



Zachodniopomorski
Uniwersytet Technologiczny
w Szczecinie

Wydział Budownictwa i Architektury
Katedra Konstrukcji Żelbetowych i Technologii Betonu

**PORÓWNAWCZA ANALIZA PEŁZANIA TWARDNIEJĄCEGO
BETONU ZWYKŁEGO ORAZ MODYFIKOWANEGO
ZBROJENIEM ROZPROSZONYM**

Rozprawa doktorska
mgr inż. Jarosław Błyszko

Promotor: prof. dr hab. inż. Włodzimierz Kiernożycki

Szczecin, wrzesień, 2015 r.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



Wojewódzki Urząd Pracy
w Szczecinie

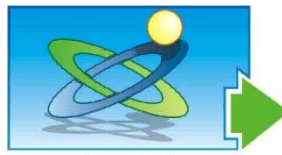
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Praca współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego i Budżetu Państwa

Poddziałanie 8.2.2 Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki 2007 - 2013

Projekt Wojewódzkiego Urzędu Pracy w Szczecinie realizowany w ramach "Inwestycja w wiedzę motorem rozwoju innowacyjności w regionie"



Inwestycja w wiedzę motorem
rozwoju innowacyjności w regionie

1. WPROWADZENIE	7
2. BETON ZE ZBROJENIEM ROZPROSZONYM	10
2.1 Uwagi ogólne.....	10
2.2 Układ włókien	12
2.3 Przyczepność włókien do matrycy	14
3. PEŁZANIE BETONU	17
3.1 Uwagi ogólne.....	17
3.2 Fizyczne uwarunkowania procesu pełzania betonu	21
3.3 Wpływ zbrojenia rozproszonego na pełzanie i skurcz twardniejącego betonu w świetle danych z literatury	30
4. TEORIE PEŁZANIA BETONU	41
4.1 Uwagi ogólne.....	41
4.2 Fenomenologiczne teorie pełzania betonu	45
4.3 Strukturalne teorie pełzania betonu	53
4.4 Analityczny model pełzania fibrobetonu.....	58
5. ZNACZENIE OCENY WPŁYWU ODKSZTAŁCENÍ REOLOGICZNYCH BETONU W PROJEKTOWANIU KONSTRUKCJI	62
6. TEZA CEL I ZAKRES PRACY	64
7. PROGRAM I METODYKA PROWADZENIA BADAŃ	65
7.1 Składy betonów stosowanych w badaniach.....	65
7.2 Program badań.....	67
7.3 Metodyka prowadzenia badań	67

8.	WYNIKI BADAŃ LABORATORYJNYCH.....	74
8.1	Wyniki badań właściwości wytrzymałościowo-sprężystych badanych betonów.....	74
8.2	Wyniki badań skurczu betonu	78
8.3	Wyniki badań pełzania betonu.....	81
8.3.1	Wyniki badań pełzania betonu ściskanego.....	83
8.3.1.1	Wyniki badań pełzania ściskanego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wyciężonego do wartości ~40% obciążenia niszczącego.....	85
8.3.1.2	Wyniki badań pełzania ściskanego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wyciężonego do wartości ~75%+85% obciążenia niszczącego	90
8.3.1.3	Zbiorcze zestawienie wyników badań betonów ściskanych.....	95
8.3.2	Wyniki badań pełzania betonu rozciąganego.....	98
8.3.2.1	Wyniki badań pełzania rozciąganego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wyciężonego do wartości ~40% obciążenia niszczącego.....	100
8.3.2.2	Wyniki badań pełzania rozciąganego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wyciężonego do wartości ~85% obciążenia niszczącego.....	105
8.3.2.3	Zbiorcze zestawienie wyników badań betonów rozciąganych	110
9.	ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ	114
9.1	Analiza wyników badań pełzania betonów w świetle ustaleń normy PN-EN 1992-1-1:2008	114
9.1.1	Porównanie wartości współczynników pełzania badanych betonów z wartościami normowymi według EC2.....	117
9.1.2	Porównanie normowych współczynników pełzania z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów ściskanych.....	118
9.1.3	Porównanie normowych współczynników pełzania z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów rozciąganych.....	119
9.2	Analiza wyników badań pełzania betonów w świetle Pre-normy Fib-2010.....	121
9.2.1	Porównanie wartości współczynników pełzania badanych betonów z wartościami według Pre-normy fib-2010.....	124

9.2.2	Porównanie teoretycznych współczynników pełzania wyznaczonych wg Pre-normy fib-2010 z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów ściskanych	125
9.2.3	Porównanie teoretycznych współczynników pełzania wyznaczonych według Pre-normy fib-2010 z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów rozciąganych	126
9.3	Strukturalno-mechaniczny własny model pełzania twardniejącego betonu	128
9.3.1	Uwagi ogólne	128
9.3.2	Model reologiczny twardniejącego betonu	129
9.3.3	Strukturalno-mechaniczny model pełzania betonu w świetle wyników badań własnych .	133
9.3.3.1	Estymacja wyników badań doświadczalnych funkcjami ciągłymi	133
9.3.3.2	Funkcje $f(Q)$ i $F(Q)$ twardniejącego betonu	142
9.3.3.3	Analiza szybkości pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu z wykorzystaniem modelu strukturalno-mechanicznego	144
10.	WNIOSKI.....	149
	BIBLIOGRAFIA	152

ZAŁĄCZNIKI

1. Wprowadzenie

Zbrojenie rozproszone stosowano w materiałach budowlanych już bardzo dawno. Aby przeciwdziałać negatywnym zjawiskom towarzyszącym materiałom kruchym takim jak np. glina wprowadzano do struktury plastycznej mieszanki krótkie włókna roślinne, bądź włosie zwierzęce by uzyskać po stwardnieniu materiał mający wypadkowe cechy poszczególnych składników [1]. W początkach XX wieku przy wznoszeniu budynków w technologii ścian szkieletowych, tzw. mur pruski, najczęstszym materiałem wypełniającym przestrzeń ścian i stropów była glina wymieszana ze słomą. Jeszcze w XXI wieku w literaturze technicznej znaleźć można było zalecenia, aby połączenia dachówek uszczelniać zaprawą wapienną z dodatkiem byczej sierści[2].

Jako dodatek do betonu początkowo zaczęto stosować mineralne włókna azbestowe, których dodatek ograniczył pęknięcia zaczynu i spowodował znaczny wzrost wytrzymałości na zginanie [3]. Włókna te, mimo niezaprzeczalnych zalet, wycofano z użycia po odkryciu ich szkodliwego wpływu na zdrowie człowieka. Zastosowanie zbrojenia rozproszonego do betonu zapoczątkował Amerykanin A. Bernard już w 1874 roku patentując pomysł dodania do mieszanki betonowej stalowych wiórów. Przez ponad trzydzieści lat jego pomysły nie znalazły szerszego zastosowania. Dopiero w 1910 roku A.Porter przedstawił pomysł dodawania do betonu krótkich włókien stalowych w postaci pociętego drutu w celu zwiększenia jego jednorodności. H. Alfsen opatentował w 1918 roku metodę wytwarzania betonu z dodatkiem włókien z różnych materiałów, w tym drzewnych w celu zwiększenia wytrzymałości na rozciąganie [4],[5].

Od lat 50' XX wieku nastąpił gwałtowny rozwój technologii betonu, oraz materiałów kompozytowych. W ślad za tym wzrósł udział badań nad betonami zbrojonymi włóknami. Lata 60' przyjmuje się jako początek stosowania betonów zbrojonych włóknami: szklanymi, stalowymi i z tworzyw sztucznych.

Około czterdzieści lat temu zaczęto stosować fibrobetony ze zbrojeniem stalowym i polipropylenowym do wznoszenia budynków w strefach oddziaływań sejsmicznych przede wszystkim w Japonii, a następnie w USA [1], [6]. W roku 1972 zastosowano po raz pierwszy beton z włókami do wzmocnienia ściany skalnej w tunelu w USA [3]. Na szeroką skalę prowadzono badania mające na celu określenie właściwości betonu z włóknami z różnych materiałów: celulozowe, szałowe, bambusowe, bawełniane, aramidowe, węglowe, polimerowe (polipropylene, nylon), szklane i inne[1], [3],[7]. W większości stosowanych obecnie receptur betonów dominują dwa rodzaje włókien: stalowe, których rolą jest zabezpieczenie przed zarysowaniem i polepszające parametry wytrzymałościowe, oraz polipropylenowe które rolą eliminują rysy wczesnoskurczowe. [3], [8].

Obecnie fibrobeton zbrojony włóknami stalowymi stosuje się najczęściej do wykonywania posadzek przemysłowych [9], nawierzchni lotnisk i dróg, oraz elementów narażonych na wpływy dynamiczne jak choćby fundamenty pod maszyny [10]. Stosowany jest również w technologii betonów natryskowych i w pracach naprawczych, gdzie od ponad 30 lat uznawany jest za materiał niemalże bezkonkurencyjny[11],[12], [13]. Z betonów zbrojonych w sposób rozproszony wykonuje się również stropy zespolone[6]. Szerokie zastosowanie betony tego typu znalazły przy wykonywaniu konstrukcji cienkościennych takich jak łupiny i powłoki. Trwają badania nad zastąpieniem, bądź uzupełnieniem zbrojenia podłużnego w belkach żelbetowych zbrojeniem rozproszonym w celu ograniczania ugięć elementów[14], oraz nad zastosowaniem włókien stalowych w celu zastąpienia zbrojenia na ścinanie [15]. Poza zmianą parametrów mechanicznych włókna dodaje się do mieszanki betonowej w celu poprawy zachowania się materiału betonowego w warunkach pożarowych [16], [17]. Oddzielną grupę fibrobetonów mogą stanowić materiały zwane fibrogeopolimerami[18] w których spoiwem jest materiał na bazie glinokrzemianów[19].

W wielu publikacjach [20], [21], [22] dotyczących przyszłości technologii betonu podkreślano, że wraz z rozwojem wytrzymałości na ściskanie ważny jest też wzrost odkształcalności granicznej materiału, a tę zapewnić będą odpowiednio dobrane włókna.

Stosunkowo mniej informacji dotyczy wpływu mikrozbrojenia betonu włóknami na jego właściwości reologiczne, szczególnie w młodym wieku. W okresie tym „młody beton” poddawany jest wpływom oddziaływań pośrednich w postaci skurczu oraz zmian objętościowych generowanych ciepłem twardnienia cementu. Pełzanie młodego betonu „łagodzi” następstwa niejednorodnych zmian objętościowych wpływając na stan jego wyężenia. Studia literatury [4],[7],[14], [23],[24] wskazują na niejednoznaczną ocenę wpływu mikrozbrojenia na pełzanie młodego betonu zarówno przy obciążeniach siłami ściskającymi jak i rozciągającymi.

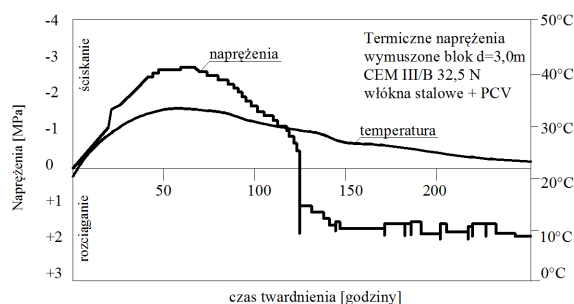
Opis właściwości reologicznych młodego betonu modyfikowanego włóknami uściśli między innymi analizę następstw wczesnych obciążeń konstrukcji w wyniku oddziaływań grawitacyjnych jak i oddziaływań pośrednich – generowanych właściwościami stosowanego materiału.

2. Beton ze zbrojeniem rozproszonym

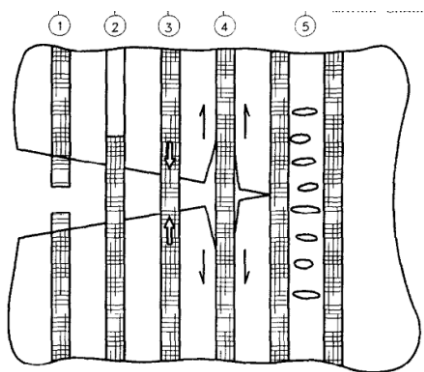
2.1 Uwagi ogólne

Matryca cementowa ma niewielką wytrzymałość na rozciąganie. Zatem stosunkowo niewielkie naprężenia rozciągające są przyczyną powstawania mikropęknięć i rys. Kompozyty fibrobetonowe różnią się zachowaniem od typowych materiałów betonowych i kompozytów na bazie tworzyw sztucznych. Wzrost naprężeń rozciągających powoduje pęknięcie matrycy, zanim naprężenia we włóknach osiągną wartości graniczne [12], [25]. Odształcalność matrycy betonowej w porównaniu z odształcalnością włókien jest bardzo mała i wynosi ok. 0,01-0,02%. Dlatego też wpływ włókien jest szczególnie dostrzegalny dopiero po zarysowaniu, gdy ulegają one wyciągnięciu z matrycy i uczestniczą w przenoszeniu sił. Wskazują na to między innymi prace J. Boruckiej [26],[27],[28], w których wykazano korzystne działanie włókien w chwili pęknięcia matrycy obciążonej oddziaływaniami pośrednimi studzenia konstrukcji masywnej. Po pojawieniu się rysy, materiał betonowy był w stanie dalej przenosić pewną część obciążeń – rysunek 2.1.

Podstawową rolę włókien w betonie jest przenoszenie naprężeń z uszkodzonej strefy betonu do strefy nieuszkodzonej i tym samym zmniejszenie koncentracji naprężeń [7]. Przejęcie sił rozciągających w obszarze rysy powoduje zmniejszenie wartości naprężeń na końcu strefy defektu i w efekcie hamuje dalsze rozprzestrzenianie się ich rozwarcia prowadzącego do zniszczenia fragmentu, bądź nawet całego elementu. Zniszczenie elementu na skutek propagacji rysy ma więc w fibrobetonie odmienną postać niż w materiałach jednorodnych[29]. Schematycznie pracę włókna w pobliżu rysy oraz zatrzymanie jej propagacji pokazano na rys 2.2, a podstawy teoretyczne zagadnienia omówiono w pracy [30].



Rys. 2.1 Temperatury i termiczne naprężenia wymuszone elementu wykonanego z fibrobetonu według badań J. Boruckiej [26]



Rys 2.2 Mechanizm absorpcji energii przez włókna - źródło[31]. 1 – pękanie włókien, 2 – wyrywanie włókien, 3 – mostkowanie rysy, 4 – skotwienie włókno/matryca, 5 – pękanie matrycy

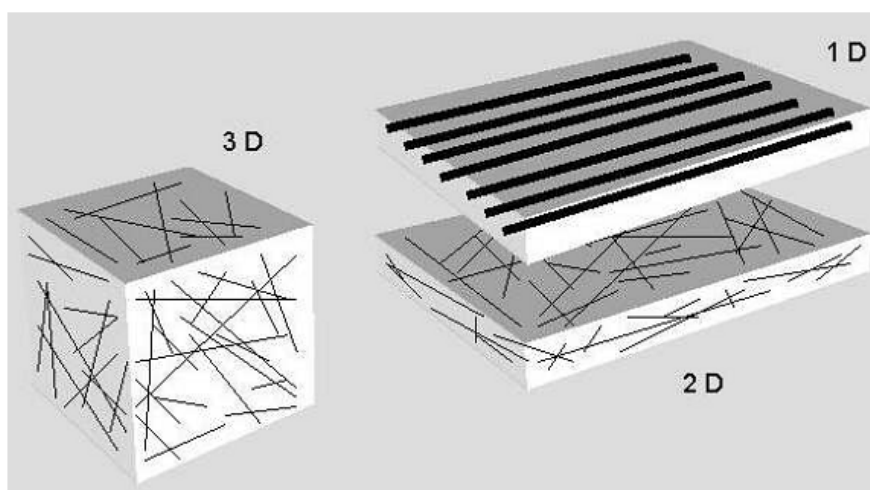
Obecność włókien w betonie wpływa na cechy materiału nie tylko po powstaniu rysy. Przy odpowiednio dużej koncentracji mikrozbroyenia widoczny jest mechanizm ograniczania odkształcalności skurczowej betonu i zarazem przeciwdziałanie zarysowaniu skurczowemu[3],[7], [32]. Matryca cementowa kurczy się na skutek reakcji hydratacji cementu, bądź też w wyniku odparowywania wody z powierzchni, a następnie z wnętrza elementu. Obecność włókien powoduje ograniczenie odkształceń matrycy cementowej, blokowaniu odkształceń towarzyszy ścisnienie włókien. Proces ten trwa do chwili wzrostu modułu sprężystości matrycy ponad moduł sprężystości włókien. Jest więc on zauważalny w młodym betonie zbrojonym włóknami z tworzyw sztucznych [7]. Włókna te mają niewielki moduł Younga (do ok. 5000 MPa) i niewielką średnicę, pozwalają zatem na współpracę z zaczynem cementowym przy niewielkich siłach przyczepnościowych jakie występują w młodym betonie.

Włókna stalowe z uwagi na konieczność uzyskania pewnej przyczepności do matrycy w młodym betonie nie są w stanie przeciwstawić się siłom skurczowym i nie odgrywają znaczącej roli w redukowaniu skurczu plastycznego. Ich rola wzrasta dopiero po osiągnięciu przez beton dojrzałości pozwalającej na adhezyjne, a przede wszystkim mechaniczne skotwienie z włóknami.

Badania prowadzone na Politechnice Szczecińskiej [26],[27] oraz przedstawione w pracy [33] wskazują, że dobre efekty daje połączenie różnych rodzajów włókien np. długich stalowych i krótkich PP. Ciekawe rezultaty daje stosowanie w betonie włókien celulozowych, które mają za zadanie zmniejszyć skurcz autogeniczny i przy wysychaniu. Badania Shah'a i Kawashima [34] pokazują, że włókna te poza mostkowaniem mikropęknięć zapewniają tzw. pielęgnację wewnętrzną betonu, gdyż powoli oddają zgromadzoną wodę wysychającej matrycy.

2.2 Układ włókien

Niewielka długość włókien powoduje, że w mieszance betonowej układają się one najczęściej losowo i równomiernie, bez dominacji żadnego z kierunków. Taki układ przyjęto nazywać 3D i jest on najczęściej spotykany w elementach o znacznych wymiarach. Jeśli jednak długość włókien jest znaczna w stosunku do grubości elementu (np. cienkie płyty, cienkie warstwy nanoszone natryskowo i zacierane), to włókna układają się najczęściej równomiernie poziomo przyjmując układ dwukierunkowy tzw. 2D – rysunek 2.3.



Rys. 2.3 Rozkład włókien w fibrobetonie – źródło [35]

Wykonanie betonu zbrojonego w sposób rozproszony przy jednokierunkowym (1D) układzie włókien jest mocno utrudnione i w praktyce osiągalne jedynie dla cienkich i wydłużonych elementów[7], [35]. Podejmowano udane próby linearyzacji układu włókien w elementach żelbetowych, np. za pomocą pola magnetycznego[36], czy też wirowania elementów rurowych, jednak zabiegi te wymagają zastosowania specjalistycznych urządzeń, niemożliwych do zastosowania w typowych warunkach budowy.

Rzeczywisty rozkład włókien jest przypadkowy i w związku z tym mniej lub bardziej niejednorodny. Aby opisać rozkład włókien w matrycy można posłużyć się pojęciem rozstawu włókien. Rozstaw włókien s (ang. space) opisuje się jako średnią odległość środków ciężkości włókien, przyjmując że każde włókno zajmuje pewną przestrzeń. Następuje więc podział materiału na tyle równych części ile liczbowo włókien znajduje się w rozważanej objętości. Na podstawie wyznaczonego rozstawu

włókien można ocenić ich wpływ na właściwości materiału. Duży rozstaw s będzie wskaźnikiem niewielkiego wpływu włókien, podobnie jak niewielki jest wpływ szeroko rozstawionych prętów zbrojenia w dużej objętości betonu. Wzór opisujący odległość s przedstawiono m.in. w pracy [35].

$$s = \sqrt[3]{\frac{V_w}{\mu}} = \sqrt[3]{\frac{\pi d^2 l}{4\mu}} \quad (2.1)$$

gdzie: V_w – objętość jednego włókna, μ – objętościowa zawartość włókien, l – długość włókna

Maksymalny zalecany w pracy [35] stosunek s/l wynosi 0,45, co pozwala w sposób przybliżony określać efektywność zbrojenia i eliminować błędy receptur związane ze zbyt małą ilością włókien.

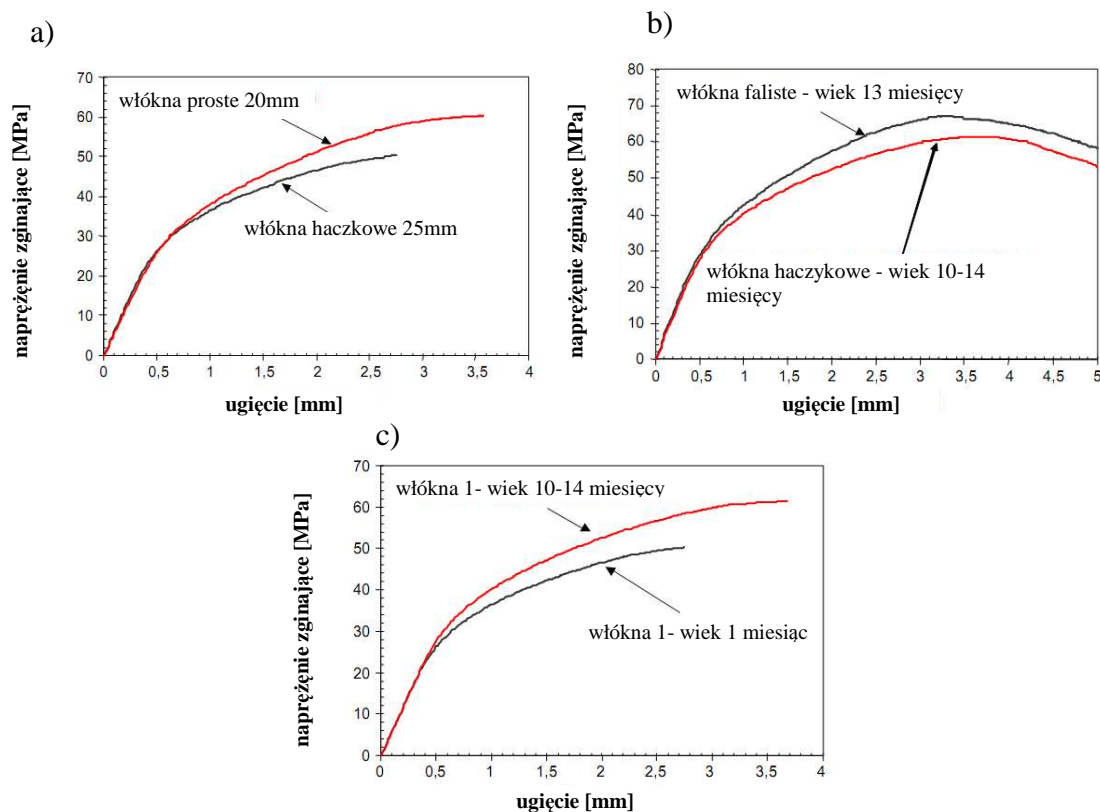
Rozkład włókien w betonie determinowany może być takimi czynnikami jak wielkość elementu, sposób i czas wibrowania, czy też kompozycja stosu okruszowego i maksymalna wielkość ziaren kruszywa. Zaleca się aby maksymalna wielkość kruszywa wynosiła $1/3$ długości włókien prostych o $1/2$ długości włókien haczykowatych. W cienkich warstwach fibrobetonowych zaleca się stosowanie kruszywa o średnicy maksymalnej 4-8 mm. Stosując kruszywo o większej średnicy należy stosować włókna o długości ponad 50 mm. W fibrobetonach większy jest również udział frakcji piaskowych. Drobne kruszywo powoduje lepszy, bardziej równomierny rozkład włókien w mieszance.

2.3 Przyczepność włókien do matrycy

Właściwości mechaniczne kompozytów zależą w dużym stopniu od wzajemnego zespolenia poszczególnych składników i od zjawisk zachodzących w ich strefach kontaktowych. Zatrzymanie rozprzestrzeniania się pęknięć kruchej matrycy możliwe jest jedynie w sytuacji dobrego wzajemnego skotwienia włókien z zaprawą[37]. Zespolenie to może mieć charakter zarówno chemiczny (adhezyjny) jak i mechaniczny (tarcie i zazębienie mechaniczne). Burakiewicz [38] przytaczając wyniki badań Michajłowa stwierdza, że jedynie ok. 10% siły przyczepności przypada na powiązania chemiczne. Pozostała część przyczepności realizowana jest za pomocą zazębienia mechanicznego

Obserwacje pod mikroskopem elektronowym pokazały, że wyciąganie włókien stalowych z matrycy betonowej odbywa się nie bezpośrednio po ich powierzchni, ale w odległości ok. 5 μm od niej. Włókno jest więc wyciągane w cienkiej otoczce z zaczynu cementowego. W pracy [38] zwrócono również uwagę na liczne defekty matrycy w pobliżu włókna związane z obecnością licznych porów o średnicy większej nawet niż średnica samych włókien oraz rys skurczowych, które znacznie obniżają ich przyczepność do matrycy[39].

Badania Burakiewicza wykazały, że przyczepność włókien do matrycy jest wprost proporcjonalna do jej wytrzymałości. Rozwój wytrzymałości betonu ma znaczący wpływ na wartość sił przyczepności włókien. Siły zakotwienia włókien stalowych znacząco rosły w pierwszych 14 dniach twardnienia betonu i po tym czasie stanowiły ok. 90% wartości siły po 28 dniach jego dalszego dojrzewania. Jednocześnie siły te po 7 dniach w niektórych badanych włóknach stanowiły jedynie ok. 15% wartości 28 dniowej. Rossi [40] wykazał, że zarówno wiek matrycy jak i kształt włókien mają wpływ na parametry mechaniczne badanego materiału, jednak największe znaczenie przypisał on geometrii włókien tj. stosunkowi długość-średnica i rodzajowi zakończeń, które to umożliwiają zwiększenie sił tarcia – rys. 2.4.



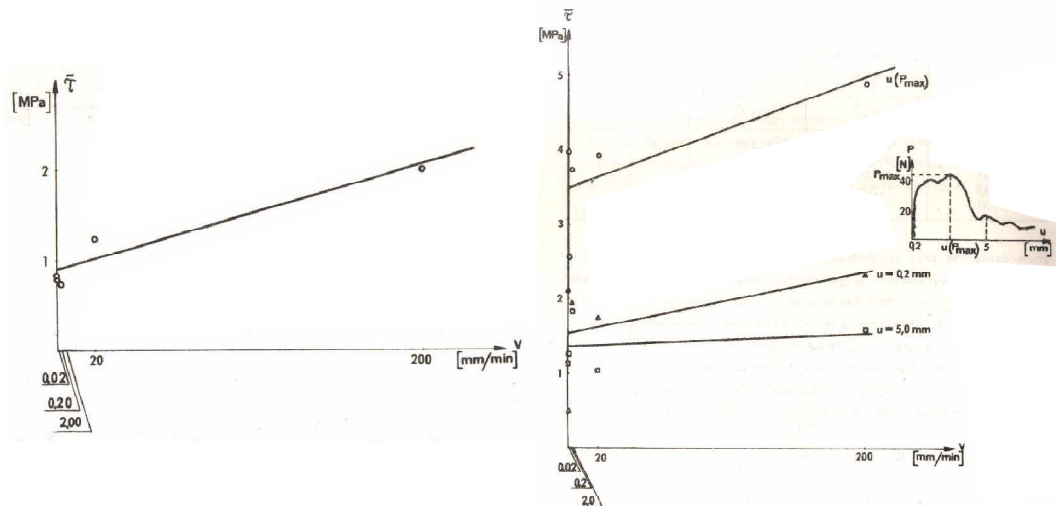
Rys. 2.4 Naprężenia we włóknach w zależności od rodzaju zakończeń włókien (rys. a i b) i wieku betonu w chwili obciążenia (rys. c) – źródło [40]

Obecnie najczęściej stosowanym włóknem do zbrojenia betonu jest włókno z zakończeniem typu Z. Włókna takie charakteryzują się tym, że w momencie przekroczenia naprężeń stycznych włókna są wyciągane z betonu, a nie zrywane. Badania Wójcickiego [41] wykazały, że nośność włókien na zrywanie N_w jest niemal dwukrotnie większa od naprężeń generowanych podczas wyciągania ich z matrycy N_{kzwd} . Istnieje zatem pole do optymalizacji kształtu włókna, tak aby stosunek obu sił był zbliżony do jedności. $N_w / N_{kzwd} \approx 1,0$ Podany stosunek sił nazwano współczynnikiem efektywności $N_w / N_{kzwd} = \gamma$. Włókno o idealnie dobranym kształcie ulega wyciągnięciu z matrycy, ale przy sile zbliżonej do jego wytrzymałości na zrywanie. Badania wykazują, że włókna stalowe w typowych zastosowaniach osiągają efektywność w zakresie od 0,5 do ok. 0,74. W ostatnich latach na rynku pojawiły się włókna o handlowej nazwie Dramix® 5d, w których kształt zakończeń uniemożliwia ich wyciągnięcie z betonu przed zerwaniem.

Do podobnych wniosków doszli Pakravan, Jamshidi, Latifi i Pacheco-Torgal [39], którzy przeprowadzili test wyciągania włókien z tworzyw sztucznych z matrycy cementowej, oraz badali strefę kontaktową pod mikroskopem. Stwierdzili oni, że główną rolę w przekazywaniu energii przez włókna z tworzyw sztucznych również

pełnią siły mechanicznego zakotwienia, a nie jak twierdzono wcześniej siły wiązania chemicznego.

Na przyczepność włókien do betonu wpływa również prędkość ich wyciągania z matrycy. W pracach [38],[42],[43] wykazano, że zarówno w przypadku włókien stalowych jak i poliwinylowych wytrzymałość kompozytu zwiększa się wraz ze wzrostem szybkości wyciągania włókien.

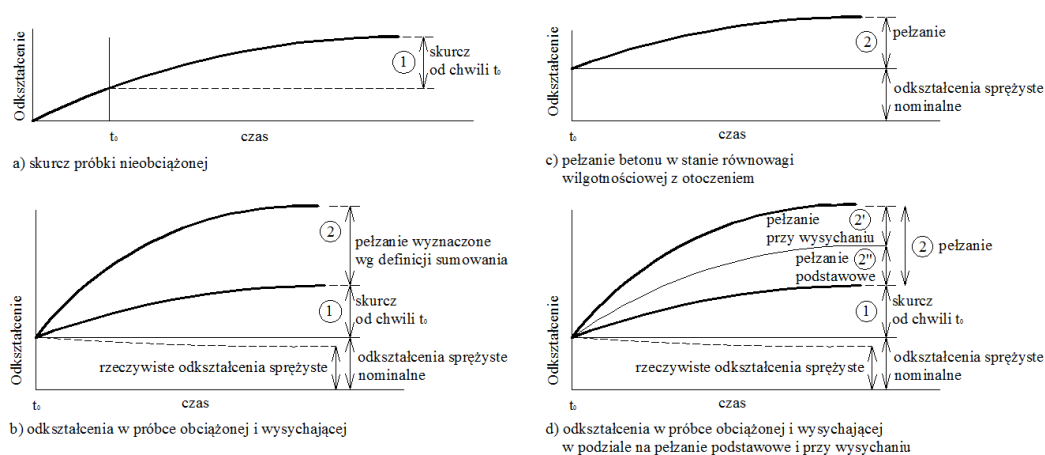


Rys. 2.5 Wpływ szybkości wyciągania włókien na wytrzymałość kompozytu fibrobetonowego – źródło [38]

3. Pełzanie betonu

3.1 Uwagi ogólne

Pod wpływem przyłożonego obciążenia beton doznaje odkształceń, które ogólnie można podzielić na natychmiastowe (doraźne) i opóźnione. Związek naprężenie-odkształcenie jest więc funkcją czasu i przejawia się powolnym wzrostem odkształceń materiału pod działaniem stałych naprężeń [44] – rys 3.1.



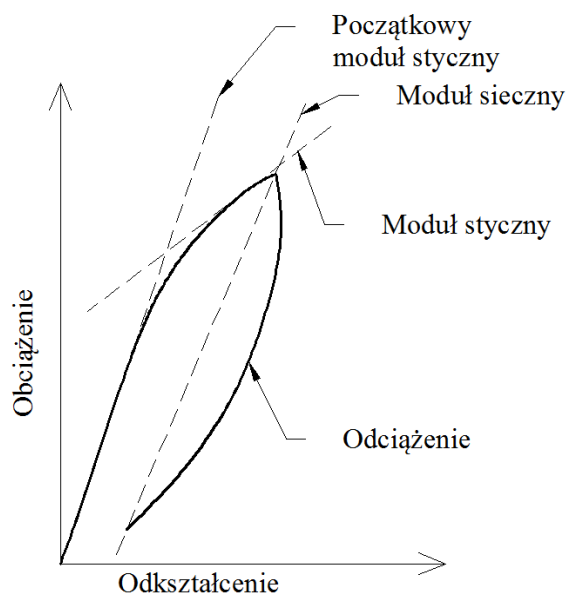
Rys. 3.1 Odkształcenia opóźnione zależne od stanu wyężenia i możliwej wymiany wilgoci z otoczeniem. a) skurcz, b) zmiana odkształceń w próbce obciążonej i wysychającej, c) pełzanie próbki obciążonej w stanie równowagi wilgotnościowej z otoczeniem, d) pełzanie próbki obciążonej i wysychającej w podziale na pełzanie podstawowe i pełzanie przy wysychaniu

Do odkształceń doraźnych zaliczamy odkształcenia sprężyste, plastyczne i kruche [45], a do opóźnionych pełzanie. Pełzanie związane jest z wieloma czynnikami, wśród których najczęściej podkreśla się migrację wody z betonu do otoczenia, rozwój mikrouszkodzeń struktury betonu pod obciążeniem, wzajemne przemieszczenie składników względem siebie [45], [46]. Wszystkie z wymienionych czynników związane są ze składem mieszanki betonowej, warunkami twardnienia betonu, wiekiem betonu w chwili obciążenia i stosunkiem wprowadzonych naprężeń do wytrzymałości betonu. Odkształcenia pełzania mogą być kilkakrotnie większe niż odkształcenia w chwili przyłożenia obciążenia, mają zatem duże znaczenie w analizie wyężenia i odkształcenia konstrukcji [44].

Pełzanie definiowane jest jako odkształcenie betonu narastające w czasie ponad odkształcenie natychmiastowe, albo również jako różnica odkształceń całkowitych i odkształceń sprężystych ujawnionych po zdjęciu obciążenia (powrotnych). W praktyce

inżynierskiej wygodnie jest przyjmować, że pełzanie i skurcz są wielkościami w pełni addytywnymi, wówczas pełzanie definiowane jest jako różnica pomiędzy całkowitymi odkształceniami próbki obciążonej, a skurczem próbki nieobciążonej o tych samych wymiarach i przechowywanej w identycznych warunkach [44], [46]. Twierdzenie to jest jednak pewnym uproszczeniem gdyż jak wykazano w pracach, [44], [47], [48] pełzanie oraz skurcz nie są w pełni niezależne i w rzeczywistości skurcz ma pewien wpływ na odkształcenia pełzania. Gdy beton nie ma możliwości swobodnego odkształcania się pod wpływem wprowadzonych naprężeń, to wpływ zjawisk reologicznych przejawia się spadkiem naprężenia w czasie przy zachowaniu niezmiennego odkształcenia. Proces ten przyjęto nazywać relaksacją.

Analiza odkształceń opóźnionych obciążonego betonu przysparza wiele trudności, gdyż poza odkształceniami sprężystymi pojawiają się odkształcenia trwałe - plastyczne, oraz tzw. opóźnione odkształcenia sprężyste, które są częściowo odwracalne. Obserwowane odkształcenia zależą nie tylko od modułu sprężystości i wartości naprężenia, ale w znaczący sposób od szybkości wzrostu obciążenia, dlatego mogą poza odkształceniami sprężystymi zawierać również odkształcenia plastyczne oraz odkształcenia wczesnego pełzania. Odkształcenia "natychmiastowe" betonu nie są w pełni odwracalne. Część nieodwracalna odkształceń związana jest ze zmianami struktury wewnętrznej betonu i pojawia się już podczas pierwszego obciążenia, nawet przy naprężeniach znacznie mniejszych niż doraźna wytrzymałość materiału – rys 3.2



Rys 3.2 Pętla naprężenie-odkształcenie betonu obciążonego po raz pierwszy

Wyznaczenie chwili w której rozpoczyna się proces pełzania betonu jest zagadnieniem trudnym z technicznego punktu widzenia, gdyż z reguły wprowadzanie obciążenia odbywa się w pewnym przedziale czasu, a tym samym rozdzielenie natychmiastowych odkształceń sprężystych, odkształceń plastycznych i wczesnego pełzania staje się niemożliwe. W praktyce inżynierskiej jest to nieistotne, gdyż najważniejsza jest końcowa wartość odkształceń betonu. Może to jednak prowadzić do pewnych błędów w interpretacji wyników pomiarów i przyjmowania części odkształceń pełzania jako deformacji natychmiastowych – sprężystych i plastycznych.

Jak stwierdzono wcześniej pełzanie to odkształcenie betonu narastające w czasie powyżej odkształcenia początkowego. Z wiekiem moduł sprężystości betonu rośnie, zatem proporcjonalnie maleją odkształcenia sprężyste. W przypadku betonu obciążanego po raz pierwszy w wieku około 28 dni i więcej zmiana modułu sprężystości w czasie jest nieznaczna, więc zaproponowana wyżej definicja pełzania jest słuszna. W rzeczywistości za pełzanie należałoby przyjąć różnicę pomiędzy odkształceniem całkowitym, a odkształceniami sprężystymi i plastycznymi wyznaczonymi w chwili, w której rozważane jest pełzanie. W związku z faktem, że rzadko określa się wzrost modułu sprężystości betonu w czasie jego twardnienia, to wyznaczając odkształcenia pełzania należy od odkształceń całkowitych odjąć początkowe odkształcenie sprężyste i plastyczne [44].

Funkcje odkształcenia σ - ε obciążonego betonu zachowują liniowość do poziomu około 30-50% wytrzymałości doraźnej - f_c . Po przekroczeniu tej wartości pojawiają się odkształcenia quasi plastyczne [46]. Pełzanie wykazuje podobną zależność. Najczęściej podaje się że w zakresie naprężeń $0,4-0,6 f_c$ proporcjonalność σ - ε_p jest funkcją liniową [45], [46], [44]. Neville [44] podaje, że górna granica liniowości osiągnana jest w chwili, gdy w matrycy zaczynają rozwijać się liczne mikropęknięcia i tak dla betonu zwykłego może pojawić się już przy zaledwie 30% f_c , ale też, przy betonach wyższych klas, może dochodzić do 75% f_c . W przypadku zapraw podaje się zakres 80-85%. Warto dodać, że nie podaje się dolnej granicy, gdyż pełzanie pojawia się nawet przy bardzo małych naprężeniach. W wielu publikacjach [49], [50], podkreśla się fakt, że wraz ze wzrostem stosunku naprężenie – naprężenie niszczące pełzanie powodując stopniowo wzrost odkształceń całkowitych może doprowadzić do powstania odkształceń granicznych i zniszczenia betonu. Najczęściej, jako graniczną, podaje się wartość 80-90% wytrzymałości [44], jednak wartość ta może być inna w zależności od przebiegu procesu

hydratacji i wydaje się że będzie ona większa dla betonu młodego, w którym proces narastania wytrzymałości jeszcze się nie ustabilizował.

W konstrukcjach budowlanych mamy najczęściej do czynienia z pełzaniem liniowym, gdyż przyjęcie postanowień normowych prowadzi z reguły do powstania wyteżeń w granicach 0,5-0,6 wartości naprężeń niszczących. Pewnym odstępstwem mogą tu być naprężenia własne generowane skurczem, lub ciepłem hydratacji oraz obciążanie betonu w młodym wieku. W odniesieniu do betonu dojrzałego wartość osiągniętych naprężeń mieściłaby się w zakresie proporcjonalności, ale w początkowym okresie twardnienia może zbliżać się do wytrzymałości betonu i powodować pełzanie nieliniowe.

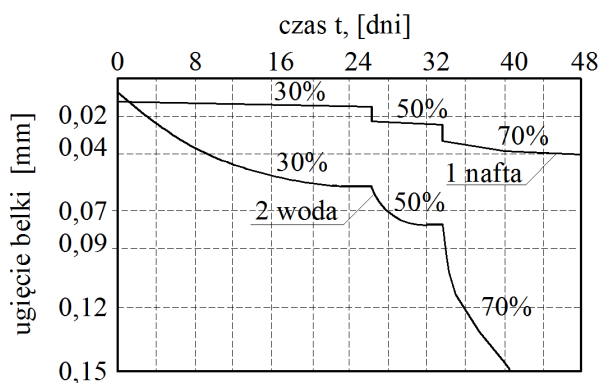
3.2 Fizyczne uwarunkowania procesu pełzania betonu

Badania doświadczalne poszczególnych właściwości betonu i ich wpływu na pełzanie może powodować trudności w interpretacji wyników, gdyż modyfikacja składu betonu powoduje najczęściej zmianę kilku parametrów jednocześnie. Przykładowo zmiana stosunku w/c wywołać może zmianę ilości cementu w jednostkowej objętości betonu, zmianę wytrzymałości oraz konsystencji mieszanki. Można zatem podzielić czynniki na wewnętrzne, związane ze składem betonu i na zewnętrzne związane z warunkami jego twardnienia.

- **Wpływ wody i wilgotności otoczenia na pełzanie**

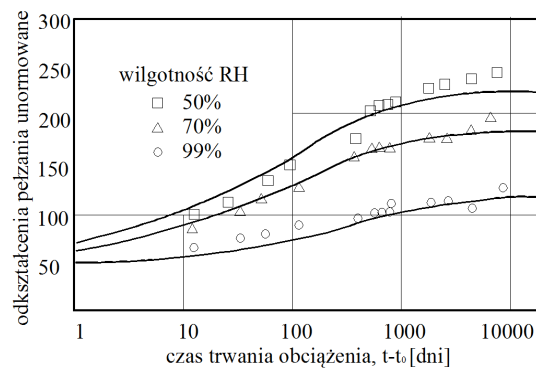
Dominującym jest pogląd, że pełzanie wywoływane jest przez ruch wody we wnętrzu betonu z warstw adsorpcyjnych do porów powietrznych [45]. Termodynamiczna teoria betonu opracowana przez E. Freyssineta [50] rozpatruje wpływ wody w mikroporach betonu na jego właściwości sprężyste i reologiczne. Powolny, wg [50], ruch wody wewnątrz struktury betonu jest główną przyczyną pełzania i opóźnienia sprężystego.

Teoria Freyssineta oraz późniejsze prace wielu badaczy (Davis [51], Glainville [52], Dutron [53], Aleksandrowski [54]) za podstawę pełzania przyjmują mechaniczne usunięcie wody ze struktury betonu. Jednak z prac Cilosaniego przedstawionych w [50], wynika, że pełzanie pojawia się w wyniku pochłaniania wilgoci. Ciekawe doświadczenie przedstawił Mitzel porównując odkształcenia betonu zanurzonego w naftcie i wodzie. Jak widać na rysunku 3.3 w naftcie, która w stosunku do zaczynu cementowego jest nieaktywna, pełzanie praktycznie nie występuje, natomiast w wodzie pojawia się już przy stosunkowo niskich naprężeniach.

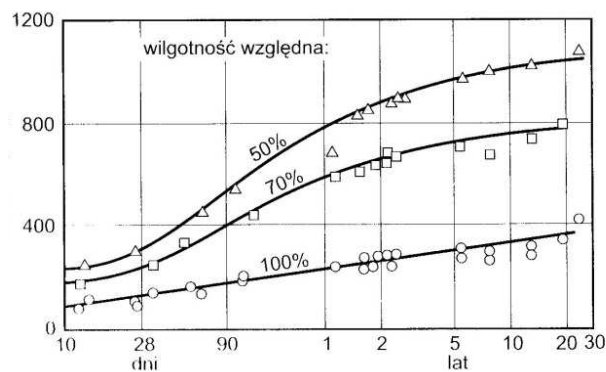


Rys. 3.3 Narastanie ugięć obciążonych belek badanych w naftcie (1) i wodzie (2) – źródło [50]

Przedstawione wyniki badań wiążą odkształcenia pęcznienia z wilgotnością próbki. Wittmann wykazał [55], że powyższe stwierdzenie jest słuszne tylko dla przypadku, gdy równowaga wilgotnościowa betonu z otoczeniem jest osiągnięta i nie zmienia się w czasie. W przeciwnym wypadku Reinhardt [56] i Neville [44] wskazują, że pęcznienie jest tym większe im niższa jest wilgotność otaczającego powietrza. Na rysunkach 3.4 i 3.5 przedstawiono przykładowe wyniki badań pęcznienia próbek przy zmiennej wilgotności otoczenia.



