medium, dessen Elasticität in der Schwingungsrichtung (d. h. in der Richtung der Verschiebung der Theilchen) $= e$ und dessen Dichte $= d$ ist, beträgt

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

In einem homogenen Krystall ist d constant und man kann demnach sagen: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Richtungen im Krystall ist proportional der Quadratwurzel aus der Elasticität des Aethers in der Richtung senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung (da die Lichtschwingungen transversal sind).

Wenn wir uns nun von einem Punkte im Inneren eines Krystalls nach allen Richtungen Längen abgetragen denken proportional \sqrt{e} in der betreffenden Richtung, so wird durch deren Endpunkte eine geschlossene Oberfläche, die sogenannte Elasticitätsfläche bestimmt, deren Form uns die Elasticitätsverhältnisse des Aethers und demnach auch die Verhältnisse der Ausbreitung des Lichtes angibt. Für isotrope Körper, in welchen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in allen Richtungen die gleiche ist, ist die Elasticitätsfläche natürlich eine Kugel. Für anisotrope optisch einaxige Krystalle ist sie ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe mit der optischen Axe zusammenfällt. Der Wellenfläche des Kalkspathes (vgl. Fig. 298 auf S. 139) entspricht ein Rotationsellipsoid vom Habitus der Fig. 317, dessen Umdrehungshalbmesser sich zum Aequatorialhalbmesser verhält, wie die Wurzel aus der Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe ($a a$) zu der der Richtung senkrecht dazu ($o o$). Bezeichnet man die erstere mit e_a , die zweite mit e_o , mit v_a die Geschwindigkeit der parallel der optischen Axe schwingenden — also sich senkrecht dazu fortplanzenden — Strahlen, mit v_o die Geschwindigkeit der Strahlen, welche senkrecht zur optischen Axe schwingen, so verhält sich

$$\sqrt{e_a} : \sqrt{e_o} = v_a : v_o$$

Der Rotationshalbmesser des Elasticitätsellipsoides verhält sich also zum Aequatorialhalbmesser, wie die Hauptlichtgeschwindigkeit v_a des ausserordentlichen zu der Lichtgeschwindigkeit v_o des ordentlichen Strahles. Für negative Krystalle ist also die Rotationsaxe die längere, für positive Krystalle die kürzere der beiden Hauptaxen des Ellipsoides.

Für die in der beliebig gewählten Richtung OS (Fig. 318) sich fort-pflanzenden beiden Strahlen (den ordentlichen und den ausserordentlichen) erhält man, wie leicht zu verstehen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten durch die Halbxen der senkrecht zu OS durch das Centrum des Ellipsoides gelegten Durchschnittsellipse $d d$ und die Schwingungsrichtung ist parallel der die Geschwindigkeit angegebenden Halbaxe. In unserem Falle ist die Schwingungsrichtung für den ausserordentlichen

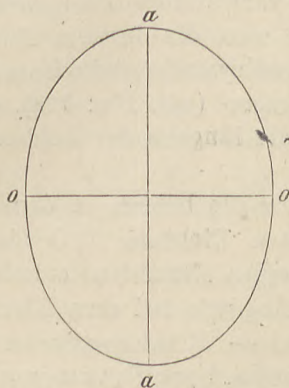


Fig. 317.

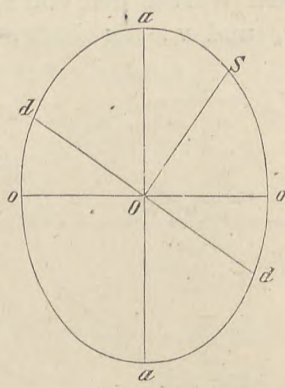


Fig. 318.

Strahl parallel $O d$, die für den ordentlichen parallel der in O auf der Zeichenebene errichteten Normalen. Da letztere im Aequatorial-schnitt $o o$ des Rotationsellipsoides liegt, welcher kreisförmig ist, so ist ihre Länge, sofern sie als Halbmesser der Durchschnittsellipse $d d$ fungirt, gleich $O o$ und die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ausserordentlichen und ordentlichen Strahles (für die Richtung OS) verhalten sich wie $O d : O o$. Der Unterschied zwischen $O d$ und $O o$ wird um so kleiner, je mehr sich die Richtung OS der Richtung der optischen Axe nähert. Fällt OS mit $a a$ zusammen, so wird $O d = O o$, d. h. es findet keine Doppelbrechung mehr statt. Steht OS senkrecht zu $a a$, so wird $O d = O a$ und der Unterschied zwischen den Geschwindigkeiten $O d$ und $O o$ erreicht sein Maximum. — Man nennt die Axen $a a$ und $o o$ auch die „Axen der optischen Elasticität“ und es ergibt sich, dass bei negativen Krystallen die Axe grösster Elasticität (gewöhnlich mit dem Buchstaben a be-

zeichnet) mit der optischen Axe zusammenfällt, während bei optisch positiven die Richtung der optischen Axe der Axe kleinster Elasticität (c) entspricht.

Dieses „Elasticitätsellipsoid“, welches von Fresnel, wie sich später herausstellte ohne Zuhilfenahme der Elasticität, construirt wurde und zwar so, dass als Rotationshalbmesser die Hauptlichtgeschwindigkeit des ausserordentlichen v_a , als Aequatorialhalbmesser die Lichtgeschwindigkeit des ordentlichen Strahles v_o diene, ist neuerdings ersetzt worden durch ein Rotationsellipsoid, welches man als Indexfläche oder Indicatrix bezeichnet. Der Umdrehungshalbmesser desselben ist gleich dem Hauptbrechungsexponenten des ausserordentlichen Strahles ϵ , der Aequatorialhalbmesser gleich dem Brechungsindex des ordentlichen Strahles ω . Es sind das die reciproken Werthe der von Fresnel verwandten Lichtgeschwindigkeiten v_a und v_o , die Indicatrix hat also die inverse Form, für

negative Krystalle ist die Rotationsaxe die kürzere (vgl. Fig. 319), für positive die längere der beiden Hauptaxen.

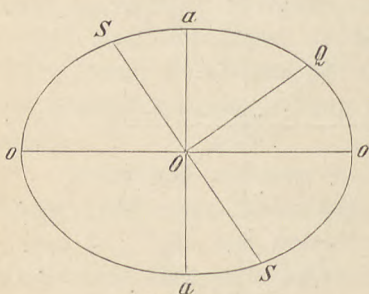


Fig. 319.

Für die beiden in der beliebig gewählten Richtung QO sich fortpflanzenden Strahlen erhalten wir — analog wie bei dem Elasticitätsellipsoid — Brechungsindex (beziehungsweise Fortpflanzungsgeschwindigkeit) und Schwingungsrichtung,

wenn wir senkrecht zu QO einen centrischen Schnitt SS durch die Indicatrix legen. Derselbe hat die Form einer Ellipse und der im Hauptschnitt liegende Halbmesser derselben gibt durch seine Länge den Brechungsindex, durch seine Richtung die Schwingungsrichtung des parallel QO sich fortpflanzenden ausserordentlichen Strahles, der senkrecht dazu, also im Aequatorialschnitt liegende Halbmesser gibt durch seine Länge den Brechungsindex, durch seine Richtung die Schwingungsrichtung des parallel QO sich fortpflanzenden ordentlichen Strahles an. Für die Richtung $QO \parallel aa$ wird die Durchschnittsellipse ein Kreis — es findet also keine Doppelbrechung statt.

Es leuchtet ein, dass durch das Fresnel'sche Ellipsoid oder die Indicatrix Alles gegeben ist, um den Gang der Lichtstrahlen in den optisch einaxigen Krystallen zu erkennen. Es gibt nun neben diesen noch eine Classe doppelbrechender Krystalle, welche sich dadurch auszeichnen, dass sie keine Axe der Isotropie besitzen.

Dieser Abtheilung gehören die Krystalle des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems an. Da in denselben zwei Richtungen vorhanden sind, welche eine gewisse Analogie mit der optischen Axe der optisch einaxigen Körper zeigen, nennt man sie die optisch zweiaxigen Krystalle.

Bezugsflächen optisch zweiaxiger Krystalle. Auch in den zweiaxigen Krystallen stehen die Richtungen grösster und kleinster Fortpflanzungsgeschwindigkeit aufeinander senkrecht. Normal zu beiden ist eine Richtung, in welcher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einen mittleren Werth hat. Die optischen Eigenschaften der zwei-axigen Krystalle lassen sich, wie Fresnel zeigte, von einer Bezugsfläche ableiten, welche ein sogenanntes „dreiaxiges Ellipsoid“ ist. Die drei Haupttaxen eines solchen XX , YY , ZZ (Fig. 320) sind nach Fresnel:

XX gleich der grössten Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Dieselbe kommt denjenigen Strahlen zu, welche parallel XX schwingen, sich also senkrecht dazu fortpflanzen und somit wird diese Axe auch als Axe „grösster Elasticität“ (a) bezeichnet.

ZZ normal XX gleich der kleinsten Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Dieselbe kommt denjenigen Strahlen zu, welche parallel ZZ schwingen und sich senkrecht zu ZZ fortpflanzen; diese Axe wird auch als Axe „kleinster Elasticität“ (c) bezeichnet.

YY normal auf XX und ZZ , gleich einer mittleren Fortpflanzungsgeschwindigkeit, welche den Strahlen zukommt, die parallel YY schwingen und sich senkrecht dazu fortpflanzen; wird auch als Axe „mittlerer Elasticität“ (b) bezeichnet. Die Grösse b braucht nicht das arithmetische Mittel zwischen a und c zu sein.

Die Indicatrix wird so construirt, dass die Axe OX gleich ist dem Brechungsexponenten der parallel OX schwingenden Strahlen, $OY =$ dem Brechungsexponenten der parallel OY und $OZ =$ dem Brechungsexponenten der parallel OZ schwingenden Strahlen. Da letztere die kleinste Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, so ist ihr Brechungsexponent γ der grösste, die Axe OZ wird also die längste ($\gamma = \frac{1}{c}$). Die Axe OX , der der kleinste

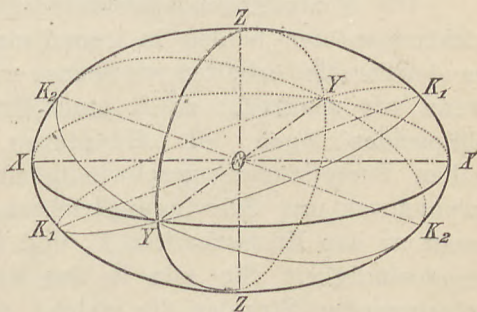


Fig. 320.

Brechungsexponent ($\alpha = \frac{1}{a}$) entspricht, wird die kürzeste, OY ist eine mittlere von der Länge $\beta (= \frac{1}{b})$.

Die drei Axenebenen des Ellipsoides XY, XZ, YZ sind die drei Symmetrieebenen desselben und werden Hauptschnitte genannt. Sie, wie alle übrigen Durchschnitte des Ellipsoides haben die Form von Ellipsen. Nur zwei Durchschnitte machen eine Ausnahme, indem sie kreisförmige Schnitte liefern, das sind die Ebenen K_1 und K_2 . Die Ellipse XZ mit den Hauptaxen OX und OZ muss, wie leicht einzusehen, zwei Radien vectoren haben, deren Werth gleich dem der zwischen OX und OZ liegenden Axe OY ist. Das sind die Radien OK_1 und OK_2 , und man sieht ohne Weiteres, dass die Lage der beiden Kreisschnitte abhängig ist von der Grösse der Axe OY, beziehungsweise von dem Verhältniss der Längen OX:OY:OZ.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und die Schwingungsrichtungen der beiden in irgend einer Richtung R sich fortpflanzenden Strahlen erhalten wir ebenso wie bei den einaxigen Krystallen, wenn wir senkrecht zu R einen Schnitt durch das Centrum des Ellipsoides legen; die Hauptaxen der entstehenden Ellipsen geben Fortpflanzungsgeschwindigkeit, beziehungsweise Brechungsexponenten und Schwingungsrichtungen. In den Richtungen senkrecht zu den Kreisschnitten K_1 und K_2 ist nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für alle in den Ebenen K_1 beziehungsweise K_2 schwingenden Strahlen die gleiche, d. h. es verhält sich in diesen Richtungen der Krystall wie ein isotroper Körper. Man nennt deshalb die auf den Kreisschnitten normalen Richtungen die „optischen Axen“ und da es solcher zwei gibt, die Krystalle dieser Abtheilung optisch zweiaxige.

Die **Wellenfläche** der zweiaxigen Krystalle lässt sich aus dieser Bezugsfläche leicht ableiten. Wir wollen hier diese Ableitung nur für die drei Hauptschnitte geben. Betrachten wir zunächst den Hauptschnitt XZ. Denken wir uns von O aus eine Lichtbewegung in der Richtung der X-Axe nach beiden Seiten ausgehend, so wird der eine Strahl parallel OY schwingend mit mittlerer Geschwindigkeit sich fortpflanzen und nach der Zeiteinheit im Punkte B angekommen sein (Fig. 321), während der andere parallel OZ schwingend mit kleinster Geschwindigkeit vorrückt und zur selben Zeit am Punkte C angelangt ist. Von den beiden Lichtstrahlen, welche in der Richtung der Z-Axe sich fortpflanzen, schwingt der eine wiederum parallel OY, hat also mittlere Geschwindigkeit und

ist nach der Zeiteinheit im Punkte B' angelangt, während der andere, der parallel XX schwingt und sich mit der grössten Geschwindigkeit fortpflanzt, zur selben Zeit am Punkte A angekommen sein wird. Betrachten wir in gleicher Weise sämtliche Richtungen im Hauptschnitt XZ , so finden wir, dass ein Strahl immer die gleiche Geschwindigkeit hat, nämlich die mittlere OY , weil er in allen Richtungen im Hauptschnitt parallel YY schwingt. Verbinden wir alle Punkte, auf denen er nach der Zeiteinheit von O ausgehend angelangt ist, so erhalten wir als „Wellenlinie“ einen Kreis. Man bezeichnet diesen Strahl mitunter als den „ordentlichen“. Es ist

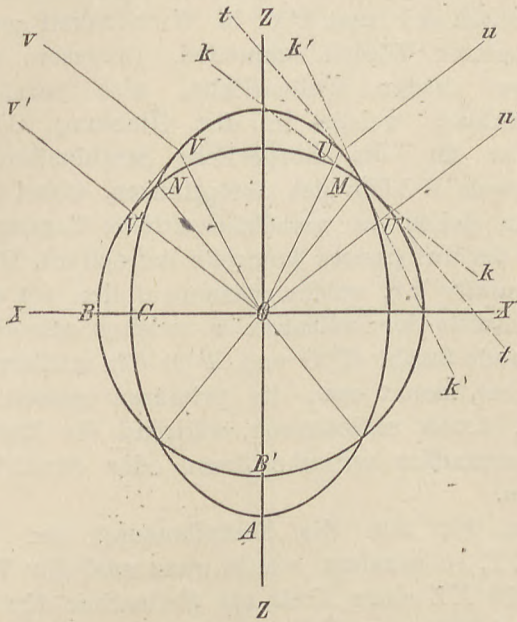


Fig. 321.

aber nicht zu vergessen, dass er die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht nach allen Richtungen im Raum hat, sondern nur nach allen Richtungen in einer Ebene, nämlich in dem zu seiner Schwingungsrichtung senkrechten Hauptschnitt. Der andere Strahl hat je nach seiner Neigung gegen XX (oder ZZ) alle Geschwindigkeiten zwischen OX und OZ . Die Geschwindigkeit für irgend eine bestimmte Richtung wird angegeben durch die Länge des auf dieser Richtung senkrechten Radius vector der Ellipse XZ . Man bezeichnet ihn im Gegensatze zum ersten auch als den „ausserordentlichen“, und als Wellenlinie für denselben erhalten wir eine Ellipse. Diese schneidet den Kreis in vier Punkten, d. h. es gibt zwei Richtungen (OM

und ON), in denen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen und ausserordentlichen Strahles gleich sind. Das sind, wie ohne Weiteres einzusehen, die Normalen auf den Kreisschnitten des Fresnel'schen (Elasticitäts-) Ellipsoides, K_1 und K_2 . In der Richtung OM pflanzen sich die beiden Strahlen im Krystall zwar mit gleicher Geschwindigkeit fort, ihre Strahlenfronten, die Tangente kk an den Kreis im Punkte M und die Tangente $k'k'$ an die Ellipse im Punkte M fallen aber nicht in eine Ebene; es gibt also beim Austritt in Luft zwei Strahlen (beziehungsweise für die körperliche Strahlenfläche einen Strahlenkegel), welche durch die Normalen auf kk und $k'k'$ repräsentirt sind und sich (da die Abweichung der Strahlenfronten kk und $k'k'$ in Wirklichkeit sehr klein ist) unter einem spitzen Winkel schneiden. (Aeusserer konische Refraction). Eine einzige Wellenfläche, also parallele Strahlen, geben die Strahlen, welche in der Richtung OU' und OU (beziehungsweise für die körperliche Strahlenfläche auf dem Mantel des Kegels UOU') sich fortpflanzen, wobei U' und U die Punkte sind, in denen die gemeinschaftliche Tangente den Kreis und die Ellipse berührt (innere konische Refraction). Die Richtungen Uu , beziehungsweise Vv , welche zusammenfallen mit den Normalen auf die Kreisschnitte der Indicatrix, in welchen also der im Krystall sich fortplanzende Strahl ($U'O$ und $V'O$) den mittleren Brechungs-exponenten β hat, nennt man die primären optischen Axen oder die optischen Axen schlechtweg, während die Richtungen OM und ON als secundäre optische Axen oder Strahlenaxen bezeichnet werden.

Betrachten wir nun die Fortpflanzung der Strahlen im Hauptschnitt XY , so erhalten wir in ganz analoger Weise wie für den Hauptschnitt XZ einen Kreis als Wellenlinie für den „ordentlichen“ Strahl, welcher parallel der auf diesem Hauptschnitt senkrechten Z -Axe schwingt und sich mit kleinster Geschwindigkeit fortpflanzt, während der ausserordentliche als Wellenlinie eine Ellipse ergibt, deren grosse und kleine Axe proportional der grössten und mittleren Lichtgeschwindigkeit sind, und welche demnach den Kreis völlig einschliesst (Fig. 322).