Rys. 3.4 Pęcznienie próbek betonowych przy zmiennej wilgotności otoczenia – źródło [45]



Rys 3.5 Pęcznienie próbek betonowych przy zmiennej wilgotności otoczenia – źródło [44]

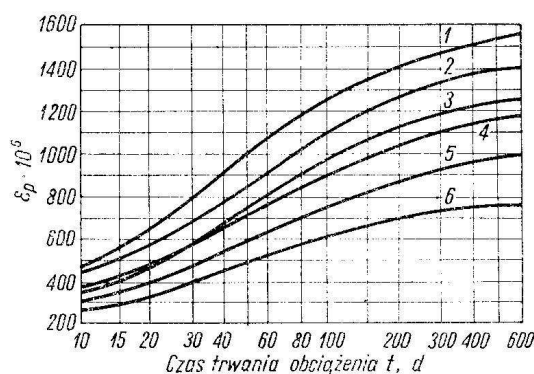
Jak zauważa W. Kiernożycki w [45], pęcznienie w betonie wysychającym jest zawsze większe niż w betonie izolowanym. Wpływa na to wzrost ilości zarysowań spowodowanych skurczem wysychającego betonu[44]. Prowadzi to do stwierdzenia, że to nie wilgotność względna wpływa na pęcznienie, ale sam proces wysychania. Pojawia się zatem tzw. pęcznienie przy wysychaniu. Na rysunkach 3.4 i 3.5 pokazano przykładowe pęcznienie betonu który osiągnął równowagę wilgotnościową z otoczeniem ($RH > 99\%$), oraz betonu wysychającego ($RH = 50 \div 70\%$).

Przedstawione wyniki badań jednoznacznie wskazują, że pełzanie jest zależne od ruchu wilgoci w betonie, można więc rozróżnić pełzanie podstawowe i pełzanie przy wysychaniu, tak jak to przedstawiono na rysunku 3.1 d.

- **Wpływ składu betonu**

Proporcje poszczególnych składników mieszanki betonowej mają znaczący wpływ na pełzanie betonu. Do mieszanek betonowych stosuje się zazwyczaj kruszywo naturalne, którego pełzanie jest pomijalnie małe w stosunku do pełzania zaczynu cementowego [44], [45], [57]. Kruszywo dodatkowo ogranicza możliwość odkształceń swobodnych zaczynu, tym samym zmniejszając pełzanie. Odkształcenia pełzania betonu maleją wraz ze wzrostem modułu sprężystości kruszywa. Betony z użyciem kruszyw porowatych wykazywać będą większe pełzanie. Dodatkowo kruszywa porowate mają zdolność gromadzenia w swej strukturze wilgoci, a jak wspomniano w poprzednim rozdziale ruch wody wewnątrz betonu wzmaga pełzanie[45].

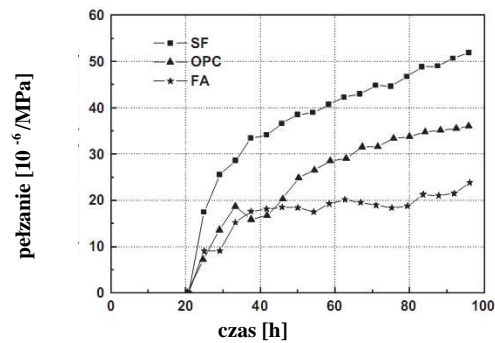
Na rysunku 3.6 przedstawiono wyniki badań Davisa [58] odkształceń pełzania betonu w zależności od stosunku wagowego kruszywa do cementu oraz wskaźnika wodno-cementowego. Z przedstawionych zależności wynika, że pełzanie jest tym większe im większa jest zawartość zaczynu w mieszance, a maleje ze wzrostem zawartości kruszywa.



Rys 3.6 Odkształcenia pełzania według badań Davisa w zależności od ilości kruszywa i stosunku w/c – źródło [50]: 1 – k/w=6,75, w/c=0,8; 2 – k/w=5,5, w/c=0,69; 3 – k/w=6,75, w/c=0,69; 4 – k/w=4,25, w/c=0,62; 5 – k/w=5,5, w/c=0,62; 6 – k/w=4,25, w/c=0,50

Dodatki i domieszki do betonu wpływają na wiele właściwości zarówno młodego jak również betonu stwardniałego. Mają zatem pośrednio wpływ na wielkość odkształceń pełzania. Obecnie często stosowanymi składnikami uzupełniającymi klasyczną recepturę betonu (cement+kruszywo+woda) są popiół lotny, pył

krzemionkowy i plastyfikatory. Uzyskiwane wyniki badań często są niejednoznaczne i tak na przykład Tao i Waizu w swojej pracy [59] podają, że beton z zawartością pyłów krzemionkowych wykazuje większe pełzanie niż beton bez dodatków, a z kolei beton z dodatkiem popiołu lotnego zachowuje się odmiennie – rys 3.7.



Rys 3.7 Odkształcenia pełzania 3 różnych betonów: beton zwykły bez dodatków (OPC), beton z dodatkiem pyłu krzemionkowego (SF), beton z dodatkiem popiołu lotnego (FA) – źródło [59]

Należy jednak zwrócić uwagę, że zastosowanie dodatków zmieniło nieznacznie proporcje pozostałych składników mieszanki betonowej, gdyż przy zachowaniu stałego stosunku woda/spoiwo część cementu zastąpiono popiołem lotnym lub pyłem krzemionkowym, a w celu utrzymania jednakowej konsystencji zmianie uległa również ilość plastyfikatora.

Bissonnette i Pigeon w pracy [23] również zauważyli że pełzanie, chociaż nieznacznie, ale jednak jest większe dla betonów z dodatkiem pyłu krzemionkowego. W pracy [60] podano, że przy identycznych wytrzymałościach na ściskanie betony modyfikowane popiołem lotnym wykazują mniejszy skurcz i mniejsze pełzanie z uwagi na wyższy moduł sprężystości, jaki charakteryzuje nieprzereagowane cząstki popiołu w stosunku do cząstek cementu portlandzkiego. W artykule [61] autorzy zwracają uwagę, że poza niższym pełzaniem i wyższym modułem Younga istnieją wyraźne różnice w dynamice rozwoju pełzania fibrobetonu z dodatkiem popiołu lotnego. Pełzanie betonu bez dodatku popiołu rozwija się szybciej. Siddique [62] dokonując przeglądu wyników wielu badań podał, że pył krzemionkowy zwiększa skurcz autogeniczny i plastyczny betonu, ale jednocześnie zwiększa wartość modułu sprężystości i redukuje pełzanie. Do podobnych wniosków doszli Mazloom i inni [63] podając, że przy zawartości pyłu krzemionkowego do 15% pełzanie ulega zmniejszeniu od 20 do 30%.

W pracy [64] autorzy doszli do znacznie dalej idących wniosków i podali, że beton z dodatkiem pyłów krzemionkowych wykazuje pełzanie około dwukrotnie mniejsze w porównaniu z betonem bez tego dodatku.

- **Wpływ temperatury**

Wpływ temperatury na odkształcenia reologiczne betonu jest bardzo istotny przy analizie konstrukcji reaktorów jądrowych, czy mostów, które to najczęściej są również konstrukcjami sprężonymi. Stwierdzono, że pełzanie betonu wzrasta wraz z temperaturą. Neville [44] podaje, że pełzanie betonu w temperaturze 70°C jest ok. 3,5 krotnie większe niż w temperaturze 21°C i około 1,7 razy większe w temperaturach z zakresu 70÷96°C.

Vu, Sulem i Laudet [65] badali pełzanie betonu w temperaturze 60÷90°C i wykazali, że zarówno wielkość pełzania jak i szybkość jego narastania ulegają zwiększeniu wraz ze wzrostem temperatury. Badania Fahmi, Polivki i Breslera [66] wykazały, że w zakresie przeciętnych temperatur użytkowych konstrukcji betonowych 10÷40°C wpływ temperatury na pełzanie jest nieznaczny. Podobne wnioski formułuje W. Kiernożycki przedstawiając wyniki badań m.in. Z.N. Tsiolosanego i O.I. Kvitsaridze [67]. Spadek temperatury i zamrażanie betonu powodują zmniejszenie pełzania. Jak podaje Neville [44] w temperaturach -10÷-30°C pełzanie jest ok. 50% mniejsze niż w temperaturze pokojowej.

- **Wpływ cyklicznego obciążenia**

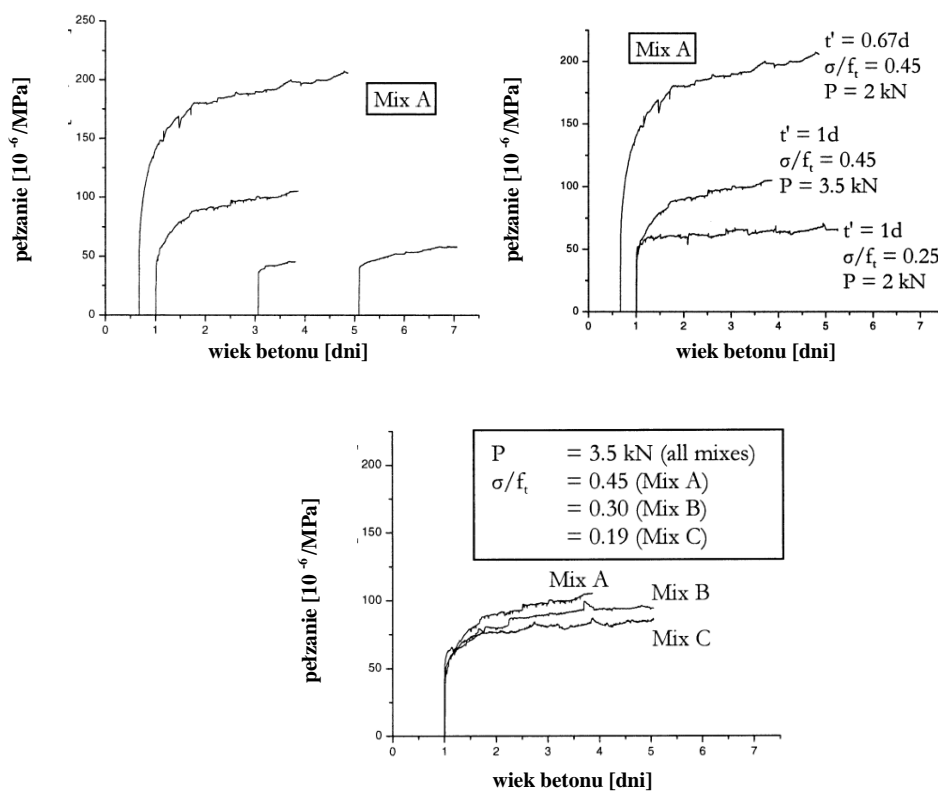
Badania pełzania na ogół przeprowadza się przy utrzymywaniu stałego obciążenia w czasie. Takie postępowanie jest wygodne do analizy odkształceń betonu i z reguły odpowiada sytuacji obciążeń statycznych konstrukcji, w których ciężar własny i obciążenia stałe stanowią znaczną część obciążeń całkowitych. Obciążenie może niekiedy zmieniać się w pewnych granicach. Stwierdzono [44], [68], że przy obciążeniu statycznym o zadanej wartości σ/f_c pełzanie jest mniejsze niż przy takim samym obciążeniu ale zmieniającym się cyklicznie.

- **Wpływ wieku i wytrzymałości betonu**

Wytrzymałość betonu ma istotny wpływ na pełzanie. Udowodniono, że pełzanie betonu jest większe im mniejsza jest jego wytrzymałość w chwili obciążenia[44].

Z uwagi na łatwość identyfikacji poszczególnych parametrów powszechnie przyjęto przedstawiać pełzanie jako funkcję σ/f_c (naprężenie/wytrzymałości betonu). Wraz ze wzrostem wytrzymałości wzrasta również moduł sprężystości, a więc maleją odkształcenia i tym samym zmniejsza się pełzanie. Wytrzymałość betonu oraz moduł sprężystości w dojrzewającym betonie wzrastają z różną szybkością stąd trudności w opisie pełzania powstającego przy obciążaniu betonu młodego. Wiek betonu w chwili obciążenia jest jednym z podstawowych czynników opisu pełzania przyjętych w normach projektowania (np. Eurokod 2) [69], [70]. Ogólnie im mniej jest stwardniały beton w chwili pierwszego obciążenia, tym większe odkształcenia pełzania. Dokładniej zagadnienia te zostaną omówione w kolejnych rozdziałach pracy.

Ciekawe wyniki badań przedstawili L. Østergaard i inni [71] badając pełzanie przy rozciąganiu betonu w młodym wieku. Badano betony o współczynniku woda/spoiwo równym 0,5; 0,40; 0,32. Obciążenie przykładano po czasie od 16h do 5 dni od chwili wykonania ciał próbnych. Poziom obciążenia wynosił od 0,19 do 0,45 wytrzymałości na rozciąganie. Wyniki badań przedstawiono na rysunku 3.8.

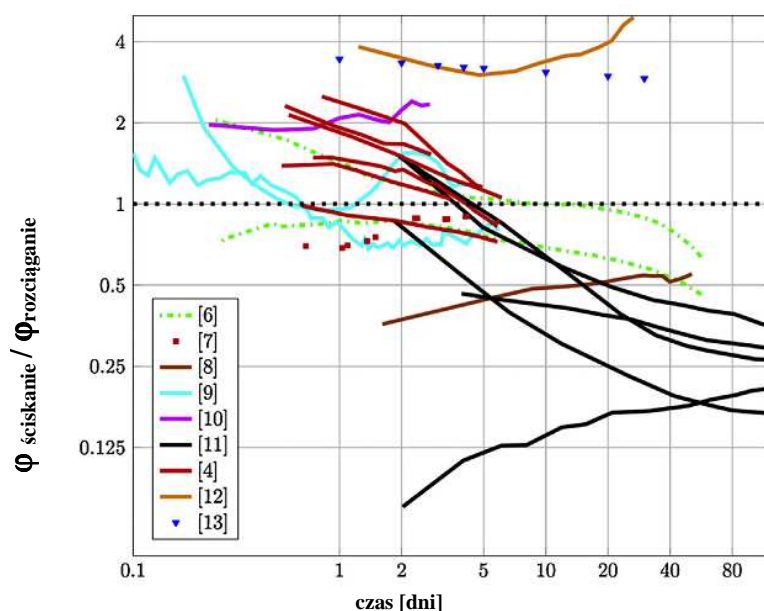


Rys 3.8 Pełzanie betonu w zależności od wieku w chwili jego obciążenia – źródło [71]

Z przedstawionych wykresów wynika, że pełzanie betonu obciążonego w wieku do 24 godzin ma mocno nieliniowy charakter. Przedstawione na rysunku 3.8 wykresy pełzania betonów o różnym składzie pokazują, że głównym czynnikiem wpływającym na pełzanie młodego betonu jest czas obciążenia, a w mniejszym stopniu poziom naprężeń.

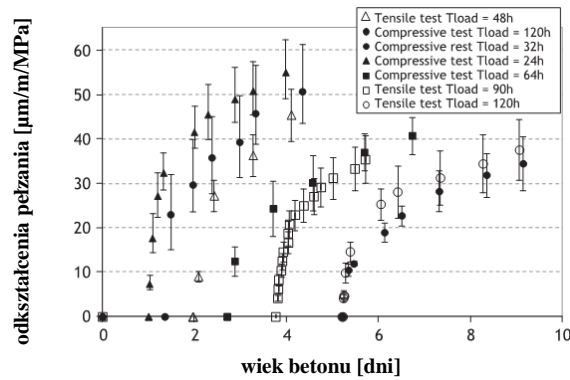
- **Wpływ znaku naprężenia**

Współczesne normy projektowania konstrukcji betonowych nie uwzględniają znaku naprężenia przy szacowaniu wartości pełzania i zakładają identyczny mechanizm powstawania odkształceń opóźnionych. A. Hilaire, F. Benboudjema i inni [72] analizując wyniki badań wielu badaczy przedstawiają porównanie odkształceń pełzania przy rozciąganiu i ściskaniu w zależności od wieku betonu rys. 3.9.



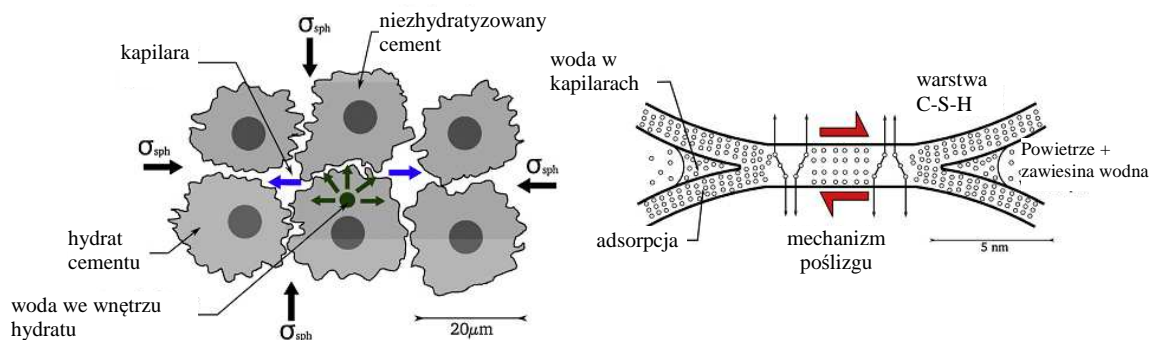
Rys 3.9 Porównanie współczynników pełzania betonów rozciąganych i ściskanych. Skład betonów, wiek w chwili obciążenia i kształt badanych próbek opisano szczegółowo w pracy [72]

Z kolei Briffaut i inni [73] przedstawiając porównawczo wyniki pełzania przy ściskaniu i rozciąganiu młodego betonu wyciężonego do poziomu ok. 30% wskazują, że znormalizowane odkształcenia betonu ściskanego i rozciąganego są podobne – rys 3.10. W przedstawionych porównaniach zwraca uwagę niejednoznaczność wyników, związana być może z różnymi składami betonów, różnymi wielkościami próbek, różnym wiekiem w chwili obciążenia i warunkami badania.



Rys 3.10 Wyniki badań pełzania betonu ściskanego i rozciąganego – źródło [73]

Powszechnie przyjmuje się, że odkształcenia pełzania pozostają w liniowej zależności z naprężeniami do poziomu ok. 45% wytrzymałości doraźnej, jednak w badaniach Østergarda [71] wykazano, że nieliniowość pełzania przy rozciąganiu może pojawić się już po przekroczeniu wartości 25% wytrzymałości betonu. Szczególnie silnie ten efekt widoczny jest w betonie obciążonym w wieku poniżej 48 godzin. Hilaire i in. [72] dyskutując mechanizm pełzania młodego betonu przyjęli za punkt wyjścia dwa zjawiska o różnej szybkości zmian: szybką mikrodyfuzję wody w kapilarach cementu i długotrwały poślizg cząstek C-S-H związany z procesem starzenia – rys 3.11. Teorię tę przedstawili w założeniach w 1997 roku Z.P. Bażant i inni [74],[75]. Prowadząc obserwacje w dłuższym okresie stwierdzono, że szybkość pełzania przy rozciąganiu jest większa niż przy ściskaniu [72].

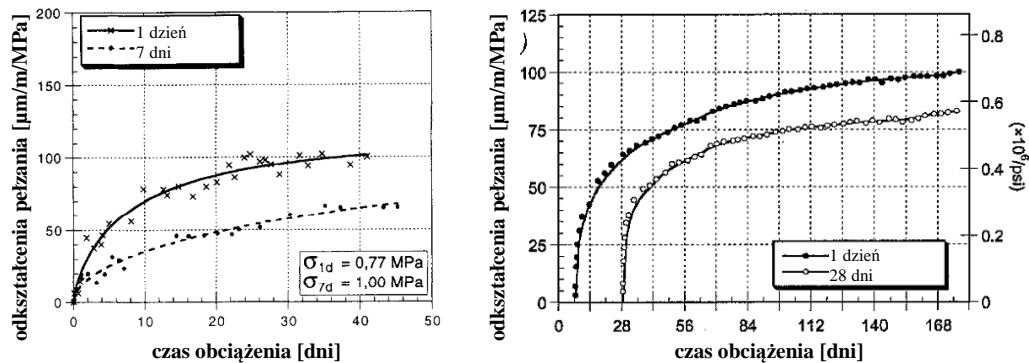


Rys 3.11 Mechanizm pełzania wg [72]

Ważnym spostrzeżeniem jest, że w trakcie rozciągania w betonie pojawiają się mikropęknięcia, które prowadzą do szybszego pełzania. Autorzy [73] powołując się na publikację Bissonnette'a i in.[76] podają, że wraz ze wzrostem udziału zaczynu

w mieszance betonowej pełzanie przy rozciąganiu maleje, co jest sprzeczne ze spostrzeżeniem dotyczącym betonu ściskanego [44]. Sugeruje to, że w betonie rozciągany zachodzą zjawiska zwiększające migrację wody i prowadzące do większych odkształceń zarówno pełzania jak i być może skurczu.

Porównując wyniki badań betonu rozciąganego w wieku 7 i 28 dni pod obciążeniem równym 1,50 MPa autorzy pracy [76] potwierdzili, że po 168 dniach odkształcenia pełzania betonu obciążonego wcześniej są większe o ok. 10 – 15 % - rys. 3.12b. W pracy [23] ci sami badacze porównując wyniki badań pełzania betonu rozciąganego w wieku 1 i 7 dni otrzymali różnice w odkształceniach sięgające 40 % i to pomimo mniejszych o 23% naprężeń wprowadzonych do ciał próbnych po 24 godzinach twardnienia – rys. 3.12a.

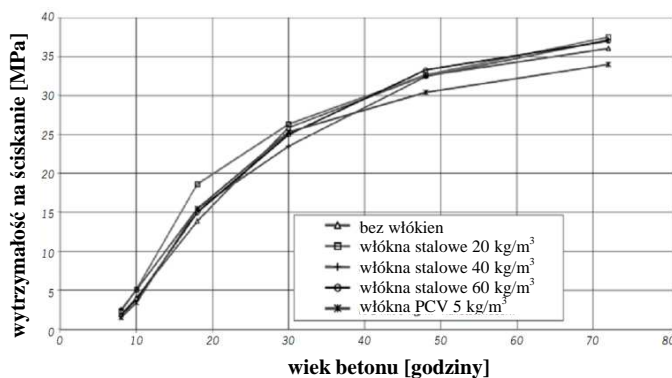


Rys 3.12 Odkształcenia pełzania w zależności od wieku betonu w chwili obciążenia - źródło [23], [76]

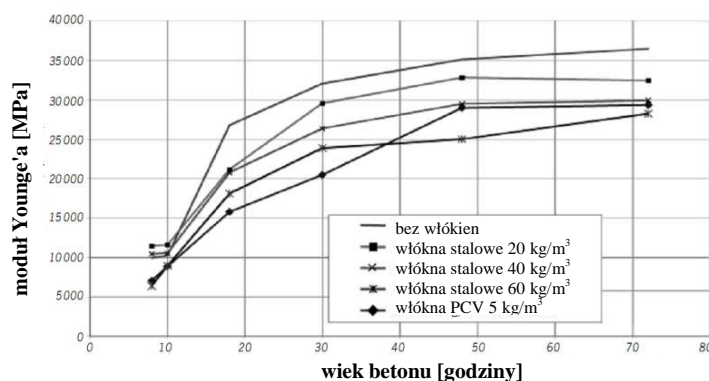
Szerokie badania młodego betonu rozciąganego prowadzono w Katedrze Konstrukcji Żelbetowych i Technologii Betonu na Politechnice Szczecińskiej pod kierownictwem W. Kiernożyckiego [26], [27],[28], „. Badaniom poddano beton o wytrzymałościach od 20 do 80 MPa bez zbrojenia i ze zbrojeniem rozproszonym. Z analizy prac P. Freidenberga [46] i J. Boruckiej [77] wynika, że współczynniki pełzania młodego betonu rozciąganego są większe niż wynikałoby to z ustaleń norm.

3.3 Wpływ zbrojenia rozproszonego na pęczanie i skurcz twardniejącego betonu w świetle danych z literatury

Badania właściwości mechanicznych młodego fibrobetonu prowadzono na uniwersytecie w Innsbrucku przez Ding'a i Kusterle'a [24]. W badaniu wykorzystano włókna stalowe ($\phi=0,5\text{mm}$, $l=30\text{mm}$) w ilościach 20, 40, 60 kg/m^3 , oraz polipropylenowe o długości 12mm w ilości 5 kg/m^3 . Do przygotowania mieszanki betonowej użyto standardowego kruszywa o uziarnieniu do 8 mm, oraz 450 kg cementu. Stosunek w/c wynosił 0,45, a w celu osiągnięcia pożądanej konsystencji zastosowano plastyfikator w ilości 1% masy cementu. Wyniki badań wytrzymałości na ściskanie pokazano na rysunku 3.13.



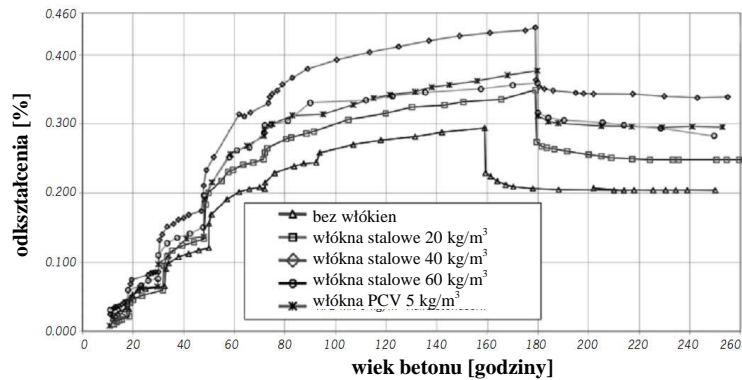
Rys. 3.13 Wyniki badań wytrzymałości na ściskanie fibrobetonów obciążanych w różnym wieku [24]



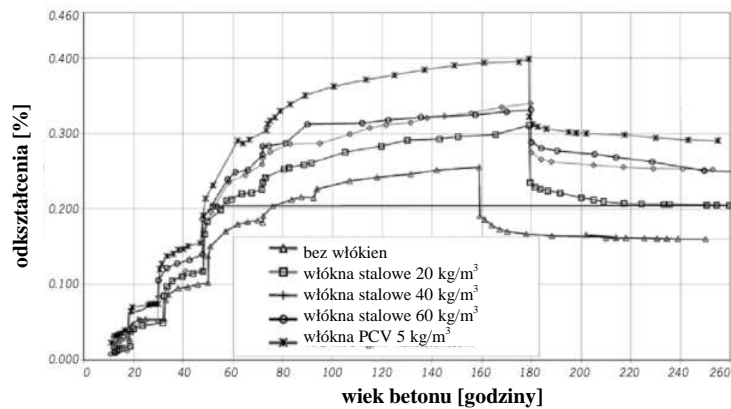
Rys. 3.14 Wyniki badań modułu Younga fibrobetonów obciążanych w różnym wieku [24]

Po 72 godzinach betony z dodatkiem włókien stalowych wykazały jedynie niewielki wzrost wytrzymałości, a beton z włóknem polipropylenowym niewielki jej spadek. Wyniki badań modułu sprężystości pokazano na rysunku 3.14, zaobserwowano

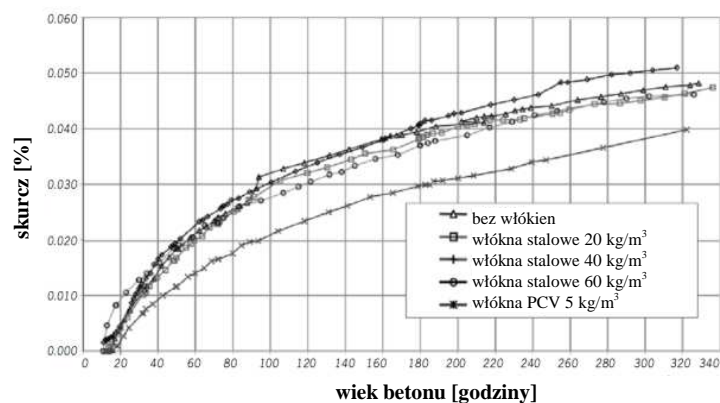
obniżenie wartości modułu Young'e'a po dodaniu włókien. Spadek ten był najbardziej widoczny przy betonie z włóknami PP.



Rys 3.15 Pełzanie betonów z dodatkiem włókien obciążonych do poziomu 60% wytrzymałości doraźnej – źródło [24]



Rys 3.16 Pełzanie betonów z dodatkiem włókien obciążonych do poziomu 30% wytrzymałości doraźnej – źródło [24]

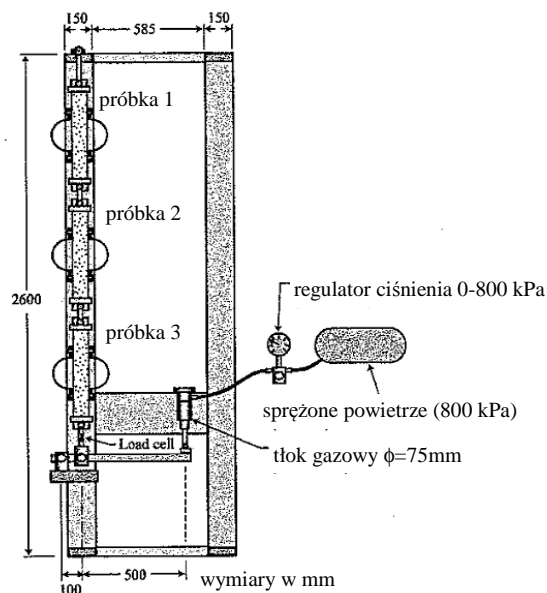


Rys 3.17 Skurcz swobodny betonów z dodatkiem włókien – źródło [24]

Na rysunkach 3.15 – 3.17 przedstawiono wyniki pomiarów skurczu i odkształceń pełzania przy obciążeniu ściskającym wynoszącym 30-60% wytrzymałości doraźnej

[24]. Wyraźnie widać, że skurcz betonu bez dodatków i z włóknami stalowymi jest podobny niezależnie od ilości wprowadzonych włókien, natomiast beton z włóknem polipropylenowym wykazuje mniejszy skurcz o ok. 15-20% po czasie 320 godzin. Odkształcenia pełzania betonu z włóknami okazały się większe niż betonu porównawczego i rosły wraz z zawartością włókien. Największe pełzanie wykazał beton z włóknami PP.

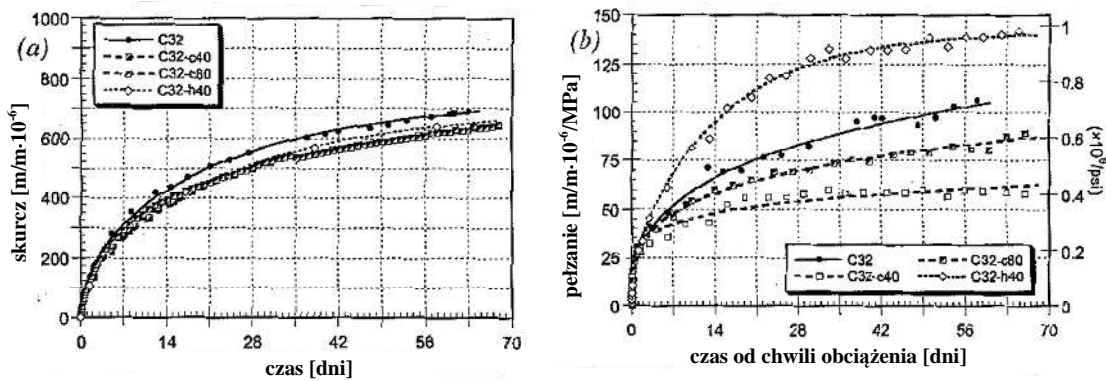
Bissonnette, Pigeon i Vaysburd [76] badali pełzanie betonu rozciąganego. W badaniach betonów stosowano próbki wykonane według 8 receptur, z dwóch rodzajów cementów w ilości od 320 do 450 kg/m³ i kruszywie dozowanym w ilości od 1800 do 2010 kg/m³. W czterech mieszankach użyto włókien stalowych w ilości 40 i 80 kg/m³. Stosunek w/c wynosił ok. 0,40, a w celu osiągnięcia pożądanej konsystencji użyto superplastyfikatora. Badania pełzania przeprowadzano na próbkach 70x70x400mm z doklejonymi do końców uchwytyami eliminującymi wpływ nieosiowego obciążenia. Próbki umieszczano w pełzarce o gazowej stabilizacji siły – rys 3.18. Dodatkowo określono wytrzymałości betonu na ściskanie, rozciąganie przy rozłupywaniu, rozciąganie osiowe i moduł sprężystości przy rozciąganiu. Obciążenie wprowadzano po 7 i 28 dniach twardnienia betonu.



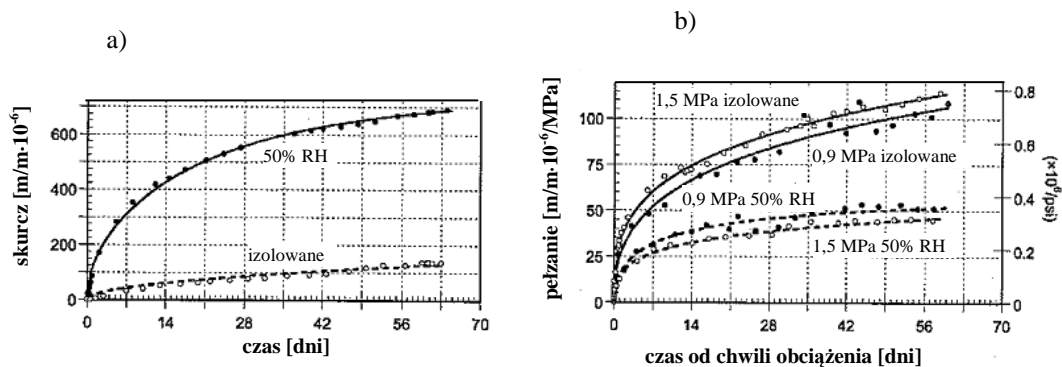
Rys. 3.18 Stanowisko do pomiarów pełzania betonów rozciąganych w doświadczeniach Bissonnette'ego i Pigeon'a [76]

W stosunku do betonu porównawczego (bez włókien) badane fibrobetony wykazały nieznacznie niższą wytrzymałość na ściskanie ok. 10% po 7 i ok. 7% po 28 dniach

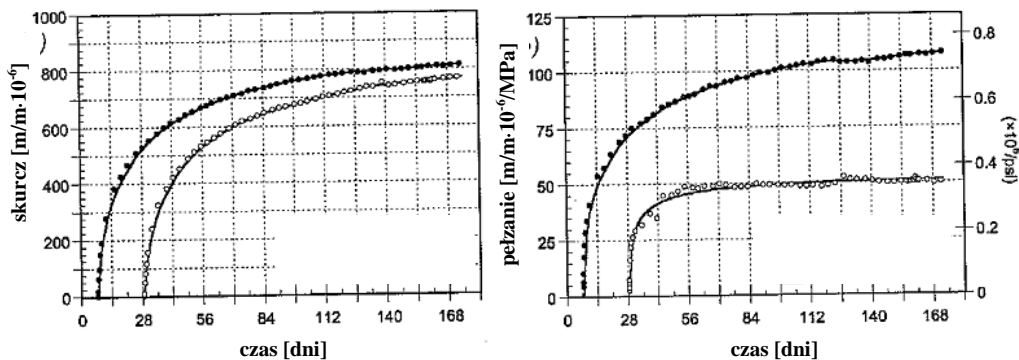
twardnienia. Wytrzymałość na rozciąganie przy rozłupywaniu wzrosła proporcjonalnie do zawartości włókien w betonie i była większa od wytrzymałości próbek wzorcowych o 7 – 41% w zależności od wieku betonu i zawartości włókien. Badania pełzania przy rozciąganiu przeprowadzono w warunkach wilgotności względnej $RH=50\%$, oraz na próbkach zaizolowanych. Porównawcze zestawienie wyników badań pełzania i skurczu betonu obciążonego w wieku 7 dni pokazano na rysunku 3.19. Skurcz i pełzanie betonu zwykłego próbek izolowanych i poddanych wysychaniu pokazano na rysunku 3.20. Skurcz i pełzanie fibrobetonu w zależności od wieku w chwili obciążenia pokazano na rysunku 3.21. Pełzanie betonu z włóknami w zależności od wartości obciążenia i przy wilgotności 50% pokazano na rysunku 3.22.



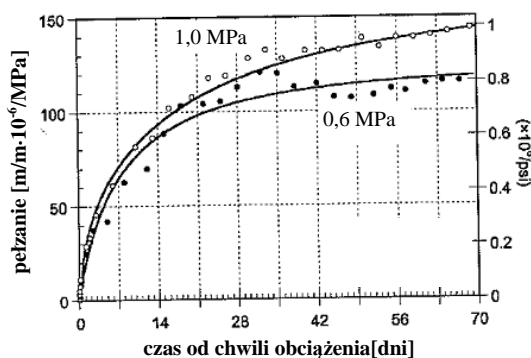
Rys. 3.19 Skurcz (a) i pełzanie (b) badanych betonów rozciąganych obciążonych w wieku 7 dni $RH=50\%$ – źródło [76]



Rys. 3.20 Skurcz (a) i pełzanie (b) rozciąganego betonu zwykłego przy wilgotności otoczenia 50%, oraz próbek zaizolowanych – źródło [76]



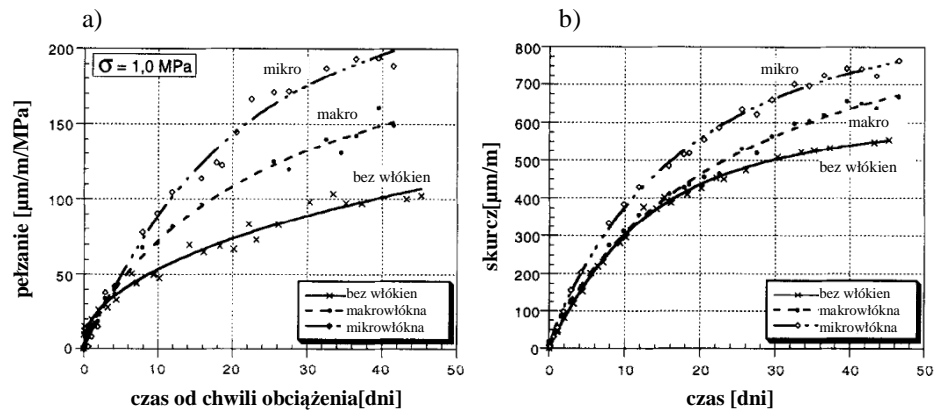
Rys 3.21 Skurcz (a) i pełzanie (b) rozciąganego fibrobetonu w zależności od wieku w chwili obciążenia – źródło [76]



Rys. 3.22 Pełzanie fibrobetonu w zależności od wielkości obciążenia – źródło [76]

Z przedstawionych wyników można wyciągnąć wniosek, że skurcz swobodny badanych betonów zwykłych i fibrobetonów jest podobny. Nie można jednoznacznie stwierdzić, czy dodatek włókien redukuje pełzanie. W przedstawionych wynikach badań znaleźć można wyniki potwierdzające tę tezę, ale również zupełnie przeciwne. Skurcz, oraz pełzanie betonu badanego przy wilgotności otoczenia równej 50% są kilkukrotnie większe niż betonów izolowanych od wymiany wilgoci z otoczeniem.

W innej publikacji [23] autorzy przedstawili wyniki badań pełzania betonu wykonanego z użyciem włókien stalowych o długości 16 mm (makrowłókna) w ilości 78 kg/m^3 oraz stalowych mikrowłókien (długość 3mm i $25 \mu\text{m}$ średnicy) w ilości 73 kg/m^3 . Badanie pełzania prowadzili po okresie 1 i 7 dni twardnienia. Wyniki pełzania przy rozciąganiu i skurczu mierzone po 7 dniach twardnienia pokazano na rysunkach 3.23.



Rys. 3.23 Pełzanie przy rozciąganiu po 7 dniach twardnienia (a) i skurcz betonów $t_0=7$ dni (b) – źródło [23]

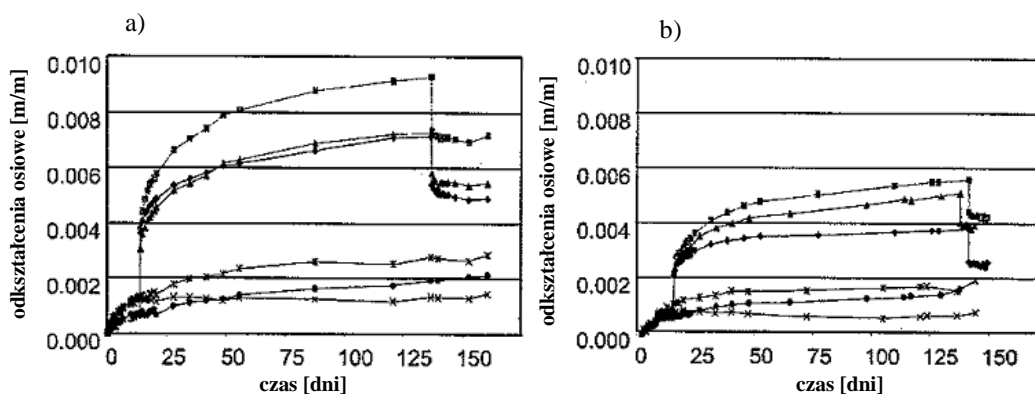
Przedstawione wyniki wskazują na większe pełzanie betonów ze zbrojeniem rozproszonym. Autorzy przypuszczają, że może być to spowodowane większą zawartością powietrza w mieszance betonowej, szczególnie w przypadku dużej ilości mikrowłókien, które utrudniają odpowietrzenie mieszanki podczas zagęszczania. Jednak badania zawartości powietrza w betonach z makrowłóknami nie potwierdzają w pełni tej tezy i wzrost pełzania wiąże ze zmianą struktury zaprawy z włóknami. Przedstawione na rysunku 3.19 wyniki pełzania betonów z włóknami nagniatanymi wskazują na zmniejszenie odkształceń pełzania tych betonów, pomimo nieznacznego wpływu włókien na ich odkształcenia skurczowe. Ciekawe wnioski wynikają z porównania współczynników pełzanie-skurcz badanych betonów. Parametr ten, wyznaczony przez iloraz odkształceń pełzania i skurczu kształtuje się następująco:

Tablica 3.1 Porównanie odkształceń pełzania i skurczu betonów z pracy [23]

$\beta = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s}$	Wiek betonu w chwili obciążenia			
	24 h		168 h	
	Czas trwania badania			
	14 dni	28 dni	14 dni	28 dni
C55 – beton wzorcowy bez włókien	0,29	0,29	0,17	0,17
C55-M – beton z makrowłóknami	-	-	0,23	0,23
C55-μ - beton z mikrowłóknami	-	-	0,25	0,26

Przedstawione w tablicy 3.1 wartości liczbowe wskazują, że skurcz i pełzanie zmieniają się podobnie, niezależnie od składu betonu i jego wieku w chwili obciążenia. Wartość współczynnika pełzania w betonie rozciągany, podobnie jak w ściskanym, maleje wraz z wiekiem betonu w chwili pierwszego obciążenia. W obu pracach [76], [23] zwraca się uwagę na znaczenie wysychania na gwałtowny wzrost wartości odkształceń pełzania.

J.M. Rouse i S.L. Billington [78] przeprowadzali badania pełzania przy ściskaniu zaczynu i zaprawy z dodatkiem włókien polietylenowych w ilości 1,6% całkowitej objętości mieszanki. Stosunek w/c wynosił 0,35, a do mieszanki użyto cementu portlandzkiego, pyłu krzemionkowego w ilości 10% masy cementu, oraz domieszki upłynniającej. Przez pierwsze 14 dni próbki przechowywano w wodzie, a następnie część próbek zaizolowano uniemożliwiając wymianę wilgoci z otoczeniem i przez kolejne 14 dni badano ich skurcz. W wieku 28 dni beton obciążono do poziomu ok. 40% wytrzymałości (26 MPa) i badano odkształcenia pełzania próbek izolowanych od wymiany wilgoci oraz odkształcenia pełzania próbek nieizolowanych. Wyniki badań przedstawiono na rysunku 3.24.

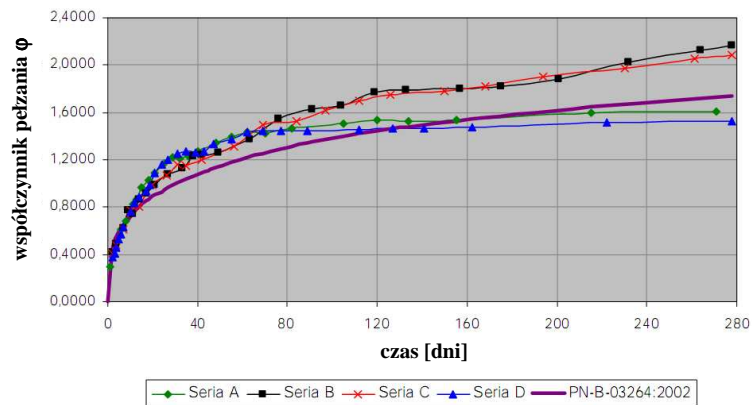


Rys. 3.24 Porównanie skurczu i pełzania zaczynu (a) oraz zaprawy (b) modyfikowanych dodatkiem włókien – źródło [78]

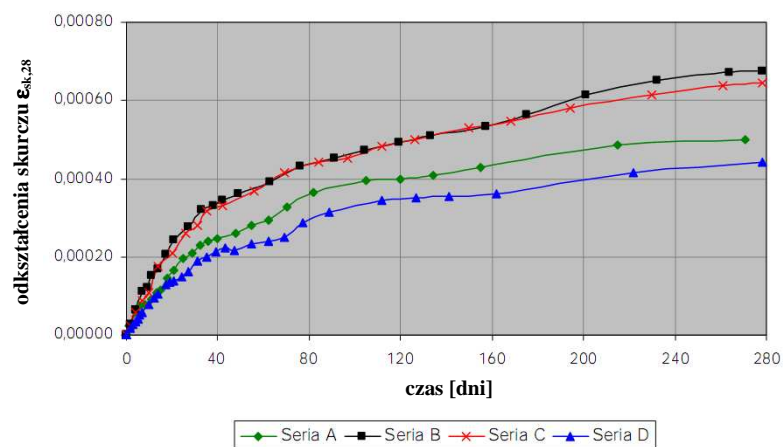
Zarówno w przypadku zaczynu jak i zaprawy próbki z dodatkiem włókien wykazały wyraźnie większe pełzanie. Ciekawym spostrzeżeniem jest, że skurcz próbek poddanych wysychaniu jest większy dla próbek z dodatkiem włókien.

M. Kamiński i C. Bywalski [14][79] badali wpływ włókien stalowych na cechy odkształcalnościowe fibrobetonu. Autorzy wykonali 4 serie próbek różniących się jedynie zawartością włókien stalowych – 0, 25, 35, 50 kg/m³ – i ilością

superplastyfikatora. Zawartość cementu w mieszankach wynosiła 363 kg/m^3 , przy wartości stosunku $w/c=0,46$. Kruszywo użyte w badaniach miało średnicę do 16 mm. Próbki użyte w badaniach miały średnicę ok. 113 mm i wysokość 350 mm. Belki zginane miały wymiary 150x250x3300 mm. Każdorazowo podczas badania pełzania wykonywano badania skurczu. Baza pomiarowa dla próby pełzania wynosiła 250 mm, a dla skurczu 350 mm. Przyjęto poziom obciążenia równy 1/3 wartości obciążenia niszczącego. W badaniach użyto pełzarek sprężynowych. Pomiary wykonywano z dokładnością 0,001 mm przez okres 280 dni w stałych warunkach ciepłowo-wilgotnościowych ($20 \pm 2^\circ\text{C}$, wilgotność względna powietrza $60\% \pm 4\%$). Otrzymane wyniki wykazały wzrost modułu sprężystości betonu z włóknami o ok. 10%. Na rysunkach 3.25 przedstawiono wybrane wyniki współczynników pełzania, a na rysunku 3.26 odkształcenia skurczowe badanych betonów.



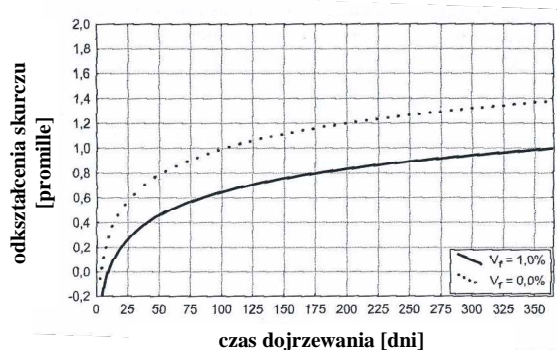
Rys 3.25 Przyrost wartości współczynnika pełzania w czasie w zależności od zawartości włókien: A – 0 kg/m^3 , B – 25 kg/m^3 , C – 35 kg/m^3 , D – 50 kg/m^3 – źródło [14]



Rys. 3.26 Przyrost odkształceń skurczowych betonów w zależności od zawartości włókien: A – 0 kg/m^3 , B – 25 kg/m^3 , C – 35 kg/m^3 , D – 50 kg/m^3 – źródło [14]

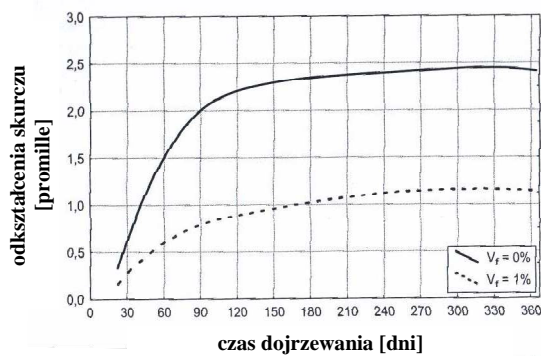
W artykule [14] autorzy formułują tezę, że wpływ włókien na wartości odkształceń pełzania jest pomijalnie mały. Z przedstawionych wykresów (rys. 3.25 i 3.26) wynika również, że zarówno skurcz jak i pełzanie są większe w elementach fibrobetonowych.

J. Katzer [4] wskazuje na mniejszy skurcz i mniejsze pełzanie kompozytów cementowych modyfikowanych włóknami stalowymi. Charakter przyrostu odkształceń uznaje autor za podobny dla obu rodzajów betonów, jednak efektywność włókien uwidacznia się bardziej w długich okresach obserwacji, a różnice są tym większe im większa jest zawartość włókien w betonie. Na rysunku 3.27 pokazano przebieg skurczu betonu zbrojonego włóknami stalowymi o $l/d=50$ dozowanych objętościowo w ilości 1% ($78,5 \text{ kg/m}^3$). Po 360 dniach skurcz betonu bez włókien był o 40% większy niż betonu z włóknami. Autor zwraca uwagę, że największe ograniczenie przyrostu skurczu w fibrobetonie nastąpiło w pierwszych 4 tygodniach twardnienia.

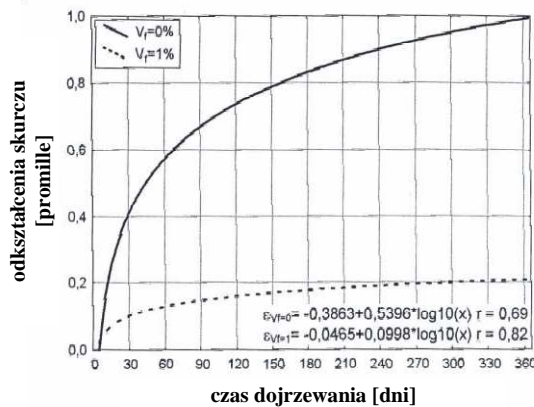


Rys. 3.27 Przebieg odkształceń skurczowych betonu zwykłego i fibrobetonu – źródło [4]

Na rysunkach 3.28 i 3.29 przedstawiono wyniki pomiarów odkształceń całkowitych (pełzanie plus skurcz) badanego fibrokompozytu. Z przedstawionych danych wynika, że przy zawartości włókien stalowych dozowanych w ilości 1% objętości odkształcenia całkowite są ponad 2 razy mniejsze niż betonu bez włókien, a samo pełzanie stanowi tylko 20% pełzania betonu niemodyfikowanego. Autor [4] wylicza, że w przypadku samej obciążonej długotrwanie matrycy 58,3% odkształceń stanowi skurcz, a 41,7% pełzanie. W betonie modyfikowanym włóknami 80% odkształceń stanowi skurcz, a tylko 20% pełzanie. Wynika stąd, że wpływ włókien na pełzanie jest znacznie większy niż na skurcz.

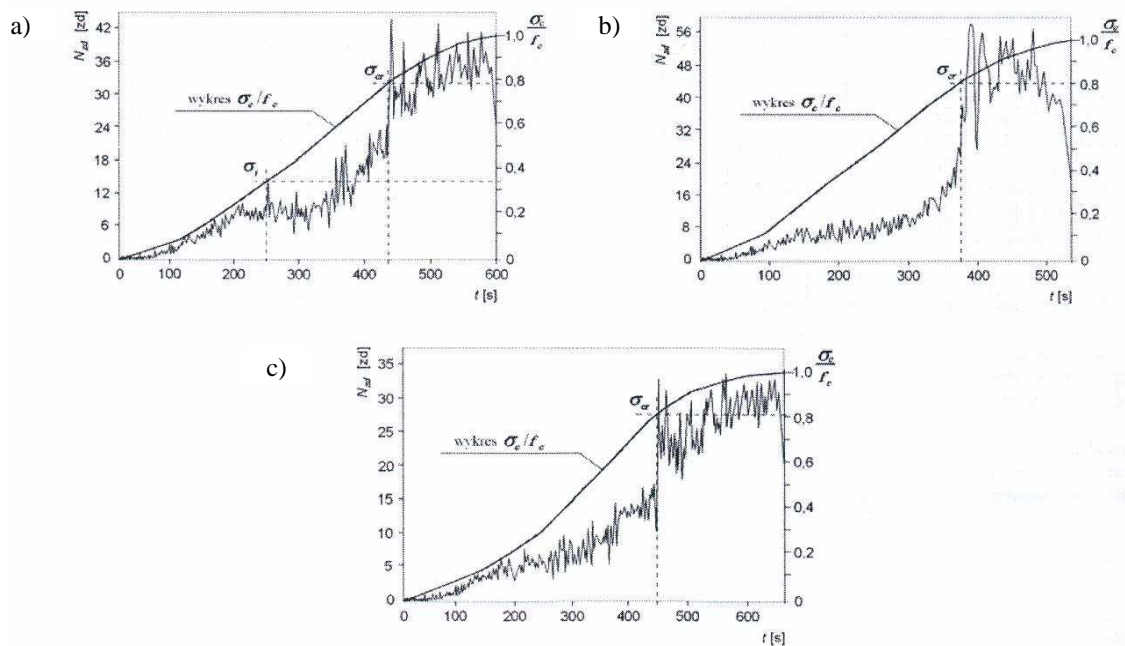


Rys. 3.28 Odkształcenia opóźnione betonu bez włókien i z dodatkiem włókien – źródło [4]



Rys. 3.29 Pełzanie fibrokompozytów cementowych – źródło [4]

Pewnym uzupełnieniem przedstawionych wcześniej wyników badań skurczu i pełzania betonu zbrojonego włóknami są wyniki badań mechanizmu ich degradacji przy wzrastających obciążeniach. Analizę przebiegu odkształceń fibrobetonu z włóknem stalowym prowadził zespół pod kierownictwem T. Błaszczyńskiego [80]. Analizowano emisję akustyczną betonu podczas narastającego naprężenia ściskającego aż do zniszczenia. W badaniach użyto włókien o średnicy 1mm i długości 50mm w ilości 1% oraz 3% w stosunku do masy betonu. Zastosowano mieszankę o zawartości 325 kg/m³ cementu i stosunku w/c=0,5. Na rysunku 3.30 przedstawiono zapis zmian zdarzeń emisji akustycznej.



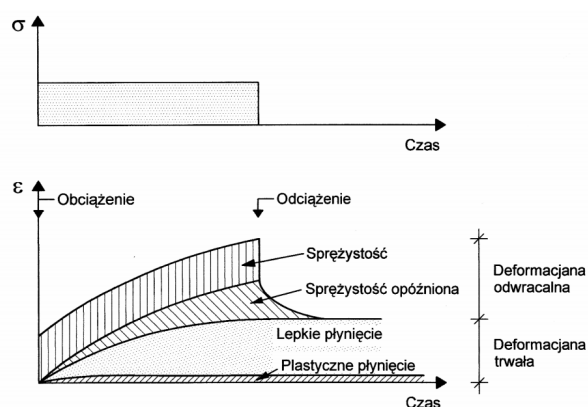
Rys 3.30 Zapis tempa zdarzeń akustycznych betonów poddawanych powolnemu niszczeniu: beton bez włókien (a), betony z włóknami (b) i (c) – źródło [6]

Eksperyment dowiódł, że proces niszczenia betonu bez dodatku włókien ma trójstadialny przebieg, a betonu z włóknami dwustadialny. Oznaczać to może, że przy poziomie naprężeń ok. 35% wartości niszczącej w betonie bez dodatków pojawiają się mikrorysy inicjujące pęknięcie. W betonach z dodatkiem włókien nie stwierdzono naprężeń inicjujących. Dopiero od poziomu obciążenia ok. 80% ich wytrzymałości doraźnej rozpoczął się gwałtowny proces wzrostu zarysowania. Podczas procesu pęknięcia włókna wpływają hamująco na propagację rys.

4. Teorie pełzania betonu

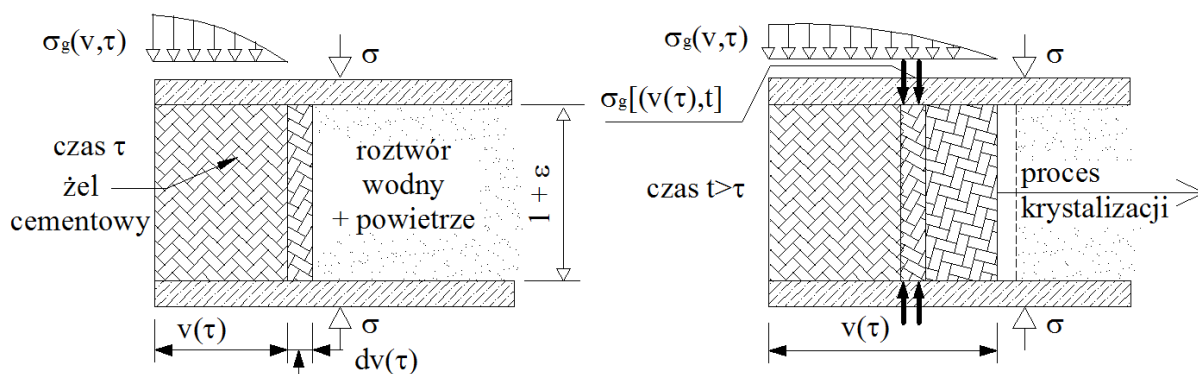
4.1 Uwagi ogólne

Beton poddany działaniu obciążenia odkształca się w sposób sprężysty, plastyczny i lepki. Część odkształceń ma charakter natychmiastowy, część natomiast narasta z czasem, jako deformacje opóźnione. Odkształcenia te mogą mieć zarówno charakter odwracalny jak i trwałe – rys. 4.1.



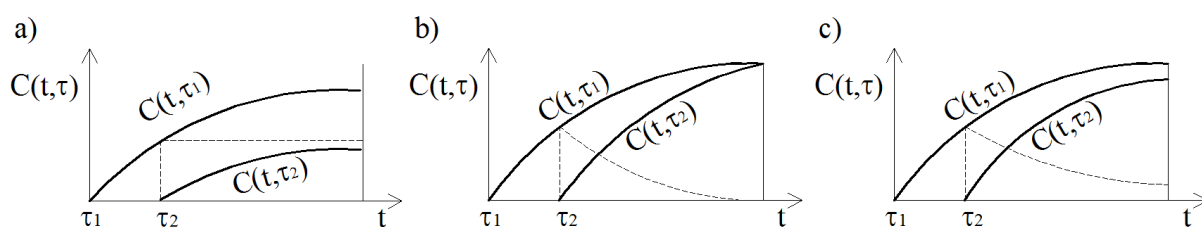
Rys. 4.1 Typowy przebieg zmian odkształceń opóźnionych obrazujący różne typy deformacji przy obciążeniu i odciążeniu – źródło [81]

Deformacje plastyczna i lepka związane są z postępem procesu hydratacji cementu [57], są więc trudne do analitycznego ujęcia, szczególnie w betonie obciążonym w młodym wieku. Proces starzenia obciążonego materiału powoduje, że zmieniają się siły oddziaływania obciążenia na poszczególne fragmenty powstającej struktury żelu cementowego [82], [83], który ulega szybkim przemianom w początkowym okresie twardnienia. Schematycznie proces ten przedstawiono na rysunku 4.2.



Rys. 4.2 Model opisujący zmianę oddziaływań na strukturę twardniejącego betonu
Opracowanie własne na podstawie [82]

Powszechnie znane są trzy teorie pełzania betonu: teoria starzenia, teoria dziedziczności zwana również teorią ciała lepkosprężystego i teoria Arutiuniana (Masłowa-Arutiuniana) zwana również dziedziczną teorią starzenia, albo teorią pełzania ciała sprężystego. Rys historyczny rozwoju wiedzy dotyczącej zjawisk reologicznych w betonie na przestrzeni ostatnich kilkudziesięcioleci przedstawili zwięźle: w literaturze polskiej A. Mitzel [50], oraz Z.P. Bażant [84]. Wg teorii starzenia odkształcenia betonu zależą od wieku betonu w chwili przyłożenia obciążenia – rys 4.3a i dla tego materiału są tym mniejsze im starszy jest element obciążany. Według teorii starzenia krzywa pełzania dla dowolnego wieku betonu τ_2 odpowiada pierwotnej krzywej pełzania τ_1 przesuniętej wzdłuż osi odkształceń opóźnionych. Wg teorii dziedziczności – rys 4.3b – początek obserwacji (przyłożenie obciążenia) nie ma znaczenia dla końcowego wyniku. Funkcja „pamięci materiału” jest funkcją malejącą i przy odpowiednio długim czasie obserwacji obserwowany efekt – odkształcenie opóźnione obciążonego materiału będzie identyczny. Według tej teorii krzywa pełzania dla dowolnego wieku betonu jest taka sama – można ją otrzymać dla dowolnej chwili obciążenia τ_2 przez przesunięcie krzywej pierwotnej wzdłuż osi τ . Taki model może być stosowany jedynie do materiałów o właściwościach niezmiennych w czasie, w przypadku młodego betonu, w którym gwałtownie zachodzą procesy hydratacji, narastania wytrzymałości, migracji wilgoci itp. teoria dziedziczności wydaje się nieodpowiednia. Teoria Masłowa-Arutiuniana – (rys. 4.3c) – zakłada częściową odwracalność odkształcenia. Teoria ta uważana jest za najbardziej ogólną teorię pełzania betonu. Nawiązują do niej współczesne normy projektowania konstrukcji żelbetowych. Teoria ta uwzględnia zjawisko starzenia się materiału jakim jest beton jak i dziedziczność.



Rys. 4.3 Krzywe pełzania wg klasycznych teorii: a) starzenia, b) dziedziczności, c) dziedziczna teoria starzenia Masłowa-Arutiuniana

Pełzanie betonu przy stałym naprężeniu wyraża współczynnik pełzania φ . Współczynnik ten dany jest wzorem:

$$\varphi = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_0}, \quad (4.1)$$

gdzie: ε jest odkształceniem całkowitym, ε_0 jest początkowym odkształceniem sprężystym, a ε_p jest odkształceniem pełzania.

Podstawiając:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E_{(t_0)}}, \quad (4.2)$$

równanie przekształca się do postaci:

$$\varepsilon_p = \varphi \cdot \frac{\sigma_0}{E_{(t_0)}} = \sigma_0 \frac{\varphi}{E_{(t_0)}} = \sigma_0 \cdot C_{(t,t_0)}, \quad (4.3)$$

w którym symbolem C oznaczono tzw. miarę pełzania:

$$C_{(t,t_0)} = \frac{\varphi}{E_{t_0}} \quad (4.4)$$

Miara pełzania określa odkształcenia betonu wywołane jednostkowym naprężeniem $\sigma=1$ i jest wygodna do opisu i porównywania pełzania betonów przy różnych wartościach naprężenia.

Do opisu odkształcenia betonu w czasie t obciążonego jednostkowym naprężeniem σ w czasie t_0 służy funkcja pełzania J :

$$J_{(t,t_0)} = \frac{1}{E_{t_0}} + C_{(t,t_0)} \quad (4.5)$$

Odształcenie całkowite długotrwale obciążonego betonu wyraża zatem równanie:

$$\varepsilon_{(t,t_0)} = \varepsilon_0 + \varepsilon_p = \sigma_0 \cdot \left(\frac{1}{E_0} + C_{(t,t_0)} \right) = \sigma_0 \cdot J_{(t,t_0)}. \quad (4.6)$$

Wzór ten podano w pre-normie Konstrukcji Betonowych fib-Model-Code 2010 [85] w nieco innej postaci:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{ci}(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (4.7)$$

W przypadku obciążeń zmiennych w czasie stosując zasadę superpozycji równanie (4.7) przyjmuje postać:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \varepsilon_{cn}(t) \quad (4.8)$$

Należy zwrócić uwagę, że wzory (4.6) i (4.7) mają ogólny charakter, a ich odniesienie do klasycznych teorii pełzania betonu zawarty jest w opisie współczynnika pełzania φ . Przyjmując $\varphi_{(t,t_0)} = \varphi_0 = const$ wymienione równania opisują proces pełzania materiału zgodnie z teorią dziedziczności. Po założeniu, że $\varphi_{(t,t_0)} = \varphi_t - \varphi_{t_0}$ uzyskamy opis procesu pełzania odpowiadający teorii starzenia. Najbardziej ogólny opis współczynnika pełzania $\varphi = \varphi_{(t,t_0)}$ lub miary pełzania $C = C_{(t,t_0)}$ uwzględnia w opisie procesu pełzania zarówno wiek betonu w chwili jego obciążenia jak i czas oddziaływania obciążenia.

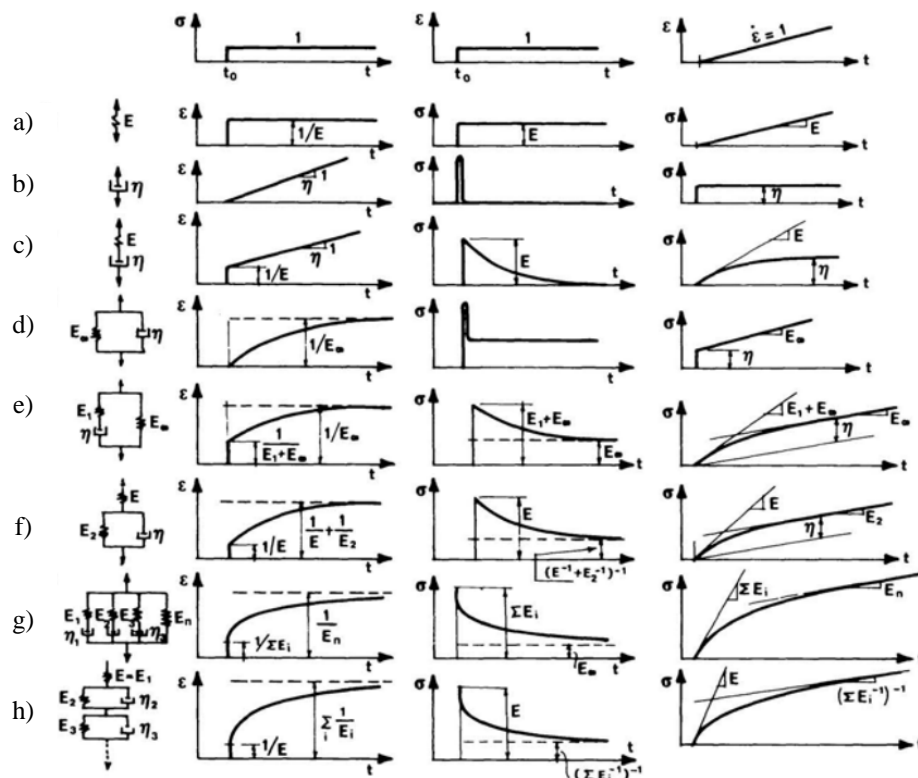
Należy jednak zaznaczyć, że założenie o superpozycji odkształceń jest pewnym uproszczeniem. Zwracają na to uwagę między innymi Neville [44], oraz Bażant i Kim [86],[87]. W rzeczywistości, wobec faktu występowania odkształceń nieodwracalnych, zasada superpozycji może prowadzić do znacznych błędów, szczególnie w konstrukcjach poddanych zmiennym obciążeniom oraz w warunkach możliwej wymiany wilgoci betonu z otoczeniem [44].

4.2 Fenomenologiczne teorie pełzania betonu

Nie wnikając w naturę oraz mechanizm procesów prowadzących do odkształceń opóźnionych obciążonego betonu w literaturze wyodrębnić można dwie metody modelowania tego zjawiska. Pierwsza z nich odwołuje się do schematycznego opisu obserwowanych zjawisk za pomocą modeli mechanicznych odwzorowujących odkształcenia sprężyste, lepkie i plastyczne obciążonego betonu, druga natomiast procesy te opisuje za pomocą wzorów matematycznych określających tzw. funkcję pełzania.

- **Modelowanie mechaniczne**

Na rysunku 4.4 przedstawiono różne modele mechaniczne (kolumna 1) wykorzystywane w opisie procesu pełzania obciążonego materiału. Poszczególnym modelom mechanicznym odpowiadają przedstawione funkcje $\varepsilon = f(t)$ – odkształceń natychmiastowych i opóźnionych obciążonego materiału. (kolumna 2) oraz relaksacji naprężeń $\sigma = f(t)$ (kolumna 3). Do opisu odkształceń obciążonego betonu najczęściej służą modele mechaniczne oznaczone symbolami *c*, *d*, *e*, i *f*.



Rys. 4.4 Typowe modele reologiczne [88]: a) sprężysty, b) lepki, c) Maxwella, d) Kelvina-Voigta K-V, e) ciała stałego typu Maxwella, f) ciała stałego typu Kelvina, g) łańcuch Maxwella, h) łańcuch Kelvina

Odpowiednie równania stanu określające zależności $\sigma - \varepsilon$ obciążonego betonu uwzględniające czas oddziaływań przedstawiają następujące równania:

- model mechaniczny Maxwella (rys. 4.4c)

$$\frac{1}{E} \cdot \dot{\sigma} + \frac{1}{\eta} \cdot \sigma = \dot{\varepsilon}, \quad (4.9)$$

- model mechaniczny Kelvina-Voigta (rys. 4.4d)

$$\sigma = \dot{\varepsilon} \cdot \eta + E \cdot \varepsilon, \quad (4.10)$$

- model mechaniczny Zenera (rys. 4.4e)

$$\dot{\sigma} \cdot \frac{\eta}{E_2} + \sigma = \dot{\varepsilon} \cdot \frac{\eta \cdot (E_1 + E_2)}{E_2} + \varepsilon \cdot E_1, \quad (4.11)$$

- model mechaniczny Kelvina uzupełniony elementem sprężystym (rys. 4.4f)

$$\dot{\sigma} \cdot \frac{\eta}{E_1 + E_2} + \sigma = \dot{\varepsilon} \cdot \frac{\eta \cdot E_2}{E_1 + E_2} + \varepsilon \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}, \quad (4.12)$$

W przypadku bardziej złożonych modeli połączonych z elementami sprężystymi scharakteryzowanymi modułem E , oraz lepkości – scharakteryzowanymi współczynnikiem lepkości η , otrzymamy następujące ogólne wyrażenie opisujące równanie stanu obciążonego materiału:

$$a_0 \cdot \sigma + a_1 \cdot \dot{\sigma} + \dots + a_n \cdot \overset{(n)}{\sigma} = b_0 \cdot \eta + b_1 \cdot \dot{\varepsilon} + \dots + b_n \cdot \overset{(n)}{\varepsilon}, \quad (4.13)$$

Zasadniczą wadą przedstawionych modeli mechanicznych, w odniesieniu do analizy odkształceń opóźnionych twardniejącego betonu jest pominięcie zmienności w czasie jego współczynników materiałowych: $E = f(t)$ i $\eta = f(t)$.

- **Modelowanie procesu pełzania betonu wzorami matematycznymi określającymi tzw. funkcje pełzania**

Jak wspomniano już wcześniej funkcja pełzania określa odkształcenia całkowite betonu obciążonego w czasie t_0 naprężeniem jednostkowym po czasie t jego oddziaływania (wzór 4.5). Prace związane z adaptacją modeli matematycznych do opisu zmieniających się w czasie twardnienia betonu jego właściwości fizycznych podjęli Whitney [89] i Dischinger [90].

Przyjmując za podstawę model mechaniczny Maxwella (wzór 4.9) – dla stałej wartości jednostkowego naprężenia $\sigma = 1$ – po uwzględnieniu znaczenia natychmiastowych odkształceń sprężystych $1/E_{t_1}$ z równania (4.9) wynika:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_{t_1}} + \int_{t_1}^t \frac{1}{\eta(t)} dt. \quad (4.14)$$

Oznaczając przez:

$$\varphi(t) = E_{t_1} \int_{t_1}^t \frac{1}{\eta(t)} dt, \quad (4.15)$$

otrzymamy:

$$J(t, t_1) = \frac{1 + \varphi(t)}{E_{t_1}}, \quad (4.16)$$

gdzie $\varphi(t)$ jest zdefiniowanym wcześniej współczynnikiem pełzania.

Wprowadzając uproszczenie polegające na przyjęciu stałej wartości modułu sprężystości $E(t) = E_0 = \text{const}$, oraz równoległość krzywych pełzania (zgodnie z założeniami teorii starzenia) można równanie 4.14 przekształcić do postaci

$$\frac{d\varepsilon_{t,t_0}}{dt} = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{d\sigma_t}{dt} + \frac{1}{E_0} \cdot \frac{d\varphi_{t,t_0}}{dt} \cdot \sigma_t \quad (4.17)$$

zwanej równaniem Dischingera.

W. Kiernożycki i P. Freidenberg [45] podają funkcję pełzania w postaci:

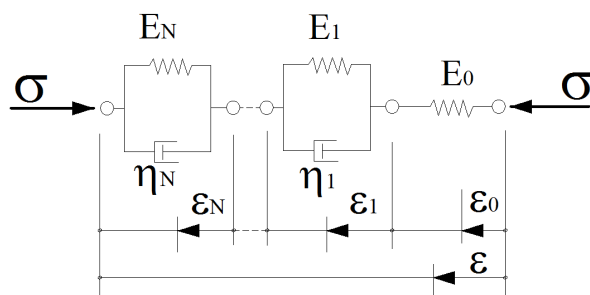
$$J(t, \tau) = \frac{1}{E_\tau} \cdot \left(1 + \varphi(\tau) \cdot (1 - e^{-\gamma(t-\tau)}) \right) \quad (4.18)$$

gdzie za φ podstawiono współczynnik pełzania odniesiony do odkształceń sprężystych w chwili obciążenia, a przez γ współczynnik określający szybkość odkształceń opóźnionych.

Z. P. Bażant [74],[75],[91], [92] modeluje funkcję pełzania za pomocą łańcucha elementów Kelvina-Voigta (KV) – rys. 4.5 – zakładając dyskretyzację właściwości reologicznych poszczególnych elementów struktury betonu. Funkcja pełzania wg[92] przyjmuje postać:

$$J(t, t') = \frac{1}{E_t} + \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_n(t')} \cdot [1 - e^{-(J_n(t) - J_n(t'))}] , \quad (4.19)$$

gdzie $J_n(t) = \eta/E$ – monotonicznie rosnąca w czasie funkcja określająca tzw. czas retardacji poszczególnych elementów KV, a $C_n(t)$ to współczynniki określające ich właściwości sprężyste zależne od stopnia hydratyzywania cementu.



Rys. 4.5 Łańcuch Kelvina-Voigta i odkształcenia poszczególnych jego elementów

Dalsze, bardziej złożone funkcje pełzania twardniejącego betonu wynikające z kalibracji wielu danych doświadczalnych znaleźć można w pracach [93], [94],[95],[96].

W roku 2000 Z. P. Bażant i S. Baweja przedstawili pracę „*Creep and shrinkage prediction. Model for analysis and design of concrete structures: Model B3*” [93] w której zawarli założenia opracowanego nowego modelu pełzania betonu, będącego alternatywą dla opracowanej i wdrożonej do powszechnego stosowania na początku lat 90 XX wieku normy ACI 209R-92 [97], [98]. Autorzy pracy we wstępie zwracają uwagę, że obliczenia wykonane przy użyciu ich procedur prowadzą do mniejszych błędów i lepiej dopasowują wyniki teoretyczne do rzeczywistych danych niż model CEB (1990) oraz wspomniany ACI 209. Kalibracja modelu została wykonana na podstawie komputerowej bazy wielu wyników badań zebranych w laboratoriach na całym świecie.

Parametry graniczne w modelu to: beton wykonany przy użyciu cementu portlandzkiego w ilości $c=160 - 720 \text{ kg/m}^3$, stosunek $w/c=0,35 \div 0,85$, zawartość kruszywa w stosunku do masy cementy w zakresie $a/c=2,5 \div 13,5$, wytrzymałość średnia na ściskanie po 28 dniach w zakresie $17 \div 70 \text{ MPa}$ i maksymalna wartość naprężeń ściskających do 45% wytrzymałości doraźnej.

Równania prowadzące do opisu odkształceń pełzania przedstawiają się następująco:

$$J(t, t') = q_1 + C_0(t, t') + C_d(t, t', t_0) \quad (4.20)$$

gdzie: J jest funkcją pełzania przy obciążeniu jednostkowym, q_1 natychmiastowym odkształceniem jednostkowym, C_0 jest funkcją pełzania podstawowego, C_d funkcją pełzania przy wysychaniu, t jest wiekiem betonu, a t' wiekiem w chwili przyłożenia obciążenia. Wartość funkcji $C_0(t, t')$ we wzorze 4.20 określa zależność:

$$C_0(t, t') = q_2 Q(t, t') + q_3 \ln[1 + (t - t')^n] + q_4 \ln\left(\frac{t}{t'}\right) \quad (4.21)$$

Stałe q_2 , q_3 i q_4 opisują starzenie lepkosprężyste, zmiany lepkosprężyste niezależne od wieku materiału i nieodwracalne płynięcie ośrodka. Funkcja $Q(t, t')$ dana jest zależnością (4.22), a parametry m i n przyjmują odpowiednio wartości: $m=0,5$ i $n=0,1$.

$$Q(t, t') = Q_f(t') \left[1 + \left(\frac{Q_f(t')}{Z(t, t')} \right)^{r(t')} \right]^{-1/r(t')} \quad (4.22)$$

We wzorze przez $r(t')$, $Z(t, t')$ oraz $Q_f(t')$ oznaczono odpowiednio:

$$r(t') = 1,7(t')^{0,12} + 8 \quad (4.23)$$

$$Z(t, t') = (t')^{-m} \ln[1 + (t - t')^n] \quad (4.24)$$

$$Q_f(t') = [0,086(t')^{2/9} + 1,21(t')^{4/9}]^1 \quad (4.25)$$

Funkcje pełzania przy wysychaniu zdefiniowano przy użyciu poniższych wyrażeń, w których h jest wilgotnością względną otoczenia.

$$C_d(t, t', t_0) = q_5 [\exp\{-8H(t)\} - \exp\{-8H(t_0)\}]^{1/2}, t_0 = \max(t', t_0) \quad (4.26)$$

$$H(t) = 1 - (1 - h) \cdot S(t) \quad (4.27)$$

$$S(t) = \tanh \sqrt{\frac{t - t_0}{\tau_{sh}}} \quad (4.28)$$

$$\tau_{sh} = k_t (k_s D)^2 \quad (4.29)$$

Współczynnik k_s zależy od kształtu ciała próbnego i przyjmuje wartości od 1,0 do 1,55. Wartość współczynnika k_t wyznacza się z zależności: $k_t = 8,5t_0^{-0,08} fc^{-1/4}$. Pełzanie przy wysychaniu definiowane przez stałą q_5 wyznacza się w zależności od odkształceń skurczu na podstawie wzoru:

$$q_5 = 7,57 \cdot 10^5 \cdot fc^{-1} \cdot (\varepsilon_{sh\infty})^{-0,6} \quad (4.30)$$

$$\varepsilon_{sh\infty} = \varepsilon_{s\infty} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 [1,9 \times 10^{-2} w^{2,1} \bar{fc}^{-0,28} + 270] [10^{-6}] \quad (4.31)$$

Współczynnik α_1 zależy od rodzaju cementu i przyjmuje wartości od 0,85 do 1,10; α_2 zależy od parametrów otoczenia dojrzewającego elementu i zmienia się od 0,75 dla dojrzewania w parze, 1,0 dla dojrzewania w wodzie i 1,20 dla typowych warunków dojrzewania na wolnym powietrzu. fc jest wytrzymałością średnią betonu w wieku 28 dni, a w - ilością wody $1m^3$ mieszanki betonowej. Pozostałe stałe wyznacza się z równań:

$$q_1 = 0,6 \times 10^6 / E_{28} \quad (4.32)$$

$$E_{28} = 4734 \sqrt{\bar{fc}} \quad (4.33)$$

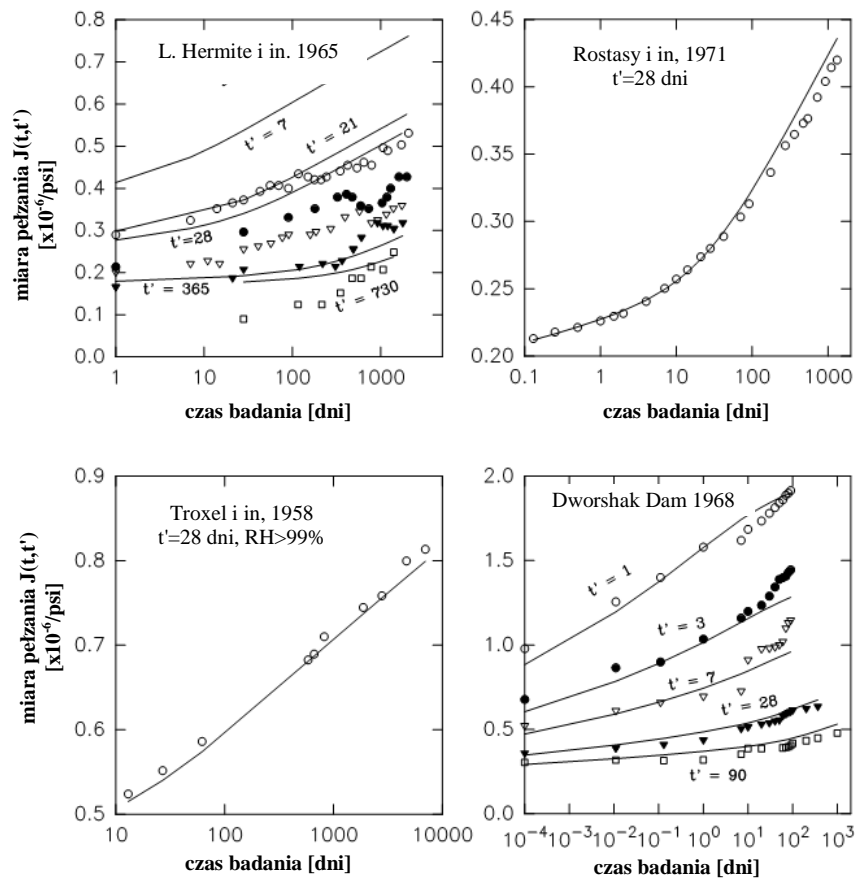
$$q_2 = 185,4 \cdot c^{0,5} \cdot \bar{fc}^{-0,9} \quad (4.34)$$

$$q_3 = 0,29 \cdot (w/c)^4 q_2 \quad (4.35)$$

$$q_4 = 20,3 \cdot (a/c)^{-0,7} \quad (4.36)$$

Autorzy przedstawiając w pracy [93] analizę statystyczną błędów dopasowania własnego modelu do wielu danych doświadczalnych dowodzą, że w większości przypadków model B3 daje najlepsze rezultaty. Przykładowe wykresy przedstawiające

dane doświadczalne uzyskane z pomiarów betonów obciążanych w różnym wieku wraz z odwzorowaniem za pomocą modelu B3 pokazano na rysunku 4.6.



Rys. 4.6 Porównanie różnych wyników badań pełzania betonów z modelem B3 [93]

M. Nilsson w swoje pracy [96] posługuje się liniowo-logarytmicznym modelem pełzania (*Linear-Logarithmic Model LLM*) zaproponowanym przez Larsona i Jonassona w 2003 roku i później rozwijanym [94], [95]. Model ten zawiera zarówno opis zmienności modułu sprężystości twardniejącego betonu (wzór 4.37) jak i funkcji jego pełzania (wzór 4.38).

$$E(t_0) = \frac{1}{J(\Delta t_0, t_0)} \quad (4.37)$$

$$J(\Delta t_{load}, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \Delta J(\Delta t_{load}, t_0) \quad (4.38)$$

w których: $J(\Delta t_0, t_0)$ jest jednostkowym odkształceniem przy założeniu długości trwania obciążenia $\Delta t_0 = 0,001$ dnia (Westmann 1999 [99]). Można zatem przyjąć, że $E(t_0)$ jest stycznym modulem sprężystości betonu wyznaczanym w chwili przyłożenia pierwszego obciążenia. Δt_{load} jest czasem trwania obciążenia.

$$E(t_0) = E_{28} \cdot \beta_E(t_0) \quad (4.39)$$

$$\beta_E(t_0) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < t_s \\ b_1 \cdot \log(t_0 / t_s) & \text{dla } t_s < t_0 < t_B \\ b_1 \cdot \log(t_0 / t_s) + b_2 \cdot \log(t_0 / t_B) & \text{dla } t_B < t_0 < 28 \text{ dni} \\ 1 & \text{dla } t_0 \geq 28 \text{ dni} \end{cases} \quad (4.40)$$

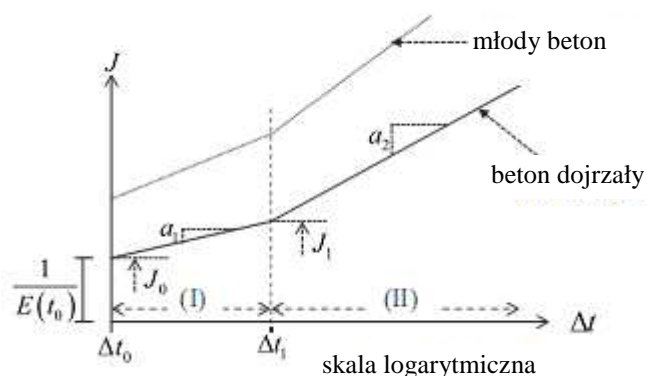
gdzie t_s jest czasem wiązania, t_B , b_1 i b_2 są parametrami ustalonymi doświadczalnie.

$$\Delta J(\Delta t_{load}, t_0) = \begin{cases} a_1(t_0) \cdot \log\left(\frac{\Delta t_{load}}{\Delta t_0}\right) & \text{dla } \Delta t_0 \leq \Delta t_{load} < \Delta t_1 \\ a_1(t_0) \cdot \log\left(\frac{\Delta t_1}{t_0}\right) + a_2(t_0) \cdot \log\left(\frac{\Delta t_{load}}{\Delta t_1}\right) & \text{dla } \Delta t_{load} \geq \Delta t_1 \end{cases} \quad (4.41)$$

W podanej postaci zmiennej części funkcji pełzania ΔJ parametry a_1 , a_2 , Δt_1 ustala się doświadczalnie metodą regresji. Stałe a_1 i a_2 wylicza się na podstawie wzoru:

$$a_i(t_0) = a_i^{\min} + (a_i^{\max} - a_i^{\min}) \exp\left(-\left(\frac{t_0 - t_s}{t_{ai}}\right)^{n_{ai}}\right) \quad \text{dla } n = \{1, 2\} \quad (4.42)$$

Schemat zaproponowanego modelu przedstawił Fjellström w pracy [100] – rys. 4.7.