Für den dritten Hauptschnitt YZ endlich ergibt sich ein Kreis, dessen Durchmesser der grössten Lichtgeschwindigkeit entspricht und darin eine Ellipse, deren grosse und kleine Axe proportional der mittleren und kleinsten Lichtgeschwindigkeit sind (Fig. 323).

Die vollständige Wellenfläche für zweiaxige Krystalle ist von Fresnel construirt; ein weiteres Eingehen auf dieselbe ist ohne Modell nicht thunlich.

Als optisch positive Krystalle bezeichnet man analog wie bei den einaxigen diejenigen Krystalle, bei welchen die Axe (nicht

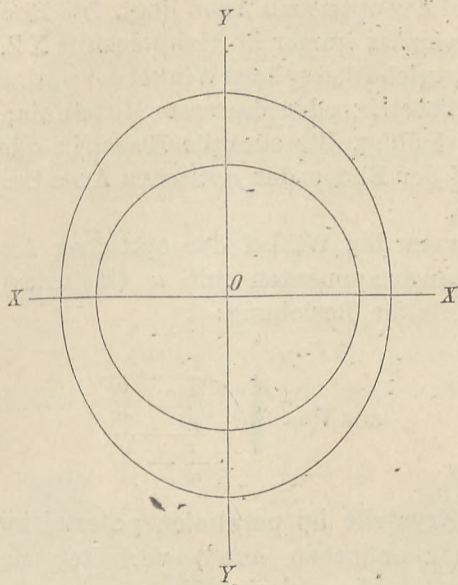


Fig. 322.

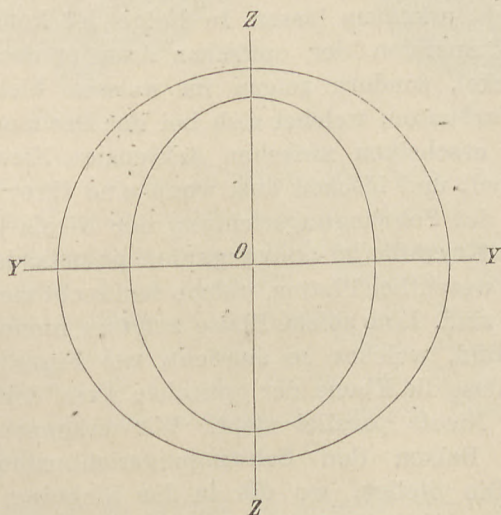


Fig. 323.

Richtung) kleinster Fortpflanzungsgeschwindigkeit (oder kleinster Elasticität c) an der Fresnel'schen Fläche, beziehungsweise die Axe des grössten Brechungsexponenten an der Indicatrix, im spitzen Winkel der optischen Axen liegt. Optisch negativ sind solche, bei

denen die Axe grösster Fortpflanzungsgeschwindigkeit (grösster Elasticität α), beziehungsweise Axe des kleinsten Brechungsexponenten, im spitzen Winkel der optischen Axen liegt. Die Ebene der optischen Axen liegt naturgemäss immer im Hauptschnitt XZ. Man nennt die (Elasticitäts-)Axe, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbirt, auch die spitze Bisectrix oder die erste Mittellinie; die, welche den stumpfen Winkel halbirt, die stumpfe Bisectrix oder zweite Mittellinie und die auf der Ebene der optischen Axen Senkrechte OY die optische Normale.

Bezeichnet man den Winkel der optischen Axen mit $2V$, die drei Hauptbrechungsexponenten mit α (kleinster), β (mittlerer), γ (grösster), so gilt die Beziehung:

$$\cos V = \sqrt{\frac{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}}{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}}}$$

Zweiaxige Krystalle im parallelen polarisirten Licht. Platten senkrecht zu einer optischen Axe*) verhalten sich insofern wie isotrope Körper, als sie zwischen gekreuzten Nicols bei einer vollen Umdrehung eine Aenderung, einen Wechsel zwischen hell und dunkel, nicht erkennen lassen. In Folge der konischen Refraction und der Dispersion der optischen Axen erscheinen sie aber nicht ganz dunkel, sondern zeigen im weissen Licht gewöhnlich einen grauen Farbenton, welcher sich bei der Drehung nicht ändert. Andere Platten erscheinen zwischen gekreuzten Nicols farbig, beziehungsweise hell und löschen aus, wenn eine ihrer Schwingungsrichtungen mit der Schwingungsrichtung der Nicols parallel ist.

Zweiaxige Krystalle im convergenten polarisirten Licht. Hier interessiren uns wesentlich Platten, welche senkrecht zur spitzen Bisectrix geschnitten sind. Eine solche Platte zeigt im monochromatischen Licht ein Axenbild, welches so aussieht, wie Figur 324, wenn die Platte so liegt, dass die Ebene der optischen Axen der Schwingungsrichtung eines Nicols parallel steht. Wir erkennen ein dunkles Kreuz, dessen Balken den Schwingungsrichtungen der Nicols parallel sind. Die Stellen, wo die in der Richtung der optischen Axen durch den Krystall gehenden Strahlen austreten, sind von

*) Da, wie wir später sehen werden, die Lage der optischen Axen für verschiedene Farben verschieden ist, so kann eine Platte, genau genommen, nur senkrecht sein zu einer optischen Axe für eine bestimmte Farbe. Die „Dispersion“ der optischen Axen ist zwar sehr gering, aber doch gross genug, um keine volle Dunkelheit eintreten zu lassen.

dunklen ovalen Ringen umgeben, welche von einer Anzahl von dunklen Lemniskaten umschlossen werden. Dieses Bild kommt in ähnlicher Weise zu Stande, wie das Axenbild der einaxigen Krystalle; aus der Anordnung der Curven ist aber deutlich zu sehen, dass die optischen Axen keine Axen der Isotropie sind — es treten in Folge dessen keine Kreise auf; dagegen ist die Symmetrie nach der Ebene der optischen Axen, dem Hauptschnitt XZ der Bezugsfläche und der darauf senkrechten Ebene, dem Hauptschnitt YZ, gut zu erkennen. Dreht man die Platte in ihrer Ebene, so ändert sich an den Ringen gar nichts; das dunkle Kreuz aber öffnet sich und es entstehen zwei Hyperbeln, deren Stellung aus Figur 325 zu ersehen ist, welche das Axenbild darstellt für den Fall, dass die Ebene der optischen Axen mit den Schwingungsrichtungen der Nicols Winkel von 45° einschliesst (sogenannte Diagonalstellung). Bei weiterer Drehung gehen die Hyperbeln

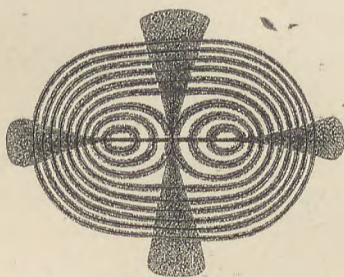


Fig. 324.



Fig. 325.

wieder zusammen, um bei 90° wieder das Kreuz der Anfangsstellung zu bilden. Die Hyperbeln gehen immer durch die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme und ihre Scheitelpunkte bezeichnen die Stellen, wo die optischen Axen austreten. Während die Entfernung der dunklen Ringe voneinander abhängig ist von der Stärke der Doppelbrechung und der Dicke der Platte, hängt die Entfernung der Hyperbeln nur ab von der Grösse des Winkels der optischen Axen, bleibt also bei verschieden dicken Platten der gleichen Substanz gleich.

Die Bestimmung des Winkels der optischen Axen geschieht, indem man eine Platte, welche zwischen gekreuzten Nicols in die Diagonalstellung — in welcher ein scharfes Einstellen der Axenaustritte möglich ist — gebracht wurde, um die zur Ebene der optischen Axen Senkrechte drehbar macht. Man stellt dann erst die eine Hyperbel auf das Fadenkreuz des Polarisationsinstrumentes ein (Fig. 326), dann die andere und liest die Drehung an einem getheilten Kreis ab. Da die Lichtstrahlen beim Uebergang aus dem Krystall in Luft durch die Brechung eine Ab-

lenkung erfahren (vgl. Fig. 327), so ist der abgelesene Axenwinkel $2E$ nicht der wirkliche Winkel der optischen Axen. Bezeichnet man diesen letzteren mit $2V_a$ und den mittleren Brechungsindex des Krystalles mit β , so gilt die Beziehung

$$\sin E = \beta \cdot \sin V_a.$$

Kennt man den Brechungsindex β nicht, so kann man sich helfen, indem man ausser dem spitzen $2V_a$ auch noch den stumpfen Axenwinkel $2V_o$ bestimmt. Letzteres muss in einer stark lichtbrechenden Flüssigkeit (Oel) geschehen, da in Luft in Folge der Totalreflexion der stumpfe Axenwinkel nicht zu beobachten ist. Bezeichnet $2H_a$ den scheinbaren spitzen, $2H_o$ den scheinbaren stumpfen Winkel der optischen Axen in Oel gemessen, so gilt die Gleichung:

$$\tan V_a = \frac{\sin H_a}{\sin H_o}$$

Wurde der spitze Axenwinkel auch in Luft gemessen, so ergibt sich noch aus der ersten Gleichung:

$$\beta = \frac{\sin E}{\sin V_a}$$

Man erhält also auf diese Weise noch den mittleren Brechungsindex.

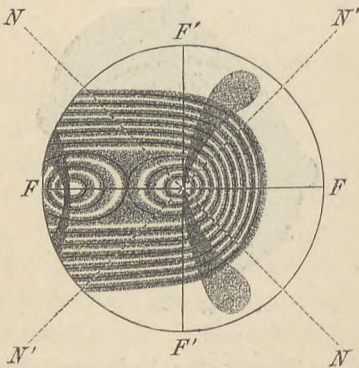


Fig. 326.

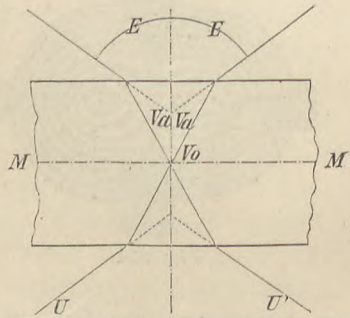


Fig. 327.

Dispersion der optischen Axen und der Mittellinien. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die Brechungsindex, beziehungsweise die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für Licht von verschiedenen Wellenlängen, d. i. für verschiedene Farben in den Krystallen verschieden sind, und dass ferner die Grösse des Winkels der optischen Axen eine Function der Hauptbrechungsindex ist, so ist es klar, dass die Mittellinien für verschiedene Farben verschiedene Länge haben, und dass der Winkel der optischen Axen für verschiedene Farben verschieden sein müssen. Es findet also in allen zweiachsigem Krystallen eine Dispersion der optischen Axen statt, deren Betrag man bestimmen kann, wenn man den Winkel der optischen Axen für Licht verschiedener Farben, z. B. gelb, roth, grün misst. Es hat sich nun des Weiteren noch ge-

zeigt, dass in einem Theile der zweiaxigen Krystalle auch eine Dispersion der Mittellinien auftritt, d. h. dass die Richtungen grösster und kleinster und mittlerer Fortpflanzungsgeschwindigkeit für verschiedene Farben verschieden sind. Die Dispersion der Mittellinien kann in verschiedener Weise erfolgen: 1. Die optische Normale ist für alle Farben gleich, d. h. die Ebene der optischen Axen ist für alle Farben gleich, die beiden Bisectricen haben aber in dieser Ebene verschiedene Lage: geneigte Dispersion. 2. Eine Bisectrix ist für alle Farben gleich; dann liegen die optischen Axen in verschiedenen, sich durchkreuzenden Ebenen. Ist die spitze Bisectrix die Drehungsaxe (d. h. die für alle Farben gleiche Mittellinie), so sieht man, da man gewöhnlich in der Richtung der spitzen Bisectrix beobachtet, die Kreuzung der Axenebenen und spricht von gekreuzter Dispersion; ist die stumpfe Bisectrix Drehungsaxe, so sieht man in der Richtung der spitzen Bisectrix die

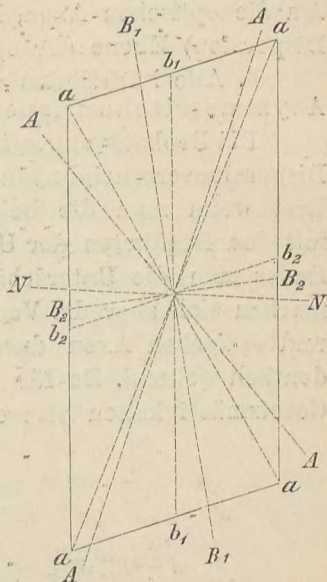


Fig. 328.

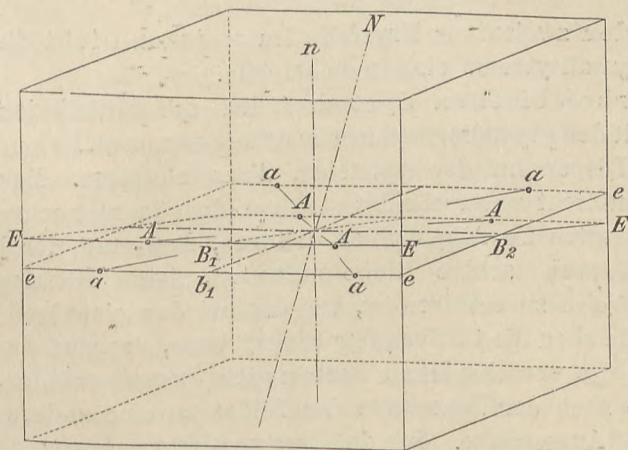


Fig. 329.

Ebenen der optischen Axen parallel zu einander verschoben und spricht von horizontaler Dispersion.

Die Fig. 328 und 329 geben eine schematische Darstellung dieser Verhältnisse für zwei Farben. Die grossen Buchstaben be-

ziehen sich auf die eine, die kleinen auf die andere Farbe; $B_1 b_1$ ist die spitze, $B_2 b_2$ die stumpfe Bisectrix, $N n$ die optische Normale, $A a$ die optischen Axen, $E e$ in Fig. 329 (horizontale und gekreuzte Dispersion) Ebene der optischen Axen.

3. Alle Mittellinien sind für verschiedene Farben verschieden: Asymmetrische Dispersion.

Bei Beobachtungen im monochromatischen Licht ist von diesen Dispersionerscheinungen natürlich zunächst nichts zu erkennen. Erst wenn man die bei einer Farbe ausgeführten Bestimmungen mit den Resultaten der Untersuchung bei anderer Farbe vergleicht, findet man die Unterschiede. Im zusammengesetzten weissen Licht machen sich aber die Verschiedenheiten in der Lage der Mittellinien und optischen Axen durch die Anordnung der Interferenzfarben deutlich geltend. Da für die verschiedenen Krystallsysteme gewisse Gesetzmässigkeiten herrschen, wollen wir für die Betrachtung der

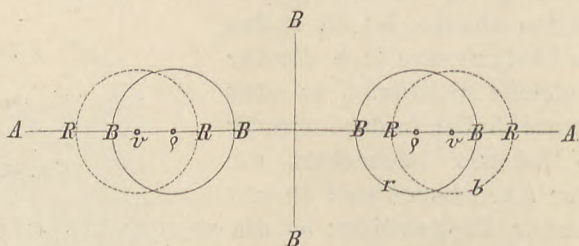


Fig. 330.

Axenbilder zweiaxiger Krystalle im weissen Licht die verschiedenen Krystallsysteme einzeln behandeln.

Im rhombischen System fallen die Mittellinien für alle Farben mit den krystallographischen Axen zusammen. Es kann demnach nur eine Dispersion der optischen Axen eintreten. Das Axenbild im weissen Licht unterscheidet sich von dem im monochromatischen Licht erzeugten im Allgemeinen dadurch, dass statt der hellen und dunklen Curven farbige Ringe auftreten, deren Bildung in ganz analoger Weise zu erklären ist, wie das bei den einaxigen Krystallen geschah. Da aber die Centren der Ringsysteme, das sind die optischen Axen, für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen, so haben die Ringe nach der Innenseite des Bildes zu eine andere Farbe als nach der Aussenseite. In der schematischen Figur 330 mögen die Punkte ϕ diejenige Stelle bezeichnen, wo die optische Axe für rothes, v diejenige, wo die optische Axe für blaues Licht austritt. Dann gibt der Ring r (der in Natur ein Oval ist, weil die optische Axe nicht Axe der Isotropie ist) den Ort an, wo die rothen Strahlen durch Interferenz vernichtet werden; die punktirte Curve b hat

die gleiche Bedeutung für blaues Licht. An den Stellen B werden also von den das weisse Licht zusammensetzenden Farben die rothen Strahlen fehlen und die blauen überwiegen, an den Stellen R wird roth vorwalten. Wenn man nun von der Mitte eines der Ringsysteme ausgeht, so sieht man, dass nach der Mitte des Axenbildes zu zuerst blau, dann roth vernichtet wird, während es nach aussen umgekehrt ist, und dementsprechend nach der Mitte zu zunächst roth vorherrschen, nach aussen zunächst blau überwiegen muss. Dabei bleibt aber das Bild symmetrisch nach den Richtungen A A (Hauptschnitt X Z in Fig. 320) und B B (Hauptschnitt Y Z). Am deutlichsten ist die Dispersion zu erkennen bei der 45°-Stellung. Die Scheitelpunkte der Hyperbeln entsprechen den Austritten der optischen Axen. Für die im Spectrum nahe aneinander liegenden mittleren Farben werden sich die Hyperbeln überdecken — nicht aber für die äusseren blau und roth. Es zeigt daher die Hyperbel aussen und innen einen farbigen Saum, und zwar tritt blau auf, wo roth vernichtet wird und umgekehrt.

Wenn also der Winkel der optischen Axen für roth grösser ist als für blau — man schreibt dafür $\varrho > \nu$ — so sind die Hyperbeln an ihren, nach der Mitte zu gelegenen convexen Seiten roth, an den nach aussen gelegenen concaven Seiten blau gesäumt.