Rys. 4.7 Model pełzania betonu obciążonego w różnym wieku – według [94]. Linia górna – beton młody, linia dolna – beton dojrzały. Strefa I – szybkie pełzanie, strefa II – pełzanie w długim okresie czasu

4.3 Strukturalne teorie pełzania betonu

Strukturalne teorie pełzania betonu wiążą obserwowane następstwa długotrwałego obciążenia z opisem przemian jego struktury w wyniku procesu hydratacji cementu. Do tej grupy teorii włączyć można również opisy pełzania materiału wywodzące się z „modeli mechanicznych”, zakładające również stochastyczny charakter ich właściwości fizycznych.

Z. Bażant [91] funkcje pełzania betonu wiąże z postępowaniem przemiany cementu:

$$J_{tot}(t, t_0) = \frac{1}{E_g v(t_0)} + \frac{F_g(t - t_0)}{v_{t_0} \cdot l^2(t_0)}, \quad (4.43)$$

gdzie E_g – moduł sprężystości żelu, $v(t_0)$ – objętość żelu w ilości objętości betonu w chwili obciążenia, $l(t_0)$ – średnia odległość przemieszczenia elementów struktury gelu cementowego pod wpływem obciążenia betonu, $F_g(t-t_0)$ – funkcja określająca postępowanie procesu pełzania żelu.

Ze wzoru (4.43) wynika wartość współczynnika pełzania:

$$\varphi_{\infty, t_0} = \frac{E_g}{l^2(t_0)}, \quad (4.44)$$

Z. Bażant przyjmując zależność:

$$l(t_0) \sim v_{t_0}^{1/3} \sim \alpha^{1/3}, \quad (4.45)$$

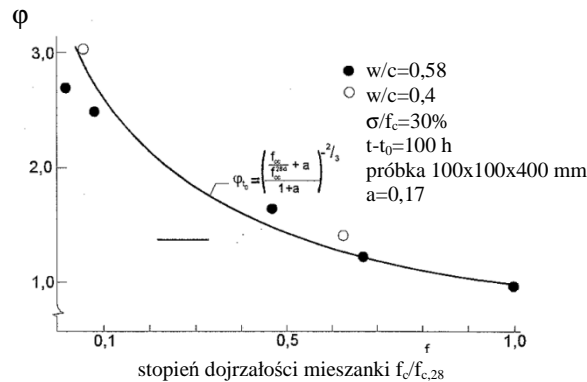
współczynnik pełzania wyraża równaniem:

$$\varphi_{t_0} = \left(\frac{\alpha}{\alpha^{28d}} \right)^{-2/3} \cdot \varphi_{t_{28}}, \quad (4.46)$$

lub też uwzględniając zależność, że $f_c = f(\alpha)$ równaniem:

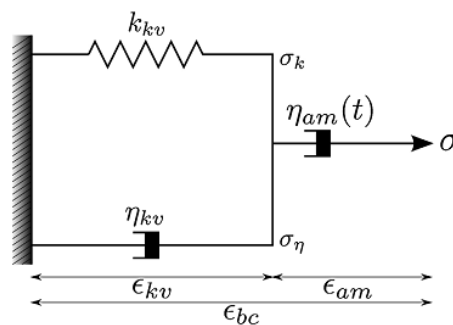
$$\frac{\varphi_{t_0}}{\varphi_{t_{28}}} = \left(\frac{\frac{f_c}{f_c^{28}} + a}{1 + a} \right)^{-2/3}. \quad (4.47)$$

Równanie (4.47) określa względną wartość współczynnika pełzania betonu w zależności od jego wytrzymałości na ściskanie w chwili obciążenia. W powyższych równaniach przez α^{28d} oznaczono stopień hydratacji cementu po 28 dniach twardnienia betonu, a przez f_c^{28} jego wytrzymałość miarodajną.



Rys. 4.8 Wartość względnego współczynnika pełzania w zależności od stopnia dojrzałości mieszanki

Briffaut i inni [73] po uzupełnieniu klasycznego modelu Kelvina-Voigta (elementy sprężyste i lepkie) elementem opisującym odkształcenia plastyczne, przypisują im określone właściwości fizyczne, zależne od stopnia hydratacji cementu. Naprężenia w zaczynie cementowym powodują utratę równowagi termodynamicznej wody zaadsorbowanej na powierzchni hydratów i jej migrację do wolnych przestrzeni, co powoduje deformację szkieletu. To zjawisko jest zależne od stopnia hydratacji cementu. Autorzy [73] modelują je łańcuchem KV. Poślizg fazy C-S-H jest zjawiskiem nieodwracalnym i modelowany jest za pomocą pojedynczego tłoka. Jednowymiarowy model przedstawiono na rysunku 4.9.



Rys. 4.9 Jednowymiarowy model pełzania wg Briffaut'a [73]

Właściwości mechaniczne poszczególnych elementów modelu opisane zostały wzorami (4.48 – 4.51):

$$k_{kv}(\xi) = k_{kv}^{\infty} \frac{0,473}{2,081 - 1,608 \cdot \bar{\xi}} \bar{\xi}^{0,62}, \quad (4.48)$$

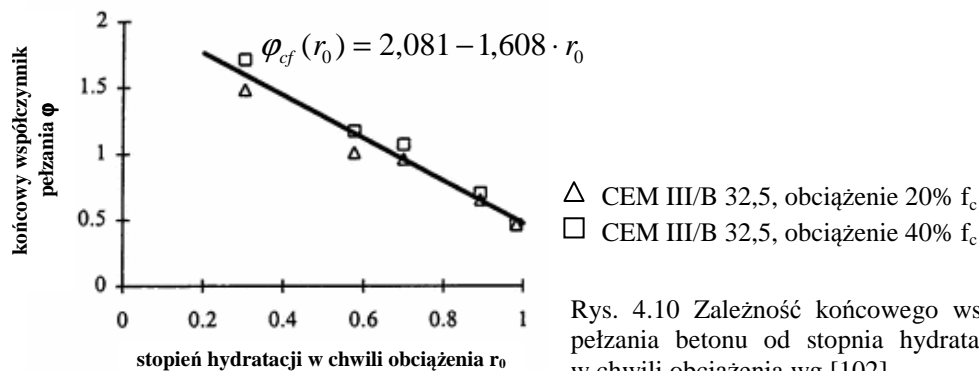
$$\eta_{kv}(\xi) = k_{kv}(\xi) \tau, \quad (4.49)$$

$$\bar{\xi} = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\infty} - \xi_0}, \quad (4.50)$$

gdzie k_{kv}^{∞} jest końcową sztywnością elementu sprężystego, τ jest stałą, ξ_{∞} jest maksymalnym stopniem hydratacji cementu, a ξ_0 określa stopień postępu procesu hydratacji spoiwa w chwili przejścia z fazy ciekłej do stałej. Wartość parametru ξ_0 mieści się w granicach 0,1 – 0,20 [101]. Przyjmując, że ξ dąży do $\xi_{\infty} \approx 1,0$, to wartość wyrażenia (4.50) dąży do jedności. Wówczas wzór 4.48 przyjmuje postać:

$$k_{kv}(\xi) = k_{kv}^{\infty} \frac{0,473}{2,081 - 1,608 \cdot 1} 1^{0,62} = k_{kv}^{\infty} \quad (4.51)$$

Wartości liczbowe przyjmowane we wzorze 4.48 wyznaczył G. De Schutter [102] na podstawie własnych badań (beton o stosunku w/c=0,5 i zawartości cementu 300 kg/m³) uzależniając końcowy współczynnik pełzania od stopnia hydratacji – rys. 4.10.



Odształcenie $\eta_{am}(t)$, reprezentujące poślizg pomiędzy cząstkami żelu, jest zależne od czasu i opisane za pomocą wzoru (4.52), w którym współczynnik k_{am} jest związany z tworzeniem się fazy C-S-H i wyznaczany zgodnie z danymi podanymi w pracy [74].

$$\eta_{am}(t) = k_{am} \cdot t \quad (4.52)$$

Parametry wchodzące w skład równania wyznacza się doświadczalnie. Przykład wyznaczenia funkcji pełzania w oparciu o przedstawioną teorię, wraz z dopasowaniem do konkretnych danych pomiarowych znaleźć można w pracy [75].

Przykład analizy odształceń opóźnionych betonu z wykorzystaniem uogólnionego modelu Kelvina-Voigta znaleźć można w publikacji R. Pfefferle [103]. R. Pfefferle w modelu mechanicznym K-V zakłada nieliniowość elementu lepkiego, przyjmując jednocześnie, że strukturę twardniejącego betonu charakteryzuje szerokie spektrum poszczególnych elementów K-V o różnych właściwościach mechanicznych. Modelując strukturę betonu łańcuchem elementów Kelvina-Voigta nawiązuje do klasycznej teorii M. Trosta z 1966 r. Wartości odształceń opóźnionych określa równaniem (4.53).

$$\varepsilon_k(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_0}{E_{ki}} \left(1 - e^{-\frac{E_{ki}}{\eta_i} t} \right), \quad (4.53)$$

Równanie (4.53), przy założeniu nieskończonej liczby elementów łańcucha autor publikacji [103] przedstawia w postaci równania całkowego:

$$\varepsilon_k(t) = \int_0^{\infty} \frac{\sigma_0}{E_k \left(\frac{E_k}{\eta} \right)} \left(1 - e^{-\frac{E_{ki}}{\eta} t} \right) d \left(\frac{E_k}{\eta} \right), \quad (4.54)$$

Ostatecznie wartość odształceń opóźnionych $\varepsilon_k(t)$ przedstawia w postaci:

$$\varepsilon_k(t) = \int_0^{\infty} f(s) \cdot e^{-ts} ds. \quad (4.55)$$

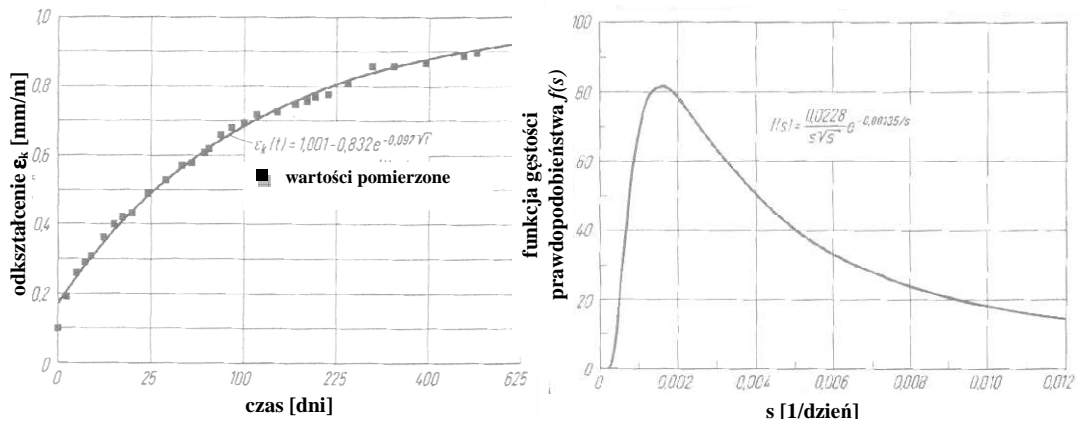
Z równania (4.55) wynika, że $\varepsilon_k(t)$ wyraża transformacja Laplace'a funkcji $f(s)$. Funkcja $f(s)$ wyraża prawdopodobieństwo wartości $s = E_k/\eta$ charakteryzujące poszczególne elementy łańcucha K-V, mieszczące się w granicach od 0 do ∞ .

Dla przyjętego nieliniowego modelu lepkiego K-V – ($\varepsilon_k \sim \sqrt{t}$), R. Pfefferle wyznacza:

$$f(s) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_0}{\eta^*} \frac{1}{s\sqrt{s}} e^{-\frac{E_k^2}{4\eta^{*2}} \frac{1}{s}}. \quad (4.56)$$

W równaniu (4.56) przez η^* oznaczono nieliniową lepkość elementu K-V.

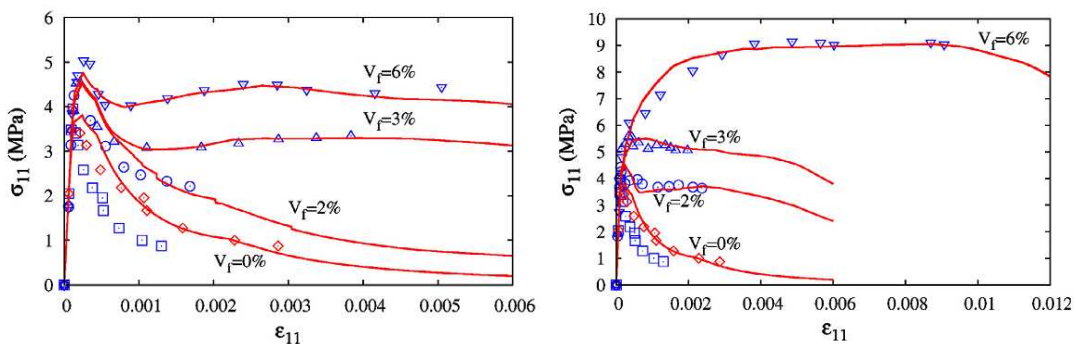
Wartości funkcji $f(s)$ R. Pfefferle wyznacza na podstawie badań laboratoryjnych odkształceń opóźnionych twardniejącego betonu – rys. 4.11.



Rys. 4.11 Pomierzone i teoretyczne wartości odkształceń pełzania (a), funkcja gęstości prawdopodobieństwa wyznaczona dla badanego materiału (b) [103]

4.4 Analityczny model pęczania fibrobetonu

W literaturze niezwykle rzadko spotyka się publikacje dotyczące modelowania pęczania fibrobetonów, a jeszcze rzadziej modelowania pęczania przy rozciąganiu. Większość formułowanych wniosków dotyczących odkształceń opóźnionych fibrobetonu ma charakter porównawczy z betonem zwykłym. W 2013 r. C. Caner, Z.P. Bażant i R. Wendner zaproponowali do opisu odkształceń fibrobetonu model M7f [104], będący adaptacją wcześniej przedstawionego modelu M7 [105], [106], [107]. Autorzy skalibrowali model dla różnych typów włókien i różnej ich zawartości w betonie uzyskując zadowalającą zgodność danych doświadczalnych z modelem zarówno przy ściskaniu jak i rozciąganiu w jednoosiowym i wieloosiowym stanie naprężenia. Wykresy σ - ε betonów zbrojonych włóknem PVA i stalowym typu Dramix pokazano na rys 4.12.



Rys. 4.12 Przebieg funkcji σ - ε fibrobetonów: zbrojonych włóknem PVA (a), zbrojonych włóknem stalowym typu Dramix (b) - źródło [104]

Jedną z metod szacowania wpływu włókien na zmianę właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych jest metoda zaproponowana przez Zhang'a [108], polegająca na określeniu mnożnika ϕ , który ujmuje wpływ włókien na odkształcenia betonu. Bazuje ona na myślowym przekształceniu materiału z losowym rozkładem włókien na układ regularny, a następnie na wydzieleniu elementu obliczeniowego składającego się z betonowego cylindra z włóknem i dwiema strefami wolnymi. Dla tak wyodrębnionego elementu obliczeniowego wyznaczane są parametry równań opisujących odkształcenia pęczania. Analizując wpływ włókien na pęczanie betonu autor publikacji [108] brał pod uwagę: moduł sprężystości włókien i matrycy, proporcje włókien (długość i średnicę) zdefiniowane modułem powierzchniowym γ ,

oraz zawartość objętościową włókien w kompozycie. Obliczenia prowadzono z uwzględnieniem rozkładu przestrzennego włókien typu 1D, 2D i 3D. W obliczeniach wprowadzono tzw. długość efektywną włókna zależną od układu włókien w przestrzeni matrycy.

$$L_{fe} = k \cdot l_f, \quad (4.57)$$

gdzie

$$k = \begin{cases} 1 \rightarrow 1D \\ 2/\pi \rightarrow 2D \\ 1/2 \rightarrow 3D \end{cases} \quad (4.58)$$

Zdefiniowano promień oddziaływania włókna, który w sensie fizycznym podobny jest do przedstawionej w rozdziale 2.2 odległości opisującej rozstaw włókien s . Wartość promienia oddziaływania włókien R wyznacza się z przekształcenia wzoru:

$$R^2 \left(1 + \frac{2R}{k \cdot l_f} \right) = \frac{r_f^2}{k \cdot V_f}, \quad (4.59)$$

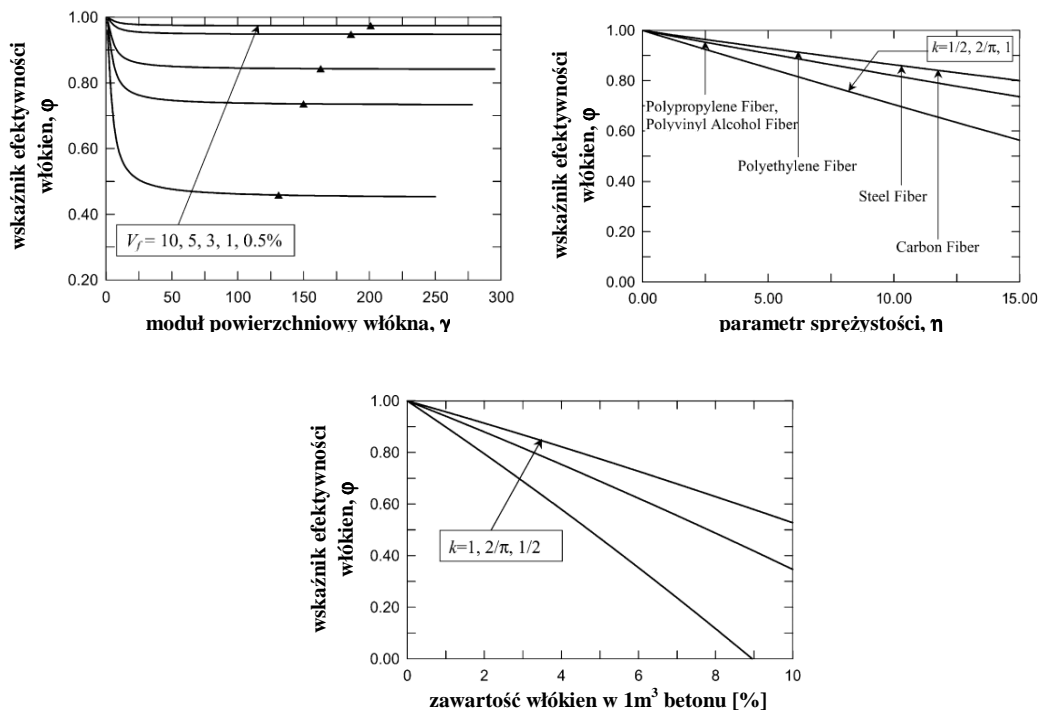
gdzie R jest wartością promienia oddziaływania włókna, k jest współczynnikiem zależnym od rozkładu włókien w matrycy, l_f jest długością pojedynczego włókna, V_f jest objętościową zawartością włókien w kompozycie, a r_f średnicą pojedynczego włókna. Wyznaczona w ten sposób wartość R przy pewnych uproszczeniach zgodna jest z wartościami zaproponowanymi przez Romualdiego i Mandela w pracy [109]. Przyjmując, że włókno ogranicza swobodę odkształceń matrycy, określono jego wpływ na jej odkształcenia:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cm} - \frac{1}{L_{fe} + 2R} \int_0^{L_{fe}} \frac{\sigma_{ma}}{E_m} dx, \quad (4.61)$$

gdzie ε_c jest odkształceniem matrycy z włóknem, ε_{cm} jest odkształceniem matrycy bez włókien, σ_{ma} zdefiniowano jako naprężenia w strefie skotwienia włókno-matryca, E_m jest modułem sprężystości matrycy betonowej. Zmianom objętości betonu w wyniku przyłożonego naprężenia ściskającego towarzyszy powstanie naprężeń ściskających we włóknach i tym samym naprężeń rozciągających w matrycy w strefie kontaktowej. Przedstawione w pracy [108] analizy prowadzą ostatecznie do wzoru określającego odkształcenia fibrobetonu w postaci:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cm} \cdot \varphi, \quad (4.61)$$

w którym współczynnik φ określa wpływ włókien na odkształcalność materiału kompozytowego. Według Zhanga współczynnik ten przyjmuje wartości $\varphi \leq 1$ i wobec tego wpływ włókien, niezależnie od ich rodzaju, w każdym przypadku zmniejsza, bądź praktycznie nie wpływa na odkształcenia pełzania fibrobetonu w porównaniu do betonu bez włókien. Wpływ modułu sprężystości włókien, ich modułu powierzchniowego, oraz zawartości w kompozycie na wartość współczynnika φ pokazano na poniższych rysunkach.



Rys. 4.13 Wpływ poszczególnych czynników na odkształcenia pełzania fibrobetonów według analizy Zhang'a [108]: a) moduł powierzchniowy i zawartość objętościowa w kompozycie, b) moduł sprężystości włókien (rodzaj włókien), c) zawartość objętościowa i układ przestrzenny (orientacja) włókien

Należy zwrócić uwagę, że dla włókien z tworzyw sztucznych takich jak polipropylen, czy polietylen, które mają niski moduł sprężystości, wartość φ zmienia się nieznacznie. Parametr φ jest wrażliwy na zawartość objętościową włókien w matrycy i tak dla układu 1D i zawartości fibry na poziomie 9% wartość odkształceń pełzania według przedstawionej analizy spada do zera $\varphi=0$. Podobny wpływ na wartość parametru φ wywiera moduł powierzchniowy włókien γ , który zdefiniowany jest wzorem:

$$\gamma = \frac{k \cdot l_f}{2r_f}, \quad (4.62)$$

Dla niskich wartości tego parametru $\gamma < 50$ obserwuje się gwałtowne obniżenie wartości ϕ , jednak przy zawartości włókien poniżej 3% zmiany są niewielkie. Przedstawione w artykule współczynniki ujmujące wpływ włókien na pełzanie wyznaczono stosując znaczne ich zawartości w objętości mieszanki, które z uwagi na jej urabialność nie są powszechnie stosowane. Ilość mikrowłókien z tworzyw sztucznych na poziomie około 0,5% objętości mieszanki (tj. ok. 5 kg/m³) jest wartością graniczną w powszechnie stosowanych betonach, a najczęściej oscyluje w granicach od 0,5 do 2,0 kg/m³. Podobnie zawartość włókien stalowych nie przekracza w betonie konstrukcyjnym zawartości 2% co odpowiada ok. 150 kg/m³, a najczęściej są niższe od wartości 50 kg/m³.

5. Znaczenie oceny wpływu odkształceń reologicznych betonu w projektowaniu konstrukcji

Odształcenia reologiczne betonowych elementów konstrukcyjnych są zjawiskiem powszechnie występującym. W różnych konstrukcjach wywołują jednak następstwa o różnym znaczeniu, które mogą być istotne z punktu widzenia nośności, trwałości, czy też spełnienia podstawowych warunków użytkowania. Przykład podziału konstrukcji z uwagi na stopień wrażliwości na zmiany wywołane pełzaniem przedstawili Z.P. Bażant i S. Baweja w pracy [93]. Wyszczególnili oni 5 poziomów wrażliwości:

Poziom 1 – typowe zbrojone belki, ramy i płyty o rozpiętości poniżej 20 m i wysokości mniejszej niż 30 m, fundamenty zwykłe i niemasywne ściany oporowe;

Poziom 2 – sprężone belki i płyty o rozpiętości powyżej 20 m, ramowe budynki o wysokości do 100 m;

Poziom 3 – średniej rozpiętości dźwigary skrzynkowe, wantowe lub łukowe mosty o rozpiętości do 80 m, silosy, zbiorniki, nawierzchnie;

Poziom 4 – dźwigary skrzynkowe o dużej rozpiętości, duże mosty podwieszane i łukowe, mosty składane z elementów sekcji, łukowe i filarowe zapory masywne, chłodnie kominowe, duże przekrycia powłokowe, bardzo wysokie budynki;

Poziom 5 – zwykłe i łukowe smukłe mosty bardzo dużych rozpiętości, zbiorniki i obudowy reaktorów, monumentalne konstrukcje nabrzeży, duże chłodnie kominowe, przekrycia powłokowe o dużej rozpiętości;

W przypadku konstrukcji grupy 1 analiza pełzania i skurczu najczęściej jest zbyteczna, ale w niektórych przypadkach istnieją wskazania do najprostszego oszacowania odkształceń reologicznych przede wszystkim skurczu.

Konstrukcje poziomu 2 wymagają prostej analizy uwzględniającej tzw. efektywny moduł sprężystości – zakładającą większą odkształcalność betonu obciążonego niż to wynikałoby z prawa Hooke'a.

Konstrukcje zaliczane do grupy 3 i 4 wymagają do poprawnej analizy informacji związanych ze starzeniem materiału w trakcie twardnienia cementu.

Najbardziej wymagające pod względem analitycznym są konstrukcje grupy 5

i częściowo również 4, które wymagają uwzględniania poza procesami starzenia również zjawisk przepływu ciepła i wilgoci w elemencie betonowym. Dokładna analiza obliczeniowa tego typu obiektów wykonywana jest obecnie z wykorzystaniem iteracyjnych algorytmów komputerowych [93].

Uściślenie opisu właściwości reologicznych młodego betonu jest niezwykle ważne w konstrukcjach o dużej objętości betonu, które z uwagi na ograniczenia zewnętrznie pozbawione są swobody odkształceń. Z uwagi na duże wymiary przekroju poprzecznego występują w nich znaczące zmiany temperatury w okresie twardnienia betonu, oraz różnice temperatury w poszczególnych przekrojach związane z nagrzewaniem i studzeniem. Stąd też wiele opracowań badawczych dotyczących modelowania pęczania młodego betonu ma na celu uściślenie analiz jego wyężenia w wyniku oddziaływań pośrednich - następstw skurczu oraz zmian temperatury wnętrza konstrukcji.

6. Teza cel i zakres pracy

Procesowi przemiany cementu twardniejącego betonu towarzyszą zmiany wytrzymałości, modułu Younga i skurczu, a w elementach masywnych również zmiany temperatury, które generują znaczne naprężenia w materiale. Opis zjawisk reologicznych zachodzących w młodym betonie pozwala na uściślenie następstw jego wczesnego obciążenia. Stosowane współcześnie dodatki włókniste zmieniają parametry wytrzymałościowe i odkształcalnościowe betonów, uzasadniając tym samym potrzebę uściślenia opisu właściwości reologicznych fibrobetonów.

Przeprowadzone studium literatury dotyczące właściwości i opisu właściwości reologicznych młodego betonu pozwalają na sformułowanie następującej tezy pracy doktorskiej:

Fibrobetony charakteryzują inne właściwości fizyczne w porównaniu z betonami zwykłymi. Dotyczy to również ich właściwości reologicznych – pełzania. Opis odkształceń opóźnionych fibrobetonu obciążonego w młodym wieku wymaga uściślenia w odniesieniu do ustaleń normowych, które dotyczą przede wszystkim betonu zwykłego.

Szczególnie duże różnice widoczne są przy określaniu odkształceń pełzania betonu obciążonego znacznie powyżej granicy odkształceń liniowych. W normach nie ujęto również w sposób szczególny pełzania betonu przy rozciąganiu. Przeprowadzone badania wstępne wskazują na znacznie większe odkształcenia młodego betonu rozciąganego niż wynikałoby to z ustaleń normowych. Początkowe, tak zwane szybkie pełzanie wymaga dodatkowego opisu biorąc pod uwagę znak naprężenia, wiek betonu w chwili obciążenia, poziom wyężenia i obecność zbrojenia rozproszonego.

Celem pracy jest doświadczalne wyznaczenie odkształceń pełzania fibrobetonu obciążonego w młodym wieku, przy zmiennym poziomie wyężenia zarówno przy ściskaniu jak i rozciąganiu. Wyniki badań pozwolą na ustalenie funkcji pełzania fibrobetonu obciążonego we wczesnych okresach przemiany cementu.

7. Program i metodyka prowadzenia badań

7.1 Składy betonów stosowanych w badaniach

W testach laboratoryjnych stosowano dwie mieszanki betonowe: beton zwykły bez dodatków (oznaczenie BZ), oraz mieszanka modyfikowana włóknami stalowymi i polipropylenowymi (oznaczenie FB).. Składy betonów wykonanych z tych mieszanek, odpowiadające klasie wytrzymałości C25/30, podano w tablicy 7.1.

Tablica 7.1 Składy betonów użytych w badaniach

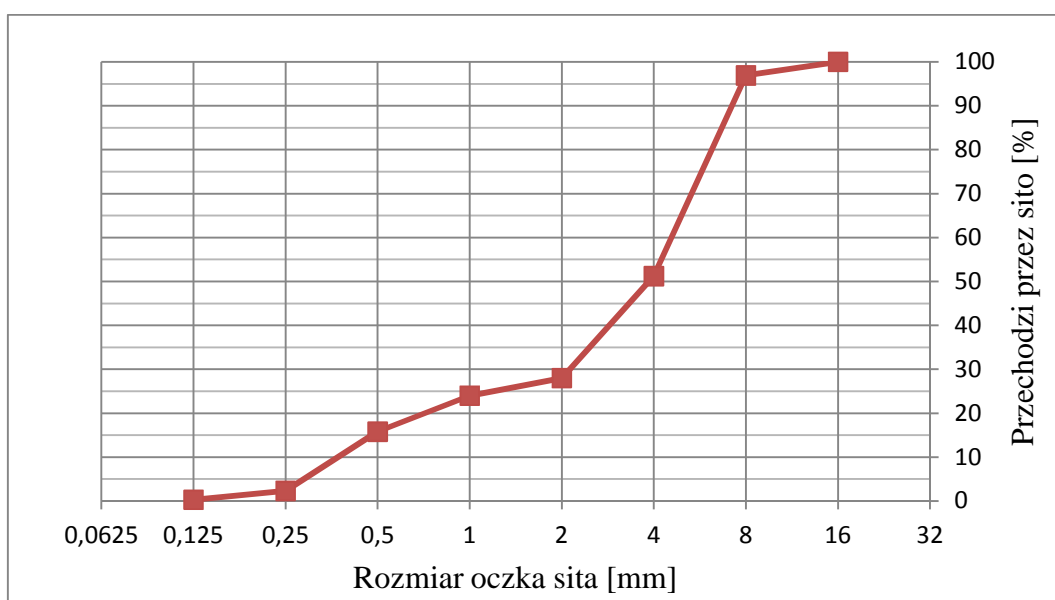
Składnik mieszanki	Beton zwykły BZ	Beton z włóknami (fibrobeton) FB	Uwagi
	Ilość [kg/m ³]	Ilość [kg/m ³]	
Cement	350	350	CEM III/A 32,5 N-LH/HSR/NA przemiałownia EKOCEM, w Dąbrowie Górniczej
Woda	175	175	wodociągowa
Kruszywo	1870	1870	0-2 mm – 30% 2-8 mm – 70%
Włókna stalowe	-	50	Dramix 3D 50mm średnica 0,62 mm
Włókna polipropylenowe	-	2,0	SIKA TEXA-FIB długość 19 mm grubość 6,7 dtex (ok. 0,003 mm) pow. właściwa ~0,14 g/m ²
Superplastyfikator	-	1,40	SIKA Viscocrete 3 0,4% masy cementu

Deklarowane przez producenta właściwości fizyczne i chemiczne użytego cementu przedstawiono w tablicy 7.2. W celu weryfikacji deklarowanych właściwości przeprowadzono próbę określającą początek czasu wiązania wg normy EN 196-3:2005, po ustaleniu konsystencji normowej uzyskano wartość czasu oznaczającego początek wiązania – 285 minut.

Tablica 7.2 Właściwości fizyczne i chemiczne cementu użytego w badaniach

Właściwość	Wymagania wg PN-EN 197-1	Wartości deklarowane przez producenta
Zmiany objętości, Le Chatelier	≤ 10 mm	0,5 mm
Początek czasu wiązania	≥ 75 minut	262 minuty (285 minut wg badań własnych)
Wytrzymałość na ściskanie po 7 dniach	$\geq 16,0$ MPa	21,0 MPa
Wytrzymałość na ściskanie po 28 dniach	$\geq 32,5$ MPa $\leq 52,5$ MPa	45,3 MPa
Strata prażenia	$\leq 5,0$ %	0,9 %
Pozostałość nierozpuszczalna	$\leq 5,0$ %	0,7 %
Zawartość siarczanów (SO ₃)	$\leq 4,0$ %	1,36 %
Zawartość chlorków (Cl ⁻)	$\leq 0,1$ %	0,058 %
Zawartość alkaliów (Na ₂ O _{eq})	$\leq 1,10$ %	0,85 %

Mieszanki wykonano na bazie kruszywa naturalnego otoczkowego o punkcie piaskowym 30%. Krzywą przesiewu kruszywa pokazano na rysunku 7.1.



Rys 7.1 Krzywa przesiewu kruszywa użytego w badaniach

7.2 Program badań

Program badań betonu zwykłego i fibrobetonu obejmował:

- ustalenie wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie twardniejących betonów przy rozłupywaniu,
- ustalenie wartości modułu sprężystości twardniejących betonów,
- określenie wczesnych zmian objętościowych betonów, a w szczególności skurczu określonego na próbkach walcowych $\phi 150 \times 300 \text{ mm}$, oraz próbkach prostopadłościennych $700 \times 100 \times 100 \text{ mm}$,
- ustalenie odkształceń pełzania betonu ściskanego zwykłego (BZ) i betonu z włóknami (FB), obciążonego do 40% i 85% wytrzymałości doraźnej po czasie 24, 96, 168 i 672 godzin twardnienia,
- ustalenie odkształceń pełzania betonu rozciąganego zwykłego (BZ) i betonu z włóknami (FB), obciążonego do 40% i 85% wytrzymałości doraźnej po czasie 24, 96, 168 i 672 godzin twardnienia.

7.3 Metodyka prowadzenia badań

- **Badanie wytrzymałości betonów na ściskanie**

Badania wytrzymałości na ściskanie prowadzono na próbkach walcowych o wymiarach $\phi = 150 \text{ mm}$ i $h = 300 \text{ mm}$. Badania zarówno betonu zwykłego jak i fibrobetonu przeprowadzono po 24, 72, 168 i 672 godzinach od chwili wymieszania ich składników. Beton układano w formach warstwowo i zagęszczano za pomocą wibratora wglębnego do chwili usunięcia powietrza z mieszanki, dbając jednocześnie o właściwe wzajemne przewibrowanie warstw. Próbki badane po czasie 24 godzin rozformowywano przed badaniem, pozostałe próbki rozformowywano po upływie 24 godzin. Próbki przeznaczone do badań po dłuższym okresie twardnienia przechowywano w warunkach wysokiej wilgotności tj ok. 95% w stałej temperaturze 20-22 stopnie Celsjusza.

Badanie wytrzymałości na ściskanie prowadzono z użyciem zautomatyzowanej prasy hydraulicznej Toni-Technik. Próbki betonu zwykłego ściskane po 24 godzinach badano na stanowisku o zakresie siły do 100 kN, pozostałe próbki fibrobetonowe i z betonu zwykłego na stanowisku o zakresie siły do 5000 kN. Oba stanowiska

wyposażone są w przegub kulisty zmniejszający wpływ ewentualnej nierównoległości powierzchni badanych ciał próbnych. Powierzchnie stykające się z blachami oporowymi maszyny wytrzymałościowej, bezpośrednio przed rozformowaniem, wyrównano cienką warstwą (ok. 2 – 3 mm) szybkowiążącej zaprawy CERESIT CX5 w celu wyeliminowania punktowych nacisków i braku równoległości.

- **Badania wytrzymałości betonów na rozciąganie przy rozłupywaniu**

Badanie wytrzymałości betonów na rozciąganie przy rozłupywaniu prowadzono na kostkach o wymiarach 100x100x100 mm. Do próbek ułożonych prostopadle do kierunku betonowania przykładano na całej długości siłę ściskającą za pomocą dwóch przekładek stalowych o szerokości docisku 10 mm. Mierzono siłę niszczącą z dokładnością 0,1 kN, do chwili rozłupania próbki z betonu zwykłego, lub do pojawienia się pierwszej rysy i wyraźnego spadku siły w badaniu próbek ze zbrojeniem rozproszonym. Seria badawcza składała się z 6 próbek wykonanych z mieszanki z tego samego zarobu i przechowywanych bezpośrednio przy stanowisku do badania pełzania betonu rozciąganego. Formy z mieszanką betonową chroniono folią PE grubości 0,2 mm podobnie jak próbki twardniejące w urządzeniu do badań pełzania betonu rozciąganego. Bezpośrednio przed badaniem pełzania betonu przy rozciąganiu, ciała próbne rozformowywano i po dokonaniu wizualnej oceny umieszczano na stanowisku badawczym. Pomiar siły niszczącej metodą rozłupywania próbek zarówno betonu zwykłego jak i fibrobetonu prowadzono po 24, 96, 168 i 672 godzinach licząc od chwili wymieszania składników. Z otrzymanej serii wyników usuwano, jeśli wystąpiły, wyniki odbiegające od średniej o więcej niż 20%, a następnie na podstawie średniej siły ściskającej wyznaczano doraźną wytrzymałość betonu na rozciąganie osiowe, zgodnie z zależnością 7.1.

$$f_{ct} = 10 \cdot \frac{2P}{\pi \cdot a^2} \cdot \eta \text{ [MPa]}, \quad (7.1)$$

gdzie: P jest wartością średnią siły ściskającej w kN, a jest długością boku próbki badanej, a η jest współczynnikiem korekcyjnym wyznaczającym stosunek wytrzymałości otrzymanej z próby rozłupywania i próby rozciągania osiowego w maszynie rozciągającej. Wartości tego współczynnika znaleźć można m.in. w [110].

$$\eta = \frac{f_{ct,r}}{f_{ct}} = 0,6 \quad (7.2)$$

W wyniku własnych badań doświadczalnych ustalono wartość współczynnika η równą 0,60.

- **Badania modułu sprężystości betonu**

Badania modułu Younga betonów stosowanych w badaniach przeprowadzono po 24, 96, 168 i 672 godzinach ich twardnienia, na próbkach $\phi 150/300$ mm, przy użyciu zautomatyzowanej maszyny wytrzymałościowej ToniTechnik wraz z oprogramowaniem Zwick testXpert w wersji v7.11. Odształcenia obciążanej cyklicznie próbki walcowej $\phi 150/300$ mm rejestrowano za pośrednictwem zestawu dwóch ekstensometrów firmy Hottinger o ustalonej bazie pomiarowej 100 mm. Kontrolnie w płaszczyźnie prostopadłej do linii ekstensometrów zainstalowano stalowe obejmy mocujące czujniki zegarowe o dokładności wskazań 0,001mm z bazą pomiarową 165 mm. Czujniki zegarowe służyły do weryfikacji poprawnego (centrycznego, bez wpływu obciążeń mimośrodowych) ustawienia próbki w maszynie wytrzymałościowej. Widok próbki przygotowanej do badania przedstawiono na rysunku 7.2. Badania prowadzono mierząc odształcenia bazy pomiarowej po 6 cyklach wstępnego obciążenia. Maksymalne wprowadzone naprężenia nie przekraczały wartości 30% wytrzymałości doraźnej betonu w chwili badania.



Rys 7.2 Próbka przygotowana do badania modułu sprężystości betonu

- **Badania pełzania i skurczu betonu ściskanego**

Pełzanie i skurcz betonu ściskanego badano przy użyciu zestawu trzech pełzarek hydraulicznych o gazowej stabilizacji siły typu HKB 1000 kN wyprodukowanych przez firmę Walter+Bai A.G. Pojedyncze stanowisko pomiarowe składa się ze stalowej ramy z dwoma blokami oporowymi, z których górny zakończony jest przegubem kulowym, dolny zaś wyposażono w tłok hydrauliczny podnoszony za pomocą ręcznej pompy olejowej. Stabilizacji siły dokonuje się poprzez odpowiednie ustawienie ciśnienia gazu w przeponowym zbiorniku wyrównawczym. Jako czynnik stabilizujący ciśnienie oleju w układzie stosowany jest azot o wysokiej klasie czystości. W celu precyzyjnego ustalenia wprowadzanego obciążenia ciśnienie gazu na wlocie do zbiornika regulowane jest za pomocą reduktorów sprężynowych. Układ pomiarowy jednej pełzarki składa się z dwóch indukcyjnych czujników przemieszczeń o zakresie ruchu 5 mm i dokładności wskazań 0,0005 mm, podłączonych do jednostki zbierającej i archiwizującej dane. Całe stanowisko – 3 pełzarki – podłączono do komputera wyposażonego w oprogramowanie pozwalające na dowolną modyfikację parametrów gromadzenia danych (czas trwania pomiaru, interwał odczytu wyników) i graficzną prezentację wyników badań. Widok stanowiska pokazano na rysunku 7.3. Pojedynczą próbkę wraz z układem czujników pomiarowych przedstawiono na rysunku 7.4.



Rys 7.3 Stanowisko do badań pełzania przy ściskaniu



Rys 7.4 Próbka umieszczona w pełzarce i przygotowana do badania pełzania przy ściskaniu

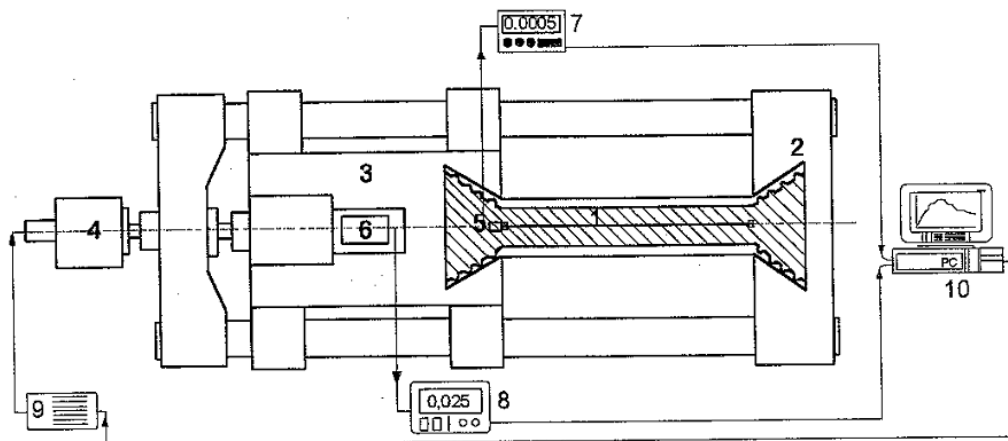
Badanie skurczu próbek walcowych wykonano przy użyciu stanowiska do badania pełzania. Po 24 godzinach od chwili wykonania próbek rozformowywano je i zaizolowano od wpływu otoczenia kilkoma warstwami folii PE, w sposób analogiczny jak próbki stosowane w badaniach pełzania. Następnie wykonano niewielkie nacięcie w folii izolacyjnej w celu zamocowania uchwytów czujników indukcyjnych. Bazę pomiarową ustalono o długości 150 mm. Odczyty swobodnych zmian długości próbki wykonywano co 120 sekund przez okres 28 dni.

Badanie pełzania prowadzono po 24, 96, 168 i 672 godzinach od chwili ich wykonania. Seria badawcza składała się z 6 próbek walcowych o wymiarach $\phi 150/300$ mm. Przed badaniem pełzania 3 próbki niszczone wyznaczając doraźną wytrzymałość betonu, kolejne 3 wyrównywano zaprawą szybkosprawną a następnie wyjmowano z formy i niezwłocznie izolowano folią PE. Do próbki mocowano uchwyty dwóch czujników indukcyjnych z bazą pomiarową o długości 150 mm i ustawiano centrycznie w ramie pełzarki. Do zbiornika wyrównującego ciśnienie oleju przy pomocy reduktora pompowano azot, ustalając wcześniej wymagane ciśnienie gazu. Po wyrównaniu temperatury gazu w zbiorniku pełzarki z temperaturą otoczenia ostatecznie regulowano ciśnienie wypuszczając nadmiar gazu. Zerowano wskazania czujników indukcyjnych

i włączano archiwizację danych. Za pomocą ręcznej pompy w czasie ok. 1 minuty zadawano ustalone wcześniej obciążenie ściskające, a następnie stabilizowano je otwierając zawór zbiornika przeponowego. Pomiar pełzania prowadzono przez okres co najmniej 240 godzin.

- **Badanie pełzania i skurczu betonu rozciąganego**

Badania pełzania betonu rozciąganego prowadzono w specjalnym urządzeniu do badania betonu w procesie twardnienia. Konstrukcja urządzenia pozwala na formowanie ciała próbnego bezpośrednio na stanowisku pomiarowym i badanie betonu już po kilku godzinach od jego wykonania. Schemat urządzenia przedstawiono na rysunku 7.5. Głównym elementem konstrukcyjnym urządzenia jest stalowa rama wyposażona w nieruchome łożo (2) na którym odbywa się formowanie próbki betonowej (1) której wymiary wynoszą 700x100x100mm, oraz część ruchomą (3), generującą wprowadzaną siłę ściskającą bądź rozciągającą. Przesuw części ruchomej wywoływany jest silnikiem krokowym (4). Siła wprowadzana do ciała próbnego kontrolowana jest za pomocą siłomierza (6), zmiana długości próbki kontrolowana jest za pośrednictwem indukcyjnego czujnika przemieszczeń (5). Układy pomiaru siły i przemieszczenia sprzęgnięto z układem napędowym za pomocą komputera (10) za pośrednictwem odpowiednich sterowników (7), (8) i (9). Układ napędowy pozwala na minimalne przesunięcie części ruchomej względem nieruchomej o wartości 0,25 μm . Dokładność wskazań długości bazy pomiarowej o długości 500 mm wynosi $\pm 0,5 \mu\text{m}$, a pomiar siły dokonywany jest w zakresie $\pm 50 \text{ kN}$ z dokładnością $\pm 0,25 \text{ kN}$, co przy wymiarze przekroju poprzecznego próbki 100x100mm daje wartość 0,025 MPa.



Rys 7.5 Schemat stanowiska do badań reologicznych młodego betonu [46] – opis w tekście

Do obsługi urządzenia służy pakiet programów o wspólnej nazwie „Beton”, podprogram o nazwie BES umożliwia prowadzenia badania pełzania. W badaniu tym po wprowadzeniu założonej siły rozciągającej odczytywane jest odkształcenie początkowe ε_0 i odpowiadająca mu wartość naprężenia σ_0 . Dalszy przebieg doświadczenia warunkowany jest pojawieniem się sygnału błędu tj. spadku, bądź wzrostu naprężenia w próbce w stosunku do wartości zadanej. $|\sigma_0 - \sigma| < \delta_\sigma$. Parametr δ określa w tym przypadku dokładność odczytu siły. Z chwilą wystąpienia stanu $\Delta\sigma > \delta_\sigma$ następuje przesłanie sygnału do układu napędowego i przesunięcie uchwyty ruchomego urządzenia, aż do chwili osiągnięcia naprężenia $\sigma = \sigma_0$. W trakcie trwania doświadczenia rejestrowana jest zmiana wskazań czujnika przemieszczeń, co pozwala określić odkształcenia spowodowane pełzaniem. Pomiar skurczu odbywa się w sposób podobny jak pomiar pełzania, z tym, że początkowe naprężenia σ_0 przyjmuje się o wartości równej oporom własnym ruchomej części urządzenia - $\sigma_0 \sim 0$. W trakcie badania rejestruje się zmiany długości próbki generowane pęcznieniem i skurczem twardniejącego betonu. Stanowisko badawcze przedstawiono na rysunku 7.6.



Rys 7.6 Urządzenie do badań reologicznych młodego betonu

8. Wyniki badań laboratoryjnych

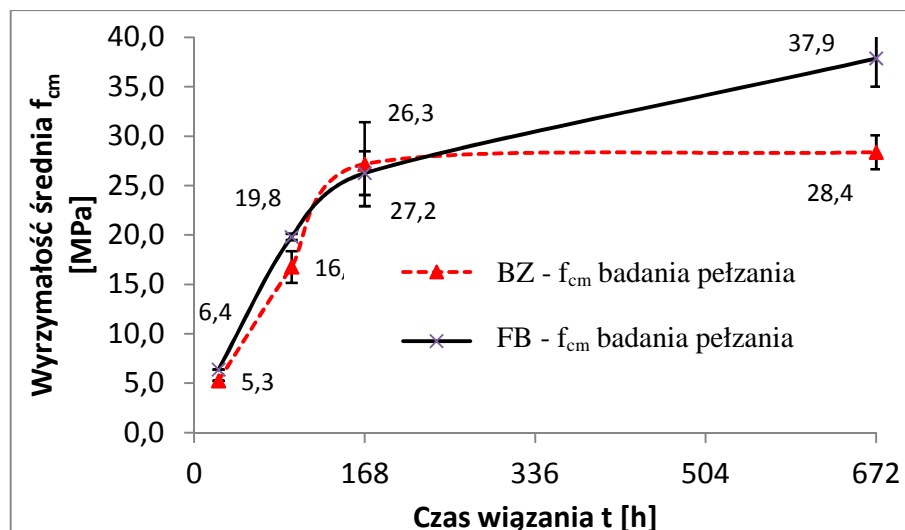
Zgodnie z przyjętym programem badań zasadnicze testy pełzania betonów o różnym składzie (BZ i FB)¹, poprzedziły badania podstawowe jego właściwości mechanicznych: zamian wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie w czasie twardnienia oraz ich modułów sprężystości. Badania podstawowe pozwoliły na ustalenie obciążeń koniecznych do zadania założonych w programie badań naprężeń: $\sigma_{c,0} \approx 0,4f_{cm}$ i $\sigma_{c,0} \approx 0,85f_{cm}$, oraz $\sigma_{ct,0} \approx 0,4f_{ct}$ i $\sigma_{ct,0} \approx 0,85f_{ct}$ (wartości naprężeń ok. 40% i 85% wartości niszczących). Seria badawcza składała się z próbek wykonywanych z jednego zarobu w tym samym czasie, przechowywanych w identycznych warunkach. Z uwagi na długi czas realizacji programu badawczego każdorazowo przy wykonywaniu próbek do badań pełzania pobierano z wykonanego zarobu mieszanki betonowej kontrolne próbki do badań ich właściwości sprężysto-wytrzymałościowych.

8.1 Wyniki badań właściwości wytrzymałościowo-sprężystych badanych betonów

- **Wytrzymałość na ściskanie**

Rozwój wytrzymałości na ściskanie określono na próbkach walcowych o wymiarach $\phi 150$ mm i wysokości 300 mm. Wyniki badań wytrzymałości betonu zwykłego BZ i fibrobetonu FB wykonanych z zarobów mieszanek betonowych stosowanych do formowania próbek do badań pełzania ściskanych betonów przedstawiono na rysunku 8.1.

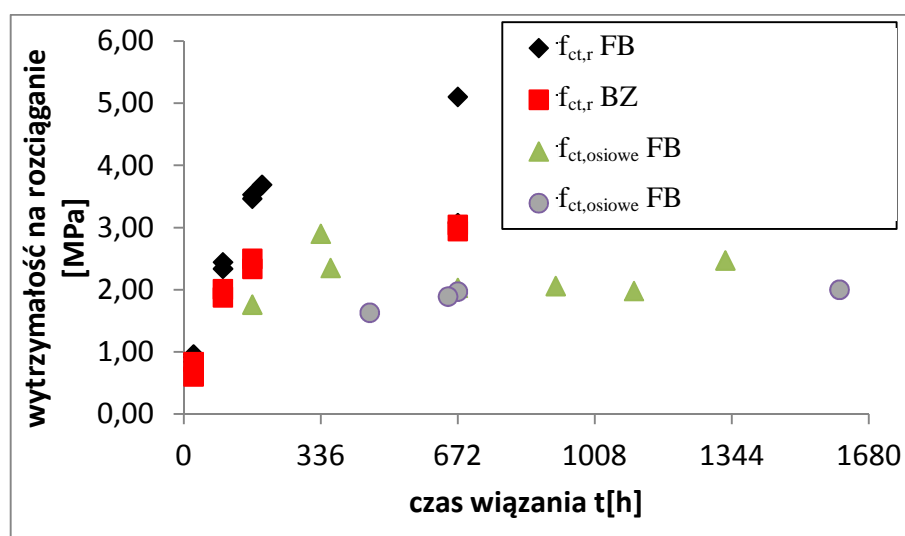
¹ W tekście pracy i na wykresach przyjęto oznaczenie BZ dla betonu zwykłego bez dodatków i FB dla betonu ze zbrojeniem rozproszonym (fibrobetonu)



Rys 8.1 Rozwój wytrzymałości na ściskanie badanych betonów

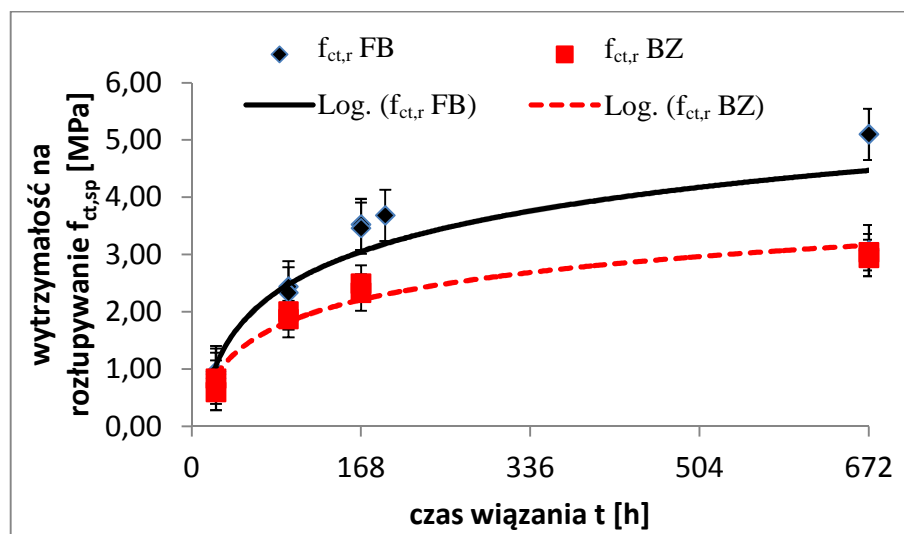
- **Wytrzymałość na rozciąganie**

Badanie wytrzymałości na rozciąganie przeprowadzono metodą pośrednią przez rozłupywanie próbek sześciennych, oraz porównawczo – po przeprowadzeniu badań pełzania rozciąganego betonu (próbki 10x10x70 cm) – metodą bezpośrednią rozciągania osiowego w urządzeniu pokazanym na rysunku 7.5. Wyniki otrzymanych badań przedstawiono na rysunku 8.2. Każdorazowo przed badaniem pełzania rozciąganego betonu rozłupywano 6 kostek o wymiarach 100x100x100mm, wykonywanych z mieszanki przeznaczonej do formowania próbek w urządzeniu do badań reologicznych.



Rys 8.2 Rozwój wytrzymałości na rozciąganie badanych betonów wg różnych metod pomiarowych

Wytrzymałość na rozciąganie osiowe przeliczano z wytrzymałości na rozciąganie przy rozłupywaniu zgodnie ze wzorem (7.1).

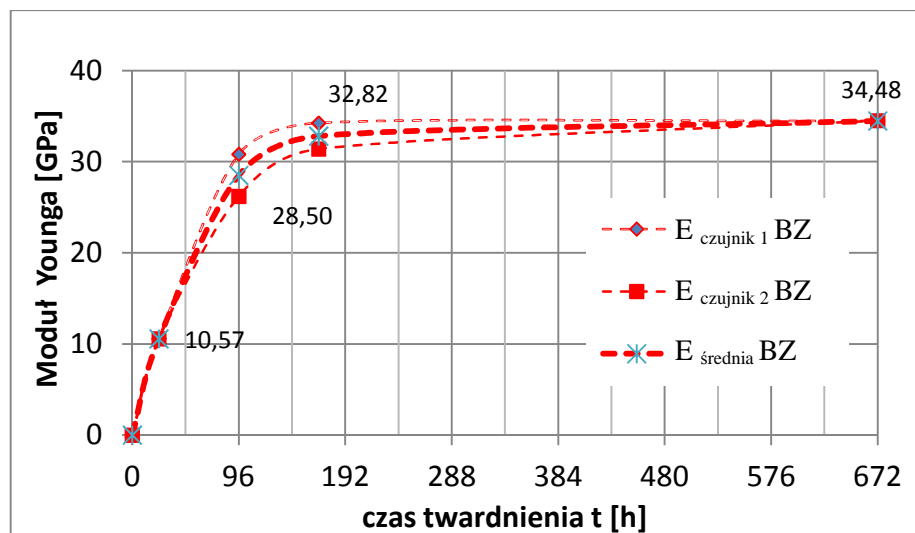


Rys 8.3 Rozwój wytrzymałości na rozciąganie przy rozłupywaniu badanych betonów

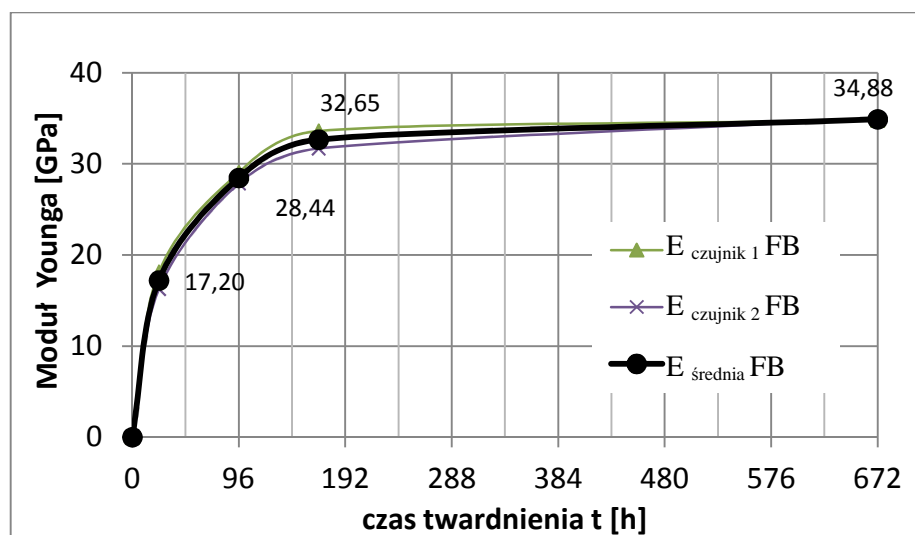
Przedstawione wyniki badań wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie wskazują na znaczenie dodatku włókien na wzrost wytrzymałości betonu. Wytrzymałość na ściskanie i rozciąganie twardniejącego fibrobetonu jest generalnie większa w porównaniu z betonem zwykłym, twardniejącym w podobnych warunkach.

- **Moduł sprężystości**

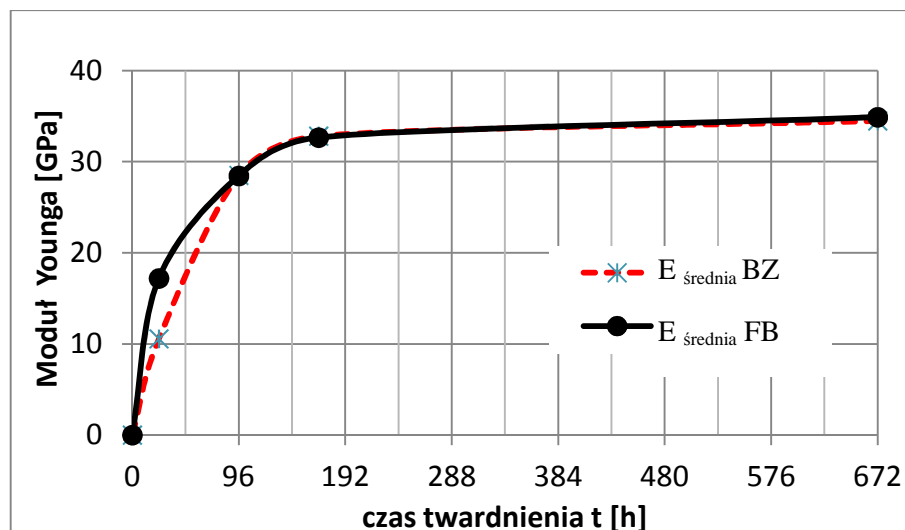
Na rysunkach 8.4 i 8.5 przedstawiono wyniki pomiarów odpowiednio dla betonu zwykłego i fibrobetonu wykonane przy użyciu zestawu ekstensometrów o bazie pomiarowej równej 100mm, oraz czujników zegarowych przy bazie pomiarowej równej 165mm. Porównawczo średnie z pomiarów dla dwóch rodzajów betonu BZ i FB przedstawiono na rysunku 8.6.



Rys 8.4 Rozwój modułu sprężystości badanego betonu zwykłego



Rys 8.5 Rozwój modułu sprężystości badanego fibrobetonu



Rys 8.6 Zestawienie porównawcze modułów Younga badanego betonu zwykłego BZ i fibrobetonu FB

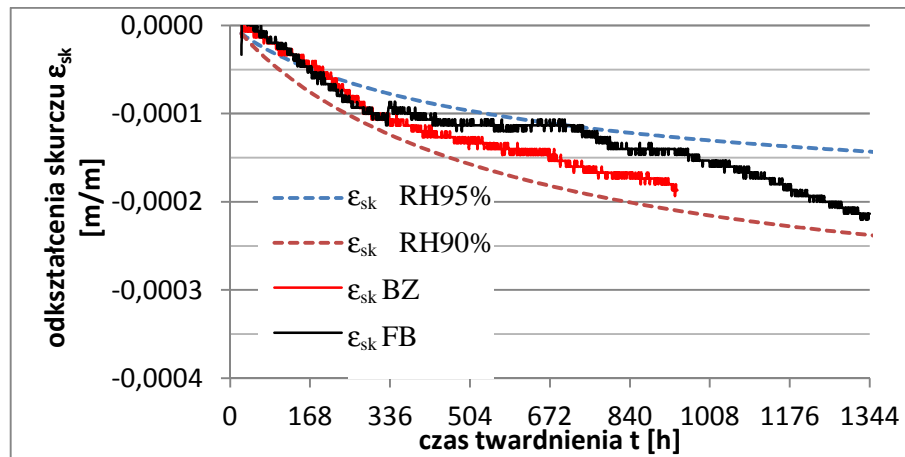
Przedstawione zależności potwierdzają zgodność wyników otrzymanych z dwóch metod pomiarowych. Z przedstawionych wykresów wynika, że wpływ włókien na odkształcalność betonu jest w długim okresie czasu nieznaczny, co można wiązać z tym, zawartość włókien stalowych w stosunku do objętości betonu jest niewielka. Jedynie w początkowym okresie twardnienia, gdy moduł sprężystości zaczynu jest zbliżony wartością do modułu sprężystości włókien PP widoczny jest wzrost modułu sprężystości betonu FB w porównaniu z betonem BZ.

8.2 Wyniki badań skurczu betonu

W celu wyodrębnienia z pomiarów odkształceń pełzania i skurczu betonu przeprowadzono badania zmian odkształceń liniowych betonu nie obciążonego w czasie jego twardnienia. Pomiarów skurczu dokonywano przy użyciu aparatury opisanej w rozdziale 7.3, Pomiarów skurczu swobodnego prowadzono zarówno na próbkach walcowych $\phi 150/300$ mm – przyjętych w badaniach pełzania betonu ściskanego, jak i na próbkach prostopadłościennych $100 \times 100 \times 700$ mm – przyjętych w badaniach pełzania betonu rozciąganego.

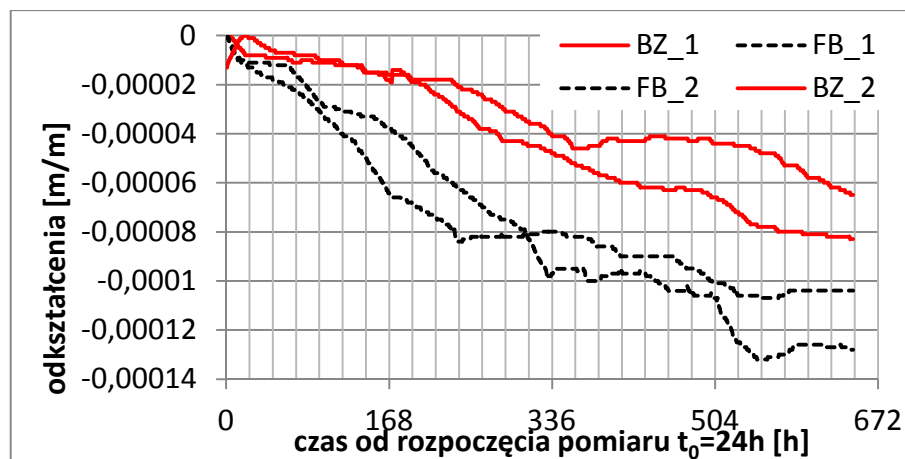
- **Skurcz próbek walcowych**

Na rysunku 8.7 przedstawiono odkształcenia skurczu próbek $\phi 150/300$ mm pomierzone podczas prób laboratoryjnych w porównaniu z całkowitymi odkształceniami skurczu wyliczonymi wg normy EC2 po przyjęciu $RH=90\% \div 95\%$. Z przedstawionych wykresów wynika, że zarówno swobodny skurcz próbki z dodatkiem włókien, jak i betonu niemodyfikowanego przyjmują podobne wartości. Z porównania odkształceń pomierzonych z wyliczeniami normowymi wyciągnąć można wniosek o dobrej izolacji powierzchni bocznych próbki, tak, że przez czas trwania pomiarów panująca wokół ciała próbnego wilgotność powietrza wynosiła ok. $90 \div 95\%$.



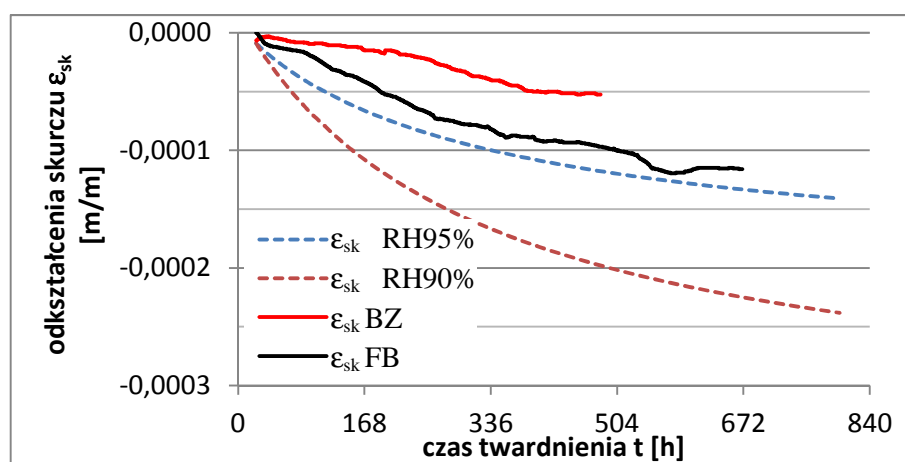
Rys 8.7 Zarejestrowane odkształcenia skurczu swobodnego próbek walcowych

Badanie skurczu belkowej próbki prostopadłościowej $100 \times 100 \times 700$ mm prowadzono w maszynie do badań reologicznych twardniejącego betonu zadając stałą wartość naprężenia $\sigma_0 \sim 0$. Przystępując do pomiarów skurczu bezpośrednio po zaformowaniu próbki, przyjęto wartość naprężenia na poziomie $\sigma=0,05$ MPa, równe oporom własnym ruchomych części stanowiska badawczego. Mierzono przemieszczenia środkowego fragmentu belki na bazie pomiarowej o długości 500 mm. Wyniki pomiarów skurczu badanych elementów próbných wykonanych z betonów BZ oraz FB przedstawiono na rysunku 8.8. Wykonano pomiary dwóch próbek dla każdego rodzaju betonu.



Rys 8.8 Zarejestrowane odkształcenia skurczu swobodnego próbek rozciąganych

Na rysunku 8.9 zestawiono uśrednione pomiary odkształceń skurczu oraz wartości teoretyczne odkształceń całkowitych skurczu wyliczone dla wilgotności względnej RH 90% i 95%.



Rys 8.9 Uśrednione odkształcenia skurczu swobodnego próbek 100x100x700 mm

Z przedstawionych wykresów wynika, że próbki formowane w maszynie rozciągającej wykazały mniejszy skurcz w porównaniu ze skurczem próbek walcowych. Odnosząc wyniki pomiarów do wartości wyznaczonych na podstawie normy EC2 stwierdzić należy, że próbki wykazały skurcz nieznacznie mniejszy, niż wyliczony dla wilgotności względnej otoczenia 95%. Taki stan rzeczy tłumaczyć można tym, że próbki rozciągane formowane były na stanowisku badawczym bezpośrednio w osłonie izolacyjnej, nie naruszanej przez cały okres twardnienia, oraz badania. Nie wystąpił więc kontakt ze środowiskiem zewnętrznym, podczas którego ułatwiona byłaby migracja wilgoci

z próbki do otoczenia (np. w trakcie mocowania czujników pomiarowych i umieszczania ciała próbnego w urządzeniu do badań reologicznych betonu ściskanego). Wyniki badań skurczu twardniejącego betonu zwykłego BZ jak i fibrobetonu FB prowadzone na ciałach próbnych 100x100x700 mm wykazały większy skurcz fibrobetonu FB w porównaniu z betonem zwykłym BZ, w przypadku próbek walcowych $\phi 150/300$ mm nie zaobserwowano istotnych różnic w wielkości skurczu fibrobetonu w porównaniu z betonem zwykłym.

8.3 Wyniki badań pełzania betonu

Jak już podano wcześniej, badania pełzania betonów BZ i FB przeprowadzono na próbkach w różnym wieku (24, 96, 168 i 672 h), przy dwóch wartościach naprężenia ($\sigma_1 \approx 0,4f_{cm}$ i $\sigma_2 \approx 0,85f_{cm}$). W tablicach 8.1 i 8.2 zestawiono wybrane cechy mechaniczne betonów w chwili wprowadzenia obciążenia, wartości naprężeń zadanych w trakcie próby pełzania i ich wartość w odniesieniu do wytrzymałości doraźnej betonu w chwili wprowadzenia obciążenia.

Tablica 8.1 Zestawienie wybranych cech mechanicznych betonów ściskanych w chwili wprowadzania obciążenia

		ŚCISKANIE			
Wartości początkowe		Czas twardnienia betonu do chwili obciążenia [h]			
		24	96	168	672
BZ 40%	$f_c(t_0)$ [MPa]	5,39	20,67	25,36	27,18
	σ_{c0} [MPa]	2,47	7,81	9,83	10,76
	σ/f_c [%]	46%	38%	39%	40%
FB 40%	$f_c(t_0)$ [MPa]	6,66	21,85	29,73	39,90
	σ_{c0} [MPa]	2,77	8,62	11,78	15,45
	σ/f_c [%]	42%	40%	40%	39%
BZ 85%	$f_c(t_0)$ [MPa]	3,62	12,91	28,00	29,55
	σ_{c0} [MPa]	3,06	9,32	21,32	24,52
	σ/f_c [%]	85%	73%	76%	83%
FB 85%	$f_c(t_0)$ [MPa]	6,11	17,27	24,47	35,9
	σ_{c0} [MPa]	4,83	12,68	21,1	28,6
	σ/f_c [%]	79%	74%	86%	80%

Tablica 8.2 Zestawienie wybranych cech mechanicznych betonów rozciąganych w chwili wprowadzania obciążenia

Wartości początkowe		ROZCIĄGANIE			
		Czas twardnienia betonu do chwili obciążenia [h]			
		24	96	168	672
BZ 40%	$f_{ct}(t_0)$ [MPa]	0,845	1,88	2,50	3,04
	σ_{t0} [MPa]	0,254	0,45	0,599	0,73
	σ/f_{ct} [%]	40%	40%	40%	40%
FB 40%	$f_{ct}(t_0)$ [MPa]	0,803	2,44	3,68	4,68
	σ_{t0} [MPa]	0,241	0,585	0,883	1,12
	σ/f_{ct} [%]	40%	40%	40%	40%
BZ 85%	$f_{ct}(t_0)$ [MPa]	0,598	2,00	2,34	3,07
	σ_{t0} [MPa]	0,381	0,85	0,99	1,56
	σ/f_{ct} [%]	85%	85%	85%	85%
FB 85%	$f_{ct}(t_0)$ [MPa]	0,91	2,33	3,20	3,46
	σ_{t0} [MPa]	0,58	0,99	1,36	1,75
	σ/f_{ct} [%]	85%	85%	85%	85%

Wartości odkształceń pełzania wyznaczono na podstawie zależności:

$$\varepsilon_{p(t,t_0)} = \varepsilon_{c(t,t_0)} - \varepsilon_{0(t_0)} - \varepsilon_{s(t,t_0)}, \quad (8.1)$$

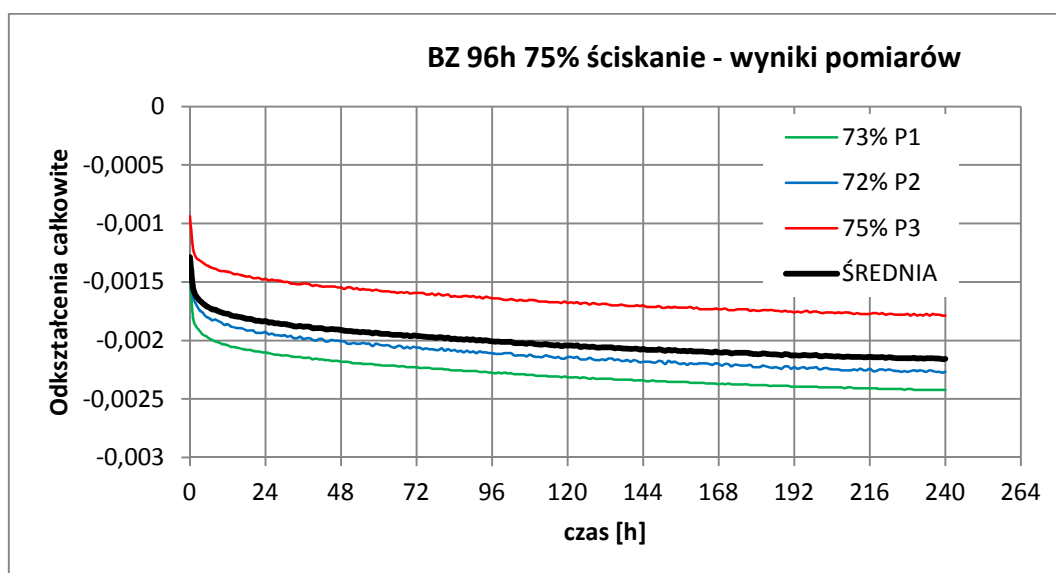
gdzie: $\varepsilon_{p(t,t_0)}$ – odkształcenia pełzania w czasie od t_0 do t betonu obciążonego w wieku t_0 , $\varepsilon_{c(t,t_0)}$ – odkształcenia całkowite pomierzone w czasie od t_0 do t betonu obciążonego w wieku t_0 , $\varepsilon_{0(t_0)}$ – odkształcenia początkowe w chwili przyłożenia obciążenia, $\varepsilon_{s(t,t_0)}$ – odkształcenia skurczu w czasie od t_0 do t betonu obciążonego w wieku t_0 .

W niniejszej pracy przyjęto następującą konwencję znakowania odkształceń: skrócenie (-), wydłużenie (+). Wobec powyższego przyjmuje się, że działający skurcz zawsze będzie występował ze znakiem (-). W przypadku ściskania skurcz będzie powodował

dotaddkowe odkształcenie. W przypadku rozciągania skurcz dążąc do skrócenia próbki zmniejsza odczytywane odkształcenia pełzania. Z uwagi na niewielkie różnice wartości skurczu badanych betonów, wyliczając odkształcenia pełzania według zależności (8.1) przyjęto jedną krzywą skurczu dla wszystkich analizowanych przypadków obciążenia.

8.3.1 Wyniki badań pełzania betonu ściskanego

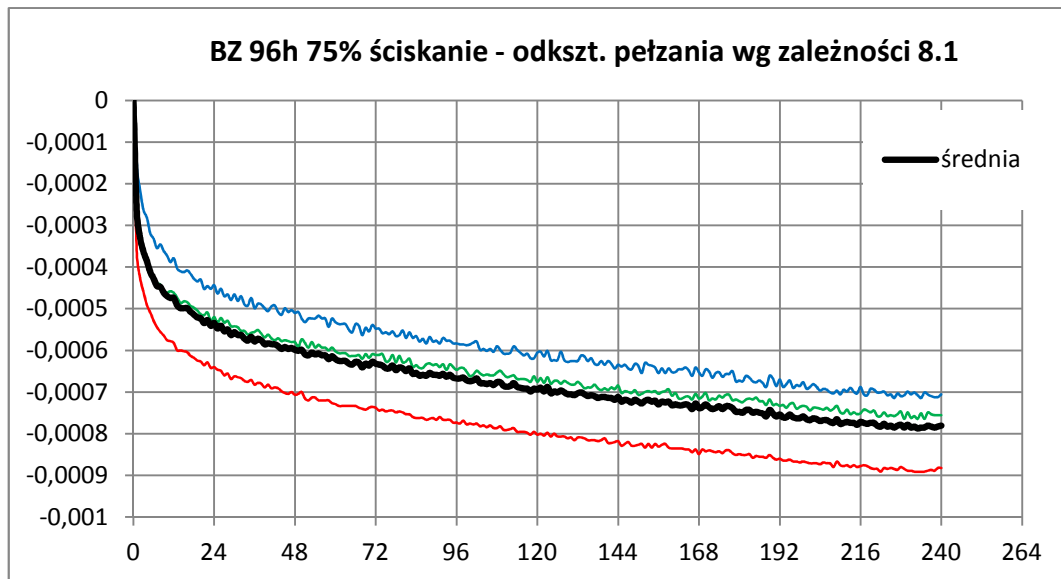
Na rysunku 8.10 przedstawiono przykładowe wyniki badań zarejestrowane w trakcie testu ściskanego betonu BZ wraz z danymi dotyczącymi warunków prowadzenia badań takimi jak: rodzaj betonu, data wykonania próbki i wiek betonu w chwili obciążenia, siła ściskająca wprowadzona do pełzarki, średnia wartość wyężenia badanych próbek, odkształcenia początkowe odczytane w chwili ustabilizowania siły ściskającej, naprężenia ściskające próbkę oraz moduł sprężystości betonu w chwili obciążenia.



Data wykonania próbki:	21.12.09		
Rodzaj betonu:	BZ		
Czas obciążenia:	4 dni		
Siła [kN]:	160		
Wyężenie [%]:	74%		
	odksz.	Sigma	E(0) [MPa]
	T=0	[MPa]	
Próbka 1	-0,0014	9,1	6300
Próbka 2	-0,0015	9,5	6470
Próbka 3	-0,0009	9,3	9940
	średnio	9,32	

Rys 8.10 Przykładowy raport z badań betonu ściskanego

Na rysunku 8.11 przedstawiono odkształcenia pełzania w czasie od t_0 do t po uwzględnieniu skurczu $\varepsilon_{s(t,t_0)}$ i odkształceń początkowych ε_{t_0} .



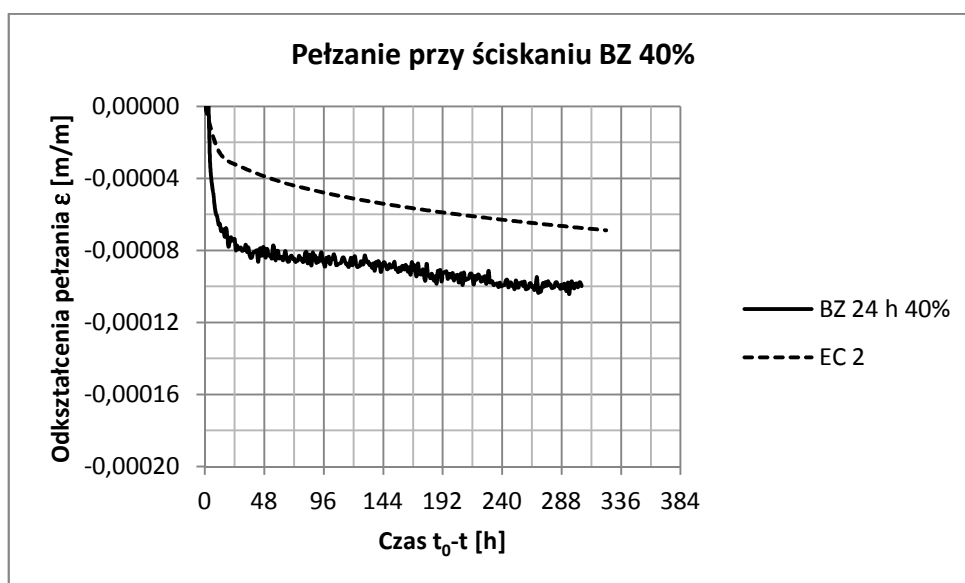
Rys 8.11 Przykładowe odkształcenia pełzania betonu ściskanego wyznaczone na podstawie wzoru (8.1)

Dokumentację wyników badań pełzania badanych betonów ściskanych BZ i FB, obciążonych w różnym wieku przy zróżnicowanej wartości wyężenia przedstawiono w załączniku N^o1 do rozprawy. W załączniku podano wyniki pomiarów odkształceń całkowitych ściskanych betonów, wyniki pomiarów skurczu próbek nieobciążonych, oraz dane dotyczące warunków prowadzenia badań.

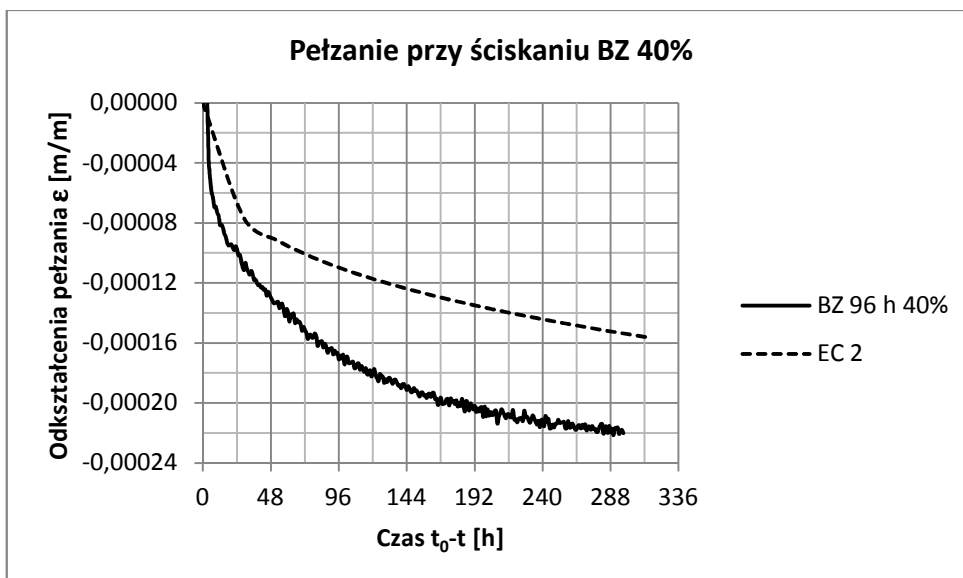
8.3.1.1 Wyniki badań pełzania ściskanego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wytężonego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

- Wyniki badań pełzania ściskanego betonu zwykłego (BZ) , wytężonego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

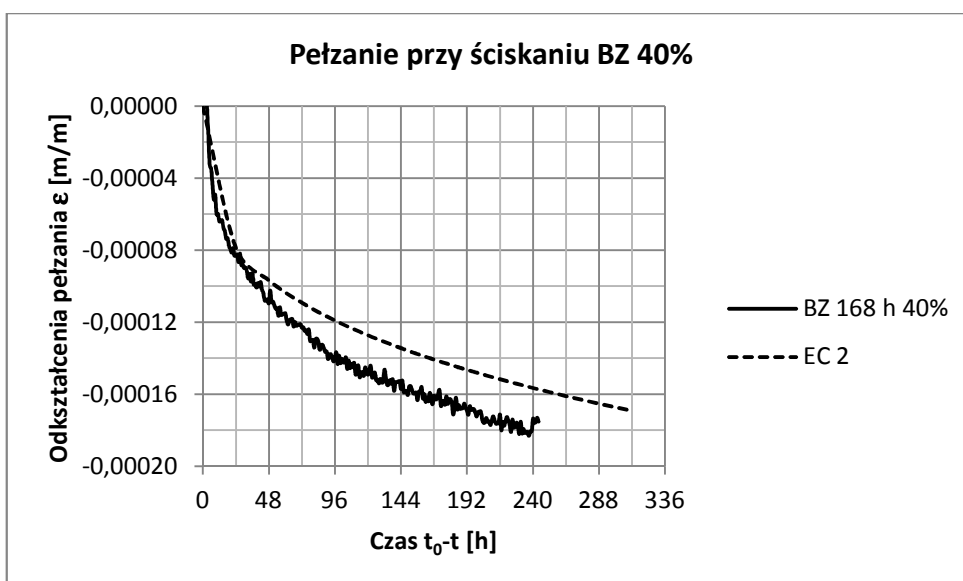
Wyniki badań odkształceń pełzania betonu BZ, wytężonego do wartości 40% obciążenia niszczonego obciążonego po 24, 96, 168 i 672 godzinach twardnienia (średnie z 3 badanych próbek) przedstawiono na rysunkach 8.12 – 8.15. Na rysunkach przedstawiono porównawczo, z wynikami badań, również wyniki obliczeń pełzania betonów o składzie przyjętym w badaniach, ustalone według normy EC2. Zbiorcze zestawienie średnich wartości odkształceń pełzania badanych próbek betonu zwykłego pokazano na rysunku 8.16.