Im monoklinen System fällt immer eine der Mittellinien mit der Orthodiagonale zusammen; die beiden anderen liegen dann im Klinopinakoid unter einem für die Substanz charakteristischen Winkel gegen die anderen krystallographischen Axen geneigt. Hier tritt also ausser der Dispersion der optischen Axen Dispersion der Mittellinien auf, und zwar ist das geneigte Dispersion, wenn die optische Normale mit der Orthoaxe zusammenfällt. Wie zunächst aus Fig. 328 auf S. 165 hervorgeht, fallen hierbei die spitzen Bisectricen für die verschiedenen Farben nicht mehr zusammen — eine ebene Platte kann also nur zu der einer bestimmten Farbe entsprechenden Bisectrix senkrecht sein. Die Abweichungen sind allerdings so gering, dass sie für die Praxis nicht in Betracht kommen. In Fig. 331 bedeutet S_1 den Austritt der spitzen Bisectrix für roth, s_1 dasselbe für blau. Die Vertheilung der Farben ergibt sich aus der Figur und es ist zu ersehen, dass das Axenbild nur noch nach der Ebene A A symmetrisch ist, welche mit der Symmetrieebene des monoklinen Systems zusammenfällt, aber nicht mehr nach der darauf senkrechten. Auch in diesem Falle ist zur Beobachtung die 45°-Stellung die geeignetste — die verschiedene Färbung der beiden Hyperbeln gewöhnlich gut wahrnehmbar. Die Bilder, welche bei horizontaler und gekreuzter Dispersion erzeugt werden, sind durch die sche-

matischen Figuren 332 und 333 dargestellt. Das erstere ist symmetrisch nach der Richtung NN, welche dem Klinopinakoid parallel ist, dagegen ist keine Symmetrie nach AA mehr vorhanden, die obere und untere Hälfte des Axenbildes sind verschieden. Uebers Kreuz gleiche Farben ergeben sich bei der gekreuzten Dispersion,

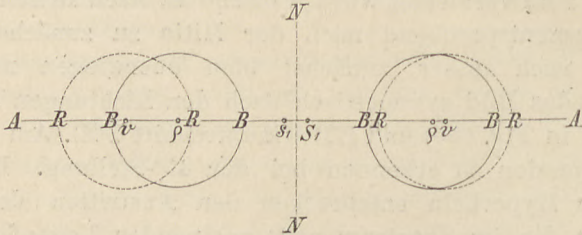


Fig. 331.

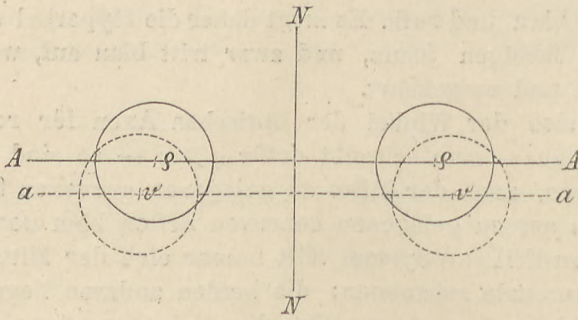


Fig. 332.

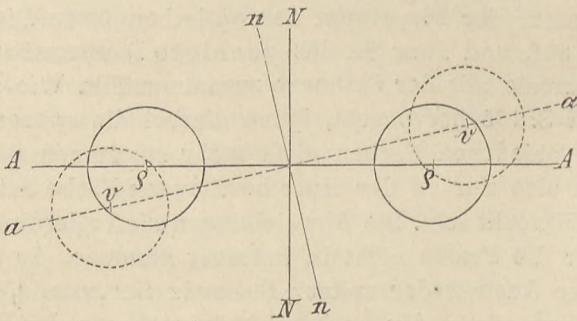


Fig. 333.

die nur dann wahrnehmbar ist, wenn die spitze Bisectrix mit der Orthoaxe zusammenfällt, die Platte also parallel dem Klinopinakoid geschliffen ist. Eine einfache Symmetrie ist in diesem Bilde nicht mehr vorhanden.

Im triklinen System endlich besteht kein Zusammenhang zwischen optischer und krystallographischer Orientirung. Die Dis-

persion der Mittellinien und optischen Axen ist daselbst vollständig asymmetrisch.

Bestimmung der Haupt-Brechungsindices der zweiaxigen Krystalle. Für die Bestimmung der Brechungsindices in zweiaxigen Krystallen gilt dasselbe, was für die einaxigen Krystalle gesagt wurde. Will man die Hauptbrechungsindices (α, β, γ ; vgl. S. 157) durch Prismen bestimmen, so braucht man deren mindestens zwei.*) Stellt man, was in vielen Fällen am einfachsten ist, Prismen her, deren eine Fläche einem Hauptschnitt parallel ist, so gilt, wenn w der brechende Winkel, ε die Ablenkung des ausserordentlichen, ω die Ablenkung des ordentlichen Strahles ist und der einfallende Lichtstrahl senkrecht zu der dem Hauptschnitt parallelen Fläche ist, z. B. für das Prisma, dessen eine Fläche parallel dem Hauptschnitt YZ ist, die Gleichung

$$\gamma = \frac{\sin(\omega + w)}{\sin w} \qquad \beta = \frac{\sin(\varepsilon + w)}{\sin w}$$

Mittels des Totalreflectometers kann man an einer Platte alle drei Hauptbrechungsindices bestimmen, wenn die Platte einem Hauptschnitt parallel ist.

Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung. Bei den optisch einaxigen Krystallen bezeichnet man diejenigen als positiv, bei welchen der Brechungsexponent für den ordentlichen Strahl kleiner ist, als der für den ausserordentlichen ($\omega < \varepsilon$), bei den optisch zweiaxigen heissen diejenigen positiv, bei welchen der Brechungsindex der parallel der stumpfen Bisectrix schwingenden Strahlen der kleinste ist. Man kennt also den Charakter der Doppelbrechung, wenn man die Hauptbrechungsindices kennt. Man kann aber den Charakter der Doppelbrechung auch auf einfachere Weise bestimmen, indem man nämlich den zu untersuchenden Krystall mit einem anderen von bekanntem Charakter combinirt. Die am häufigsten gebrauchte und am leichtesten ausführbare Methode beruht auf der Beobachtung der

Veränderung, welche durch eine sogenannte $\frac{1}{4}$ Undulationsglimmerplatte an einem Axenbild hervorgebracht wird. Der Glimmer ist negativ zweiaxig, die spitze Bisectrix steht senkrecht auf der Basis; parallel der Basis sind also die stumpfe Bisectrix und die optische Normale (die Axen kleinster und mittlerer Elasticität) und in deren Richtungen finden die Schwingungen der die Platte durchsetzenden Strahlen statt. Da der Glimmer nach der Basis

*) Von der Dispersion der Mittellinien im monoklinen und triklinen System ist dabei abgesehen.

sehr gut spaltbar ist, so lassen sich Platten herstellen, deren Dicke gerade so gross ist, dass die Verzögerung der beiden Strahlen gegeneinander $\frac{1}{4}\lambda$ beträgt. Die Untersuchung geschieht in der Weise, dass man zunächst im convergenten Licht ein Axenbild der zu untersuchenden Substanz erzeugt und dann die Glimmerplatte, an deren Fassung die Richtung der Ebene der optischen Axen, d. h. die Axe kleinster Elasticität, gewöhnlich durch einen Pfeil markirt ist, über die Krystallplatte bringt so, dass der Pfeil mit den Schwingungsrichtungen der Nicols einen Winkel von 45° bildet. Fällt nun die Richtung kleinster Elasticität im Glimmer mit

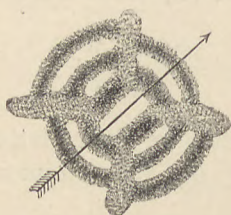


Fig. 334.

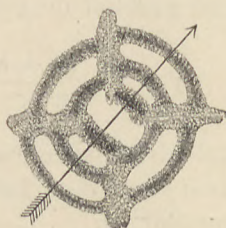


Fig. 335.

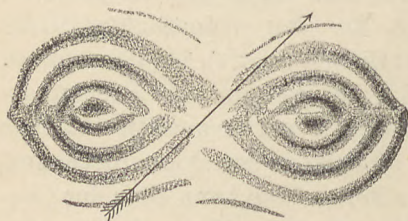


Fig. 336.

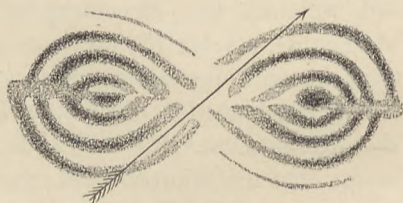


Fig. 337.

der Richtung kleinster Elasticität in der Krystallplatte zusammen, so wirkt die Glimmerplatte wie eine Verdickung und in denjenigen Quadranten, durch welche der Pfeil geht, tritt eine Verengung der Ringe ein. Bei einem einaxigen Krystall ist das der Fall, wenn der ausserordentliche Strahl, dessen Schwingungsrichtung radial (vgl. S. 153) ist, der langsamere ist, d. h. der Charakter der Doppelbrechung positiv ist. Es entsteht in diesem Falle das Bild Fig. 334, in welchem der Pfeil die verengerten Ringe durchschneidet und die Verbindungslinie der dunklen Scheitelpunkte der aus dem Kreuz entstehenden Hyperbeln senkrecht zur Pfeilrichtung steht. Bei einem negativen Krystall fallen die dunklen Punkte, welche gewöhnlich ziemlich auffallend im Bilde hervortreten, in die Richtung des Pfeiles (Fig. 335).

Für zweiaxige Krystalle ist die Erscheinung analog: Bei positiven Krystallen sind die Farbenringe erweitert in denjenigen Quadranten, durch welche die Axenebene des Glimmers nicht geht — verengert in den anderen; die Erweiterung ist gewöhnlich am besten kenntlich durch die innerhalb des ersten Ringes entstehenden dunklen Punkte. Fig. 336 stellt die Erscheinung für einen positiven, Fig. 337 für einen negativen Krystall dar.

Auch im parallelen Licht und an Platten, welche kein Axenbild zeigen, lässt sich der Charakter der Doppelbrechung mittels einer Hilfsplatte von bekanntem Charakter bestimmen. Die Farben, welche doppelbrechende Platten zwischen gekreuzten Nicols zeigen, sind abhängig von der Grösse der Verzögerung, welche die beiden in der Platte erzeugten Strahlen bei ihrem Austritt gegeneinander haben, d. h. bei ungeänderter Doppelbrechung von der Dicke der Platte. Bringt man nun über die zu untersuchende Platte eine Hilfsplatte (Glimmer, Gips od. dgl.), so wirkt dieselbe, wenn gleichwerthige Schwingungsrichtungen parallel sind, wie eine Verdickung und es treten Interferenzfarben höherer Ordnung — durch grössere Verzögerungen erzeugt — auf, während beim Zusammentreffen ungleichwerthiger Richtungen Farben niederer Ordnung erzeugt werden. Die Unterscheidung der Farben verschiedener Ordnungen ist nicht immer ganz leicht und erfordert ziemliche Uebung, weshalb diese Methode nicht in allen Fällen sichere Resultate gibt.

Circularpolarisation. Verschiedene Substanzen haben die Eigenschaft, die Polarisationssebene des Lichtes zu drehen. Tritt in einen solchen Körper ein polarisirter Strahl ein, so wird er in zwei circular polarisirte, im entgegengesetzten Sinne schwingende Strahlen zerlegt, welche sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen und deshalb mit einer gewissen Phasendifferenz, welche abhängig von der Dicke der durchlaufenen Schicht ist, wieder austreten. Dann setzen sie sich wieder zu einem geradlinig schwingenden Strahl zusammen, dessen Schwingungsrichtung aber gegen die des eintretenden um einen, von der Grösse der gegenseitigen Verzögerung abhängigen Winkel gedreht ist. Die Drehung der Schwingungsebene ist naturgemäss am grössten für violette, am kleinsten für rothe Strahlen, und proportional der Dicke der Platte. Dieses Drehungsvermögen besitzen eine Anzahl von Flüssigkeiten (z. B. Zuckerlösung) und von den Krystallen einige einfachbrechende (z. B. chloresaures Natron) und einige optisch einaxige (z. B. Quarz, Zinnober), letztere aber nur in der Richtung der optischen Axe. Von den meisten circularpolarisirenden Krystallen sind zwei optisch entgegengesetzte Modificationen bekannt, von denen die eine die Polarisations-

ebene nach rechts, die andere dieselbe um den gleichen Betrag nach links dreht. Zwischen gekreuzten Nicols im parallelen monochromatischen Licht sind diese Krystalle nicht dunkel; es tritt Dunkelheit erst dann ein, wenn man den Analysator um einen bestimmten Betrag, den Drehungswinkel, und in einem bestimmten Sinne gegen den Polarisator dreht. Da der Drehungswinkel für verschiedene Farben verschieden ist,*) so kann im weissen Licht überhaupt keine Dunkelheit eintreten, sondern es erscheinen Farben, und zwar folgen dieselben einander bei einem rechtsdrehenden Krystall in der Reihenfolge ihrer Brechbarkeit (vom roth bis zum violett), wenn man den Analysator nach rechts (d. h. im Sinne des Uhrzeigers) dreht, während bei einem links drehenden Krystall die Farben in derselben Folge auftreten; wenn man den Analysator im entgegengesetzten Sinne dreht. Die einfach brechenden Körper verhalten sich in allen Richtungen gleich, die einaxigen Krystalle zeigen Circularpolarisation

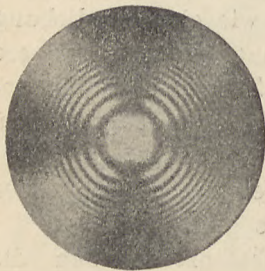


Fig. 338.

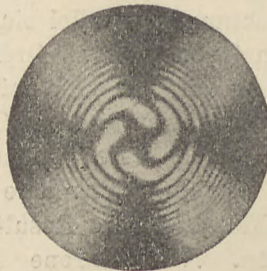


Fig. 339 a.

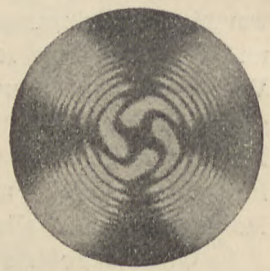


Fig. 339 b.

nur in der Richtung der optischen Axe. In Folge dessen unterscheidet sich das im convergenten Licht erzeugte Axepbild eines circularpolarisirenden von dem eines gewöhnlichen einaxigen Krystalles nur dadurch, dass in der Mitte, wo die Strahlen den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchsetzen, keine Dunkelheit eintritt, sondern diejenige Farbe, die im parallelen Licht die ganze Platte zeigt (Fig. 338). Wenn der Analysator gedreht wird, ändert sich (bei weissem Licht) die Farbe dieses Mittelfeldes genau in derselben Weise, wie im parallelen Licht.

Legt man eine rechts und eine linksdrehende Quarzplatte von gleicher Dicke aufeinander, so entstehen im convergenten Licht

*) Derselbe beträgt z. B.

	B	D	F	H
für die Fraunhofer'schen Linien				
„ eine 1 mm dicke Platte von				
Chlorsaurem Natron . . .	2.27°	3.13°	4.67°	7.17°
„ eine desgleichen von Quarz .	15.75	21.54	32.76	51.19

die sogenannten Airy'schen Spiralen; der mittlere Kreuzesarmⁿ geht von links oben nach rechts unten, wenn die rechtsdrehende, von links unten nach rechts oben, wenn die linksdrehende Platte oben liegt (Fig. 339 a und b).

Wenn man dünne Glimmerplatten treppenförmig übereinanderschichtet, so dass die (optischen) Axenebenen zweier benachbarter Platten um 60° voneinander absteigen, so verhält sich die Mitte einer solchen Combination wie ein circularpolarisirender Krystall, und zwar wie ein rechter, wenn die Anordnung in der Richtung des Pfeiles in Fig. 340 a geschieht, wie ein linker, wenn es im umgekehrten Sinne (Fig. 340 b) der Fall ist. Legt man zwei solcher Combinationen, die gewöhnlich aus $30 \frac{1}{8} \lambda$ Platten hergestellt werden, übereinander, so erhält man die Airy'schen Spiralen.

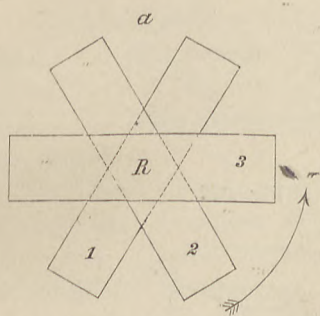


Fig. 340 a.

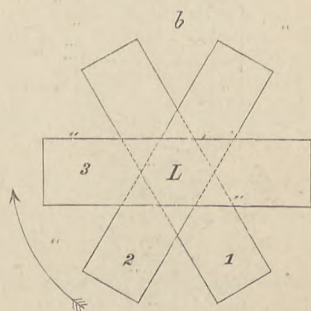


Fig. 340 b.

Optische Charakteristik der Krystallsysteme :

Regulär: Optisch isotrop. Zwischen gekreuzten Nicols im parallelen Licht alle Schnitte dunkel, im convergenten Licht kein Axenbild.

Tetragonal und Hexagonal. Doppelbrechend, einaxig, Richtung der optischen Axe parallel der Hauptaxe.

Platten nach der Basis bleiben bei gekreuzten Nicols im parallelen Licht dunkel, im convergenten Licht Axenbild Fig. 314, S. 152.

Platten parallel einer Fläche aus der Prismenzone im parallelen Licht gerade Auslöschung*) (\parallel und \perp zur Prismenkante).

Platten parallel einer Pyramidenfläche im parallelen Licht Auslöschung parallel und senkrecht zur Mittelkante (vgl. Fig. 341, 342).

Rhombisch. Doppelbrechend, zweiaxig. Mittellinien parallel den krystallographischen Axen. Ebene der optischen Axen parallel einer Pinakoidfläche. Dispersion der optischen Axen. Auslöschung auf den Pinakoiden, Prismen- und Domenflächen gerade, auf den

*) Die Angabe der „Auslöschung“ bezieht sich immer auf die Betrachtung im parallelen Licht bei gekreuzten Nicols.

Pyramidenflächen parallel und senkrecht zu den Mittelkanten (vgl. Fig. 343).

Monoklin. Doppelbrechend, zweiachsig. Eine Mittellinie parallel der Orthoaxe. Ebene der optischen Axen entweder im Klinopinakoid: geneigte Dispersion, oder senkrecht zum Klinopinakoid: horizontale und gekreuzte Dispersion.

Auslöschungsrichtung: Auf den Flächen der orthodiagonalen Zone gerade, auf dem Klinopinakoid schief (Maximum der Schiefe). Auf Prismen, Pyramiden, Klinodomen schief, auf symmetrisch liegenden Flächen symmetrische Richtungen (vgl. Fig. 344).