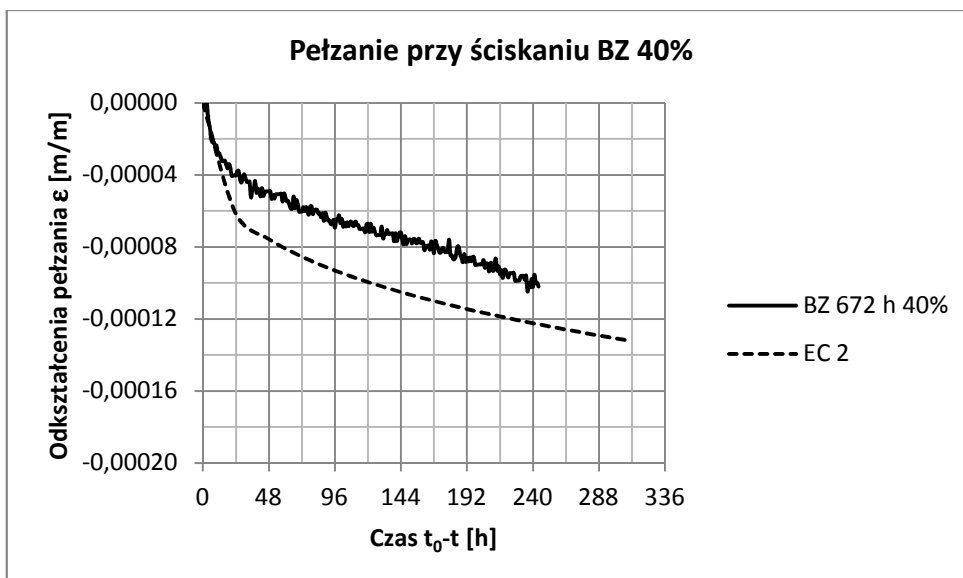
Rys 8.12 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 2,47 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



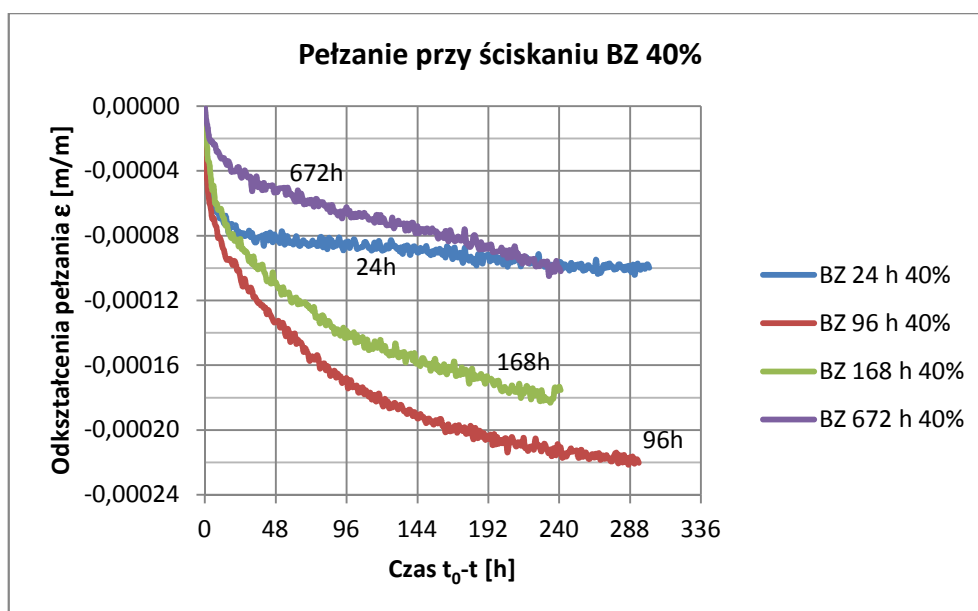
Rys 8.13 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 7,81 \text{ MPa}$, $E_{c,28} = 36200 \text{ MPa}$



Rys 8.14 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 9,83 \text{ MPa}$, $E_{c,28} = 36200 \text{ MPa}$



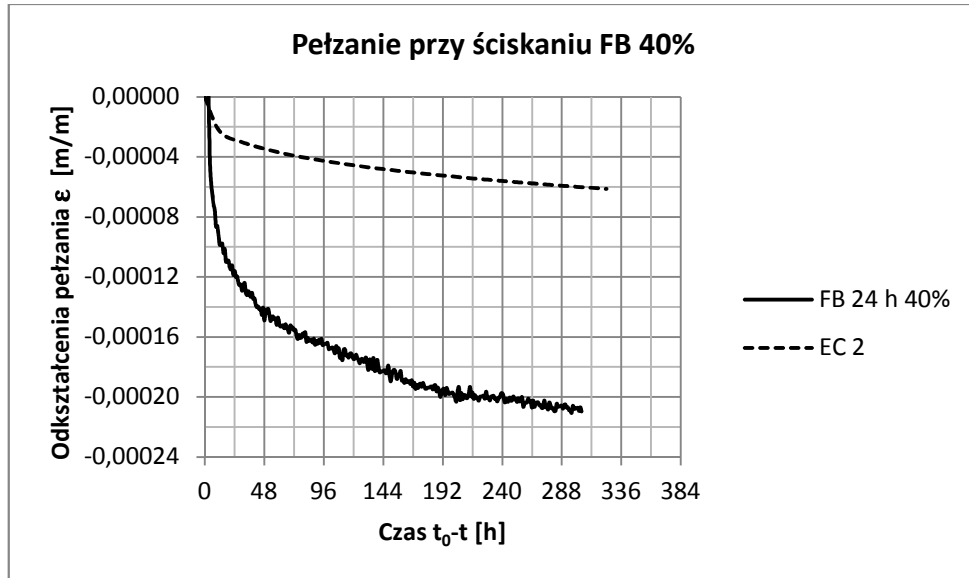
Rys. 8.15 Wyniki odkształceń pęzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 10,76 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



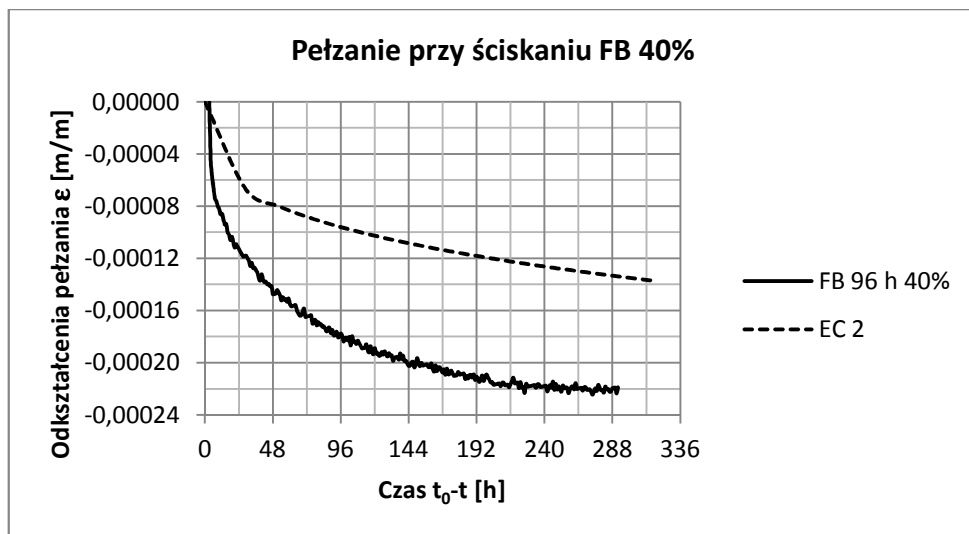
Rys. 8.16 Porównanie odkształceń pęzania ściskanego betonu zwykłego obciążonego w różnym wieku, wyciągniętego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

- Wyniki badań pełzania ściskanego fibrobetonu (FB), wyężonego do wartości ~40% obciążenia niszcącego

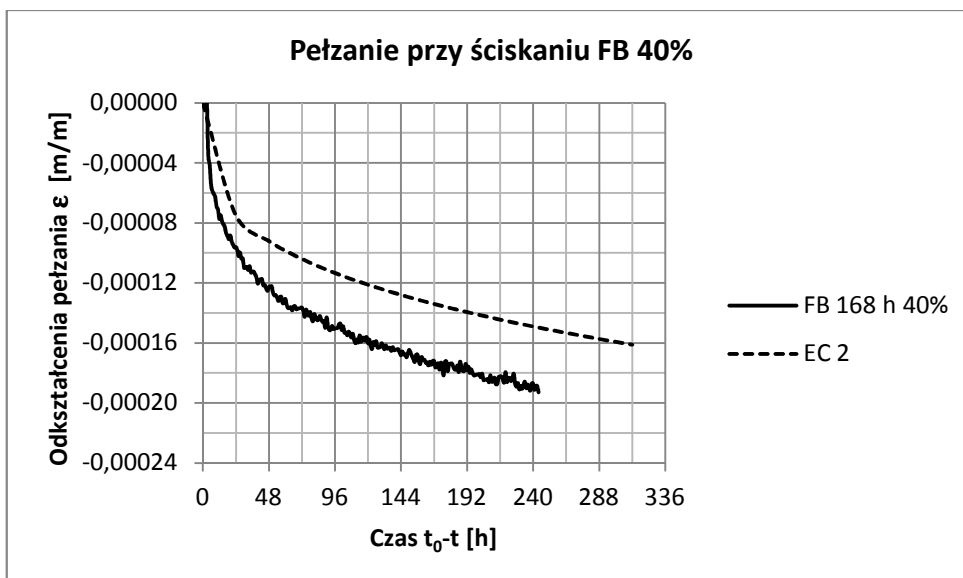
Badania fibrobetonu podobnie jak betonu zwykłego przeprowadzono po 24, 96, 168 i 672 godzinach twardnienia. Uzyskane wyniki badań odkształceń pełzania przedstawiono na rysunkach 8.17-8.20. Zbiorcze zestawienie średnich wartości odkształceń pełzania dla każdej serii próbek pokazano na rysunku 8.21.



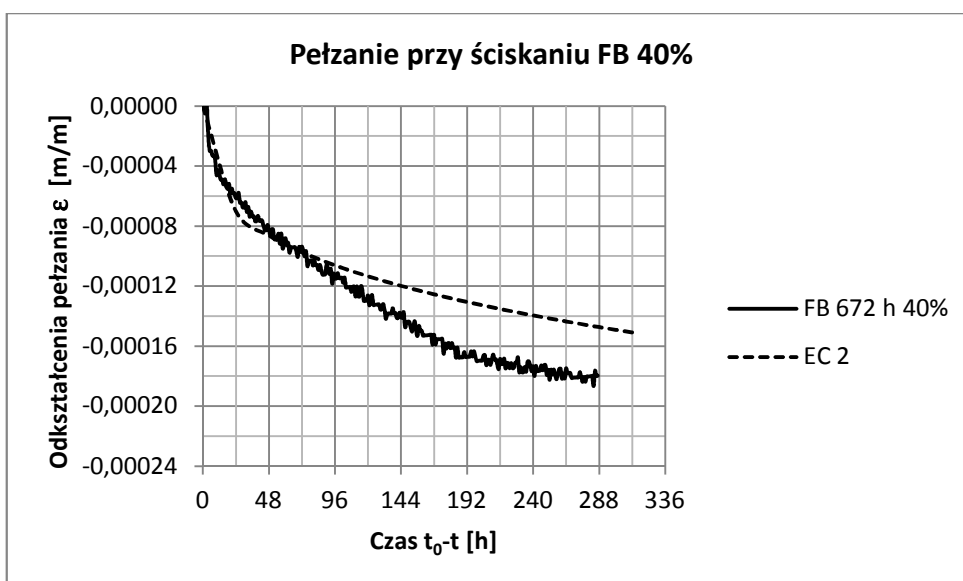
Rys 8.17 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 24godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 2,77 \text{ MPa}$, $E_{c,28} = 36620 \text{ MPa}$



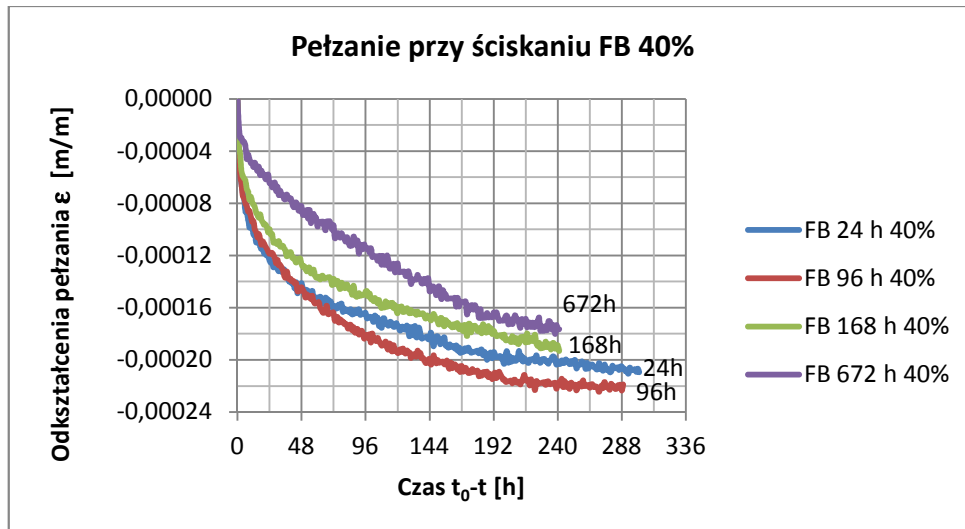
Rys 8.18 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 96godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 8,62 \text{ MPa}$, $E_{c,28} = 36620 \text{ MPa}$



Rys 8.19 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 11,78 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



Rys 8.20 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 15,45 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$

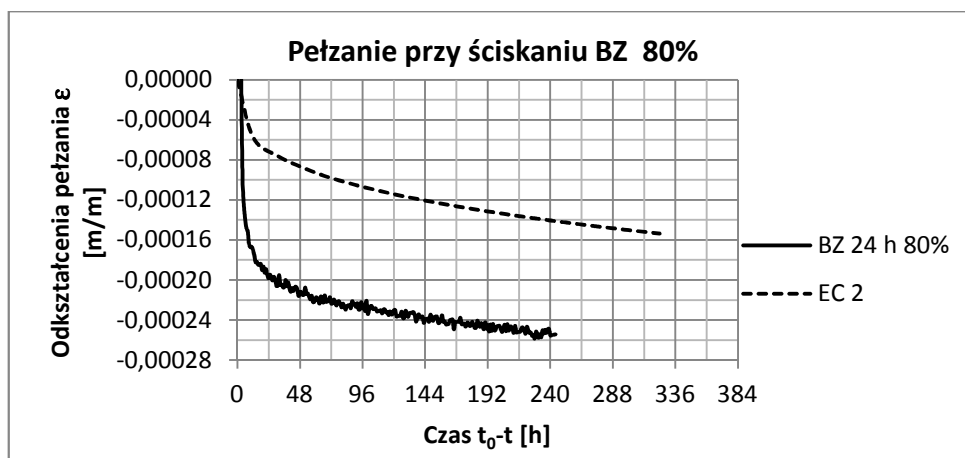


Rys 8.21 Porównanie odkształceń pełzania ściskanego fibrobetonu obciążonego w różnym wieku, wyłożonego do wartości $\sim 40\%$ obciążenia niszczonego

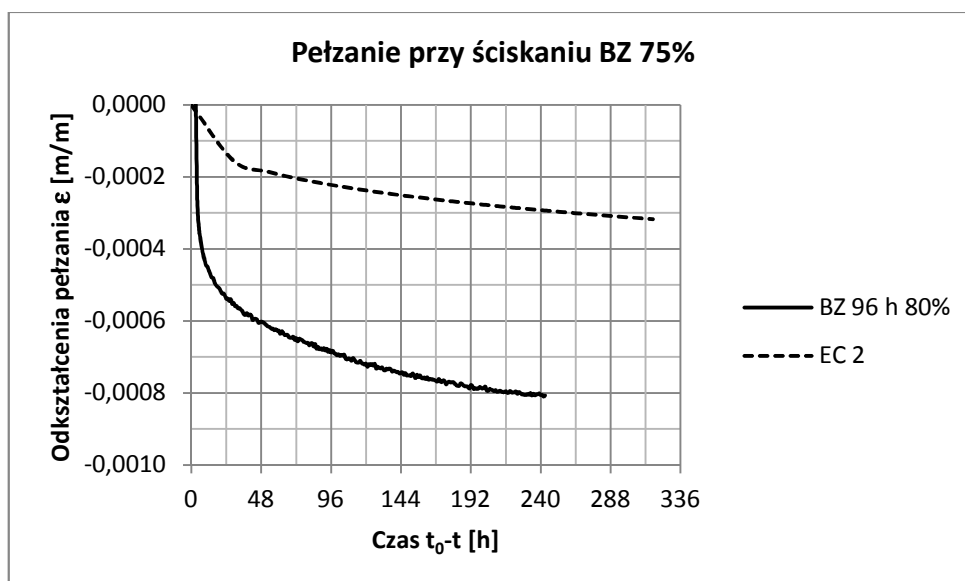
8.3.1.2 Wyniki badań pełzania ściskanego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wyłożonego do wartości $\sim 75\% + 85\%$ obciążenia niszczonego

- Wyniki badań pełzania ściskanego betonu zwykłego (BZ) , wyłożonego do wartości $\sim 75\% + 85\%$ obciążenia niszczonego

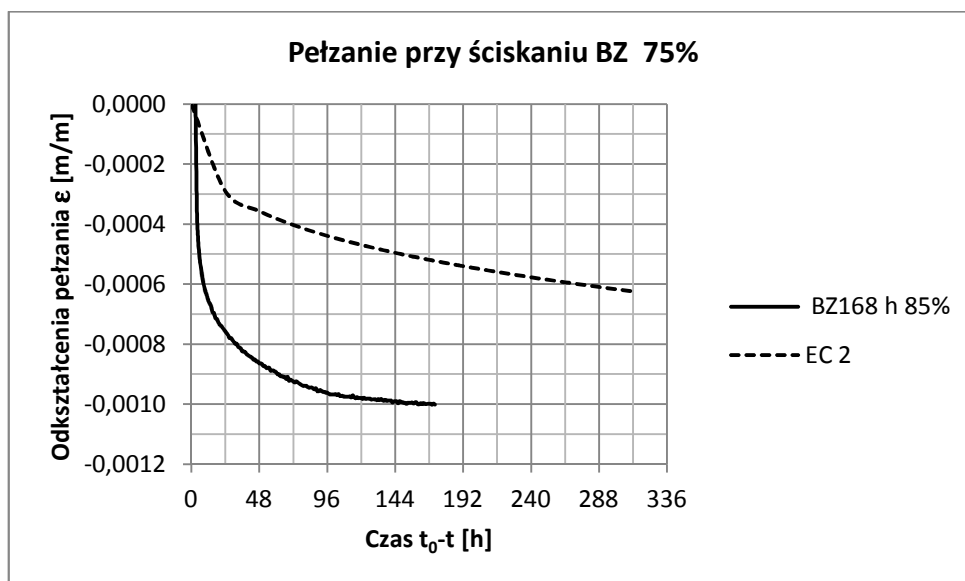
Odształcenia pełzania ściskanych próbek wykonanych z betonu zwykłego pokazano na rysunkach 8.22 – 8.25. Zbiorcze zestawienie wartości średnich odkształceń pełzania betonów obciążonych w różnym wieku pokazano na rysunku 8.26.



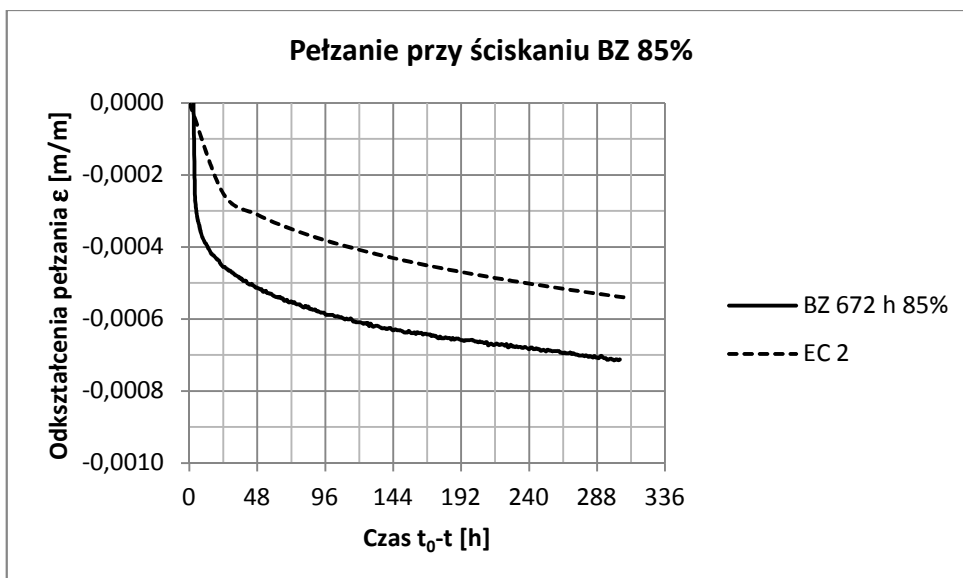
Rys. 8.22 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 24godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 3,06 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



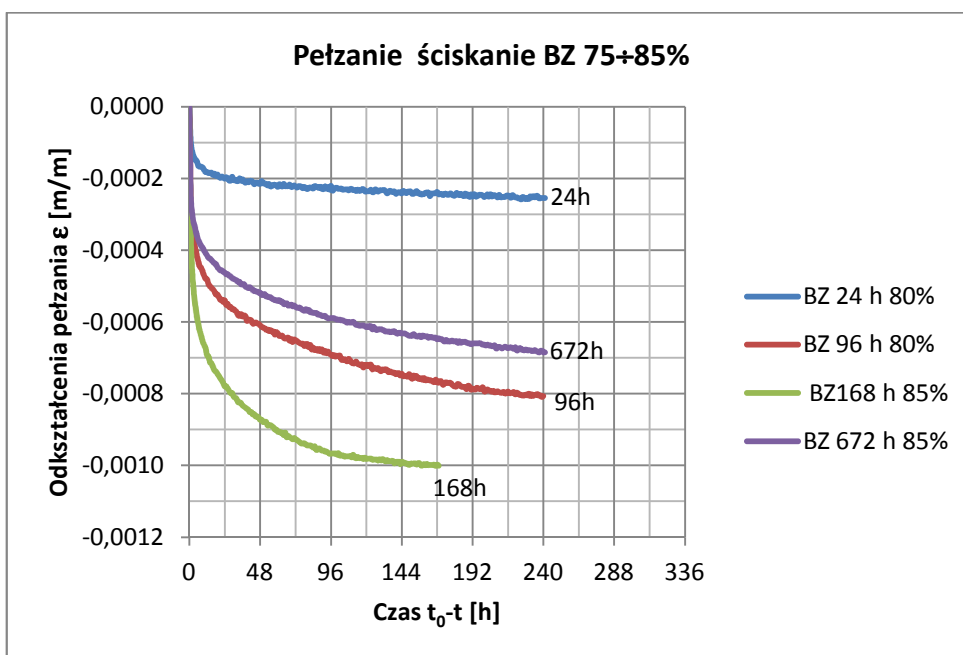
Rys 8.23 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 9,32 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



Rys 8.24 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 21,32 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



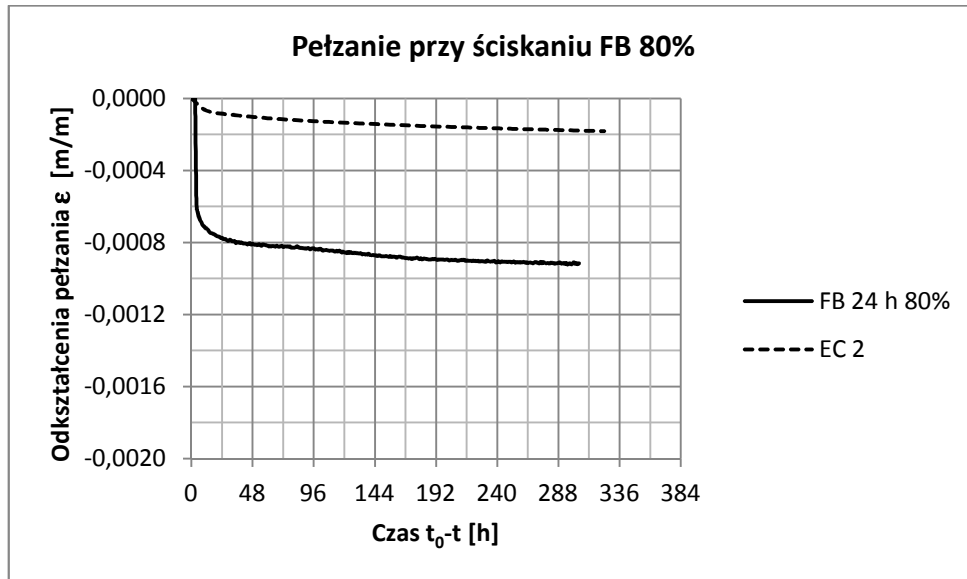
Rys. 8.25 Wyniki badań odkształceń pełzania ściskanych próbek betonu zwykłego obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 24,52 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



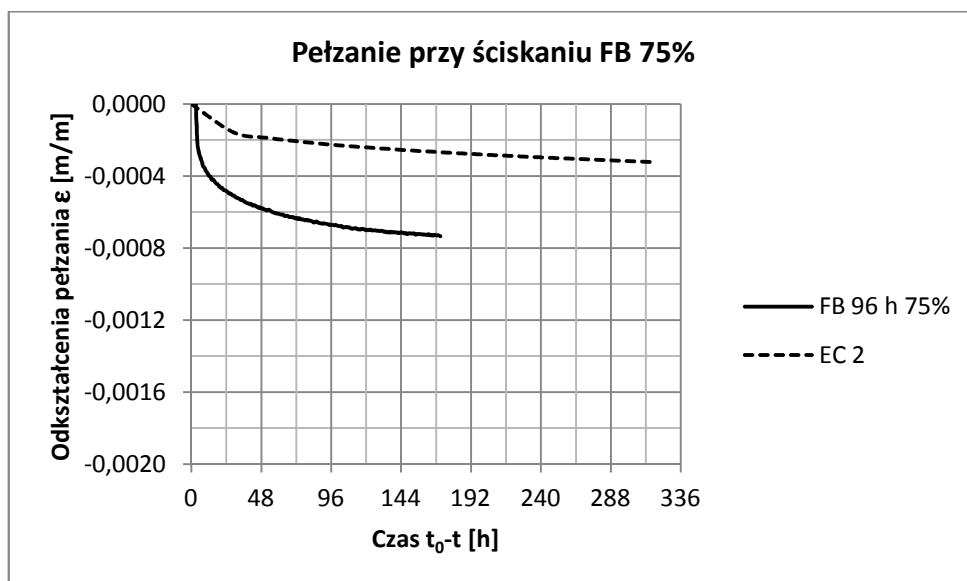
Rys 8.26 Porównanie odkształceń pełzania ściskanego betonu zwykłego obciążonego w różnym wieku, wyężonego do wartości ~80% obciążenia niszczonego

- Wyniki badań pełzania ściskanego fibrobetonu (FB), wyłożonego do wartości $\sim 75\% \pm 85\%$ obciążenia niszczącego

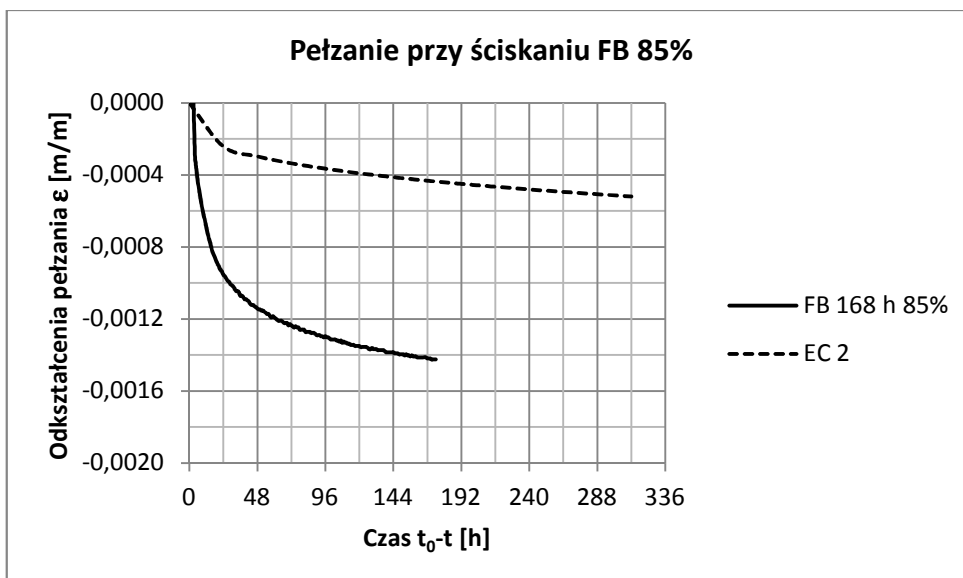
Odształcenia pełzania ściskanych próbek wykonanych z betonu modyfikowanego włóknami pokazano na rysunkach 8.27 – 8.30. Zbiorcze zestawienie wartości średnich odształceń pełzania badanych betonów obciążonych w różnym wieku pokazano na rysunku 8.31.



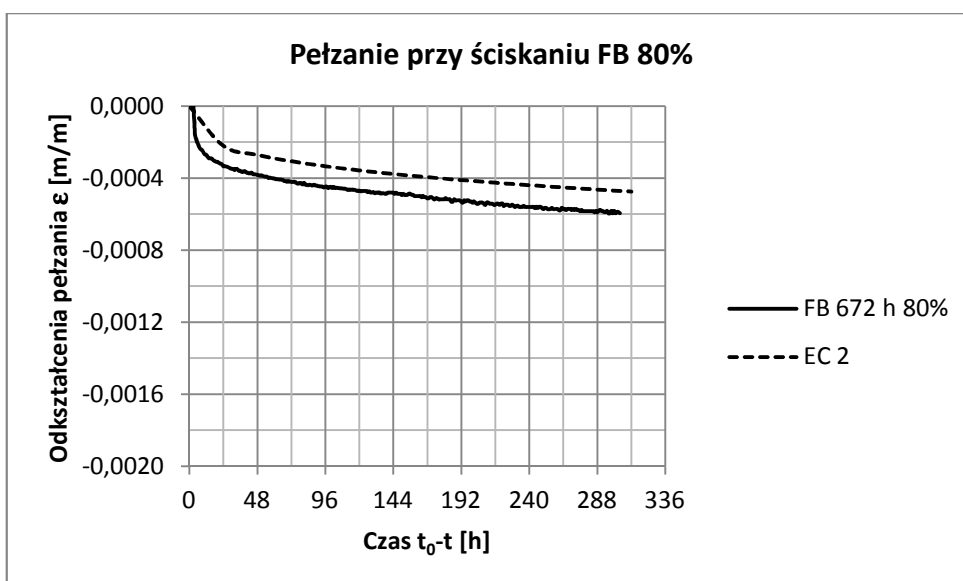
Rys 8.27 Wyniki badań odształceń pełzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 4,83MPa$, $E_{c,28} = 36620MPa$



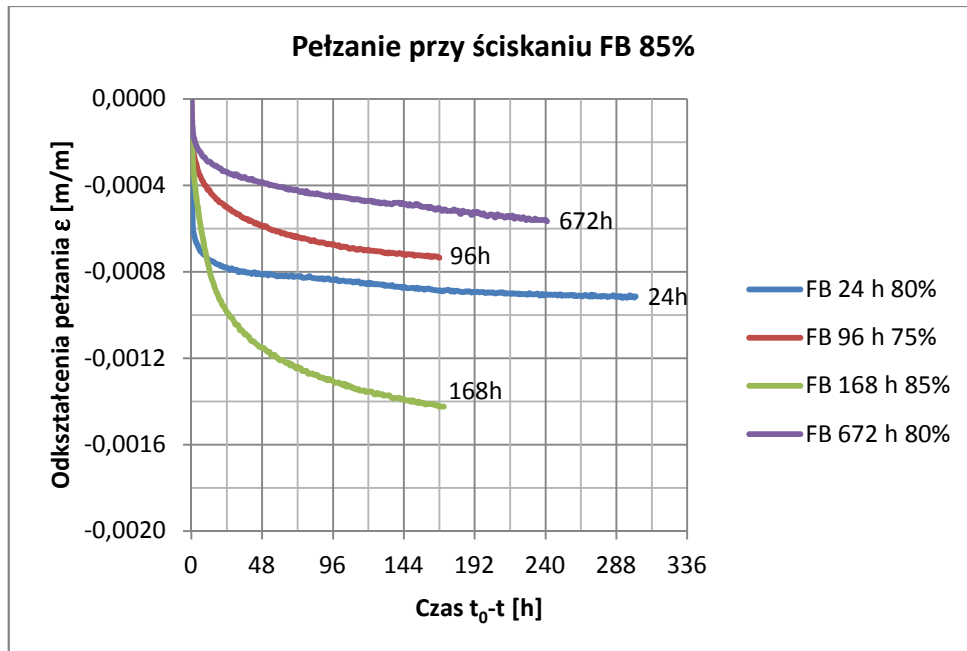
Rys 8.28 Wyniki badań odształceń pełzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 12,68MPa$, $E_{c,28} = 36620MPa$



Rys 8.29 Wyniki badań odkształceń pęzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 21,10MPa$, $E_{c,28} = 36620MPa$



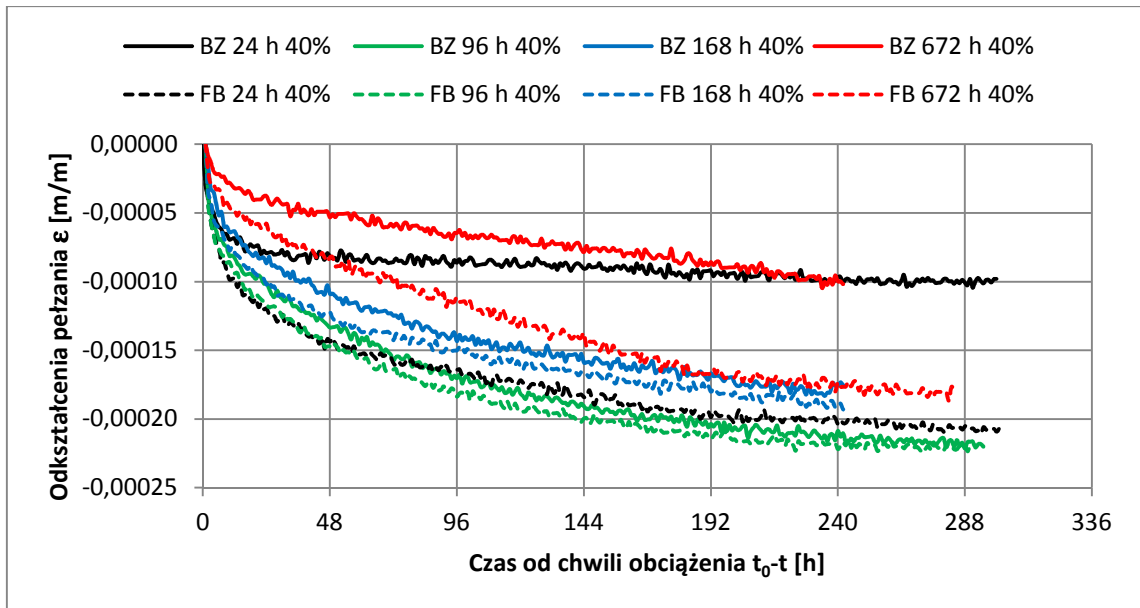
Rys 8.30 Wyniki badań odkształceń pęzania ściskanych próbek z fibrobetonu obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 28,6MPa$, $E_{c,28} = 36620MPa$



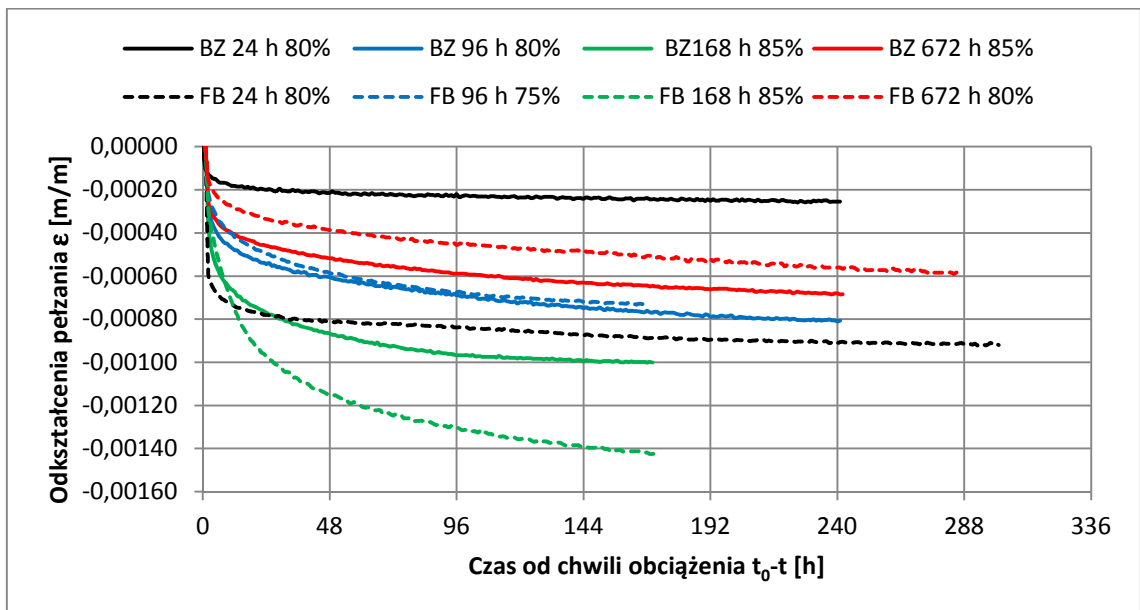
Rys 8.31 Porównanie odkształceń pełzania ściskanego fibrobetonu obciążonego w różnym wieku, wyężonego do wartości ~80% obciążenia niszcącego

8.3.1.3 Zbiornicze zestawienie wyników badań betonów ściskanych

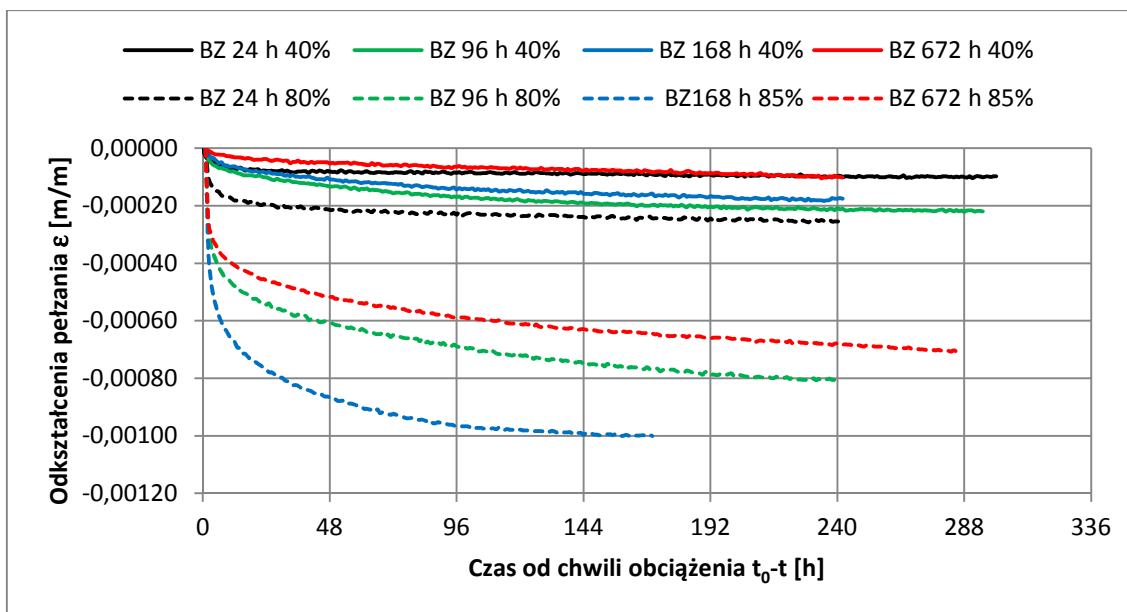
Zbiornicze zestawienie wykresów pełzania betonów ściskanych pokazano na rysunkach 8.32-8.35. Na rysunku 8.32 przedstawiono porównawczo odkształcenia pełzania betonu zwykłego (BZ) i fibrobetonu (FB) przy naprężeniach ściskających równych 40% obciążenia niszcącego, a na rysunku 8.33 przy naprężeniach ~75%÷85% obciążenia niszcącego. Na rysunku 8.34 zestawiono odkształcenia pełzania przy ściskaniu betonu zwykłego (BZ) przy niskim (40%) i wysokim (75%÷85%) poziomie wyężenia. Na rysunku 8.35 odkształcenia fibrobetonu (FB) przy wyężeniu 40% oraz 75%÷85% obciążenia niszcącego.



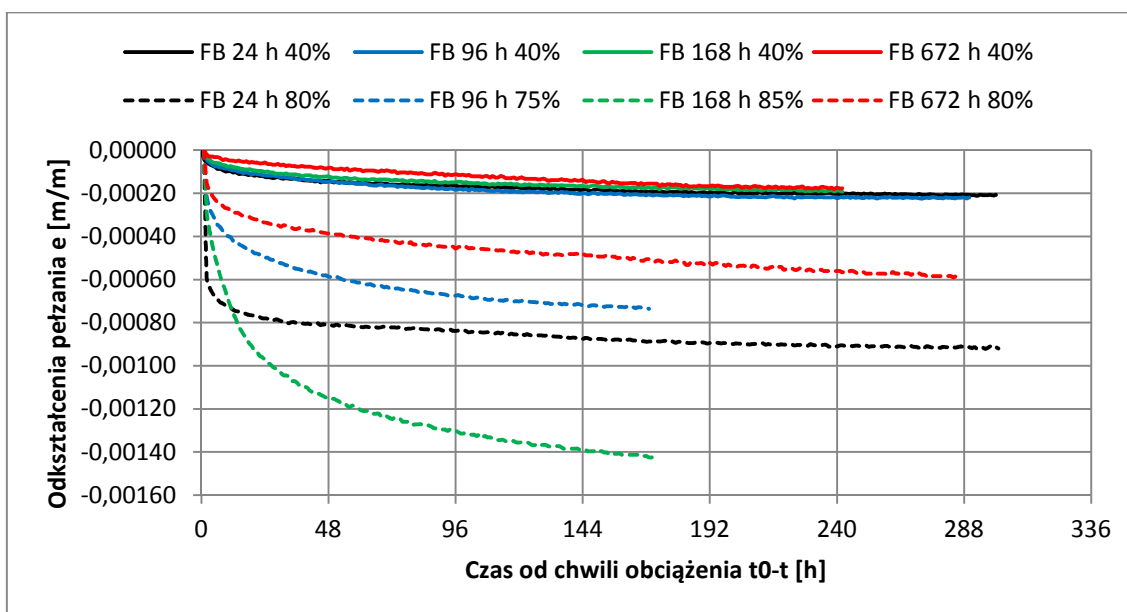
Rys 8.32 Zestawienie odkształceń pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu przy ściskaniu wytężonych do ok 40% wytrzymałości doraźnej w chwili obciążenia



Rys 8.33 Zestawienie odkształceń pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu przy ściskaniu wytężonych do ok. 80% wytrzymałości doraźnej w chwili obciążenia



Rys 8.34 Zestawienie odkształceń pełzania ściskanego betonu zwykłego obciążonego w różnym wieku



Rys 8.35 Zestawienie odkształceń pełzania ściskanego fibrobetonu obciążonego w różnym wieku

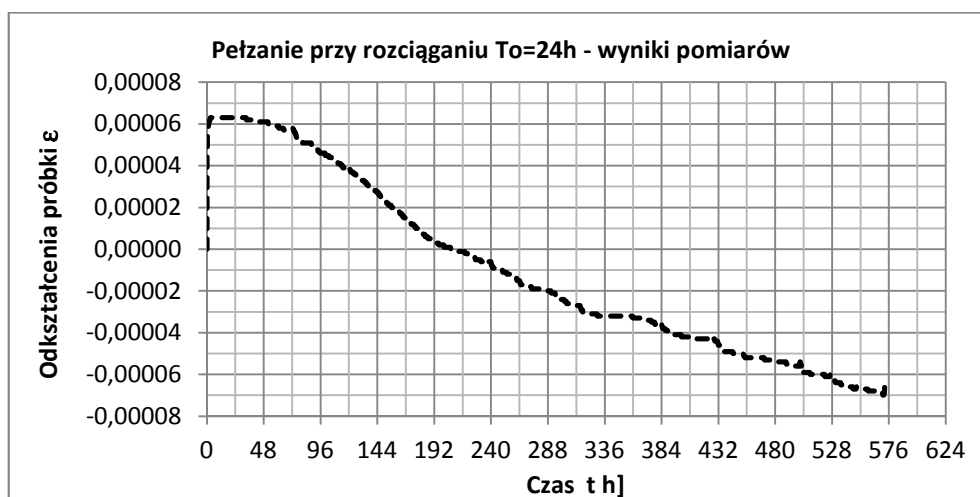
Na podstawie przedstawionych w rozdziałach 8.3.1.1 – 8.3.1.3 wyników badań pełzania przy ściskaniu można sformułować następujące wnioski:

- beton zwykły (BZ) przy wyężeniu 40 % i 80% największe pełzanie wykazuje przy obciążeniu w wieku 96 i 168 godzin – rys 8.16 i 8.26,

- podobne zachowanie charakteryzuje fibrobeton (FB) wycięzony do wartości 40% i 80% wytrzymałości doraźnej, którego największe pełzanie zarejestrowano po obciążeniu w wieku 96 i 168 godzin – rys. 8.21 i 8.31,
- przy obciążeniu 40% wytrzymałości doraźnej pełzanie betonu zwykłego BZ jest mniejsze niż fibrobetonu FB – rys. 8.32
- w betonach obciążonych do wartości ok. 80% wytrzymałości doraźnej pełzanie młodego fibrobetonu jest większe w porównaniu z betonem zwykłym.