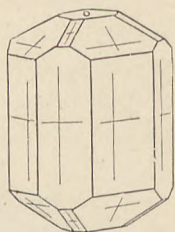


Fig. 341.

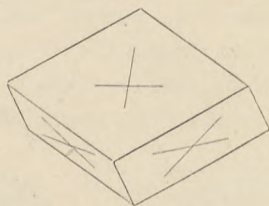


Fig. 342.

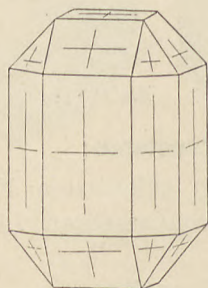


Fig. 343.

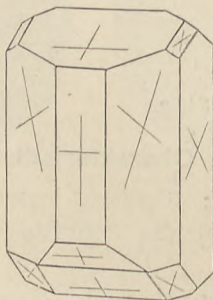


Fig. 344.

Triklin. Doppelbrechend, zweiachsig. Keine Beziehungen zwischen optischer Orientirung und krystallographischen Richtungen.

Absorption des Lichtes in Krystallen. In jedem Körper wird ein Theil des eindringenden Lichtes vernichtet — „absorbirt“. Ist diese Absorption sehr gering, so heisst der Körper „durchsichtig“, ist sie sehr stark, so heisst er „undurchsichtig“. Ist die Absorption des Lichtes in einem Körper für alle Farben gleich, so erscheint derselbe im durchfallenden weissen Licht weiss oder farblos, er ändert an der Farbe des durchfallenden Lichtes nichts. In vielen Fällen werden aber die verschiedenen Farben des Spectrums verschieden stark absorbirt, das weisse Licht wird zerlegt und der Körper erscheint im durchfallenden Licht farbig. Die Absorption

des Lichtes ist nun für die drei Classen von Krystallen, welche wir bei der Ausbreitung des Lichtes unterscheiden konnten, verschieden.

Bezeichnet man die Intensität des einfallenden Lichtes mit J_0 , die des austretenden mit J , die Dicke des absorbirenden Körpers mit z , und mit e die Basis der Napier'schen Logarithmen, so gilt die Gleichung

$$J = J_0 e^{-\alpha z}$$

Die Grösse α , welche sich hieraus berechnen lässt, nennt man den Absorptionscoëfficienten. Bestimmt man denselben in verschiedenen Richtungen und trägt von einem Punkte aus die Längen $\frac{1}{\alpha}$ nach verschiedenen Richtungen ab, so erhält man eine Fläche, die man als Absorptionsfläche bezeichnet.

a) Einfachbrechende Krystalle. Die Absorption und in Folge dessen die Körperfarbe für gleich dicke Schichten ist für die einfachbrechenden Substanzen — amorphe Körper und reguläre Krystalle — in allen Richtungen die gleiche; die Absorptionsfläche ist eine Kugel.

b) Optisch einaxige Krystalle. Die Absorption ist nur gleich für diejenigen Strahlen, deren Schwingungsrichtungen mit der optischen Axe gleiche Winkel bilden, die sich also mit gleicher Schnelligkeit fortpflanzen, und ändert sich in analoger Weise wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Schwingungsrichtung, d. h. die Absorptionsfläche ist ein Rotationsellipsoid. Daraus geht hervor, dass der ordentliche Strahl in allen Richtungen gleiche Absorption zeigt, während der ausserordentliche in verschiedenen Richtungen sich verschieden verhält. Im Allgemeinen gilt die Babinet'sche Regel, dass stets der stärker gebrochene Strahl (also in positiven Krystallen der ausserordentliche, in negativen der ordentliche) am stärksten absorbiert wird. In der Richtung der optischen Axe ist die Absorption für beide Strahlen die gleiche, in der Richtung senkrecht dazu ist das Maximum der Verschiedenheit. Bei farblosen Krystallen ist die Verschiedenheit der Absorption in verschiedenen Richtungen kaum zu erkennen, bei stark gefärbten, wie z. B. manchem Turmalin, ist der Unterschied der Farbe parallel und senkrecht zur Hauptaxe schon mit blossem Auge deutlich sichtbar. — Dieses Auftreten verschiedener Farben in verschiedenen Richtungen gab die Veranlassung, die Erscheinung der verschiedenen Absorption an farbigen Krystallen als Dichroismus oder genauer als Pleochroismus zu bezeichnen. Am besten lässt sich die Erscheinung auch bei geringen Unterschieden beobachten, wenn man die vom ordentlichen und vom ausserordentlichen Strahl gelieferten Bilder getrennt nebeneinander zur Darstellung bringt. Dazu dient die von

Haidinger construirte dichroskopische Lupe (Fig. 345). Dieselbe besteht im Wesentlichen aus einem Kalkspathrhomboeder, welches in einer Messinghülse befestigt und so eingerichtet ist, dass man, wenn man bei A hineinblickt, die beiden Bilder der Oeffnung o genau nebeneinander, beziehungsweise, wenn der Hauptschnitt des Kalkspathes senkrecht gestellt wird, übereinander erblickt. Das eine (untere in Fig. 346) Bild entspricht dem ordentlichen, bei der angenommenen Stellung horizontal schwingenden Strahl, das andere (obere) dem vertical schwingenden ausserordentlichen. Bringt man nun einen einaxigen Krystall so vor die Oeffnung o, dass man in der Richtung senkrecht zur Hauptaxe hindurchblickt und die Hauptaxe des Krystalls dem Hauptschnitt des Kalkspathes parallel ist, so wird

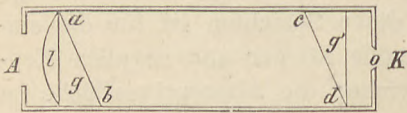


Fig. 345.

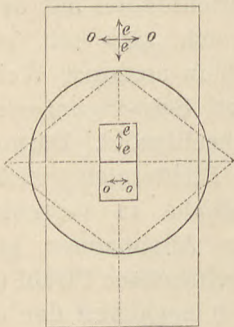


Fig. 346.

von den beiden Strahlen im Krystall keiner weiter zerlegt, das obere Bild wird gebildet von den Strahlen, die parallel, das untere von denen, die senkrecht zur Hauptaxe schwingen, und die für diese Strahlen charakteristischen Farben werden auftreten. Dreht man den Krystall um die Axe des Instrumentes, so werden die Strahlen zerlegt, und wenn seine Hauptaxe 45° mit dem Hauptschnitt des Kalkspathes bildet, werden beide Quadrate gleich gefärbt erscheinen; bei 90° wird das untere die Farbe des ausserordentlichen, das obere die Farben des ordentlichen Strahles des Krystalles haben. Da man

mittels dieses Apparates beide Färbungen gleichzeitig und nebeneinander sieht, lassen sich sehr geringe Farbenunterschiede erkennen.

Auch im Polarisationsinstrument, beziehungsweise Mikroskop lässt sich der Pleochroismus gut beobachten, wenn man den Analysator entfernt. Mittels des drehbaren Objecttisches stellt man den zu untersuchenden Krystall so, dass ihn das vom Polarisator gelieferte, in einer Ebene schwingende Licht erst parallel der einen Hauptschwingungsrichtung des Krystalles und dann parallel der anderen, normal zur ersten stehenden durchsetzt und hat dann die beiden Hauptfarben nacheinander, und, wie sich von selbst versteht, in den Zwischenstellungen auch noch sämtliche Mischfarben.

c) Optisch zweiaxige Krystalle. In diesen ist die Absorption in allen Richtungen verschieden. Die Absorptionsfläche ist ein drei-

axiges Ellipsoid, dessen Axen, die sogenannten Absorptionsaxen, im rhombischen System mit den krystallographischen Axen zusammenfallen; während im monoklinen System eine der Absorptionsaxen der Orthodiagonale parallel ist und im triklinen keine gesetzmässige Beziehung zwischen der Lage des Absorptionsellipsoides und der krystallographischen Axen besteht. Beispiele für besonders starken Pleochroismus sind u. A. Cordierit (auch Dichroit genannt) und Glaukophan. Beim ersteren sind die Axenfarben (das sind die Farben der parallel zu den Absorptionsaxen schwingenden Strahlen) a (parallel der grössten Schwingungsgeschwindigkeit [Elasticität] schwingende Strahlen) hellgelb bis gelbbraun, b (Schwingungen parallel der mittleren Schwingungsgeschwindigkeit) hellblau, c (Schwingungen parallel der kleinsten Schwingungsgeschwindigkeit) dunkelblau; beim letzteren ist a hellbraungelb, b violett, c ultramarinblau.

Thermische Eigenschaften der Krystalle.

a) Wärmestrahlung. Die Wärmestrahlen verhalten sich den Lichtstrahlen durchaus analog. Sie werden reflectirt, einfach und doppelt gebrochen, polarisirt und absorbirt, wie diese, je nach dem Charakter des betreffenden Krystalls, wobei aber die quantitativen Verhältnisse selbstverständlich für die Wärme andere sein können, wie für das Licht. So sind nicht alle für das Licht durchsichtigen Körper auch für die Wärme durchlässig und umgekehrt. Zu den Körpern, beispielsweise, welche für die Wärme am stärksten durchlässig sind, gehören Chlorkalium, Chlornatrium und Chlorsilber, während Kalialaun die Wärme stark absorbirt.

Die optisch einfachbrechenden Substanzen sind auch für Wärmestrahlen einfachbrechend.

In den optisch einaxigen Krystallen werden auch die Wärmestrahlen doppelt gebrochen und senkrecht zu einander polarisirt; nur in der Richtung der optischen Axe findet keine Doppelbrechung statt. Quarz dreht auch die Polarisationssebene der Wärmestrahlen.

Zweiaxige Krystalle scheinen sich für die Wärme analog zu verhalten, wie für das Licht; ein Glimmerblatt lässt bei gekreuzten Nicols keine Wärme durch, wenn es sich in Dunkelstellung befindet und zeigt das Maximum der Durchlässigkeit, wenn seine Hauptschwingungsrichtungen einen Winkel von 45° mit denen der Nicols bilden.

b) Wärmeleitung. Die Verhältnisse der Wärmeleitung lassen sich erkennen mit Hilfe der von Sénarmont angegebenen Methode, welche im Wesentlichen darin besteht, dass man die zu untersuchende

Krystallfläche mit einer dünnen Schicht von Wachs überziet und dann eine Stelle der Fläche mit einer heissen Metallspitze erwärmt. Das Wachs schmilzt in der Umgebung der letzteren und aus der Form der geschmolzenen Partie, welche von der isothermischen Curve begrenzt wird, ergibt sich die Art der Ausbreitung der Wärme. Zahlreiche Untersuchungen der Art wurden von Jannetaz und Röntgen ausgeführt, welcher letzterer eine noch leichter auszuführende Untersuchungsmethode angab, und es hat sich herausgestellt, dass bei einfachbrechenden Substanzen die isothermische Curve auf allen Flächen ein Kreis ist.

Bei optisch einaxigen Krystallen entsteht ein Kreis nur auf der Basis, während auf den anderen Flächen sich Ellipsen bilden. Die optische Axe ist also auch eine thermische Axe; Richtungen, welche gleiche Winkel mit derselben bilden, verhalten sich gleich; eine der beiden Hauptaxen der Ellipse liegt stets im Hauptschnitt. Als positiv bezeichnet man diejenigen Krystalle, bei denen die Wärmeleitung in der Richtung der optischen Axe am grössten, senkrecht dazu am kleinsten ist; bei negativen Krystallen ist das Umgekehrte der Fall.

Bei optisch zweiaxigen Krystallen gibt es eine Axe grösster, kleinster und mittlerer Wärmeleitung, welche senkrecht aufeinander stehen. In den dazwischen liegenden Richtungen entspricht die Wärmeleitung den Radien vectoren eines dreiaxigen Ellipsoides. Im rhombischen System fallen die thermischen Axen mit den krystallographischen zusammen.

Sehr oft erfolgt die beste Wärmeleitung in den Ebenen vollkommenster Spaltbarkeit.

c) **Ausdehnung durch Wärme.** Alle Körper ändern bei Aenderung der Temperatur ihr Volumen; weitaus die meisten dehnen sich mit steigender Temperatur aus. Der lineare Ausdehnungscoëfficient α ist gleich $\frac{l' - l}{l}$, wenn l die Länge eines aus der betreffenden Substanz hergestellten Stabes bei 0° , l' diejenige bei 100° bezeichnet; der cubische Ausdehnungscoëfficient kann $= 3\alpha$ gesetzt werden.

Messungen der Ausdehnung durch die Wärme, welche gewöhnlich mit dem von Fizeau construirten Dilatometer ausgeführt werden, haben gelehrt, dass bei optisch isotropen Substanzen*) (amorphen Körpern und regulären Krystallen) die Ausdehnung nach allen

*) Substanzen, welche für Wärme durchlässig sind, nennt man diatherman, solche, die es nicht sind, adiatherman.

Richtungen die gleiche ist; die Winkel, welche die Krystallflächen miteinander bilden, ändern sich dabei, wie leicht einzusehen, nicht.

Bei allen anderen Krystallen ist die Ausdehnung in verschiedenen Richtungen verschieden und dadurch wird es bedingt, dass auch ein Theil der Krystallwinkel sich ändert. Die Ausdehnung lässt sich also auch in vielen Fällen bestimmen durch Messung der Krystallwinkel bei verschiedenen Temperaturen. Da die durch die Wärme bedingte Deformation eine homogene Deformation ist, so gilt ganz allgemein das Gesetz, dass eine Aenderung der Indices, d. h. der gegenseitigen Parameterverhältnisse mehrerer Flächen und damit auch des Zonenverbandes nicht eintritt. Construiert man für die thermische Deformation in analoger Weise, wie das für die Ausbreitung des Lichtes geschah, Bezugsflächen, so erhält man für die einaxigen Krystalle ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe mit der optischen Axe zusammenfällt. Für die zweiaxigen Krystalle ist das Deformationsellipsoid ein dreiaxiges Ellipsoid, dessen drei Hauptaxen im rhombischen System mit den krystallographischen Axen zusammenfallen; im monoklinen System entspricht eine Axe der Orthodiagonale, die beiden anderen liegen in der Symmetrieebene, brauchen aber nicht mit den Axen der optischen Bezugsfläche zusammenzufallen. Im triklinen Systeme besteht keine feste Beziehung zwischen thermischen Axen und krystallographischen Axen.

Einfluss der Wärme auf die optischen Eigenschaften. Mit einer Aenderung der Temperatur ändert sich auch die optische Elasticität, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Bei den meisten Körpern nimmt mit Erhöhung der Temperatur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu, beziehungsweise der Brechungs-exponent ab. Nur bei einer verhältnissmässig kleinen Zahl von Substanzen ist das Umgekehrte der Fall. Isotrope Körper bleiben dabei isotrop, d. h. die Aenderung ist für alle Richtungen die gleiche. Optisch einaxige Krystalle erfahren verschiedene Aenderungen in verschiedenen Richtungen, aber in gleicher Weise für alle Richtungen, welche gleiche Winkel mit der optischen Axe einschliessen — sie bleiben also für alle Temperaturen einaxig. Die Brechungsindices ω und ε werden bei zunehmender Temperatur kleiner beim Quarz, während beim Kalkspath eine Zunahme eintritt, die für ε stärker ist als für ω ; beim Beryll nimmt ω mehr zu als ε , und beim Phenakit nimmt ω zu, während ε fast unverändert bleibt. Für optisch zweiaxige Krystalle ist die Aenderung der Brechungsindices in drei auf einander senkrechten Richtungen verschieden. So zeigt z. B. bei steigender Temperatur

Aragonit in der Richtung der grössten Ausdehnung durch Wärme die kleinste Abnahme des Brechungsexponenten.

— In der Richtung der mittleren Ausdehnung durch Wärme die grösste Abnahme des Brechungsexponenten.

— In der Richtung der kleinsten Ausdehnung durch Wärme die mittlere Abnahme des Brechungsexponenten.

Gyps in der Richtung der grössten Ausdehnung durch Wärme die grösste Abnahme des Brechungsexponenten.

— In der Richtung der mittleren Ausdehnung durch Wärme die mittlere Abnahme des Brechungsexponenten.

— In der Richtung der kleinsten Ausdehnung durch Wärme die kleinste Abnahme des Brechungsexponenten.

Im Topas, Cordierit, Sanidin nehmen die Hauptbrechungsindices mit steigender Temperatur nicht ab, sondern zu.

Naturgemäss ändert sich mit den Brechungsindices auch der Winkel der optischen Axen. Beim Gyps liegt die Ebene der optischen Axen in der Symmetrieebene. Für rothes Licht ist der Winkel

$$\begin{array}{rcl}
 2E = 75^{\circ} 58' & \text{bei } 47^{\circ} & \\
 59 & 19 & \text{„ } 71.5 \\
 39 & 1 & \text{„ } 95.5 \\
 0 & & \text{„ } 116
 \end{array}$$

Bei 116° erscheint also der Gyps für rothes Licht einaxig, bei höherer Temperatur wird er wieder zweiaxig, die Ebene der optischen Axen liegt dann aber senkrecht zur Symmetrieebene. Auch bei manchen Feldspathen (Sanidin) ändert sich die Lage der Ebene der optischen Axen beim Erhitzen.

Einfluss des Druckes auf die optischen Eigenschaften. Altbekannt ist die Thatsache, dass Glas durch Druck doppelbrechend wird, und zwar wird durch eine Compression negative, durch eine Spannung (Dilatation) positive Doppelbrechung erzeugt. Man beobachtet dann zwischen gekreuzten Nicols Aufhellungen und Streifensysteme, welche viel Aehnlichkeit mit gewissen Interferenzerscheinungen doppelbrechender Krystalle haben. Uebt man z. B. auf eine kreisförmige Glasplatte von allen Seiten zugleich einen Druck aus (was man leicht erreicht, wenn man die Platte mit einer Schnur umwindet und dieselbe anzieht), so entstehen im parallelen Licht zwischen gekreuzten Nicols Ringe ganz wie beim Axenbild eines einaxigen Krystalles. Solche Bilder lassen sich von den durch doppelbrechende Krystalle erzeugten leicht dadurch unterscheiden, dass die Streifen an den Ort und nicht an die Richtung gebunden sind, also bei Parallelverschiebungen des Objectes sich mit bewegen und nicht

stehen bleiben. Amorphe Substanzen, welche beim Festwerden (Erstarren aus Schmelzfluss oder Eintrocknen aus Lösungen) sich stark contrahiren, zeigen oft Erscheinungen der Doppelbrechung, welche auf die durch die Contraction erzeugten Spannungen zurückzuführen sind (sogenannte gekühlte Gläser, Gelatine).