8.3.2 Wyniki badań pełzania betonu rozciąganego

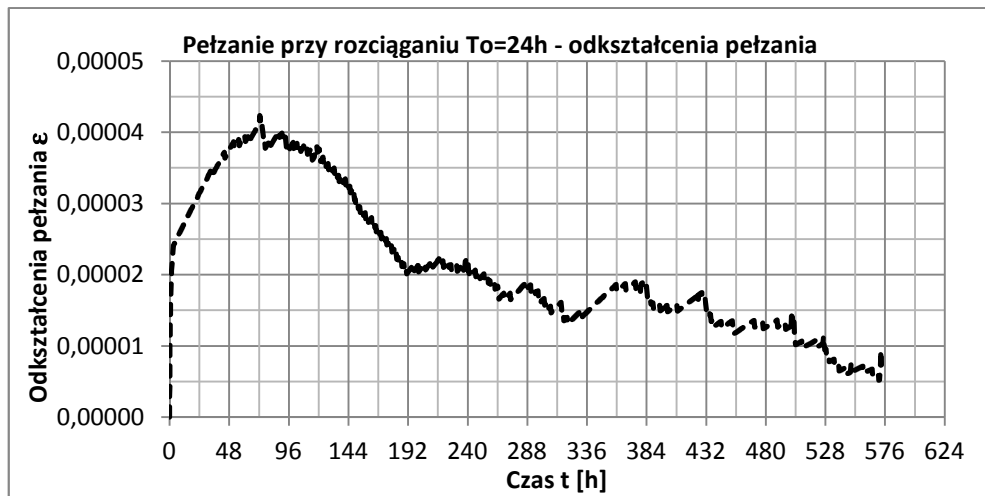
Na rysunku 8.36 przedstawiono przykładowe wyniki badań zarejestrowane w trakcie testu rozciąganego betonu FB wraz z danymi dotyczącymi warunków prowadzenia badań takimi jak: rodzaj betonu, data wykonania próbki i wiek betonu w chwili obciążenia, siła rozciągająca wprowadzona do urządzenia badawczego, średnia wartość wyciężenia badanych próbek, odkształcenia początkowe odczytane w chwili ustabilizowania siły rozciągającej, naprężenia rozciągające próbkę oraz moduł sprężystości betonu w chwili obciążenia.



Data zarobu:	26.11.10		
Rodzaj betonu:	FB		
Wiek betonu:	1 dzień		
Naprężenie [MPa]:	0,539		
Wyciężenie [%]:	85%		
	odksz. T=0	Sigma [MPa]	E(0) [MPa]
Próbka 1	0,00004	0,539	13470

Rys 8.36 Przykładowy raport z badania betonu rozciąganego

Na rysunku 8.37 przedstawiono odkształcenia pełzania w czasie od t_0 do t po uwzględnieniu skurczu $\varepsilon_{s(t,t_0)}$ i odkształceń początkowych ε_{t_0} .



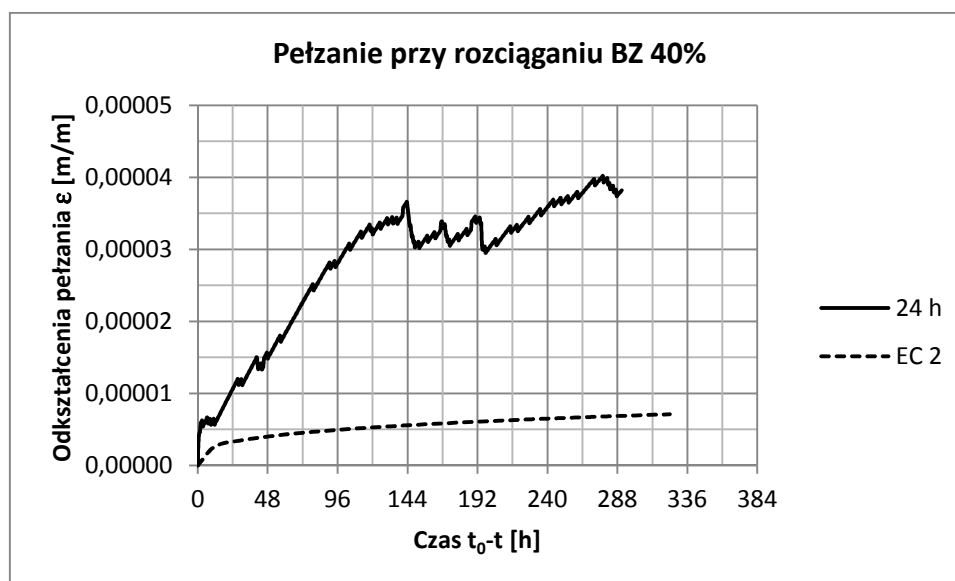
Rys 8.37 Przykładowy wykres odkształceń pełzania betonu rozciąganego

Dokumentację wyników badań pełzania badanych betonów rozciąganych BZ i FB, obciążonych w różnym wieku przy zróżnicowanej wartości wyężenia przedstawiono w załączniku N^o2 do rozprawy. W załączniku podano wyniki pomiarów odkształceń całkowitych betonów rozciąganych, wyniki pomiarów skurczu próbek nieobciążonych, oraz dane dotyczące warunków prowadzenia badań.

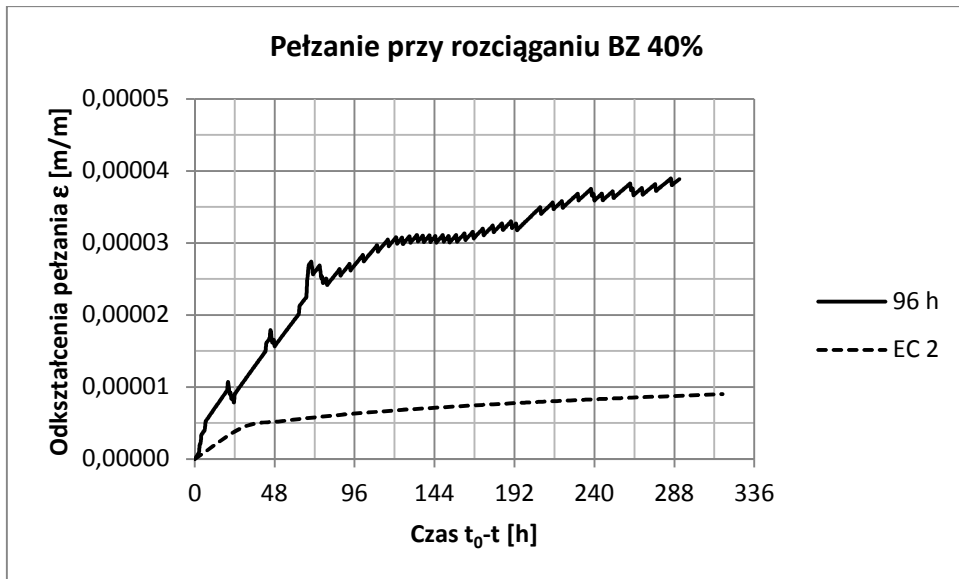
8.3.2.1 Wyniki badań pełzania rozciąganego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wytężonego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

- Wyniki badań pełzania rozciąganego betonu zwykłego (BZ), wytężonego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

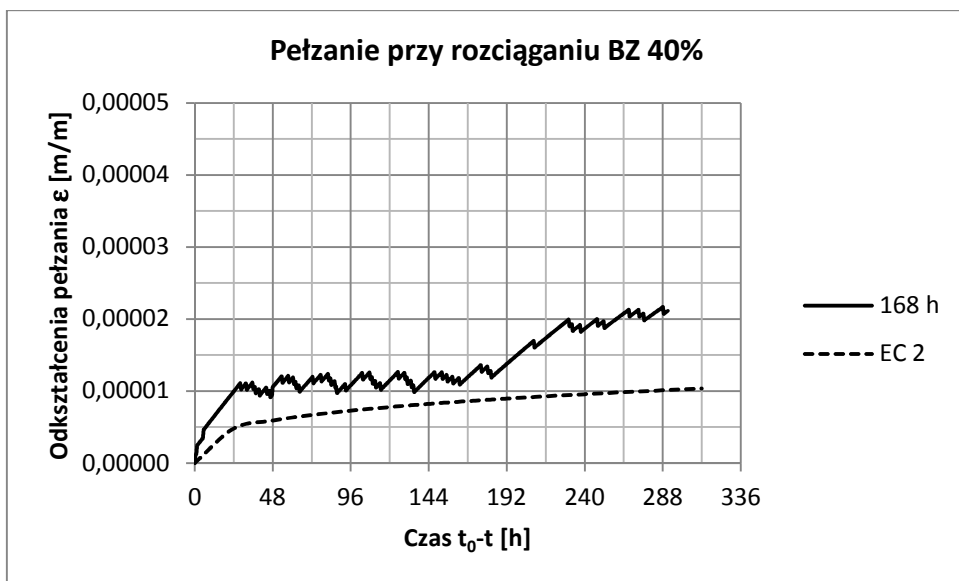
Rysunki 8.40-8.43 przedstawiają wyniki badań odkształceń pełzania badanych próbek betonu zwykłego poddanych rozciąganiu w urządzeniu do badań reologicznych przedstawionym na rys. 7.5. Na rysunkach, porównawczo przedstawiono również wyniki obliczeń pełzania betonów ustalone według normy EC2 [69], dla betonów o składzie takim jak używane w testach laboratoryjnych. Przedstawione wykresy obrazują wyniki badań pojedynczych próbek. Zbiorcze zestawienie wartości odkształceń pełzania rozciąganych próbek betonu zwykłego pokazano na rysunku 8.44.



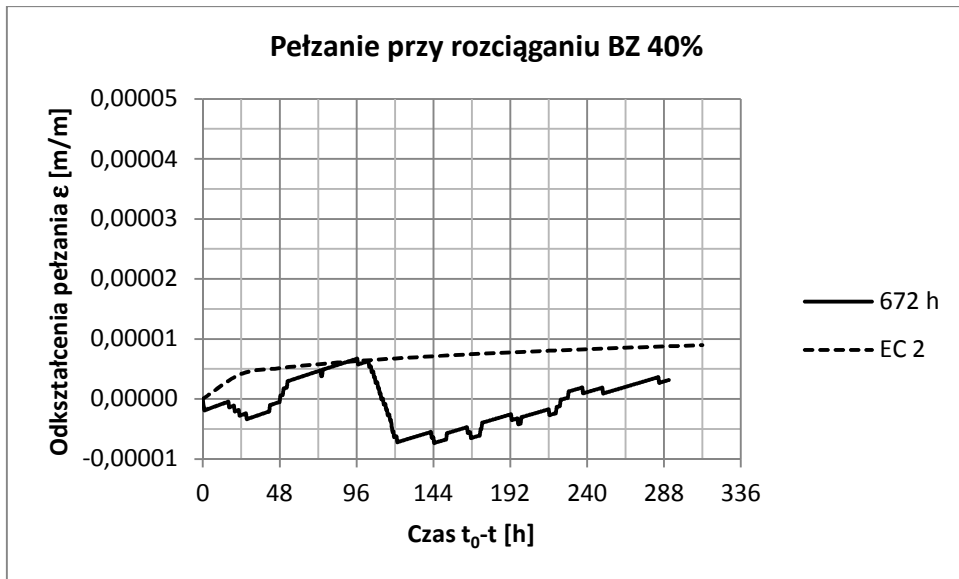
Rys 8.40 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,254 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



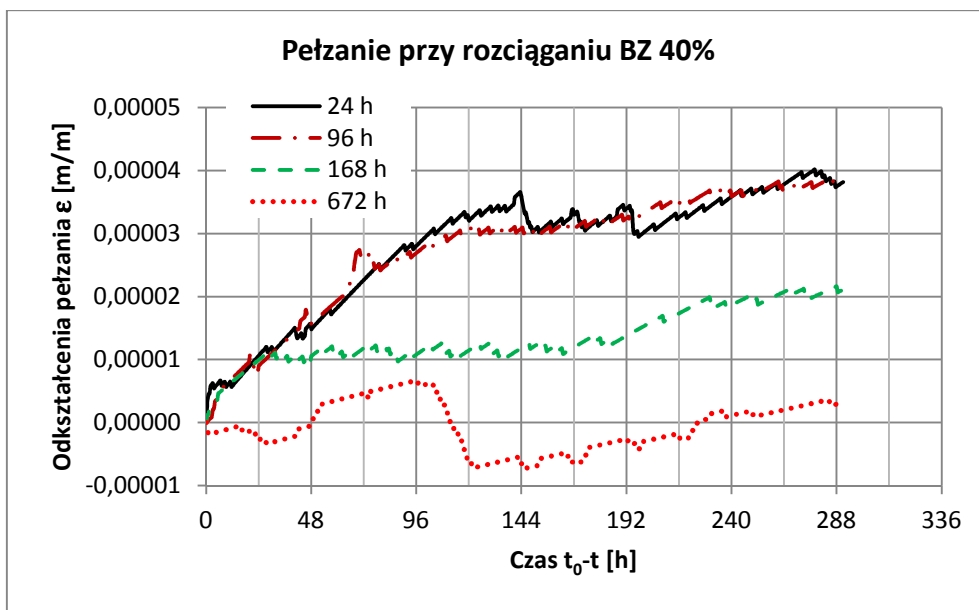
Rys 8.41 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,45MPa$, $E_{c,28} = 36200MPa$



Rys 8.42 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,599MPa$, $E_{c,28} = 36200MPa$



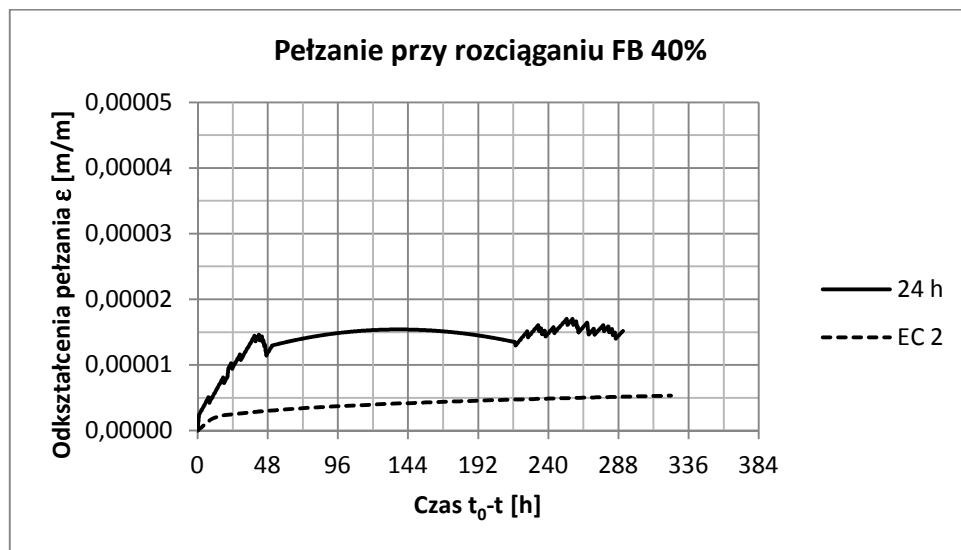
Rys 8.43 Wyniki badań odształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,73MPa$, $E_{c,28} = 36200MPa$



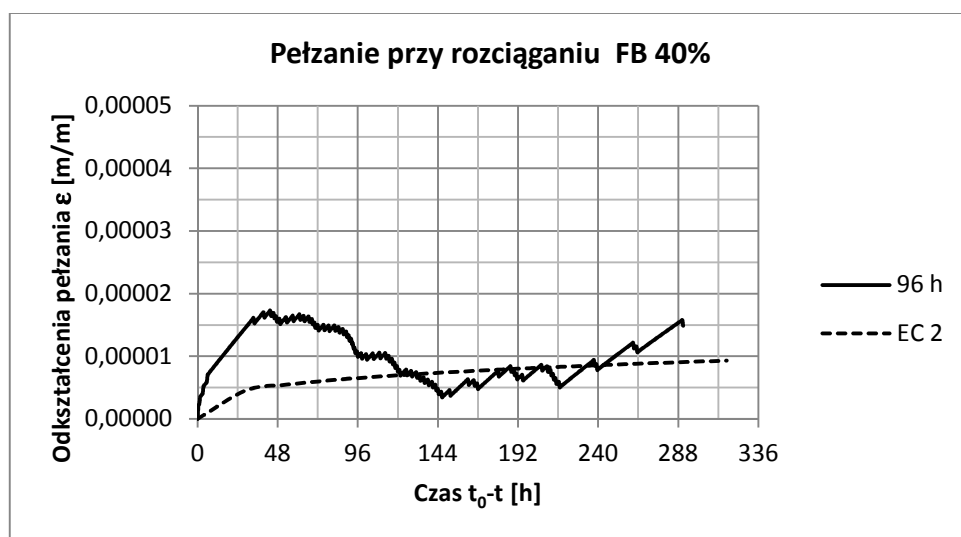
Rys 8.44 Porównanie odształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w różnym wieku, wyężonego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

- Wyniki badań pełzania rozciąganego fibrobetonu (FB), wytężonego do wartości ~40% obciążenia niszczonego

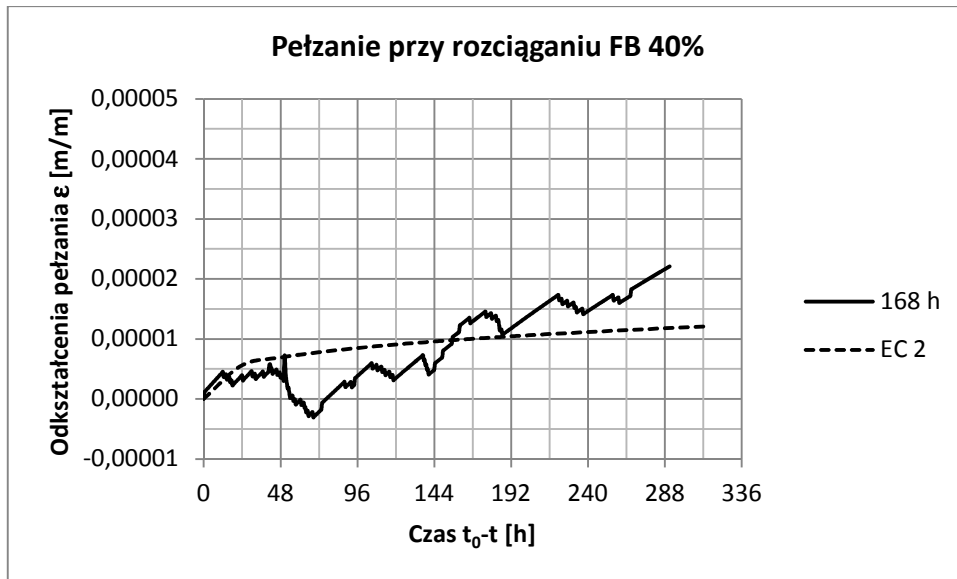
Rysunki 8.45-8.48 przedstawiają wyniki badań pełzania rozciąganego betonu modyfikowanego zbrojeniem rozproszonym (FB) i wytężonego do wartości 40% wytrzymałości doraźnej w chwili rozpoczęcia badania. Porównawczo na rysunkach umieszczono linię obrazującą odkształcenia pełzania wyliczone dla badanych betonów zgodnie z normą EC2 [69]. Rysunek 8.49 przedstawia zbiorcze zestawienie wyników pomiaru pełzania fibrobetonu.



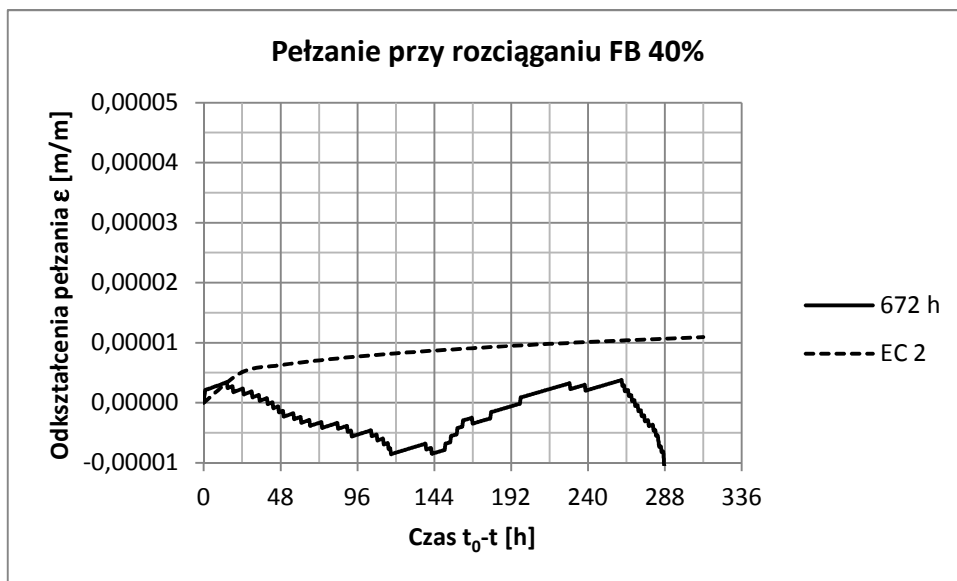
Rys 8.45 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,241 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



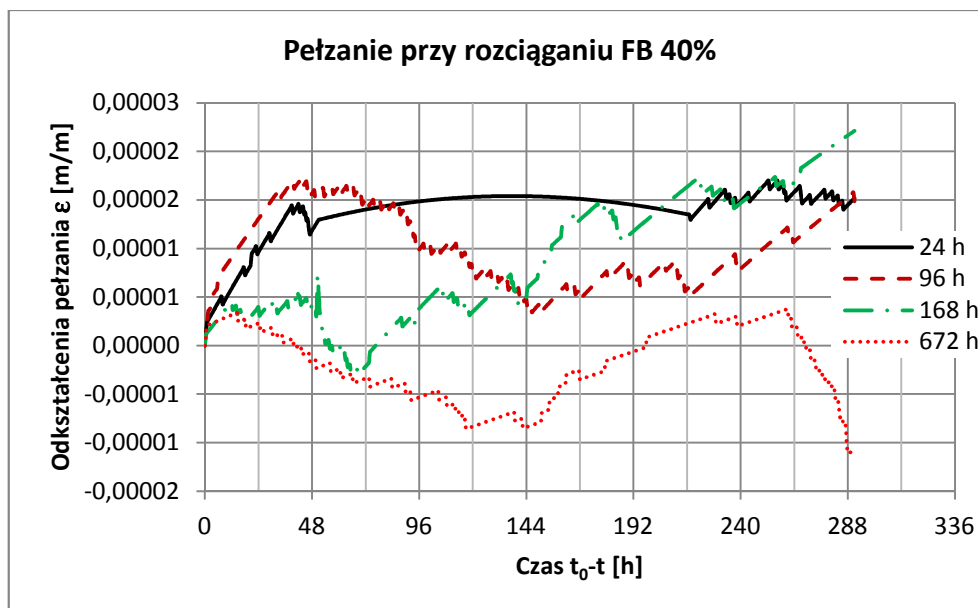
Rys 8.46 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,585 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



Rys 8.47 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,883 \text{ MPa}$, $E_{c,28} = 36620 \text{ MPa}$



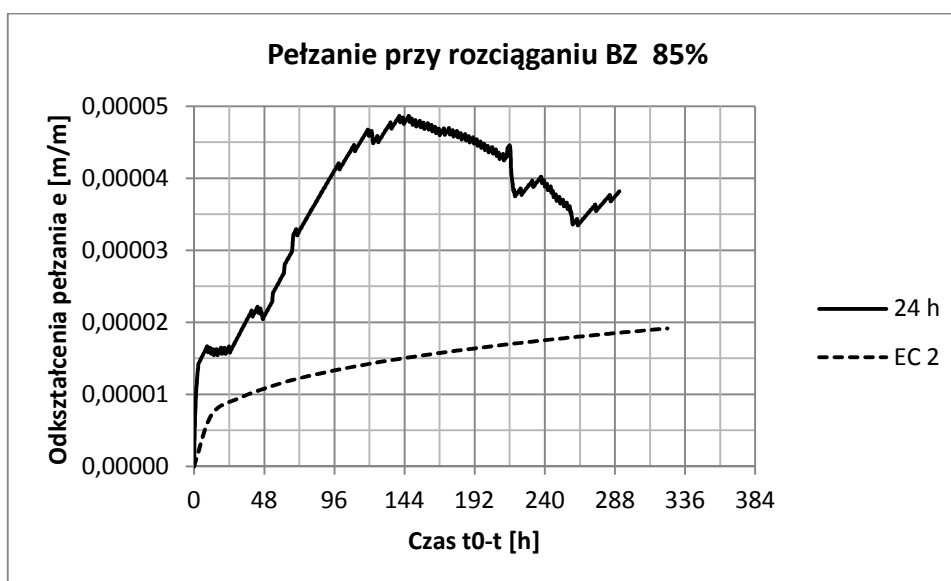
Rys 8.48 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 1,12 \text{ MPa}$, $E_{c,28} = 36620 \text{ MPa}$



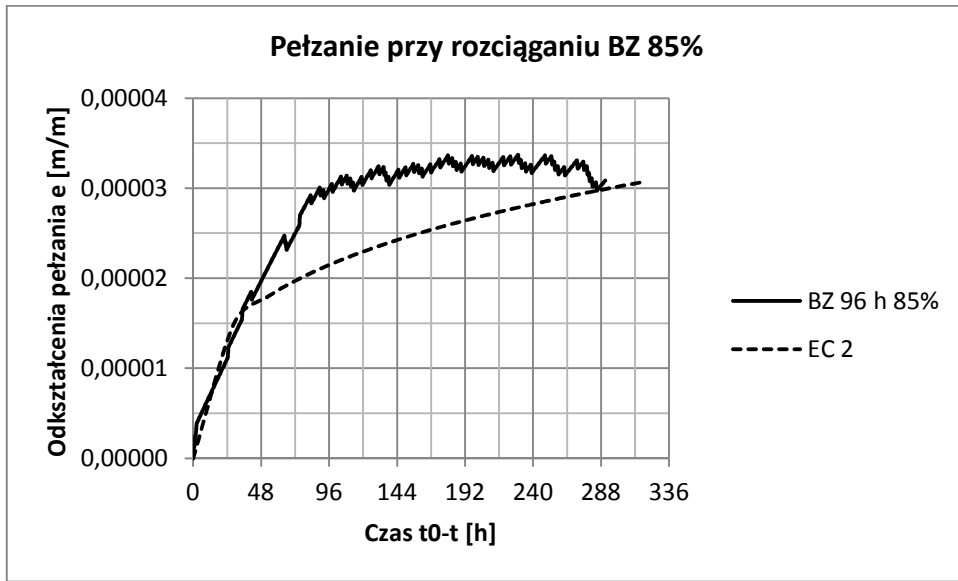
Rys 8.49 Porównanie odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w różnym wieku, wytężonego do wartości ~40% obciążenia niszczącego

8.3.2.2 Wyniki badań pełzania rozciąganego betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wytężonego do wartości ~85% obciążenia niszczącego

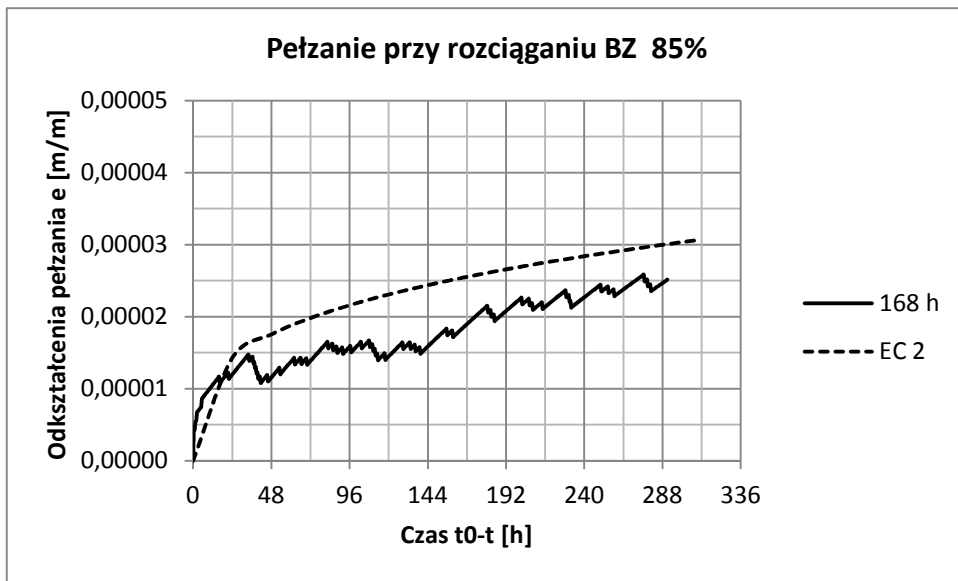
- Wyniki badań pełzania rozciąganego betonu zwykłego (BZ), wytężonego do wartości ~85% obciążenia niszczącego



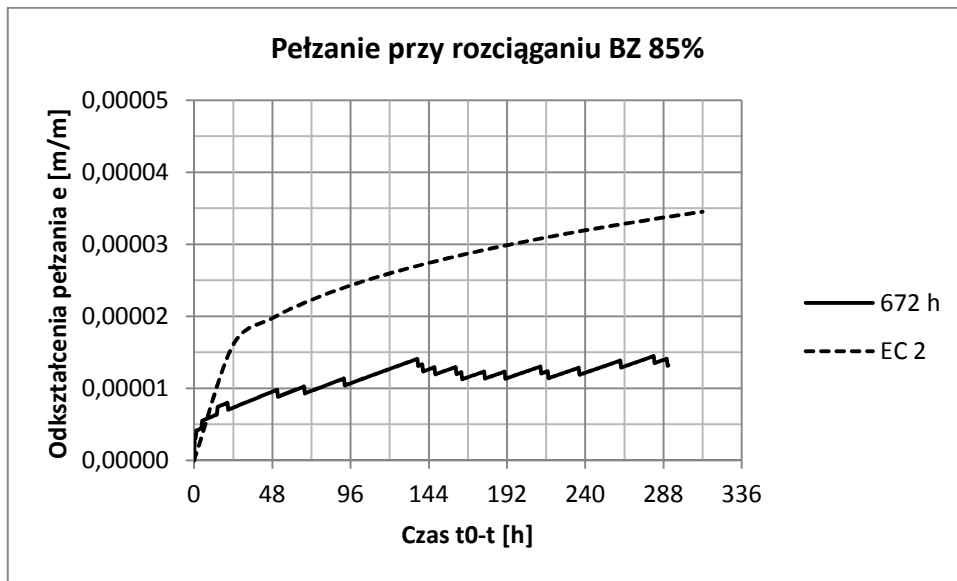
Rys 8.50 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,381 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



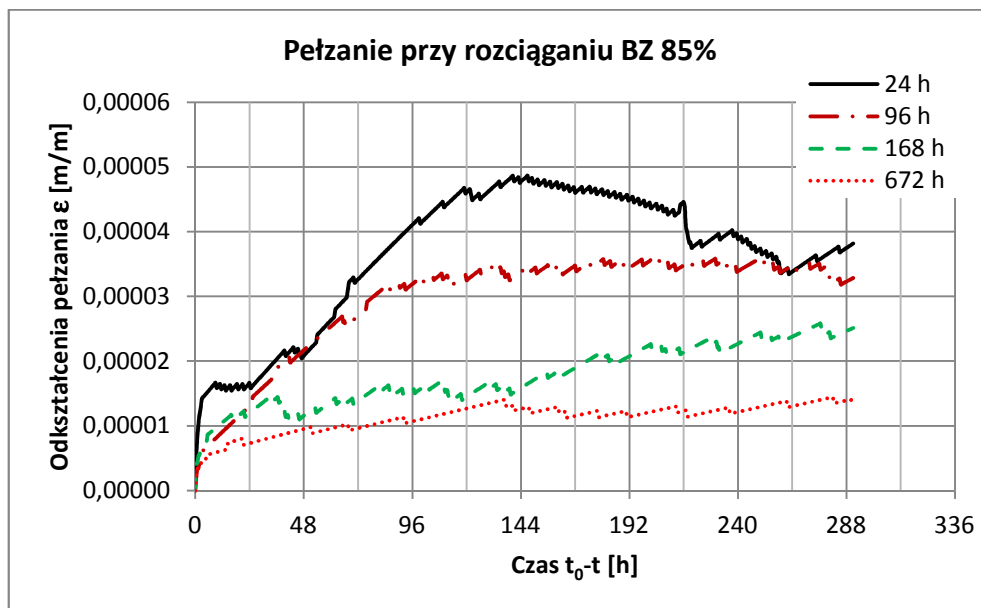
Rys 8.51 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,85 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$



Rys 8.52 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,99 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$

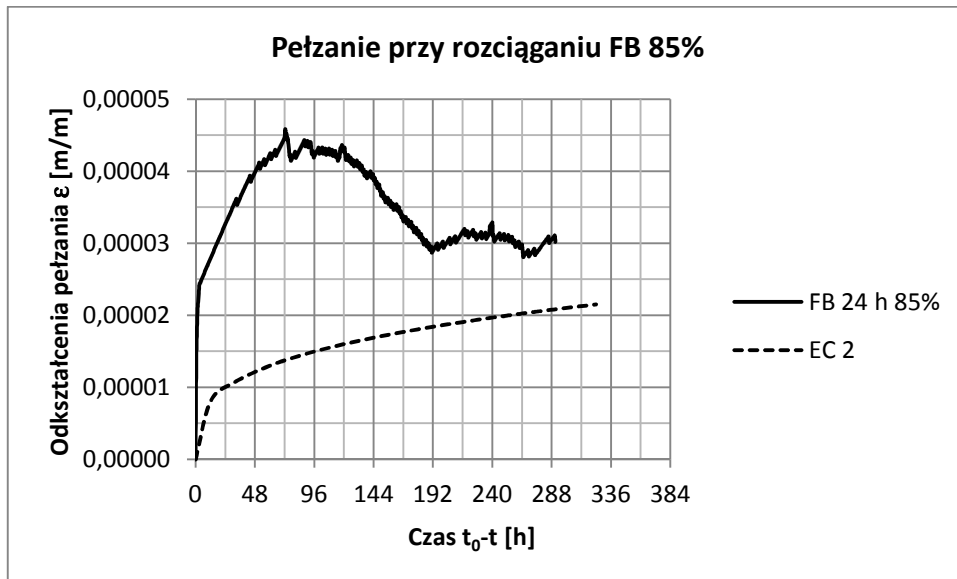


Rys 8.53 Wyniki badań odkształceń pelzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w wieku 672 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 1,56 MPa$, $E_{c,28} = 36200 MPa$

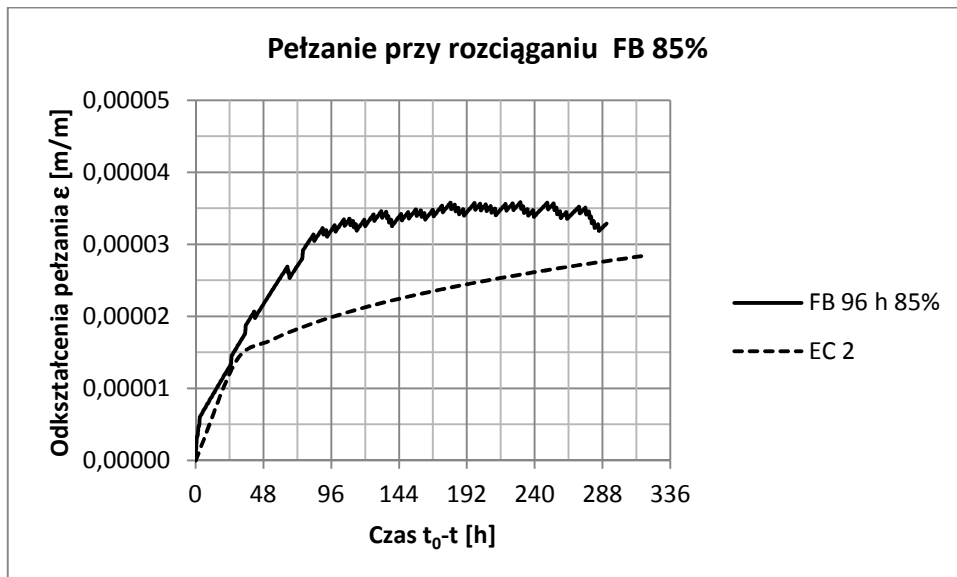


Rys 8.54 Porównanie odkształceń pelzania rozciąganego betonu zwykłego obciążonego w różnym wieku, wyężonego do wartości ~85% obciążenia niszczonego

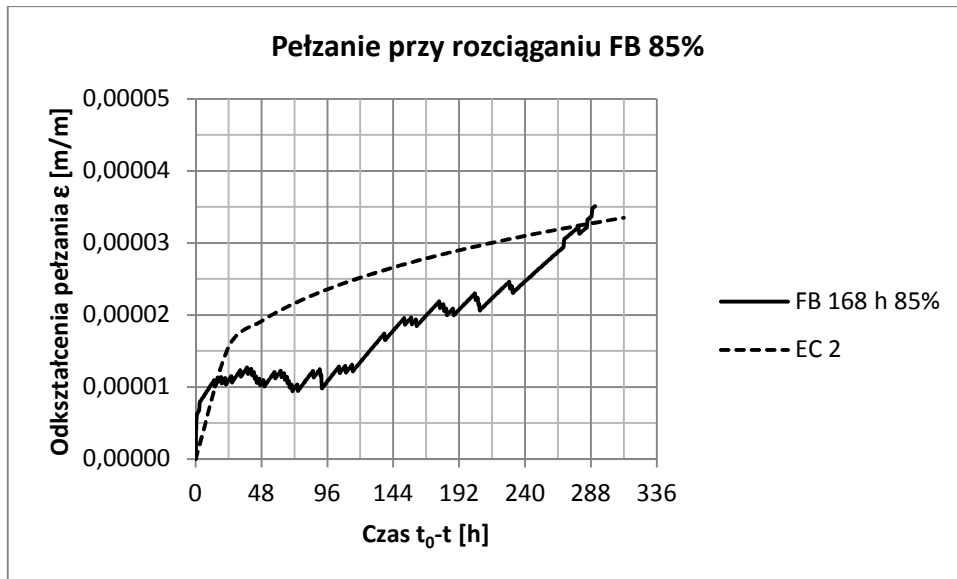
- Wyniki badań pełzania rozciąganego fibrobetonu (FB) wyłożonego do wartości ~85% obciążenia niszczonego



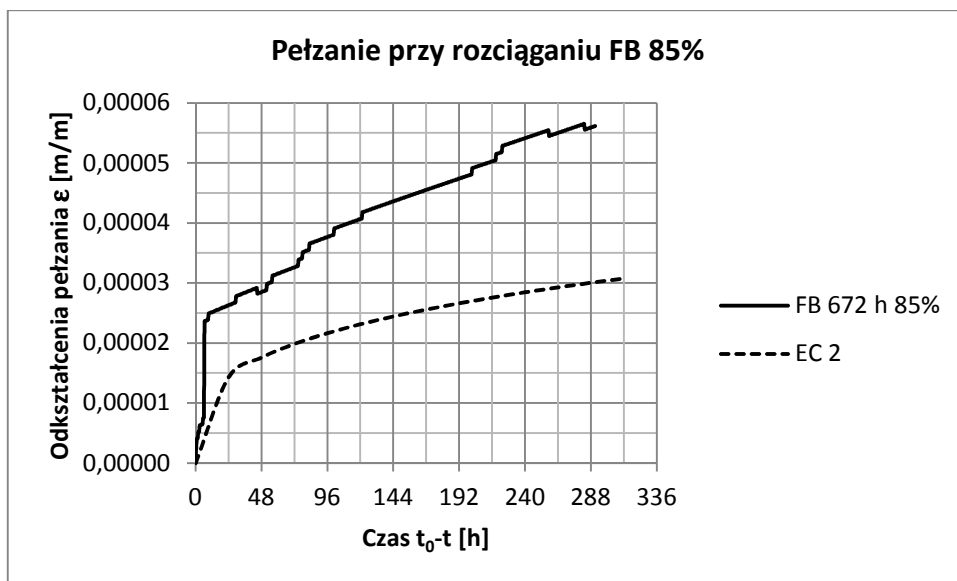
Rys 8.55 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,539 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



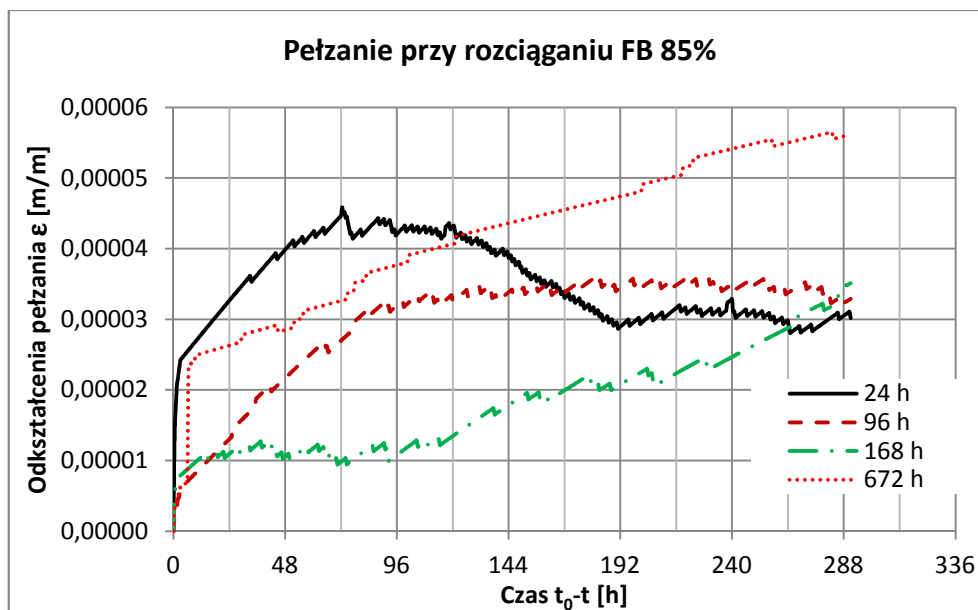
Rys 8.56 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 96 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 0,99 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



Rys 8.57 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 168 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 1,36 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



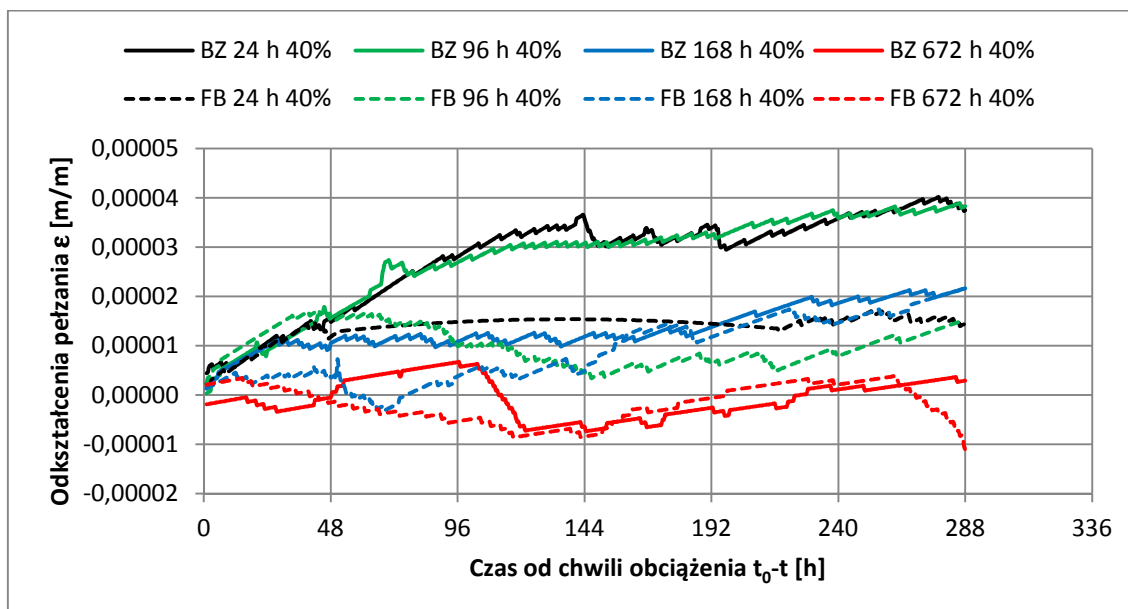
Rys 8.58 Wyniki badań odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w wieku 24 godzin oraz teoretyczna krzywa wyznaczona wg EC 2 [69], $\sigma = 1,75 MPa$, $E_{c,28} = 36620 MPa$



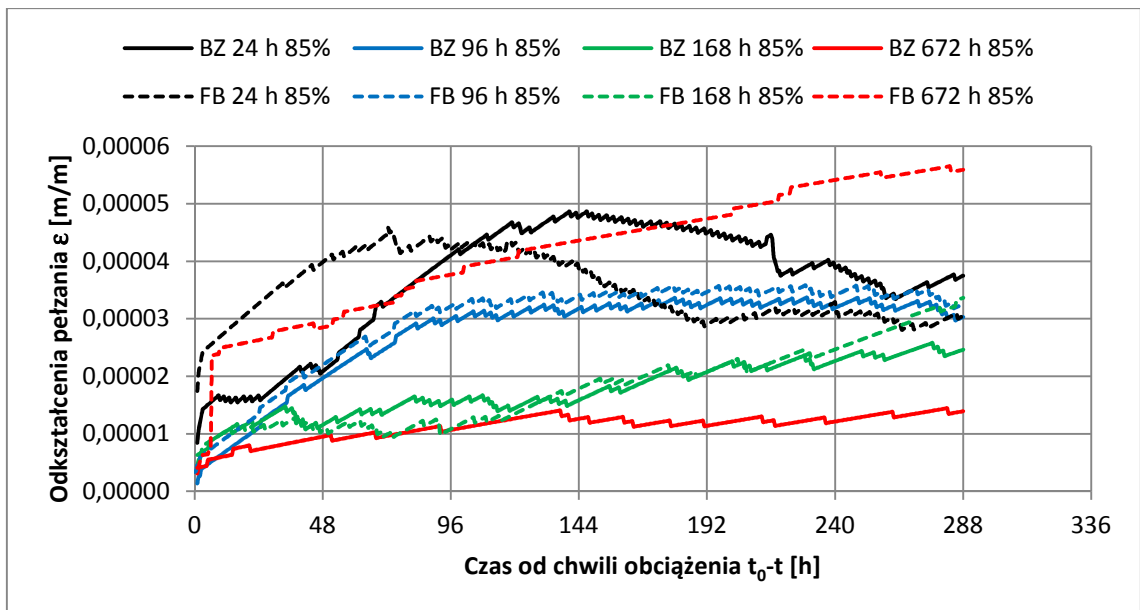
Rys 8.59 Porównanie odkształceń pełzania rozciąganego fibrobetonu obciążonego w różnym wieku, wyężonego do wartości ~85% obciążenia niszczonego

8.3.2.3 Zbiornicze zestawienie wyników badań betonów rozciąganych

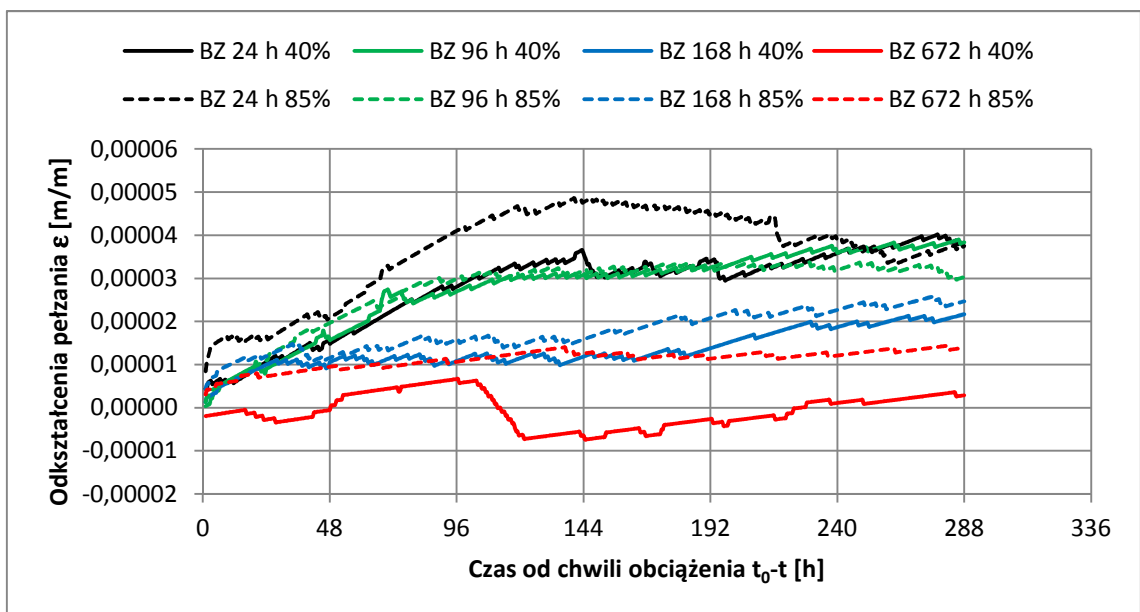
Na rysunkach 8.60 – 8.63 przedstawiono porównawczo wyniki badań betonów rozciąganych w zależności od rodzaju betonu i wartości obciążenia.