Einfachbrechende Krystalle werden durch Druck doppelbrechend, und zwar ist die Aenderung proportional zum Druck.

Optisch einaxige Krystalle bleiben optisch einaxig, wenn sie in der Richtung der optischen Axe gepresst werden, ändern aber die Stärke der Doppelbrechung. Findet der Druck in anderen Richtungen statt, so werden sie zweiaxig, und zwar liegt bei positiven Krystallen die Axenebene in der Richtung des Druckes und der Charakter der Doppelbrechung bleibt positiv, während bei negativen die Ebene der optischen Axen senkrecht zur Druckrichtung steht und die Krystalle negativ bleiben. Quarz dreht die Polarisationssebene des Lichtes auch in der Richtung der neu entstandenen Axen, die beiden in dieser Richtung sich fort-pflanzenden Strahlen sind elliptisch polarisirt.

Bei optisch zweiaxigen Krystallen wird bei negativen durch einen Druck senkrecht zur Ebene der optischen Axen der Axenwinkel grösser, durch einen Druck parallel der Ebene der optischen Axen kleiner. Bei positiven Krystallen ist das Umgekehrte der Fall. War der Axenwinkel klein, so kann der Krystall für eine bestimmte Farbe einaxig werden, bei stärkerem Drucke gehen dann die Axen wieder auseinander, aber in einer zur früheren Axenebene senkrechten Richtung.

Optisch anomale Krystalle. Die Eigenschaft mancher Krystalle, eine anomale Doppelbrechung zu zeigen, ist auf solche Druck-, beziehungsweise Spannungserscheinungen zurückzuführen. Manchmal ist damit eine Zwillingsbildung verbunden, so dass der anomale Krystall als mimetisch aufzufassen ist. In einigen Fällen tritt, wenn die Spannung z. B. in Folge von Temperaturänderung aufhört, normales Verhalten ein (Leucit).

Magnetische und elektrische Eigenschaften der Krystalle.

Man unterscheidet alle Substanzen je nach ihrem Verhalten gegen den Magneten als paramagnetisch und diamagnetisch. Erstere werden, wie das Eisen, angezogen, letztere abgestossen. Im magnetischen Felde stellt sich ein aus einer paramagnetischen Substanz geschnittenes Stäbchen, wenn man es frei beweglich zwischen die

Pole des Magneten aufhängt, axial, d. h. parallel zur Verbindungslinie der Magnetpole, während ein diamagnetisches Stäbchen sich äquatorial, d. h. senkrecht zur Verbindungslinie der Magnetpole stellt.

Amorphe Körper und reguläre Krystalle sind magnetisch isotrop; sie verhalten sich in allen Richtungen gleich und eine aus einem solchen Körper gefertigte Kugel bleibt zwischen den Magnetpolen in Ruhe.

Optisch einaxige Krystalle verhalten sich in verschiedenen Richtungen verschieden. Hängt man eine Kugel eines solchen Krystalles so zwischen die Magnetpole, dass die optische Axe Drehungsaxe ist, so bleibt sie in Ruhe, ist aber die optische Axe parallel zur Drehungsebene, so stellt sich dieselbe entweder axial oder äquatorial je nach der Natur der Substanz. Liegt der stärkste Dia- oder Paramagnetismus in der Richtung der optischen Axe, so bezeichnet man den Krystall als magnetisch positiv, ist er senkrecht zur optischen Axe, als magnetisch negativ. Bringt man die optische Axe in die Drehungsebene, so stellt sie sich für einen paramagnetisch positiven Krystall axial (z. B. Eisenspath); für einen paramagnetisch negativen äquatorial (z. B. Beryll); für einen diamagnetisch positiven äquatorial (z. B. Kalkspath); für einen diamagnetisch negativen axial (z. B. Zirkon).

Optisch zweiaxige Krystalle haben drei verschiedene Hauptmagnetisirungscoefficienten in drei aufeinander senkrechten Richtungen, welche zu den krystallographischen Axen in analogen Beziehungen stehen, wie die optischen Elasticitätsaxen.

Die Attractionsfähigkeit der Krystalle durch den Magneten ist eine sehr verschiedene. Die Reihenfolge der wichtigeren gesteinsbildenden Mineralien nach ihrer Attractionsfähigkeit (von der stärksten zur schwächsten) ist:

Magnetit
Hämatit, Ilmenit
Chromit, Siderit, Almandin
Hedenbergit, Ankerit, Limonit
Eisenreiche Augite, Pleonast, Arfvedsonit
Hornblende, helle Augite, Epidot, Pyrop
Turmalin, Bronzit, Vesuvian
Staurolith, Aktinolith
Olivin, Pyrit, Kupferkies
Biotit, Chlorit, Rutil
Hauyn, Diopsid, Muscovit
Nephelin, Leucit, Dolomit.

Manche Krystalle können dauernden Magnetismus annehmen, so Magnetit, Magnetkies (nur in Richtungen senkrecht zur Hauptaxe), Quarz (gering, parallel und senkrecht zur Hauptaxe).

Das elektrische Leitungsvermögen metallischer Krystalle ist durchaus analog dem thermischen Leitungsvermögen; einfach brechende sind auch elektrisch isotrop, optisch einaxige auch elektrisch einaxig.

Auch in Bezug auf die Thermoelektricität hat sich gezeigt, dass die thermoelektrische Kraft im Allgemeinen eine Function der Richtung ist. In den optisch isotropen Krystallen ist diese Kraft in allen Richtungen gleich gross, optisch einaxige haben als Bezugsfläche für die thermoelektrische Kraft ein Rotationsellipsoid, optisch zweiaxige ein dreiaxiges Ellipsoid.

Bemerkenswerth ist es, dass manche Krystalle derselben Substanz an entgegengesetzten Enden der thermoelektrischen Spannungsreihe stehen. So sind gewisse Krystalle von Pyrit stärker positiv thermoelektrisch als Antimon, andere stärker negativ als Wismuth. Bei ersteren ist die auf den Pentagondodekaederflächen gewöhnlich vorhandene Streifung der hexaedrischen Kante parallel, bei letzteren senkrecht dazu.

Die Erscheinungen der dielektrischen Polarisation sind ebenfalls analog den optischen Erscheinungen.

Pyroelektricität. Manche Krystalle haben die Eigenschaft, bei einer Temperaturänderung elektrisch zu werden, und zwar derart, dass in Bezug auf eine bestimmte Richtung im Krystall, die sogenannte elektrische Axe, der eine Pol entgegengesetzte Electricität zeigt wie der andere. Man nennt diese Erscheinung Pyroelektricität und denjenigen Pol, der bei der Abkühlung nach vorhergegangener Erhitzung negativ wird, den analogen, den, der bei der Abkühlung positiv wird, den antilogen Pol. Die Electricität tritt nur auf bei Aenderung der Temperatur, und verschwindet, sobald die Temperatur constant wird. Sie ist an beiden Polen gleich stark und gehört nicht bestimmten Stellen der Oberfläche an; sie ist unabhängig von der Länge des Krystalls in der Richtung der elektrischen Axe und proportional dem Betrag der Temperaturänderung, sowie dem Querschnitt des Krystalls.

Um die Vertheilung der Electricität an den Krystallen gut sichtbar zu machen, bedient man sich des folgenden Verfahrens: Man erhitzt den Krystall im Luftbade und bestäubt ihn dann mittels eines blasebalgähnlichen „Bestäubers“ mit einem Gemenge von Schwefel und Mennige. Der gelbe Schwefel wird dabei negativ elektrisch und setzt sich am positiven Pol fest, die rothe Mennige wird positiv und haftet am negativen Pol.

Die Pyroelektricität tritt nur an solchen Krystallen auf, welche polare Symmetrieachsen haben. Als bekanntere Beispiele seien genannt: Turmalin, welcher trigonal-pyramidal (nach früherer Auffassung: rhomboedrisch-hemimorph) krystallisirt. Elektrische Axe ist die krystallographische Hauptaxe c . Der analoge Pol ist gewöhnlich der flächenärmere,*) derjenige, an welchem die Fläche der Grundpyramide P (beziehungsweise des Grundrhomboeders R) mit den Flächen des trigonalen Prismas horizontale Kanten bildet. Boracit, regulär tetraedrisch; elektrische Axen sind die trigonalen Axen, d. h. die Diagonalen des Würfels, diagonal gegenüberliegende und benachbarte Würfecken sind entgegengesetzt elektrisch. Quarz, hexagonal trapezoedrisch-tetartoedrisch; elektrische Axen sind die Nebenachsen, die gegenüberliegenden und die benachbarten Prismenkanten sind entgegengesetzt elektrisch, und zwar analog (beim Abkühlen negativ, beim Bestäuben roth) diejenigen Kanten, an welchen die tetartoedrischen Formen (Trapezoeder) gewöhnlich auftreten — also bei rechtsdrehenden Krystallen diejenigen, welche rechts unter der Fläche von $\perp R$ liegen. An Zwillingen sind bei regelmässiger Verwachsung alle Kanten gleich, da aber die Zwillingsgrenzen gewöhnlich sehr unregelmässigen Verlauf haben, ist auch die Vertheilung der Elektricität eine unregelmässige und es entstehen beim Bestäuben dementsprechend auf den Prismenflächen zahlreiche rothe und gelbe Streifen und Flecken. Eine äusserlich sonst nicht erkennbare Zwillingsbildung lässt sich oft auf diesem Wege nachweisen.

*) Bei Krystallen von Andreasberg der flächenreichere.

Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und Krystallform.

Im Allgemeinen hat jede chemische Verbindung eine besondere, ihr eigenthümliche Krystallform, so dass dieselbe in vielen Fällen zur Identificirung der Substanzen benützt werden kann. Dabei ist der Ausdruck Krystallform in seiner weitesten Bedeutung aufzufassen — d. h. es sind darunter nicht nur die geometrischen, sondern auch die physikalischen — insbesondere, als der Beobachtung am leichtesten zugänglich, die optischen — Eigenschaften des Krystalls zu verstehen. Dass zwischen chemischer Constitution und krystallographischer Entwicklung Beziehungen bestehen, darf wohl von vornherein angenommen werden, wenn auch zur Zeit unsere Kenntnisse solcher Beziehungen noch recht lückenhafte sind. Es soll an dieser Stelle nur kurz auf einige hierher gehörige Erscheinungen, welche schon seit längerer Zeit bekannt und vielfach beobachtet sind, hingewiesen werden.

Isomorphie. Die Lehre von der Isomorphie (Isomorphismus) wurde 1819 von Mitscherlich auf Grund seiner Beobachtungen an phosphorsauren und arsensauren Salzen aufgestellt und in den Satz zusammengefasst, dass analog zusammengesetzte Substanzen gleiche Krystallformen haben. Im Laufe der Zeit erkannte man durch zahlreiche genaue Untersuchungen, dass in den meisten Fällen nicht gleiche, sondern nur ähnliche Krystallformen auftreten; es ist deshalb auch vorgeschlagen worden, die Erscheinung als Homöomorphie zu bezeichnen.*)

*) Als Morphotropie bezeichnet man, unter Erweiterung der von Groth auf Grund seiner Untersuchungen an Benzolderivaten gegebenen Definition, die gesetzmässige Aenderung der Krystallform, welche in Folge der partiellen Aenderung der chemischen Zusammensetzung auftritt. Die bisher in verschiedenen Fällen beobachteten Wirkungen der morphotropischen Kraft verschiedener Elemente lassen noch keine constanten Beziehungen erkennen.

Es gibt eine Anzahl von Substanzen, welche für ihre Grundformen nahezu gleiche Axenverhältnisse haben und welche — da auch die Krystallausbildung eine gleichartige ist — dementsprechend vielfach annähernd gleiche Winkel aufweisen. Als Beispiele hiefür seien angeführt:

Kalkspath	Ca CO ₃	} hexagonal rhomboedr.	Polkantenw. von R = 105° 5'
Manganspath	Mn CO ₃		106° 56'
Eisenspath	Fe CO ₃		107° 0'
Magnesitspath	Mg CO ₃		107° 22'
Zinkspath	Zn CO ₃		107° 40'
Apatit	Ca ₅ Cl (PO ₄) ₃	} hexagonal pyram. hem.	a : c = 1 : 0.7346
Pyromorphit	Pb ₅ Cl (PO ₄) ₃		„ = 1 : 0.7362
Mimetesit	Pb ₅ Cl (AsO ₄) ₃		„ = 1 : 0.7224
Vanadinit	Pb ₅ Cl (VO ₄) ₃		„ = 1 : 0.7122
Zirkon	Zr Si O ₄	} tetragonal	a : c = 1 : 0.6404
Rutil	Ti Ti O ₄		„ = 1 : 0.6442
Zinnstein	Sn Sn O ₄		„ = 1 : 0.6724
Aragonit	Ca CO ₃	} rhomb.	a : b : c = 0.6224 : 1 : 0.7206; Prismenw. : 116° 12'
Cerussit	Pb CO ₃		„ = 0.6100 : 1 : 0.7230; „ : 117° 14'
Strontianit	Sr CO ₃		„ = 0.6098 : 1 : 0.7237; „ : 117° 19'
Witherit	Ba CO ₃		„ = 0.6032 : 1 : 0.7302; „ : 117° 48'

Für die regulären Krystalle ist die Isomorphie von geringerer Bedeutung, da im regulären System das Axenverhältniss und dementsprechend die Winkel gleich sind. Vielfach zeigen indessen chemisch analoge Verbindungen ausser der Zugehörigkeit zu derselben Symmetrieclasse eine auffallende Gleichartigkeit der Ausbildung — wie Spinell, Chromit und Magnetit oder Pyrit und Glanzkobalt. Tschermak fordert noch Identität der Spaltbarkeit, wonach z. B. Steinsalz mit hexaedrischer und Flussspath mit oktaedrischer Spaltbarkeit nicht isomorph wären. Man wird indessen die Isomorphie zwischen tetraedrischem Schwefelzink (ZnS), Zinkblende, und tetraedrischem Schwefelmangan (MnS), Manganblende, trotz der verschiedenen Spaltbarkeit — bei ersterer nach dem Rhombendodekaeder, bei letzterer nach dem Würfel — nicht in Abrede stellen.

Es gibt gewisse Elemente, welche, obwohl sie selbst nicht isomorph sind, die Fähigkeit besitzen, isomorphe Verbindungen zu bilden. Es sind das u. A.:

Einwerthige: Cl, Br, J; — K, Na, Li.

Zweiwerthige: S, Se, Te; — Be, Mg, Zn, Fe, Mn, Co, Ni; — Sr, Ba, Pb und Ca.

Dreiwertthige: Al, Fe, Cr.

Vierwertthige: Zr, Ti, Sn, Si.

Fünfwertthige: P, As, V, Sb und Bi. — etc.

Isomorphe Mischungen. Da die morphologischen Eigenschaften analog zusammengesetzter Substanzen nicht gleich, sondern — wie aus den oben angeführten Beispielen zu ersehen — nur ähnlich sind und manchmal ziemlich grosse Differenzen zeigen, so pflegt man als entscheidendes Merkmal für die Isomorphie solcher Verbindungen ihre Fähigkeit anzusehen, zusammen zu krystallisiren, sogenannte isomorphe Mischungen zu bilden. Die durch Zusammenkrystallisiren isomorpher Verbindungen entstehenden Mischkrystalle erscheinen vollständig homogen, sind ihrer Form nach den Componenten isomorph und unterscheiden sich von Doppelsalzen dadurch, dass die Componenten nicht in stöchiometrisch bestimmten, sondern in schwankenden Mengen am Aufbau des Krystalles sich betheiligen. Es gibt im Mineralreich zahlreiche solcher isomorphen Mischungen, in welchen zwei oder mehr Verbindungen in allen möglichen Verhältnissen miteinander verbunden sind. In manchen Fällen, wo die physikalischen Eigenschaften der Componenten der Mischkrystalle nicht übereinstimmen, ändern sich dieselben je nach dem Mischungsverhältniss, so dass aus ihnen die chemische Zusammensetzung des Mischkrystalles erkannt werden kann. Als bekanntestes Beispiel seien die triklinen Feldspathe, Plagioklase, angeführt; dieselben werden aufgefasst als isomorphe Mischungen aus Albit ($\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$) und Anorthit ($\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$), und wie sich in der allgemeinen Mischungsformel n Albit + m Anorthit das Verhältniss $n : m$ ändert, ändert sich die chemische Zusammensetzung, das specifische Gewicht, die optische Orientirung etc., wie aus folgender (auszugsweisen) Zusammenstellung zu ersehen ist:

	n : m	Si O ₂	Ca O	Na ₂ O	spec. Gew.	Auslöschung auf M*)
Albit	1 : 0	68.7	0	11.8	2.624	+ 19 ⁰
Oligoklas	3 : 1	62.0	5.3	8.7	2.659	+ 4 ⁰ 36'
Andesin	4 : 3	57.4	8.9	6.6	2.684	— 10 ⁰ 26'
Labradorit	1 : 2	51.4	13.7	3.8	2.716	— 26 ⁰
Bytownit	1 : 6	46.6	17.4	1.6	2.742	— 33 ⁰ 29'
Anorthit	0 : 1	43.2	20.0	0	2.758	— 36 ⁰

*) Auslöschung gegen die Kante P:M; + und — in demselben Sinne wie auf S. 115 für den Winkel σ gebraucht. **

Polymorphie. Unter Polymorphie oder Heteromorphie versteht man die Eigenschaft einer Substanz, in verschiedenen Symmetrieclassen zu krystallisiren oder Krystalle zu bilden, welche zwar ein und derselben Symmetrieclasse angehören, aber Grundformen mit verschiedenen Axenverhältnissen haben. Tritt eine Substanz in zwei verschiedenen Modificationen auf — wie es meistens der Fall ist — so nennt man sie dimorph, sind drei Modificationen bekannt, so heisst sie trimorph u. s. w. Die verschiedenen Modificationen pflegen sich, ausser durch ihre geometrischen auch noch durch ihre physikalischen (specifisches Gewicht, Spaltbarkeit, optische Orientirung etc.) und manchmal auch durch ihre chemischen Eigenschaften zu unterscheiden und haben oft deutlich erkennbar verschiedene Entstehungsbedingungen. Manche Modificationen sind weniger beständig als andere; mitunter lässt sich eine Modification durch Erwärmen in eine andere verwandeln, welche letztere beim Abkühlen wieder in die erste übergeht; Substanzen, bei denen dies der Fall ist, heissen enantiotrop.

Einige bekannte Beispiele für Polymorphie bieten:

Kohlenstoff (C): regulär als Diamant, hexagonal als Graphit.

Schwefel (S): mehrere verschiedene Modificationen, darunter rhombisch die in der Natur vorkommenden und die aus Lösung in Schwefelkohlenstoff sich abscheidenden Krystalle, monoklin die aus Schmelzfluss entstehenden Krystalle.

Schwefelzink (ZnS): regulär als Zinkblende, hexagonal als Wurtzit.

Eisenbisulfid (FeS_2): regulär als Eisenkies, rhombisch als Markasit.

Titansäure (TiO_2): tetragonal mit dem Axenverhältniss $a:c = 1:0.6442$, specifisches Gewicht 4.25, Spaltbarkeit nach ∞P , als Rutil; tetragonal mit ganz anderen Eigenschaften, Axenverhältniss $a:c = 1:1.7771$, specifisches Gewicht 3.9, Spaltbarkeit nach $0P$, als Anatas; rhombisch als Brookit.

Calciumcarbonat ($CaCO_3$): hexagonal-rhomboedrisch als Calcit, rhombisch als Aragonit.

Thonerdesilicat (Al_2SiO_5): rhombisch mit dem Axenverhältniss $a:b = 0.9861:1$ als Andalusit; rhombisch mit dem Axenverhältniss $a:b = 0.6873:1$ als Sillimanit; triklin als Disthen u. s. w.

Für enantiotrope Substanzen seien als Beispiele genannt Boracit ($Mg_7Cl_2B_{16}O_{30}$), welcher bei gewöhnlicher Temperatur bei äusserlich regulärer Krystallform aus doppelbrechenden rhombischen Theilen besteht, bei einer Erwärmung über 265° einfachbrechend wird und einfachbrechend bleibt, so lange die Temperatur

nicht unter diesen Grad herabsinkt, sowie der Leucit ($KAl[SiO_3]_2$), der seiner äusseren regulären Form entsprechend isotrop erst bei beginnender Rothglut wird, während er unter gewöhnlichen Verhältnissen als polysynthetischer Zwilling doppelbrechender rhombischer Lamellen sich darstellt.

Isodimorphie. Wenn ein Körper dimorph ist und zu jeder der Modificationen isomorphe Glieder — die selbst wieder dimorph sein können — existiren, so erhalten wir eine isodimorphe Gruppe. Eine solche bilden z. B. Kalisalpeter (KNO_3) und Natronsalpeter ($NaNO_3$): von beiden existirt je eine hexagonale und eine rhombische Modification und die hexagonalen Salze sind isomorph, ebenso wie die rhombischen. Im Mineralreich gibt es eine ganze Reihe von Substanzen, welche isodimorphe Reihen bilden, wobei freilich nicht immer alle einzelnen Glieder für sich allein bekannt sind.

Uebersicht der 32 Classen der Krystallformen.

System	Abtheilung	Classe	Symmetrie- ebenen	Symmetrie- axen	Centr. d. Symm.
Regulär	Holoedrie	Hexakisoktaedrische Classe	9 (3+6)	13 $\begin{cases} 3 \blacksquare \\ 4 \blacktriangle \\ 6 \bullet \end{cases}$	+
	Tetraedrische He- miedrie	Hexakistetraedrische Classe	6	7 $\begin{cases} 3 \bullet \\ 4 \blacktriangle \end{cases}$ p.	—
	Pentagonale He- miedrie	Dyakisdodekaedrische Classe	3	7 $\begin{cases} 3 \bullet \\ 4 \blacktriangle \end{cases}$	+
	Plagiedrische He- miedrie	Pentagonikositetrae- drische Classe	—	13 $\begin{cases} 3 \blacksquare \\ 4 \blacktriangle \\ 6 \bullet \end{cases}$	—
	Tetartoedrie	Tetraedrisch - penta- gondodekaedrische Classe	—	7 $\begin{cases} 3 \bullet \\ 4 \blacktriangle \end{cases}$ p.	—
Tetragonal	Holoedrie	Ditetragonal - bipyra- midale Classe	$\begin{matrix} 5 \\ (1+[2+2]) \end{matrix}$	5 $\begin{cases} 1 \blacksquare \\ 2+2 \bullet \end{cases}$	+
	Hemimorphie der Holoedrie	Ditetragonal-pyrami- dale Classe	4 (2+2)	1 \blacksquare p.	—
	Pyramidale He- miedrie	Tetragonal-bipyrami- dale Classe	1	1 \blacksquare	+
	Hemimorphie der pyramidalen He- miedrie	Tetragonal - pyrami- dale Classe	—	1 \blacksquare p.	—
	Trapezoedrische Hemiedrie	Tetragonal - trapezo- edrische Classe	—	5 $\begin{cases} 1 \blacksquare \\ 2+2 \bullet \end{cases}$	—
	Sphenoidische He- miedrie	Tetragonal - skaleno- edrische Classe	2	3 (1+2) \bullet	—
	Sphenoidische Te- tartoedrie	Tetragonal-bisphenoi- dische Classe	—	1 \bullet	—

System	Abtheilung	Classe	Symmetrie-ebenen	Symmetrie-axen	Cent. d. Sym.
Hexagonal	Holoedrie	Dihexagonal - bipyramidale Classe	$\frac{7}{(1+[3+3])}$	$7 \begin{cases} 1 \blacklozenge \\ 3+3 \bullet \end{cases}$	+
	Hemimorphie der Holoedrie	Dihexagonal - pyramidale Classe	$6(3+3)$	$1 \blacklozenge p.$	—
	Pyramidale Hemiedrie	Hexagonal-bipyramidale Classe	1	$1 \blacklozenge$	+
	Hemimorphie der pyram. Hemied.	Hexagonal-pyramidale Classe	—	$1 \blacklozenge p.$	—
	Trapezoedrische Hemiedrie	Hexagonal - trapezoedrische Classe	—	$7 \begin{cases} 1 \blacklozenge \\ 3+3 \bullet \end{cases}$	—
(Trigonal)	Rhomboedrische Hemiedrie	Ditrigonal - skalenoedrische Classe	3	$4 \begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet \end{cases}$	+
	Rhomboedrische Tetartoedrie	Trigonal-rhomboedrische Classe	—	$1 \blacktriangle$	+
	Trigonale Hemiedrie	Ditrigonal-bipyramidale Classe	$4(1+3)$	$4 \begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet p. \end{cases}$	—
	Hemimorphie der trigon. Hemied.	Ditrigonal-pyramidale Classe	3	$1 \blacktriangle p.$	—
	Trigonale Tetartoedrie	Trigonal - bipyramidale Classe	1	$1 \blacktriangle$	—
	Hemim. d. trigon. Tetart. (Ogdoedr.)	Trigonal-pyramidale Classe	—	$1 \blacktriangle p.$	—
	Trapezoedrische Tetartoedrie	Trigonal-trapezoedrische Classe	—	$4 \begin{cases} 1 \blacktriangle \\ 3 \bullet p. \end{cases}$	—

System	Abtheilung	Classe	Symmetrie- triebenen	Symmetrie- axen	Cent. d. Sym.
Rhombisch	Holoedrie	Rhombisch-bipyrami- dale Classe	3 (1+1+1)	3 • (1+1+1)	+
	Hemimorphie	Rhombisch-pyrami- dale Classe	2 (1+1)	1 • p.	—
	Hemiedrie	Rhombisch-bisphenoi- dische Classe	—	3 • (1+1+1)	—
Monoklin	Holoedrie	Prismatische Classe	1	1 •	+
	Hemimorphie	Sphenoidische Classe	—	1 • p.	—
	Hemiedrie	Domatische Classe	1	—	—
Triklin	Holoedrie	Pinakoidale Classe	—	—	+
	Hemiedrie	Asymmetrische Classe	—	—	—

Vergleichungstabellen verschiedener krystallographischer Bezeichnungenweisen.

Die in diesem Buche gebrauchten Bezeichnungenweisen von Naumann und Miller, bezw. Bravais werden zur Zeit in den meisten krystallographischen Arbeiten, in Deutschland fast ausschliesslich, angewendet. Eine von Dana eingeführte abgekürzte Naumann'sche Bezeichnung wird in Amerika häufig gebraucht, während in französisch geschriebenen Arbeiten sich nicht selten noch die sogen. Levy'sche Bezeichnungweise findet. Mit Hilfe der folgenden Tabellen lassen sich die Ausdrücke der einen leicht in die der anderen Bezeichnungweise umrechnen.

System	Weiss	Naumann	Dana	Miller	Levy	
Regulär.	(a : a : a)	O	1	{111}	a ¹	$\left. \begin{array}{l} m > 1, \\ h > k, \\ \frac{h}{k} = m \end{array} \right\}$ $\left. \begin{array}{l} h > k > l, \\ \frac{h}{l} = m, \\ \frac{h}{k} = n \end{array} \right\}$
Synn.: tesseral,	(a : ∞ a : ∞ a)	∞ O ∞	i - i	{001}	p	
kubisch, tessu-	(a : a : ∞ a)	∞ O	i	{011}	b ¹	
larisch, isome-	(a : ma : ma)	m O m	m - m	{h k k}	a ^{$\frac{h}{k}$}	
trisch.	(a : 2a : 2a)	2 O 2	2 - 2	{211}	a ²	
(Système cubique)	(a : a : ma)	m O	m	{h h k}	a ^{$\frac{k}{h}$}	
(Isometric system)	(a : a : 2a)	2 O	2	{221}	a ^{$\frac{1}{2}$}	
	(a : ∞ a : ma)	∞ O m	i - m	{h k 0}	b ^{$\frac{h}{k}$}	
	(a : ∞ a : 2a)	∞ O 2	i - 2	{210}	b ²	
	(a : ∞ a : $\frac{3}{2}a$)	∞ O $\frac{3}{2}$	i - $\frac{3}{2}$	{320}	b ^{$\frac{3}{2}$}	
	(a : ma : na)	m O n	m - n	{h k l}	b ^{$\frac{1}{l}$} b ^{$\frac{1}{k}$} b ^{$\frac{1}{n}$}	
	(a : 4a : $\frac{4}{3}a$)	4 O $\frac{4}{3}$	4 - $\frac{4}{3}$	{431}	b ^{$\frac{1}{3}$} b ^{$\frac{1}{3}$} b ^{$\frac{1}{4}$}	

System	Weiss	Naumann	Dana	Miller	Levy	
Tetragonal.	$(x a : x a : c)$	0 P	0	{001}	p	
Synn.: quadrat., pyramidal, zwei- und ein- axig, viengliedrig.	$(a : a : c)$	P	1	{111}	$\frac{1}{b^2}$	
	$(a : a : mc)$	m P	m	{h h 1}	$\frac{1}{b^{2h}}$	
	$(a : a : 2c)$	2 P	2	{221}	$\frac{1}{b^4}$	
	$(a : a : \frac{1}{2}c)$	$\frac{1}{2}P$	$\frac{1}{2}$	{112}	b^1	$\frac{h}{1} = m, \frac{1}{2h} = \frac{1}{2m}$
(Système du prisme droit à base carrée od. S. quadra- tique) (Tetragonal system)	$(a : a : \infty c)$	∞P	I	{110}	m	
	$(a : \infty a : c)$	$P \infty$	1 - i	{101}	a^1	
	$(a : \infty a : mc)$	$m P \infty$	m - i	{h 0 1}	$\frac{1}{a^h}$	
	$(a : \infty a : 2c)$	$2 P \infty$	2 - i	{201}	$\frac{1}{a^2}$	
	$(a : \infty a : \frac{1}{2}c)$	$\frac{1}{2}P \infty$	$\frac{1}{2} - i$	{102}	a^2	
	$(a : \infty a : \infty c)$	$\infty P \infty$	i - i	{100}	h^1	
Dana nennt, wie es Naumann that, die Verti- calaxe a.	$(a : na : mc)$	m P n	m - n	{h k 1}	$\frac{1}{b^{h-k}} \frac{1}{b^{h+k}} \frac{1}{h^1}$	$\frac{h}{1} = m, \frac{h}{k} = n \cdot \frac{1}{h-k} = \frac{1}{m(n-1)},$
	$(a : 2a : 4c)$	4 P 2	4 - 2	{421}	$\frac{1}{b^2} \frac{1}{b^6} \frac{1}{h}$	$\frac{1}{h+k} = \frac{1}{m(n+1)}, \frac{1}{1} = \frac{1}{n}$
	$(a : 3a : 3c)$	3 P 3	3 - 3	{311}	$\frac{1}{b^2} \frac{1}{b^4} \frac{1}{h}$	
	$(a : na : \infty c)$	$\infty P n$	i - n	{h k 0}	$\frac{h+k}{h^{h-k}}$	$\frac{h}{k} = n, \frac{h+k}{h-k} = \frac{n+1}{n-1}$
	$(a : 2a : \infty c)$	$\infty P 2$	i - 2	{210}	h^3	

				Bravais		
Hexagonal.	$(\infty a : \infty a : c)$	0 P	0	{0001}	p	
Synn.: drei- und einaxig, sechs- gliedrig.	$(a : a : \infty a : c)$	P	1	{1011}	b^1	
	$(a : a : \infty a : mc)$	m P	m	{h 0 h 1}	$\frac{1}{b^h}$	$\frac{h}{1} = m$
	$(a : a : \infty a : 2c)$	2 P	2	{2021}	$\frac{1}{b^2}$	
	$(a : a : \infty a : \infty c)$	∞P	I	{1010}	m	
(Système hexagonal)	$(a : 2a : 2a : c)$	P 2	1 - 2	{1122}	a^2	
	$(a : 2a : 2a : mc)$	m P 2	m - 2	{hh.2h.1}	$\frac{1}{a^h}$	$\frac{2h}{1} = m$
	$(a : 2a : 2a : 4c)$	4 P 2	4 - 2	{241}	$\frac{1}{a^2}$	
	$(a : 2a : 2a : \infty c)$	$\infty P 2$	i - 2	{1120}	h^1	
	$(a : na : \frac{n}{n-1} a : mc)$	m P n	m - n	{h i k 1}	$\frac{1}{b^i} \frac{1}{b^k} \frac{1}{h^1} = \frac{1}{m(n-1)}$	$m = \frac{h}{1}, n = \frac{h}{k}, h = -(i+k)$
	$(a : 3a : \frac{3}{2} a : c)$	$P \frac{3}{2}$	$1 \cdot \frac{3}{2}$	{3123}	$b^1 \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot h^{\frac{1}{3}}$	$k > i$
(hexagonal syst.)	$(a : na : \frac{n}{n-1} a : \infty c)$	$\infty P n$	i - n	{h i k 0}	$\frac{k}{h^i} = \frac{1}{h^{n-1}}$	

*) Ist $h+k=1$ so schreibt man $a_{\frac{h-k}{h+k}}$ $\{213\} = \frac{2}{3} P 2 = a_{\frac{1}{3}}$
 „ $h-k=1$ „ „ „ $a_{\frac{h+k}{h-k}}$ $\{312\} = \frac{3}{2} P 3 = a_2$

	Naumann	Miller	Levi
<p>Hexagonales System, rhomboedrische Abtheilung</p> <p>Ueber die Ableitung der Naumann'schen abge- kürzten Bezeichnung und der Miller'schen aus Bravais'schen In- dices vgl. S. 66 und 68.</p>	0 R	(111)	a^1
	$+ m R \quad (m < 1)$	(h 1 1)	$\frac{h}{a^1}$
	$+ \frac{2}{5} R$	(311)	a^3
	$+ R$	(100)	p
	$+ m R \quad (m > 1)$	(h $\bar{1}$ $\bar{1}$)	$\frac{h}{e^1}$
	$+ 4 R$	($\bar{3}$ $\bar{1}$ $\bar{1}$)	e^3
	$- m R \quad (m < \frac{1}{2})$	(h h 1)	$\frac{1}{a^h}$
	$- \frac{1}{5} R$	(221)	$a^{\frac{1}{2}}$
	$- \frac{1}{2} R$	(110)	b^1
	$- m R \quad (m > \frac{1}{2})$	(h h $\bar{1}$)	$\frac{1}{e^h}$
	$- \frac{3}{5} R$	(88 $\bar{1}$)	$\frac{1}{e^{\frac{8}{5}}}$
	$- R$	(22 $\bar{1}$)	$\frac{1}{e^2}$
	$- 2 R$	(11 $\bar{1}$)	e^1
	$- 4 R$	(55 $\bar{7}$)	$\frac{7}{e^5}$
	∞R	(2 $\bar{1}$ $\bar{1}$)	e^2

$$h > 1, \frac{h}{l} = \frac{2m+1}{1-m}$$

$$m = \frac{h-1}{2l+h}$$

$$m = \frac{h+1}{h-2l}$$

$$\frac{l}{h} = \frac{1-2m}{1+m}$$

$$m = \frac{h-1}{2h+1}$$

$$m = \frac{h+1}{2h-1}$$

$+ m R n$	(h k l) $h = 2 + 3 m n + m$ $k = 1 - m$ $l = 2 - 3 m n + m$	$\frac{1}{b^1} \frac{1}{b^k} \frac{1}{b^h}$ wenn h, k, l positiv. direct, wenn $h+1 > 2k$ invers, wenn $h+1 < 2k$ $\frac{1}{b^1} \frac{1}{d^k} \frac{1}{d^h}$ wird $b^{\frac{h}{k}}$, wenn $l=0$ wenn l negativ wird $e^{\frac{h}{k}}$, wenn $k=1$
$- m R n$	(h k l) $h = 2 + 3 m n - m$ $k = 2(1+m)$ $l = 2 - 3 m n - m$	direct, wenn $h-1 > 2k$ invers, wenn $h-1 < 2k$ $\frac{1}{b^h} \frac{1}{d^k} \frac{1}{d^l}$ wird $d^{\frac{h}{k}}$, wenn $l=0$ wenn k und l negativ, wird $e^{\frac{h}{k}}$, wenn $k=1$
$+ \frac{1}{4} R 5$	$4i\bar{1}$	e^4
$+ 4 R 3$	$\bar{7}i5$	$\frac{1}{b^{\frac{7}{5}}}$
$\infty P n$	(h k \bar{l}) $(h = k + 1)$ $h = n + 1$ $k = n - 2$ $l = 1 - 2n$	nur directe Formen.
$\infty P \frac{5}{4}$	(3 $\bar{1}$ $\bar{2}$)	$\frac{1}{b^{\frac{3}{2}}}$
$m P 2$	(h k l) $l = 2k - h$	$\frac{1}{b^1} \frac{1}{b^k} \frac{1}{b^h}$ $\frac{1}{b^1} \frac{1}{d^k} \frac{1}{d^h}$ $\frac{1}{b^3} d^1 d^{\frac{1}{2}}$ $\frac{1}{b^1} \frac{1}{b^k} \frac{1}{b^h}$ $\frac{1}{b^1} \frac{1}{d^k} \frac{1}{d^h}$ $\frac{1}{b^3} d^1 d^{\frac{1}{7}}$
$4 P 2$	$7i\bar{5}$	$\frac{1}{b^{\frac{7}{5}}}$
$\infty P 2$	$10i\bar{1}$	d^1

$$n = \frac{2l+k}{1+2k}$$

$$m = \frac{2(h-k)}{3k}$$

$$\frac{2h}{k} = 3m + 2$$

System	Weiss	Naumann	Dana	Groth 1)	Miller 1)	Levy	
Rhombisch. Synn.: prismatisch orthotyp zweigliedrig ein- und einaxig (Système du prisme rhomboidal droit, S. rhombique.)	$(\infty a : \infty b : c)$	0 P	0	{001}	{001}	p	
	$(\infty a : b : \infty c)$	$\infty \check{P} \infty$	$i - \check{i}$	{010}	{100}	g^1	
	$(a : \infty b : \infty c)$	$\infty \bar{P} \infty$	$i - \bar{i}$	{100}	{010}	h^1	
	$(a : b : c)$	P	1	{111}	{111}	$\frac{1}{b^{\frac{1}{2}}}$	
	$(a : b : m c)$	m P	m	{h h 1}	{h h 1}	$\frac{1}{b^{\frac{1}{2} h}}$	$\frac{h}{l} = m$
	z. B. $(a : b : 2 c)$	2 P	2	{221}	{221}	$\frac{1}{b^{\frac{1}{4}}}$	
	$(a : b : \frac{1}{2} c)$	$\frac{1}{2} P$	$\frac{1}{2}$	{112}	{112}	b^1	
	$(n a : b : m c)$	$m \check{P} n, n > 1$	$m - \check{n}$	{k h 1}	{h k 1}	$\frac{1}{b^{u-k}} \frac{1}{b^{h+k}} \frac{1}{g^1}$	$h > k, \frac{h}{l} = m, \frac{h}{k} = n$
	z. B. $(2 a : b : 2 c)$	$2 \check{P} 2$	$2 - \check{2}$	{121}	{211}	$b^1 b^{\frac{1}{3}} g^1 = e_3$	$\frac{1}{h-k} = \frac{1}{m(n-1)}$
	$(a : n b : m c)$	$m \bar{P} n, n > 1$	$m - \bar{n}$	{h k 1}	{k h 1}	$\frac{1}{b^{u-k}} \frac{1}{b^{h+k}} \frac{1}{h^1}$	$\frac{1}{h+k} = \frac{1}{m(n+1)}$
(Orthorhombic system.)	z. B. $(a : 3 b : \frac{3}{2} c)$	$\frac{3}{2} \bar{P} 3$	$\frac{3}{2} - \bar{3}$	{312}	{132}	$b^1 b^{\frac{1}{2}} h^1 = a_2$	Ist $h - k$ oder $h + k = l$ so kann man abgekürzt schreiben $e_{\frac{h-k}{l}}$ oder $\frac{1}{l}$

1) Bei Groth und den neueren Autoren, welche Indices anwenden, ist die Aufstellung des Axensystems wie bei Weiss:
 a = Brachydiagonale, nach vorn gerichtet
 b = Makrodiagonale
 c = Verticalaxe
 bei Miller dagegen ist
 a = Makrodiagonale
 b = Brachydiagonale
 c = Verticalaxe.
 Die Indices werden in der Reihenfolge geschrieben, dass der erste der Axe a, der zweite b, und der dritte c entspricht.
 Bei Dana ist
 a die Verticalaxe,
 b die Brachyaxe,
 c die Makroaxe,
 was bei Angabe des Axenverhältnisses zu beachten ist.

$(a : b : \infty c)$	∞P	I	{110}	{110}	m	$\frac{e_{n+k}}{l}$ beziehungsweise $a_{\frac{h-k}{l}}$ oder $\frac{a_{h+k}}{l}$
$(n a : b : \infty c)$	$\infty \check{P} n, n > 1$	$i - \check{n}$	{k h 0}	{h k 0}	$\frac{h+k}{g^1 k}$	
z. B. $(3 a : b : \infty c)$	$\infty \check{P} 3$	$i - \check{3}$	{130}	{310}	g^2	$h > k, \frac{h}{k} = n$
$(a : n b : \infty c)$	$\infty \bar{P} n, n > 1$	$i - \bar{n}$	{h k 0}	{k h 0}	$\frac{h+k}{h^1 - k}$	
z. B. $(a : 3 b : \infty c)$	$\infty \bar{P} 3$	$i - \bar{3}$	{310}	{130}	h^2	
$(\infty a : b : c)$	$\check{P} \infty$	$1 - \check{i}$	{011}	{101}	e^1	
$(\infty a : b : m c)$	$m \check{P} \infty$	$m - \check{i}$	{0 h 1}	{h 0 1}	$\frac{1}{e^1 h}$	$m = \frac{h}{l}$
z. B. $(\infty a : b : \frac{1}{2} c)$	$\frac{1}{2} \check{P} \infty$	$\frac{1}{2} - \check{i}$	{012}	{102}	e^2	
$(a : \infty b : c)$	$\bar{P} \infty$	$1 - \bar{i}$	{101}	{011}	a^1	
$(a : \infty b : m c)$	$m \bar{P} \infty$	$m - \bar{i}$	{h 0 1}	{0 h 1}	$a^{\frac{1}{h}}$	$m = \frac{h}{l}$
z. B. $(a : \infty b : \frac{1}{2} c)$	$\frac{1}{2} \bar{P} \infty$	$\frac{1}{2} - \bar{i}$	{102}	{012}	a^2	

System	Weiss	Naumann	Dana	Miller	Levy	
Monoklin.	$(\infty a : \infty b : c)$	0 P	0	{001}	p	
Synn.: Monosymmetrisch hemiorthotyp zwei- und ein- gliedrig, klino- rhombisch	$(\infty a : b : \infty c)$	$\infty P \infty$	i - i	{010}	g ¹	
	$(a : \infty b : \infty c)$	$\infty P \infty$	i - i	{100}	h ¹	
	$(- a : b : c)$	+ P	1	{111}	$\frac{1}{b^2}$	
	$(- a : b : m c)$	+ m P	+ m	{h h 1}	$\frac{1}{b^2 h}$	$\frac{h}{1} = m$
(Système du prisme rhomboidal oblique S. clinorhombique)	z. B. $(- a : b : 2 c)$	+ 2 P	+ 2	{221}	$\frac{1}{b^4}$	
	$(a : b : c)$	- P	- 1	{111}	$\frac{1}{d^2}$	
	$(a : b : m c)$	- m P	- m	{h h 1}	$\frac{1}{d^2 h}$	
	z. B. $(a : b : 2 c)$	- 2 P	- 2	{221}	$\frac{1}{d^4}$	
(Monoelinie system)	$(- n a : b : m c)$	+ m P n, n > 1	m - n	{k h 1}	$\frac{1}{b^{n-k}} \frac{1}{d^{h+k}} g \frac{1}{l}$	$h > k \quad \frac{h}{1} = m \quad \frac{h}{k} = n$
	z. B. $(- 2 a : b : 4 c)$	+ 4 P 2	4 - 2	{241}	$\frac{1}{b^2} d \frac{1}{l} g^1$	$\frac{1}{h-k} = \frac{1}{m(n-1)}$
	$(n a : b : m c)$	- m P n, n > 1	- m - n	{k h 1}	$\frac{1}{d^{h-k}} \frac{1}{b^{h+k}} g \frac{1}{l}$	$\frac{1}{h+k} = \frac{1}{m(n+1)} \quad \frac{1}{1} = \frac{1}{n}$
	z. B. $(2 a : b : 4 c)$	- 4 P 2	- 4 - 2	{241}	$\frac{1}{d^2} \frac{1}{b^6} g^1$	

$(- a : n b : m c)$	+ m P n	m - n	{h k 1}	$\frac{1}{b^{h-k}} \frac{1}{d^{h+k}} \frac{1}{h^1}$	*) Ist h - k = l so schreibt man
z. B. $(- a : 3 b : \frac{3}{2} c)$	+ $\frac{3}{2}$ P 3	$\frac{3}{2} - 3$	{312}	$b^1 b^{\frac{1}{2}} h^1 = a_2$	$\frac{a}{h+k}$
$(a : n b : m c)$	- m P n	- m - n	{h k 1}	**) $\frac{1}{d^{h-k}} \frac{1}{d^{h+k}} \frac{1}{h^1}$	Ist h + k = l so schreibt man
z. B. $(a : 2 b : \frac{1}{2} c)$	- $\frac{1}{2}$ P 2	- $\frac{1}{2} - 2$	{214}	$d^1 d^{\frac{1}{3}} h^{\frac{1}{4}}$	$\frac{a}{h-k}$
$(a : b : \infty c)$	∞P	I	{110}	m	**) Ist h - k = l so schreibt man
$(n a : b : \infty c)$	$\infty P n$	i - n	{k h 0}	$\frac{h+k}{g^{h-k}}$	$\frac{0}{h+k}$
z. B. $(3 a : b : \infty c)$	$\infty P 3$	i - 3	{130}	g ²	Ist h + k = l so schreibt man
$(a : n b : \infty c)$	$\infty P n$	i - n	{h k 0}	$\frac{h+k}{h^{h-k}}$	$\frac{0}{h-k}$
z. B. $(a : 3 b : \infty c)$	$\infty P 3$	i - 3	{310}	h ²	
$(\infty a : b : c)$	P ∞	1 - i	{011}	e ¹	
$(\infty a : b : m c)$	m P ∞	m - i	{0 h 1}	$e \frac{1}{h}$	
z. B. $(\infty a : b : 2 c)$	2 P ∞	2 - i	{021}	$e^{\frac{1}{2}}$	
$(- a : \infty b : c)$	+ P ∞	+ 1 - i	{101}	a ¹	
$(a : \infty b : c)$	- P ∞	- 1 - i	{101}	o ¹	
$(- a : \infty b : m c)$	+ m P ∞	+ m - i	{h 0 1}	$a \frac{1}{h}$	
z. B. $(- a : \infty b : 2 c)$	+ 2 P ∞	+ 2 - i	{201}	$a^{\frac{1}{2}}$	
$(a : \infty b : m c)$	- m P ∞	- m - i	{h 0 1}	$o \frac{1}{h}$	
z. B. $(a : \infty b : 2 c)$	- 2 P ∞	- 2 - i	{201}	$o^{\frac{1}{2}}$	

System	Weiss	Naumann	Dana	Miller	Levy	
Triklin. Synn.: Asymmetrisch klinorhombo- idisch anorthotyp ein- und ein- gliedrig (Système du prisme doublement oblique S. anorthique)	$(\infty a : \infty b : c)$	0 P	0	{001}	p	
	$(\infty a : b : \infty c)$	$\infty \check{P} \infty$	$i - \check{i}$	{010}	g^1	
	$(a : \infty b : \infty c)$	$\infty \bar{P} \infty$	$i - \bar{i}$	{100}	h^1	
	$(a : b : c)$	P'	1'	{111}	$\frac{1}{f^2}$	
	$(a : -b : c)$	P	1	{111}	$\frac{1}{d^2}$	
	$(a : b : -c)$	P,	1,	{111}	$\frac{1}{b^2}$	
	$(a : -b : -c)$,P	,1	{111}	$\frac{1}{c^2}$	
	$(a : b : m c)$	m P'	m'	{h h 1}	$\frac{1}{f^2 h}$	$m = \frac{h}{l}$
	$(a : -b : m c)$	m' P	'm	{h h 1}	$\frac{1}{d^2 h}$	
	$(a : b : -m c)$	m P,	m,	{h h 1}	$\frac{1}{b^2 h}$	
	$(a : -b : -m c)$	m, P	,m	{h h 1}	$\frac{1}{c^2 h}$	
	$(a : b : \infty c)$	$\infty P,'$	I'	{110}	t	
	$(a : -b : \infty c)$	∞', P	I	{110}	m	

(Triclinic system)

$(n a : b : m c)$	$m \check{P}' n, n > 1$	$m - \check{n}'$	{k h l}	$\frac{1}{f^{h-k}} \frac{1}{c^{h+k}} \frac{1}{g^l}$	$h > k \quad \frac{h}{l} = m, \frac{h}{k} = n$
$(n a : -b : m c)$	$m' \check{P} n$	$m - \check{n}$	{k h 1}	$\frac{1}{d^{h-k}} \frac{1}{b^{h+k}} \frac{1}{g^l}$	$\frac{1}{h-k} = \frac{1}{m(n-1)}$
z. B. $(2 a : -b : 4 c)$	$4' \check{P} 2$	$4 - \check{2}$	{211}	$\frac{1}{d^2} \frac{1}{b^6} g^1$	$\frac{1}{h+k} = \frac{1}{m(n+1)}$
$(n a : b : -m c)$	$m \bar{P}, n$	$m - n,$	{k h 1}	$\frac{1}{b^{h-k}} \frac{1}{d^{h+k}} \frac{1}{g^l}$	$\frac{1}{l} = \frac{1}{n}$
z. B. $(2 a : b : -4 c)$	$4 \bar{P}, 2$	$4 - \bar{2},$	{211}	$\frac{1}{b^2} \frac{1}{d^6} g^1$	
$(n a : -b : -m c)$	$m, \check{P} n$	$m - \check{n}$	{k h 1}	$\frac{1}{c^{h-k}} \frac{1}{f^{h+k}} \frac{1}{g^l}$	
z. B. $(2 a : -b : -4 c)$	$4, \check{P} 2$	$4 - \check{2}$	{211}	$\frac{1}{c^2} \frac{1}{f^6} g^1$	
$(a : n b : m c)$	$m \bar{P}' n$	$m - \bar{n}'$	{h k 1}	$\frac{1}{f^{h+k}} \frac{1}{d^{h+k}} \frac{1}{h^l}$	$h > k$
$(a : -n b : m c)$	$m' \bar{P} n$	$m - \bar{n}$	{h k 1}	$\frac{1}{d^{h-k}} \frac{1}{f^{h+k}} \frac{1}{h^l}$	
$(a : n b : -m c)$	$m \bar{P}, n$	$m - \bar{n},$	{h k 1}	$\frac{1}{b^{h-k}} \frac{1}{c^{h+k}} \frac{1}{h^l}$	
z. B. $(a : 2 b : -4 c)$	$4 \bar{P}, 2$	$4 - \bar{2},$	{421}	$\frac{1}{b^2} \frac{1}{c^6} h^1$	
$(a : -n b : -m c)$	$m, \bar{P} n$	$m - \bar{n}$	{h k 1}	$\frac{1}{c^{h-k}} \frac{1}{b^{h+k}} \frac{1}{h^l}$	
z. B. $(a : -2 b : -4 c)$	$4, \bar{P} 2$	$4 - \bar{2}$	{421}	$\frac{1}{c^2} \frac{1}{b^6} h^1$	
$(n a : b : \infty c)$	$\infty \check{P}', n$	$i - \check{n}'$	{k h 0}	$\frac{h+k}{g^{h-k}}$	$\frac{h+k}{h-k} = \frac{n+1}{n-1}$
z. B. $(3 a : b : \infty c)$	$\infty \check{P}', 3$	$i - \check{3}'$	{130}	g^2	

System	Weiss	Naumann	Dana	Miller	Levy
Triklin, Forts.	(n a : - b : ∞ e)	∞, 'P̄ n	i - 'n̄	{k h̄ 0}	$\frac{h+k}{h-k} g$
	z. B. (3 a : - b : ∞ e)	∞, 'P̄ 3	i - '3̄	{13̄0}	2g
	(a : n b : ∞ e)	∞ P̄, 'n	i - n̄'	{h k 0}	$\frac{h+k}{h^{h-k}}$
	(a : - n b : ∞ e)	∞, 'P̄ n	i - 'n̄	{h k̄ 0}	$\frac{h+k}{h-k} h$
	(∞ a : b : e)	'P̄, ∞	1 - i'	{011}	i ¹
	(∞ a : - b : e)	'P̄, ∞	1 - ī	{01̄1}	e ¹
	(∞ a : b : m e)	m, 'P̄, ∞	m - i'	{0 h 1}	$\frac{1}{i h}$
	(∞ a : - b : m e)	m, 'P̄, ∞	m - ī	{0 h̄ 1}	$e^{\frac{1}{h}}$
	(a : ∞ b : e)	'P̄, ∞	1 - i'	{101}	o ¹
	(a : ∞ b : - e)	'P̄, ∞	1 - ī	{10̄1}	a ¹
(a : ∞ b : m e)	m, 'P̄, ∞	m - i'	{h 0 1}	$o^{\frac{1}{h}}$	
(a : ∞ b : - m e)	m, 'P̄, ∞	m - ī	{h 0̄ 1}	$a^{\frac{1}{h}}$	

$$\frac{h}{1} = m$$



Register.

A.

Abgeleitete Pyramide 43.
Ableitungscoefficient 12.
Absorption des Lichtes 174.
Absorptionsaxen 177.
Absorptionscoefficient 175.
Absorptionsfläche 175.
Achtundvierzigflächner 28.
Adamantoid 29.
Adiatherman 178.
Aetzfiguren 122.
Aetzflächen 123.
Aetzhügel 122.
Airy'sche Spiralen 173.
Aktinolith 182.
Albit 116, 187.
Albitgesetz 114.
Alexandrit 111.
Almandin 182.
Amorph 3.
Analoger Pol 183.
Analysator 146.
Anatas 188.
Andalusit 188.
Andesin 187.
Anhydrit 118.
Anisotrop 3, 125.
Ankerit 182.
Anlegegoniometer 6.
Anorthit 187.
Anorthotyp = triklin 202.
Antiloger Pol 183.
Apatit 72, 117, 186.
Apophyllit 117.
Aragonit 91, 110, 180, 186, 188.
Arfvedsonit 182.

Asymmetrisch = triklin 202.
Asymmetrische Classe 103.
Asymmetrische Dispersion 166.
Attractionsfähigkeit 182.
Augit 98, 111, 118, 182.
Ausdehnung durch Wärme 178.
Ausdehnungscoefficient (therm.) 178.
Auslöschung 148.
Ausserordentlicher Strahl 135.
Axe der Hemitropie 105.
Axe der Isotropie 138.
Axen, krystallogr. 10.
Axen, opt. 135, 160.
Axenbild 151, 162, 172.
Axenfarben 177.
Axenverhältniss 11, 13.
Axenwinkel, opt., Best. 163.
Axinit 103.

B.

Babinet'sche Regel 175.
Baryt 91, 118.
Barytsalpeter 40.
Basis = basisches Pinakoid 46.
Bavenoer Gesetz 112.
Begrenzungselemente 9.
Beryll 64, 117, 179, 182.
Bestäuber 183.
Bezeichnungsweise nach Miller 15, 68.
" " Naumann 14, 66.
" " Weiss 14.
Biotit 182.
Bipyramide 43.
Bisectrix 162.
Bisphenoid 50.
Bittersalz 94.
Bleiglanz 117.

Bleisalpeter 40.
 Boracit 35, 184, 188.
 Brachyaxe = Brachydiagonale 87, 101.
 Brachydoma rhomb. 90.
 " triklin 101.
 Brachypinakoid rhomb. 90.
 " triklin 103.
 Brachyprismen rhomb. 89.
 " triklin 102.
 Brachyipyramiden rhomb. 89.
 " triklin 102.
 Bravais'sche Indices 57.
 Brechungsexponent, — index, —
 " quotient 129.
 " Bestimmung 130, 141, 169.
 Brechungsgesetz 128.
 Bronzit 182.
 Brookit 91, 188.
 Bytownit 187.

C.

Calcit s. Kalkspath
 Cauchy'sche Dispersionsformel 133.
 Centrum d. Symmetrie 22.
 Cerussit 186.
 Charakter der Doppelbrechung 140.
 " " " Bestimmung 169.
 Chlorit 182.
 Chlorkalium 177.
 Chlornatrium 177.
 Chlorsaures Natron 40, 171.
 Chlorsilber 177.
 Chromit 182, 186.
 Chrysoberyll 111.
 Circularpolarisation 125, 171.
 — durch Comb. von Glimmerplatten 173.
 Cohäsion 117.
 Combination 10.
 Combinationskanten 10.
 Constanz der Kantenwinkel 6.
 Cordierit 177, 180.
 Correlate Formen 23.
 Cuboktaeder 30.

D.

Deckbewegungsaxe 21.
 Dehnungscoefficient 119.
 Deltoiddodekaeder 33.
 Deuteroprisma = Prisma II. Art.
 Deuteropyramide = Pyramide II. Art.

Diagonalstellung 163.
 Diamagnetisch 181.
 Diamant 106, 134.
 Diatherman 178.
 Dichroismus 175.
 Dichroit 177.
 Dichroskopische Lupe 176.
 Dielektrische Polarisation 183.
 Dihexagonal-bipyramid. Cl. 59.
 Dihexagonal-pyramidale Cl. 64.
 Dimorph 188.
 Diopsid 182.
 Dioptas 81.
 Diploeder 36.
 Directe Formen 65.
 Dispersion 133.
 — d. opt. Axen und Mittellinien 164.
 Disthen 116, 120, 188.
 Ditetragonal-bipyramidale Cl. 42.
 Ditetragonal-pyramidale Cl. 49.
 Ditrighonal-bipyramidale Cl. 74.
 Ditrighonal-pyramidale Cl. 75.
 Ditrighonal-skalenoedrische Cl. 65.
 Dolomit 81, 123, 182.
 Domatische Classe 100.
 Domen 90, 91.
 Doppelbrechung des Lichtes 134.
 — durch Druck 180.
 Doppelspath 134.
 Drehspiegelung 22.
 Drei- und einaxig = hexagonal 195.
 Druck, Einfluss auf opt. Eigensch. 180.
 Druckfigur 119.
 Dyakisdodekaeder 36.
 Dyakisdodekaedrische Cl. 35.

E.

Ebenmässig ausgebildet 5.
 Einfallslloth 127.
 Einaxige Kryst. im pol. Licht 147.
 Ein- und einaxig = rhombisch 193.
 Ein- und eingliedrig = triklin 202.
 Eisenglanz 69, 70, 115.
 Eisenkies s. Pyrit.
 Eisenspath 182, 186.
 Elasticitätsaxen (opt.) 154, 157.
 Elasticitätsfläche (opt.) 154.
 Elastische Deformationen 119.
 Elektrisches Leitungsvermögen 183.

Elliptisch polaris. Licht 125.
Enantiomorph 23.
Enantiotrop 188.
Epidot 182.
Ergänzungszwillinge 105.

F.

Fahlerz 35, 107.
Farben I, II etc. Ordnung 151.
Flächenhärte 121.
Flussspath 106, 117, 121, 186.
Form, einfache 10.

G.

Gekreuzte Dispersion 165, 167.
Gekühlte Gläser 181.
Gelatine 181.
Geneigte Dispersion 165, 167.
Glanz kobalt 186.
Glaukophan 177.
Gleichwerthige Flächen 10.
Gleitflächen 118.
Glimmer 118, 119, 177.
— $\frac{1}{4}$ Undulations-Glimmerplatte 169.
Gold 106.
Goniometer 6.
Granat 25, 31.
Granatoeder 25.
Grenzstrahl 130.
Grenzwinkel d. tot. Reflexion 130.
Grundform 13, 43.
Gyps 98, 111, 118, 180.
Gyroeder 38.
Gyroedrische Hemiedrie 37.

H.

Hämatit 182.
Härte 119.
Härtecurve 122.
Harmotom 113.
Hauptaxe 42, 57.
Hauptbrechungsexponenten 162, 169.
Hauptschnitt 134.
— des Elasticitäts-Ellipsoids 15^a.
Hauptschwingungsrichtungen = Elasticitätsaxen 154, 157.
Hausmannit 108.
Hauyn 182.
Hedenbergit 182.
Hemidomen 97.

Hemiedrie 22.
Hemimorphie 23.
Hemiorthotyp = monoklin 200.
Hemipyramiden 96.
Hemitropie 105.
Heteromorphie 188.
Hexaeder 25.
Hexakisoktaeder 28.
Hexakisoktaedrische Classe 24.
Hexakistetraeder 34.
Hexakistetraedrische Classe 31.
Hexagonal-bipyramidale Classe 71.
Hexagonales System 57.
Hexagonal-pyramidale Classe 73.
Hexagonal-trapezödrische Classe 77.
Heterotrop 125.
Holoedrie 22.
Homöomorphie 185.
Horizontale Dispersion 165, 167.
Hornblende 98, 111, 118, 182.
Huyghens'sche Construction 126.

I.

Ikositetraeder 26.
Ilmenit 182.
Indexfläche 154.
Indicatrix 154.
Indices 15.
— der Zone 17.
Interferenzfarben 150.
Inverse Formep 65.
Isodimorphie 189.
Isochromatische Curven 153.
Isometrisch = regulär 193.
Isomorphie 185.
Isomorphe Mischungen 187
Isothermische Curve 178.
Isotrop 3, 125.

J.

Jodsilber 64.

K.

Kalialaun 177.
Kalisalpeter 189.
Kalkspath 69, 71, 108, 117, 118, 122, 123, 134, 179, 182, 186, 188.
Kante, Kantenwinkel 9.
Karlsbader Gesetz 112.
Kieselzinkerz 93.
Klinopaxe = Klinodiagonale 95.

Klinodomen 97.
 Klinopinakoid 97.
 Klinoprismen 97.
 Klinorhombisch = monoklin 200.
 Klinorhomboidisch = triklin 202.
 Konische Refraction 160.
 Konoskop 147.
 Korund 69, 70.
 Krystall, Definition 3.
 — Elemente 12.
 Krystallisirt 3.
 Krystallmessung 6.
 Krystallsystem 10.
 Kubisch = regulär 193.
 Kugelprojection 20.
 Kupferglanz 91.
 Kupferkies 51, 108, 182.
 Kupfervitriol 103.

L.

Labradorit 187.
 Leucit 27, 181, 182, 189.
 Leucitoeder 27.
 Limonit 182.
 Linearprojection 19.

M.

Magnésitspath 186.
 Magnetische Eigenschaften 181.
 Magnetit 182, 183, 186.
 Magnetkies 183.
 Makroaxe = Makrodiagonale 87, 101.
 Makrodoma, rhomb, 90.
 — triklin 101.
 Makropinakoid, rhomb. 91.
 — triklin 103.
 Makroprismen, rhomb. 89.
 — triklin 102.
 Makropyramiden, rhomb. 88.
 — triklin 102.
 Manebacher Gesetz 112.
 Manganblende 186.
 Manganspath 186.
 Markasit 188.
 Meroeder 23.
 Mimetesit 186.
 Mimetische Krystalle 105.
 Mittellinien (opt.) 162.
 Mohs' Härtescala 120.
 Monoklines System 94.

Monosymmetrisch = monoklin 200.
 Morphotropie 185.
 Muscovit 182.

N.

Natronsalpeter 189.
 Nebenaxen 42, 57.
 Nephelin 74, 182.
 Nickelsulfat 55.
 Nicol = Nicol'sches Prisma 144.
 Normalenwinkel 8.

O.

Ogdoedrische Abtheilung 79.
 Oktaeder 24.
 Oligoklas 187.
 Olivin 91, 182.
 Optisch anomale Krystalle 181.
 Optische Axe 135, 158.
 — Charakteristik d. Krystallsysteme 173.
 — Eigenschaften 124.
 — — Einfluss des Druckes 180.
 — — Einfluss der Wärme 179.
 Optisch einaxig 136.
 Optische Normale 162.
 Optisch negativ 139.
 — positiv 139.
 — zweiaxig 157.
 Ordentlicher Strahl 135.
 Orthoaxe = Orthodiagonale 94.
 Orthodomen 97.
 Orthoklas 98, 112, 116, 118.
 Orthopinakoid 97.
 Orthoprismen 97.
 Orthoskop 146.
 Orthotyp = rhombisch 198.

P.

Paramagnetisch 181.
 Parameter 11.
 Penta-Erythrit 49.
 Pentagonale Hemiedrie 35.
 Pentagondodekaeder 35.
 Pentagonikositetraeder 38.
 Pentagonikositetraedrische Cl. 37.
 Periklingesetz 114.
 Phenakit 179.
 Phillipsit 113.
 Pinakoidale Cl. 101.
 Pinakoidale Formen 98.

Plagiedrische Hemiedrie 37.
 Plagioklas 103, 118, 187.
 Pleochroismus 175.
 Polarisation des Lichtes 124.
 Polarisationsinstrumente 143, 145.
 Polarisationswinkel 145.
 Polarisator 146.
 Polymorphie 188.
 Praerosionsflächen 123.
 Primäre Formen 43.
 Primäre optische Axen 160.
 Prisma, dihexagonal 62.
 — ditetragonal 46.
 — ditrigonal 75.
 — hexag. I. Art (Ordnung) 61.
 — " II. " 61.
 — " III. " 72.
 — monoklin 96.
 — rhombisch 89.
 — tetragonal I. Art 46.
 — " II. " 46.
 — " III. " 52.
 — trigonal I. " 75.
 — " II. " 79.
 — " III. " 78.
 — triklin 101.
 Prismatisch = rhombisch 198.
 Prismatische Cl. 95.
 Prismatische Formen 98.
 Projection 19.
 Protoprisma = Prisma I. Art.
 Protopyramide = Pyramide I Art.
 Pyramidale Formen 98.
 Pyramidal = tetragonal 194.
 Pyramidale Hemiedrie, hexag. 71.
 — " tetrag. 52.
 Pyramide, dihexagonal 60.
 — ditetragonal 45.
 — ditrigonal 74.
 — hexagonal I. Art (Ordnung) 59.
 — " II. " 60.
 — " III. " 71.
 — monoklin 95.
 — rhombisch 87.
 — tetragonal I. Art 43.
 — " II. " 44.
 — " III. " 52.
 — trigonal I. " 75.
 — " II. " 78.
 — " III. " 77.

Pyramide, triklin 101.
 Pyramidenoktaeder 27.
 Pyramidentetraeder 32.
 Pyramidenwürfel 27.
 Pyrit 36, 107, 182, 183, 186, 188.
 Pyritoeder 36.
 Pyroelektricität 183.
 Pyromorphit 186.
 Pyrop 182.

Q.

Quadratisches System 42, 194.
 Quarz 84, 109, 123, 171, 179, 183, 184.

R.

Rationalität d. Ableitungscoefficienten 12.
 Realgar 98.
 Reflexionsgesetz 127.
 Reflexionsgoniometer 7.
 Reguläres System 24.
 Rhombendodekaeder 25.
 Rhombisch-bipyramidale Cl. 87.
 Rhombisch-bisphenoidische Cl. 93.
 Rhombisches System 87.
 Rhombisch-pyramidale Cl. 92.
 Rhomboeder I. Art 66.
 " II. " 81.
 " III. " 81.
 Rhomboeder: Bezeichng. n. Miller 68.
 " " Naumann 66.
 Rhomboedrische Hemiedrie 65.
 Rhomboedrische Tetartoedrie 80.
 Rutil 42, 107, 116, 117, 182, 186, 188.

S.

Salmiak 38.
 Sanidin 180.
 Saur. weins. Strontium 104.
 Scheelit 53.
 Schlagfigur 118.
 Schwefel 91.
 Sechsgliedrig = hexagonal 195.
 Secundäre opt. Axen 160.
 Siderit 182.
 Silberfluorid 49.
 Sillimanit 188.
 Skalenoeder hexag. 65.
 — tetrag. 50.
 Skeletformen 5.
 Sklerometer 120.
 Spaltbarkeit 117

Sphärische Projection 20.
 Sphenoid, monoklin 99.
 — rhomb. 93.
 — tetrag. I. Art 50.
 — „ II. Art 55.
 — „ III. Art 55.
 Sphenoidische Cl. 99.
 Sphenoidische Hemiedrie 49.
 Sphenoidische Tetartoedrie 55.
 Spinell 106, 186.
 Spinellgesetz 106.
 Staurolith 111, 116, 182.
 Steinsalz 117, 122, 123, 186.
 Strahl 126.
 Strahlenaxen 160.
 Strahlenfläche 125.
 Strontianit 186.
 Strychninsulfat 55.
 Symmetrieaxe 21.
 Symmetrie-Centrum 22.
 Symmetrieebene 21.
 Symmetrie, zusammengesetzte 22.

T.

Tautozonale Flächen 16.
 Tesseral = regulär 193.
 Tessularisch = regulär 193.
 Tetartoedrie 22.
 Tetartopyramide 102.
 Tetraeder 32.
 Tetraedrische Hemiedrie 31.
 Tetraedrisch-pentagondodekaedrische Cl. 39.
 Tetragonal-bipyramidale Cl. 52.
 Tetragonal-bisphenoidische Cl. 55.
 Tetragonales System 42.
 Tetragonal-pyramidale Cl. 53.
 Tetragonal-skalenoedrische Cl. 49.
 Tetragonal-trapezoedrische Cl. 54.
 Tetrakishexaeder 27.
 Theilflächigkeit 22.
 Thermische Eigenschaften 177.
 Thermoelektricität 183.
 Topas 91, 118, 180.
 Totale Reflexion 130.
 Totalreflectometer 131.
 Transversalebene 124.
 Trapezoeder hexagonal 77.
 „ tetragonal 55.
 „ trigonal 83.

Trapezoedrische Hemiedrie hexag. 77.
 „ „ tetrag. 54.
 Trapezoedrische Tetartoedrie 82.
 Triakisoktaeder 27.
 Trigonal-bipyramidale Cl. 77.
 Trigonale Hemiedrie 74.
 Trigonaes System 65.
 Trigonale Tetartoedrie 77.
 Trigonal-pyramidale Cl. 79.
 Trigonal-rhomboedrische Cl. 80.
 Trigonal-trapezoedrische Cl. 82.
 Trigondodekaeder 32.
 Triklines System 101.
 Trimorph 188.
 Tritoprisma = Prisma III. Art.
 Tritopyramide = Pyramide III. Art.
 Turmalin 76, 143, 182, 184.
 Turmalinzange 145.

U.

Ueberjodsäures Natron 80.
 Uebersicht der 32 Classen der Kryst. 19).
 — des hexagonalen Systems 86.
 — „ monoklinen „ 100.
 — „ regulären „ 41.
 — „ rhombischen „ 94.
 — „ tetragonalen „ 56.
 Unechte Flächen 4.

V.

Vanadinit 186.
 Verwachsung ungleichart. Krystalle 115.
 Verzerzte Formen 5.
 Vesuvian 182.
 Viergliedrig = tetragonal 194.
 Visirgräupen 107.

W.

Wärmeleitung 177.
 Wärmestrahlung 177.
 Weinsäure 100.
 Wellenfläche 125.
 — opt. einaxiger Krystalle 139.
 — opt. zweiaxiger Krystalle 158.
 Wellennormale 127.
 Winkel (Krystall.) 9.
 — d. opt. Axen, Bestimm. 163.
 Witherit 186.
 Wulfenit 53.
 Wurtzit 188.

Z.

Zinkblende 106, 117, 186, 188.
Zinkspath 186.
Zinnober 171.
Zinnstein 107, 186.
Zirkon 182, 186.
Zone 9, 16.
Zonenaxe 16.
Zonensymbol 17.

Zuckerlösung 171.
Zweiachsig Krystalle im pol. Licht 162.
Zweigliedrig = rhombisch 198.
Zwei- und einaxig = tetragonal 194.
Zwei- und eingliedrig = monoklin 200.
Zwillingsaxe 105.
Zwillingsebene 104.
Zwillingsnaht 105.
Zwillingsverwachsungen 104.
Zwischenaxen 42, 57.