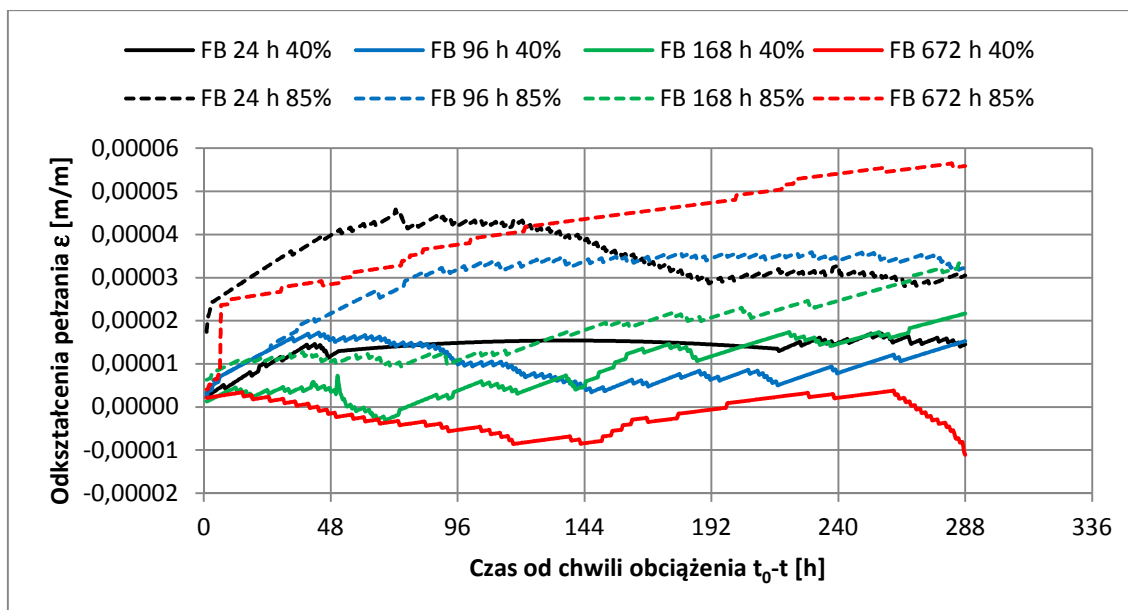
Rys 8.60 Zestawienie odkształceń pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu przy rozciąganiu wyężonych do ok. 40% wytrzymałości doraźnej w chwili obciążenia



Rys 8.61 Zestawienie odkształceń pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu przy rozciąganiu wyłożonych do ok. 85% wytrzymałości doraźnej w chwili obciążenia



Rys 8.62 Zestawienie odkształceń pełzania betonu zwykłego obciążonego w różnym wieku przy dwóch wartościach wyężenia: $\sigma \approx 0,4 f_{ct}$ i $\sigma \approx 0,85 f_{ct}$



Rys 8.63 Zestawienie odkształceń pełzania fibrobetonu obciążonego w różnym wieku przy dwóch wartościach wyężenia: $\sigma \approx 0,4 f_{ct}$ i $\sigma \approx 0,85 f_{ct}$

Na podstawie przedstawionych w rozdziałach 8.3.2.1 – 8.3.2.3 wyników badań zauważyć można następujące zależności:

- pełzanie betonu zwykłego (BZ) oraz fibrobetonu (FB) wyężonych do wartości $\sim 40\%$ maleje w miarę wzrostu czasu ich twardnienia w chwili obciążenia – rys 8.44 i 8.49,
- pełzanie betonu zwykłego wyężonego do wartości ok. 85% wytrzymałości doraźnej maleje w miarę wzrostu czasu jego twardnienia w chwili obciążenia – rys. 8.54,
- fibrobeton wyężony do wartości $\sim 85\%$ wytrzymałości doraźnej najmniejsze pełzanie charakteryzuje próbki obciążone w wieku 96 i 168 godzin – rys 8.59,
- porównując betony: zwykły i fibrobeton – wyężone do poziomu 40%, stwierdzić można, że pełzanie betonu zwykłego (BZ) jest większe niż fibrobetonu (FB) obciążonego w tym samym wieku – rys. 8.60,
- porównując pełzanie betonu zwykłego i fibrobetonu przy wysokim poziomie naprężenia ($\sim 85\%$ wytrzymałości doraźnej) zauważyć można, że pełzanie betonu zwykłego (BZ) jest mniejsze niż fibrobetonu (FB) – rys. 8.61.

W przypadku badanych betonów rozciąganych, pomimo uwzględnienia w wynikach pełzania odkształceń skurczu swobodnego, zaobserwowano dodatkowy skurcz aktywowany wpływem naprężeń rozciągających. Potwierdza to tezę, że w betonie – szczególnie rozciągany [46],[54] – obciążenie i zjawiska związane z wysychaniem są ze sobą powiązane.

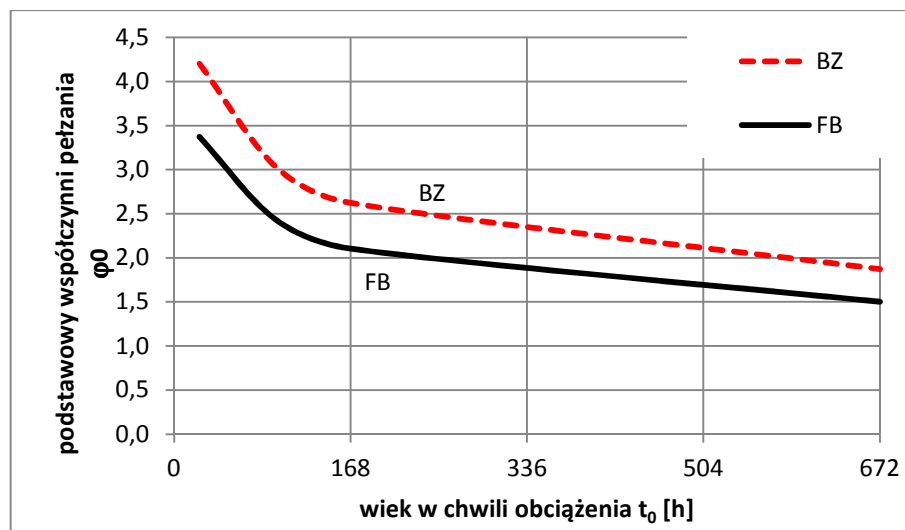
9. Analiza wyników badań

9.1 Analiza wyników badań pełzania betonów w świetle ustaleń normy PN-EN 1992-1-1:2008

Odkształcenia pełzania betonu zależą od: wilgotności otoczenia, wymiarów elementu i składu betonu. Na wartość odkształceń pełzania wpływa również wiek betonu w chwili obciążenia oraz czas trwania i wielkość obciążenia. Do obliczeń normowych wartości pełzania badanych betonów przyjęto ich wytrzymałości f_{cm} ustalone na próbkach o dojrzałości odpowiadającej dojrzałości próbek przeznaczonych do testów pełzania. Przyjęto wytrzymałość średnią na ściskanie betonu zwykłego $f_{cm,BZ}=28,40$ MPa i fibrobetonu $f_{cm,FB}=37,90$ MPa. Wilgotność względną otoczenia zaizolowanych folią próbek betonów (BZ) i (FB) przyjęto równą $RH=95\%$. Współczynnik kształtu h_0 przyjęto odpowiednio 75 mm dla ściskanej próbki walcowej i 50 mm dla rozciąganej próbki belkowej. Dla stosowanego w badaniach cementu CEM-III/A 32,5N – HSR/LH/NA wyznaczono skorygowany wiek betonu w chwili obciążenia t_0 – przyjmując we wzorze B.9 (Załącznik B do normy [69]) wartość parametru $\alpha = -1$, jak dla cementu klasy S. Korzystając ze wzorów podanych w *Załączniku B* normy [69] ustalono wartości współczynników φ_{RH} , $\beta_{f_{cm}}$, $\beta(t_0)$ – odpowiadające właściwościom mechanicznym oraz warunkom twardnienia badanych betonów (BZ) i (FB). Zestawienie wartości podstawowych współczynników pełzania badanych betonów obciążanych w różnym wieku t_0 podano w tabelicy 9.1, oraz na rysunku 9.1.

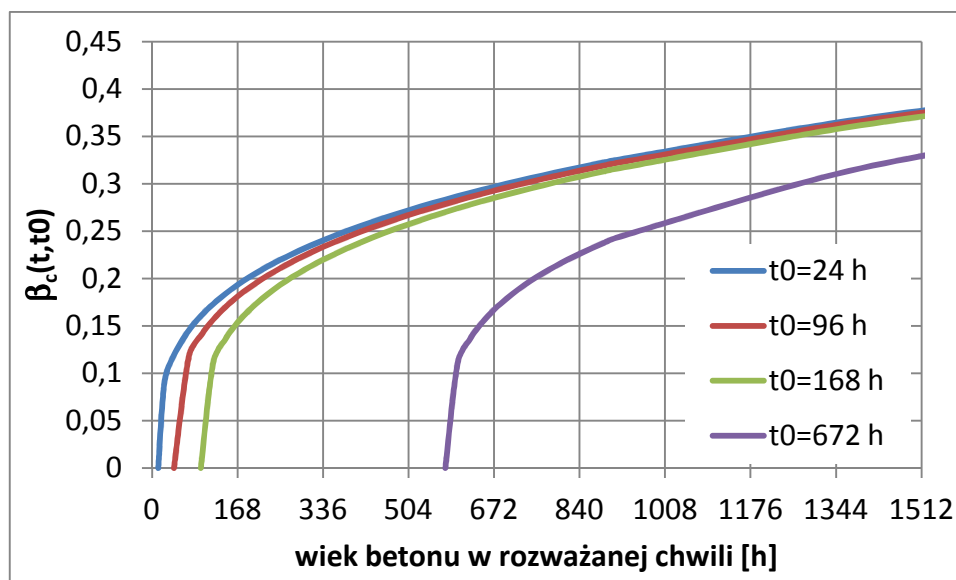
Tabela 9.1 Zestawienie wartości podstawowych współczynników pełzania badanych betonów wg [69]

Oznaczenie betonu, Współczynniki:		Wiek betonu w chwili obciążenia t_0 [dni] (nieskorygowany) / skorygowany			
		1 (24h) / 0,5	4 (96h) / 1,8	7 (168h) / 4,0	28 (672h) / 24
$\beta(f_{cm})$		Współczynnik: $\beta(t_0)$			
φ_{RH}		1,1287	0,8165	0,7045	0,5030
		Podstawowy współczynnik pełzania φ_0			
Beton zwykły BZ	$\beta(f_{cm})=3,2$	4,204	3,041	2,624	1,874
	$\varphi_{RH}=1,1$				
Fibrobeton FB	$\beta(f_{cm})=2,7$	3,371	2,439	2,104	1,502
	$\varphi_{RH}=1,1$				



Rys 9.1 Przebieg podstawowego współczynnika pełzania badanych betonów wyznaczony wg EC2

Wartości funkcji $\beta_c(t, t_0)$ opisującej rozwój pełzania badanych betonów w czasie wyznaczone dla pierwszych 64 dni twardnienia pokazano na rysunku 9.2. Wartość β_c rośnie asymptotycznie i zgodnie z normą EC2 przyjmuje się, że osiąga wartość 1,0 po okresie około 70 lat. Zmiany wartości funkcji β_c obliczone dla betonów (BZ) i (FB) nie przekraczają 0,2% ze względu na niewielką różnicę współczynników β_H wyznaczonych dla betonu zwykłego jak i modyfikowanego włóknami.



Rys 9.2 Przebieg funkcji czasowej $\beta_c(t, t_0)$ badanych betonów

Norma [69], w wypadku gdy beton poddany jest obciążeniu wywołującemu naprężenia większe od $0,45f_{ck}(t_0)$, definiuje umowny współczynnik pełzania – opisujący nieliniowość odkształceń opóźnionych. Dla stosunku naprężenia do wytrzymałości $\sigma_c / f_{ck}(t_0) = k_\sigma$ w granicach $0,75 \div 0,85$ odpowiednie wartości współczynnika nieliniowego wynoszą: 1,6 (dla $k_\sigma = 0,75$), 1,7 (dla $k_\sigma = 0,80$), oraz 1,8 (dla $k_\sigma = 0,85$). Należy zauważyć, że wyznaczając wartość nieliniowego współczynnika pełzania mnoży się końcowy współczynnik pełzania $\phi(\infty, t_0)$ przez niezależną od czasu stałą, reprezentującą wzrost odkształceń nieliniowych. Zatem według procedury normowej dynamika zmian pełzania nieliniowego będzie identyczna jak pełzania liniowego zarówno w pierwszych godzinach obciążenia jak i po wielu dniach jego trwania.

9.1.1 Porównanie wartości współczynników pełzania badanych betonów z wartościami normowymi według EC2

Zgodnie z ustaleniami PN-EN 1992-1-1:2008 [69] odkształcenia pełzania obciążonego betonu określają równania:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0)_{NORM} = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \cdot \beta_c(t, t_0) \rightarrow, \quad (9.1)$$

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0)_{NORM} = \underbrace{\left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \right]}_{\varphi_0} \cdot \underbrace{\left[\frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \right]}_{\beta(f_{cm})} \cdot \underbrace{\left[\frac{1}{0,1 + (t_0)^{0,20}} \right]}_{\beta(t_0)} \cdot \underbrace{\left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]}_{\beta_c(t, t_0)} \cdot \frac{\sigma_c}{E_c}. \quad (9.2)$$

Z definicji normowej współczynnik pełzania jest ilorazem odkształceń pełzania oraz odkształceń sprężystych betonu odniesionych do 28 dni jego twardnienia, przy czym przyjmuje się, że ($E_c = 1,05 E_{cm}$)

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{sp}}. \quad (9.3)$$

Wynika stąd, że:

$$\varphi(t, t_0)_{NORM} = \varepsilon_{cc}(t, t_0)_{NORM} \cdot \frac{E_c}{\sigma_c} = \underbrace{\left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \right]}_{\varphi_0} \cdot \underbrace{\left[\frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \right]}_{\beta(f_{cm})} \cdot \underbrace{\left[\frac{1}{0,1 + (t_0)^{0,20}} \right]}_{\beta(t_0)} \cdot \underbrace{\left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]}_{\beta_c(t, t_0)} \quad (9.4)$$

Równanie (9.4) pozwala porównać wyniki badań pełzania betonów BZ i FB z wartościami ustalonymi zgodnie z normą EC2 [69]

$$\varphi(t, t_0)_{BAD} = \varepsilon_{cc}(t, t_0)_{BAD} \cdot \frac{E_c}{\sigma_c}. \quad (9.5)$$

We wzorze 9.5 przez $\varepsilon_{cc}(t, t_0)_{BAD}$ oznaczono wartości odkształceń pełzania badanych betonów – ustalone jako różnica pomierzonych odkształceń całkowitych oraz

odkształceń natychmiastowych (sprężystych) i skurczu, a przez E_c wartość modułu sprężystości materiału w wieku 28 dni.

9.1.2 Porównanie normowych współczynników pełzania z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów ściskanych

Zestawienie wartości współczynników pełzania ustalonych według normy EC2 [69], oraz wynikających z przeprowadzonych badań przedstawiono w tablicach (9.2)-(9.3).

Tablica 9.2 Porównanie wyników badań pełzania betonów ściskanych z ustaleniami normowymi wg EC2 - beton zwykły

Współczynnik pełzania	Beton zwykły – ściskanie $k_\sigma < 0,45$				Beton zwykły – ściskanie $k_\sigma = 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{NORM}$	0,92	0,67	0,58	0,41	1,67	1,01	0,92	0,73
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	1,41	0,99	0,64	0,34	3,01	3,14	1,82	1,01
Δ_φ	65%	68%	91%	121%	55%	32%	51%	72%

Tablica 9.3 Porównanie wyników badań pełzania betonów ściskanych z wyliczeniami normowymi wg EC2 - fibrobeton

Współczynnik pełzania	Fibrobeton – ściskanie $k_\sigma < 0,45$				Fibrobeton – ściskanie $k_\sigma = 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{NORM}$	0,74	0,54	0,46	0,33	1,24	0,83	0,86	0,56
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	2,70	0,80	0,23	0,42	4,59	2,31	2,60	0,72
Δ_φ	27%	68%	200%	79%	27%	36%	33%	78%

W przedstawionych tablicach pokazano również zmianę procentową wyznaczonych współczynników pełzania w stosunku do założeń normowych wg EC2[69] wyznaczoną w oparciu o zależność:

$$\varphi(t, t_0)_{NORM} / \varphi(t, t_0)_{BAD} \cdot 100\% = \Delta_{\varphi}, \quad (9.6)$$

Porównując wartości teoretyczne z wyznaczonymi doświadczalnie na podstawie własnych badań, zgodnie z zależnością (9.6), widać, że norma niedoszacowuje wielkości zmian reologicznych betonu obciążonego w pierwszych dniach twardnienia. W zakresie liniowym wielkość odkształceń teoretycznych to ok. 65-68% zmierzonych na próbkach z betonu zwykłego obciążonego w wieku 1-4 dni i jedynie 27% dla fibrobetonu obciążonego po 24 godzinach. W zakresie wysokich obciążeń teoretyczne odkształcenia normowe to jedynie 32-55% odkształceń pomierzonych na próbkach z betonu zwykłego obciążonego w wieku 1-7 dni i 27-36% dla fibrobetonu. Warto zaznaczyć, że zachodzi zadowalająca korelacja pomiędzy wynikami badań a wartościami normowymi w odniesieniu do betonu obciążonego w wieku 28 dni. W zakresie liniowym otrzymane różnice nie przekraczały 21% w odniesieniu do betonów (BZ) i (FB), a w zakresie nieliniowym 28% w odniesieniu do betonu zwykłego i 22% w odniesieniu do fibrobetonu.

9.1.3 Porównanie normowych współczynników pełzania z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów rozciąganych

Podobnie jak w przypadku betonu ściskanego przeprowadzono analizę zgodności współczynników pełzania betonu rozciąganego wyznaczonych na podstawie EC2 [69] z wartościami otrzymanymi na podstawie badań. Wyniki zestawiono w tablicach 9.4 i 9.5.

Tablica 9.4 Porównanie wyników badań pełzania betonów rozciąganych z ustaleniami normowymi wg EC2 - beton zwykły

Współczynnik pełzania	Beton zwykły – rozciąganie $k_{\sigma} < 0,45$				Beton zwykły – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{NORM}$	0,92	0,67	0,58	0,41	1,68	1,22	1,05	0,75
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	5,11	2,89	1,13	0,50	4,75	1,44	0,83	0,28
Δ_{φ}	18%	23%	51%	80%	35%	85%	127%	268%

Tablica 9.5 Porównanie wyników badań pełzania betonów rozciąganych z ustaleniami normowymi wg EC2 - fibrobeton

Współczynnik pełzania	Fibrobeton – rozciąganie $k_{\sigma} < 0,45$				Fibrobeton – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{NORM}$	0,74	0,54	0,46	0,33	1,35	0,98	0,84	0,60
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	2,26	0,50	0,61	0,33	3,40	1,25	0,66	1,13
Δ_{φ}	33%	108%	75%	100%	40%	78%	127%	53%

Z przedstawionych w tablicach 9.4 i 9.5 wyników wyciągnąć można podobne wnioski jak w odniesieniu do betonu ściskanego. Norma [69] niedoszacowuje odkształceń pełzania betonu obciążonego we wczesnym stadium twardnienia (24-96 h). Pomierzone wartości pełzania betonu zwykłego obciążonego w wieku 24 godzin były ponad 5 krotnie większe niż wyznaczone na podstawie normy i 3 krotnie większe dla fibrobetonu obciążonego w tym samym wieku. Przy wysokich wartościach wyężenia młodego betonu również zaobserwowano znacznie większe odkształcenia pełzania niż wynikałoby to z ustaleń normowych. Teoretyczne odkształcenia pełzania to jedynie 35-40% wartości pomierzonych. W betonie starszym (>96 h twardnienia) zaobserwowano zadowalającą zgodność wartości pomierzonych z teoretycznymi.

9.2 Analiza wyników badań pełzania betonów w świetle Pre-normy Fib-2010

Najnowszy dokument normalizacyjny dotyczący konstrukcji betonowych, Pre-norma fib-m-c 2010 [85], wartość współczynnika pełzania wyraża w postaci sumy dwóch funkcji: podstawowego współczynnika pełzania $\varphi_{bc}(t, t_0)$ i współczynnika pełzania przy wysychaniu $\varphi_{dc}(t, t_0)$:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0). \quad (9.7)$$

Podstawowy współczynnik pełzania $\varphi_{bc}(t, t_0)$ definiuje się jako iloczyn zależny od średniej wytrzymałości betonu w wieku 28 dni $\beta_{bc}(f_{cm})$ i od rozwoju pełzania betonu w czasie $\beta_{bc}(t, t_0)$:

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0), \quad (9.8)$$

gdzie:

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{(f_{cm})^{0,7}}, \quad (9.9)$$

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \ln \left(\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0,035 \right)^2 \cdot (t - t_0) + 1 \right), \quad (9.10)$$

$t_{0,adj}$ jest skorygowanym wiekiem betonu w chwili obciążenia wyrażonym w dniach. Wzór do wyliczania skorygowanego wieku betonu przyjmuje ma postać zarówno w Pre-normie fib-2010 [85] jak i normie Eurokod 1992-1-1:2008 [69].

Współczynnik pełzania przy wysychaniu $\varphi_{dc}(t, t_0)$ wyznacza się w oparciu o zależność (9.11).

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0). \quad (9.11)$$

Poszczególne człony powyższego wzoru wyznacza się z zależności:

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1,4}}, \quad (9.12)$$

$$\beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{100}}}, \quad (9.13)$$

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_{0,adj}^{0,2}}, \quad (9.14)$$

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_h + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)}, \quad (9.15)$$

gdzie:

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t_{0,adj}}}}, \quad (9.16)$$

$$\beta_h = 1,5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{f_{cm}} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \quad (9.17)$$

$$\alpha_{f_{cm}} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (9.18)$$

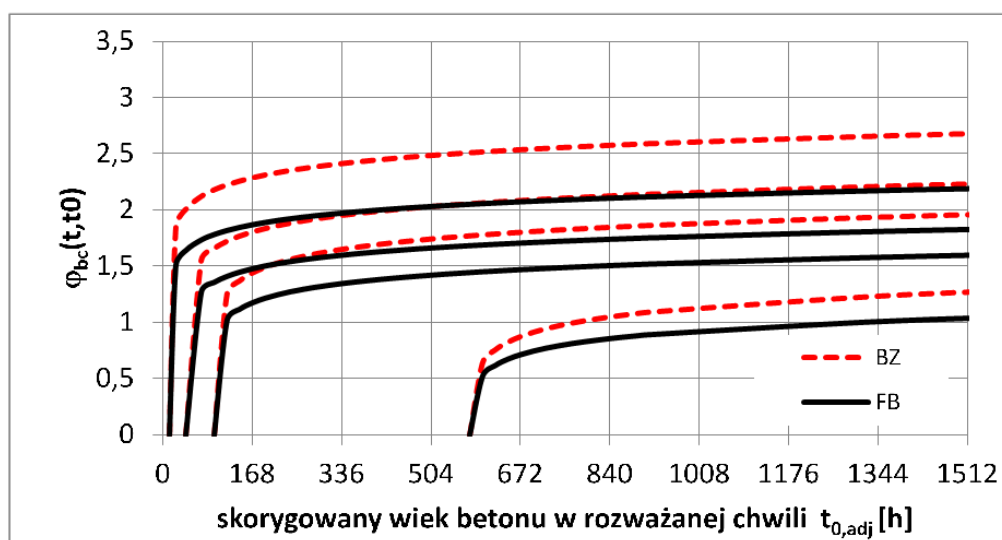
gdzie: h definiuje się jako tzw. wymiar miarodajny podstawiany w milimetrach, będący stosunkiem dwukrotnego pola przekroju poprzecznego elementu A_c i jego obwodu u wystawionego na działanie powietrza atmosferycznego:

$$h = \frac{2A_c}{u} \quad (9.19)$$

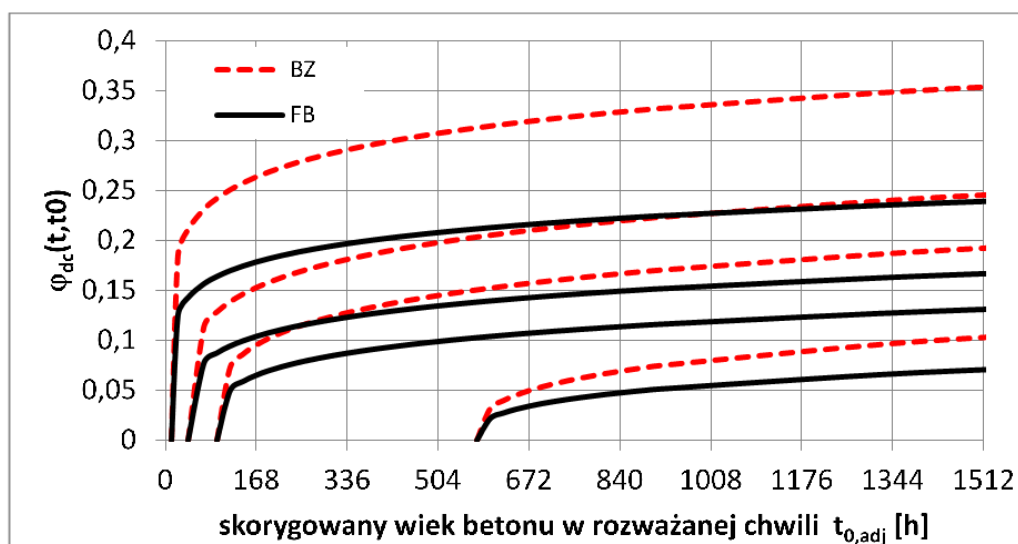
Wartości poszczególnych członów wzorów składających się na końcowy współczynnik pełzania zestawiono w tablicy 9.6. Na rysunku 9.3 pokazano przebieg w czasie podstawowego współczynnika pełzania - $\varphi_{bc}(t, t_0)$, a na rysunku 9.4 przebieg funkcji określających wartości współczynnika pełzania przy wysychaniu - $\varphi_{dc}(t, t_0)$ dla dwóch rodzajów badanego betonu. W obliczeniach przyjęto $RH=95\%$.

Tablica 9.6 Zestawienie podstawowych wartości współczynników niezbędnych do wyznaczenia pełzania badanych betonów według Pre-normy Fib 2010 [85]

Oznaczenie betonu, Współczynniki:		Wiek betonu w chwili obciążenia t_0 [dni] (nieskorygowany) / skorygowany			
		1 (24h) / 0,5	4 (96h) / 1,8	7 (168h) / 4,0	28 (672h) / 24
$\beta_{bc}(f_{cm})$		Współczynnik: $\beta_{dc}(t_0)$			
$\beta_{dc}(f_{cm})$		1,03	0,82	0,70	0,50
$\beta(RH)$		Współczynnik: $\gamma(t_0)$			
β_h		0,14	0,20	0,25	0,33
		Współczynnik pełzania betonu c			
Beton zwykły BZ	$\beta_{bc}(f_{cm})=0,173$	$\varphi_{bc}(t, t_0) = 0,173 \cdot \beta_{bc}(t, t_0)$			
	$\beta_{dc}(f_{cm})=3,80$ $\beta(RH)=0,12$ $\beta_h=390$	$\varphi_{dc}(t, t_0) = 3,80 \cdot 0,12 \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \left[\frac{(t-t_0)}{390+(t-t_0)} \right]^{\gamma(t_0)}$			
Fibrobeton FB	$\beta_{bc}(f_{cm})=0,141$	$\varphi_{bc}(t, t_0) = 0,141 \cdot \beta_{bc}(t, t_0)$			
	$\beta_{dc}(f_{cm})=2,54$ $\beta(RH)=0,12$ $\beta_h=353$	$\varphi_{dc}(t, t_0) = 2,54 \cdot 0,12 \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \left[\frac{(t-t_0)}{353+(t-t_0)} \right]^{\gamma(t_0)}$			



Rys 9.3 Przebieg funkcji podstawowego współczynnika pełzania badanych betonów



Rys 9.4 Przebieg funkcji współczynnika pełzania przy wysychaniu badanych betonów

Z przeprowadzonej analizy wynika, że dla warunków prowadzenia badań, podstawowy współczynnik pełzania, wyliczany zgodnie z metodologią przyjętą w Pre-normie fib-2010, jest około 10 krotnie większy niż współczynnik pełzania przy wysychaniu. Na otrzymane różnice współczynników pełzania betonu zwykłego (BZ) i fibrobetonu (FB) duży wpływ ma średnia wytrzymałość na ściskanie.

9.2.1 Porównanie wartości współczynników pełzania badanych betonów z wartościami według Pre-normy fib-2010

Podobnie jak w przypadku obowiązującej obecnie normy EC2 w Pre-normie fib-2010 przyjęto następujący wzór do wyliczania odkształceń pełzania:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \varphi(t, t_0), \quad (9.20)$$

zatem:

$$\varphi(t, t_0)_{BAD} = \varepsilon_{cc}(t, t_0)_{BAD} \cdot \frac{E_{ci}}{\sigma_c(t_0)}, \quad (9.21)$$

We wzorze 9.21 przez $\varepsilon_{cc}(t, t_0)_{BAD}$ oznaczono wartości odkształceń pełzania badanych betonów – ustalone jako różnica pomierzonych odkształceń całkowitych oraz odkształceń natychmiastowych (sprężystych) i skurczu, a przez E_{ci} wartość modułu

sprężystości materiału w wieku 28 dni. $\sigma_c(t_0)$ jest wartością naprężenia przyłożonego w chwili rozpoczęcia badania.

W najnowszych propozycjach normowych [85] zakłada się, że naprężenia w materiale nie przekroczą wartości $|\sigma_c| < 0,6 f_{cm}(t_0)$, a pełzanie nieliniowe należy wyznaczać w oparciu o zależność przyjętą w EC2 przyjmując współczynnik 0,40 zamiast 0,45. Dla stosunku naprężenia do wytrzymałości $\sigma_c / f_{ck}(t_0) = k_\sigma$ w granicach 0,75÷0,85 odpowiednie wartości współczynnika nieliniowego wynoszą: 1,7 (dla $k_\sigma = 0,75$), 1,80 (dla $k_\sigma = 0,80$), oraz 1,96 (dla $k_\sigma = 0,85$).

9.2.2 Porównanie teoretycznych współczynników pełzania wyznaczonych wg Pre-normy fib-2010 z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów ściskanych

Zestawienie wartości współczynników pełzania ustalonych według Pre-normy fib-2010 [85], oraz wynikających z przeprowadzonych badań przedstawiono w tablicach (9.7)-(9.8).

Tablica 9.7 Porównanie wyników badań pełzania betonów ściskanych z ustaleniami normowymi wg [85] - beton zwykły

Współczynnik pełzania	Beton zwykły – ściskanie $k_\sigma = 0,40$				Beton zwykły – ściskanie $k_\sigma \approx 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{fib-2010}$	2,64	2,10	1,77	1,10	5,1	3,4	3,0	2,1
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	1,41	0,99	0,64	0,34	3,01	3,14	1,82	1,01
Δ_φ	187%	212%	277%	324%	169%	108%	165%	208%

Tablica 9.3 Porównanie wyników badań pełzania betonów ściskanych z ustaleniami normowymi wg [85] - fibrobeton

Współczynnik pełzania	Fibrobeton – ściskanie $k_{\sigma} = 0,40$				Fibrobeton – ściskanie $k_{\sigma} \approx 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{fib-2010}$	2,12	1,69	1,43	0,89	4,7	3,5	3,4	2,0
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	2,70	0,80	0,23	0,42	4,59	2,31	2,60	0,72
Δ_{φ}	79%	211%	622%	212%	102%	152%	131%	278%

W przedstawionych tablicach pokazano również zmianę procentową wyznaczonych współczynników pełzania wyznaczoną w oparciu o zależność:

$$\varphi(t, t_0)_{fib-2010} / \varphi(t, t_0)_{BAD} \cdot 100\% = \Delta_{\varphi}, \quad (9.22)$$

Porównując wartości teoretyczne z wyznaczonymi doświadczalnie na podstawie własnych badań, zgodnie z zależnością (9.22), wynika, że Pre-norma fib-2010 wykazuje dużą zgodność teoretycznych i pomierzonych współczynników pełzania jedynie dla fibrobetonu obciążonego w wieku około 24 godzin. Wyznaczone różnice nie przekroczyły 21% przy pełzaniu liniowym i 2% w zakresie nieliniowym. W pozostałych przypadkach betonów obciążonych w wieku powyżej 24 godzin w większości wartości teoretyczne są od 1,6 do 3,2 razy większe niż pomierzone.

9.2.3 Porównanie teoretycznych współczynników pełzania wyznaczonych według Pre-normy fib-2010 z wartościami wyznaczonymi na podstawie badań betonów rozciąganych

Podobnie jak w przypadku betonu ściskanego przeprowadzono analizę zgodności współczynników pełzania wyznaczonych dla betonu rozciąganego na podstawie Pre-normy fib-2010 i porównano z wartościami otrzymanymi na podstawie badań. Wyniki zestawiono w poniższych tablicach 9.9 i 9.10.

Tablica 9.9 Porównanie wyników badań pełzania betonów rozciąganych z ustaleniami normowymi wg [85] - beton zwykły

Współczynnik pełzania	Beton zwykły – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,40$				Beton zwykły – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{fib-2010}$	2,64	2,10	1,77	1,10	4,8	3,8	3,2	2,0
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	5,11	2,89	1,13	0,50	4,75	1,44	0,83	0,28
Δ_{φ}	52%	73%	157%	220%	101%	264%	386%	714%

Tablica 9.10 Porównanie wyników badań pełzania betonów rozciąganych z ustaleniami normowymi wg [85] - fibrobeton

Współczynnik pełzania	Fibrobeton – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,40$				Fibrobeton – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,80$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia							
	24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
$\varphi(t, t_0)_{fib-2010}$	2,12	1,69	1,43	0,89	4,8	3,8	3,2	2,0
$\varphi(t, t_0)_{BAD}$	2,26	0,50	0,61	0,33	3,40	1,25	0,66	1,13
Δ_{φ}	94%	338%	234%	270%	141%	304%	485%	177%

Z przedstawionych w tablicach 9.9 i 9.10 wyników wyciągnąć można podobne wnioski jak w przypadku betonu ściskanego. Pre-norma [85] podaje kilkukrotnie większe współczynniki pełzania niż wyznaczone na podstawie badań. Jedynie dla betonów młodych, obciążonych w wieku ok. 24 godzin zachodzi zadowalająca korelacja.

9.3 Strukturalno-mechaniczny własny model pełzania twardniejącego betonu

9.3.1 Uwagi ogólne

Przedstawione w rozdziałach 9.1 i 9.2 porównania wyników badań pełzania betonów (BZ) i (FB) w odniesieniu do ustaleń normy PN-EN 1992-1-1:2008 [69] oraz Pre-normy Fib-2010 [85] wskazują ogólnie na niezgodność ich odkształceń opóźnionych, szczególnie gdy obciążenie następuje w młodym wieku. Struktura tworzącego się gelu oraz innych krystalizujących produktów hydratacji cementu zmieniają się w czasie procesu twardnienia betonu - stałe produkty zajmują coraz większą przestrzeń w objętości wprowadzonych składników: cement-woda. W zależności od „lokalnych warunków” procesu przemiany cementu, mogą one następować wolniej lub szybciej. Niewątpliwie tworzącą się strukturę charakteryzuje duża niejednorodność, która z upływem czasu stopniowo zanika.

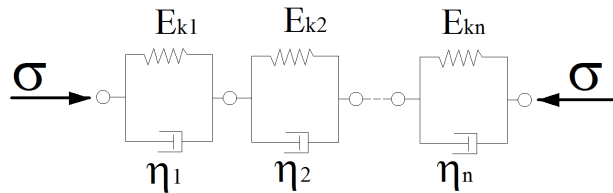
Jak już wspomniano wcześniej w rozdziale 4.3 pracy, zmieniające się w czasie twardnienia betonu jego właściwości sprężyste i lepkie modelowane są przez niektórych autorów poprzez przypisanie elementom sprężystym i lepkiem łańcucha Kelvina-Voigta K-V zmiennych w czasie właściwości mechanicznych. R. Pfefferle [103], nawiązując do klasycznej koncepcji K. Trosta [111,112], uznając zmienność i niejednorodność mechaniczną poszczególnych elementów łańcuch K-V, modelujących właściwości reologiczne twardniejącego betonu po przyjęciu nieliniowości elementów lepkich: $\varepsilon_k \approx \sqrt{t}$, znalazł transformacją Laplace'a funkcję określającą spektrum zmienności E_k/η poszczególnych elementów łańcucha Kelvina-Voigta. Poszczególne parametry określające funkcję pełzania młodego betonu wyznacza na podstawie danych doświadczalnych.

Wyniki wielu badań oraz analiza znanych metod opisu właściwości reologicznych betonu przedstawione w rozdziałach 4 oraz 9.1 i 9.2 pracy wskazują na trudności sformułowania ogólnej koncepcji opisu odkształceń pełzania betonu obciążonego niezależnie od jego składu, wieku i warunków twardnienia. W dalszej części rozprawy przedstawiono koncepcję własnego opisu odkształceń pełzania betonu obciążonego w młodym wieku nawiązującą do modelu łańcucha Kelvina-Voigta oraz uwzględniającą stochastyczny charakter budowy jego struktury.

9.3.2 Model reologiczny twardniejącego betonu

Ogólne równanie różniczkowe określające związek pomiędzy odkształceniami opóźnionymi generowanymi pełzaniem materiału przy stałym naprężeniu σ_0 w odniesieniu do uogólnionego modelu Kelvina-Voigta – rys. 9.5, wyrazić można w postaci:

$$\varepsilon_p(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_0}{E_{ki}} \left(1 - e^{-\frac{E_{ki} \cdot t}{\eta_i}} \right) \quad (9.23)$$



Rys 9.5 Model łańcucha złożonego z elementów Kelvina-Voigta

Równanie (9.23) po przyjęciu, że liczba elementów modelu Kelvina-Voigta dąży do nieskończoności, oraz że elementy te różnią się między sobą nieskończenie mało, wyraża związek:

$$\varepsilon_p(t) = \varepsilon^p \cdot \int_0^{\infty} f(Q)(1 - e^{-Qt}) dQ, \quad (9.24)$$

gdzie: ε^p oznacza całkowitą wartość odkształceń reologicznych, a $1/Q$ są czasami retardacji poszczególnych elementów łańcucha K-V.

Zmienność w czasie odkształceń reologicznych obciążonego betonu wyraża zatem równanie:

$$f(t) = \int_0^{\infty} f(Q)(1 - e^{-Qt}) dQ, \quad (9.25)$$

Funkcja $f(Q)$ spełnia warunek:

$$\int_0^{\infty} f(Q) = 1, \quad (9.26)$$

i może być interpretowana jako gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej Q , opisującej poszczególne elementy łańcucha Kelvina-Voigta.

Do dalszych analiz przyjęto ogólny, asymetryczny rozkład gamma zmiennej losowej Q o gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(Q) = \begin{cases} 0 & Q < 0 \\ \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \cdot \lambda^\alpha \cdot Q^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda Q} & Q \geq 0 \end{cases}, \quad (9.27)$$

W równaniu (9.27) przez α i λ oznaczono stałe, dodatnie parametry charakteryzujące rozkład, a przez $\Gamma(\alpha)$ funkcję gamma:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-a} \cdot a^{\alpha-1} da, \quad (9.28)$$

Podstawiając do równania (9.25) funkcję $f(Q)$ wyrażoną wzorem (9.27) otrzymujemy:

$$f(t) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \cdot \lambda^\alpha \cdot Q^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda Q} \cdot (1 - e^{-Q t}) dQ = 1 - \frac{\lambda^\alpha}{(\lambda + t)^\alpha}, \quad (9.29)$$

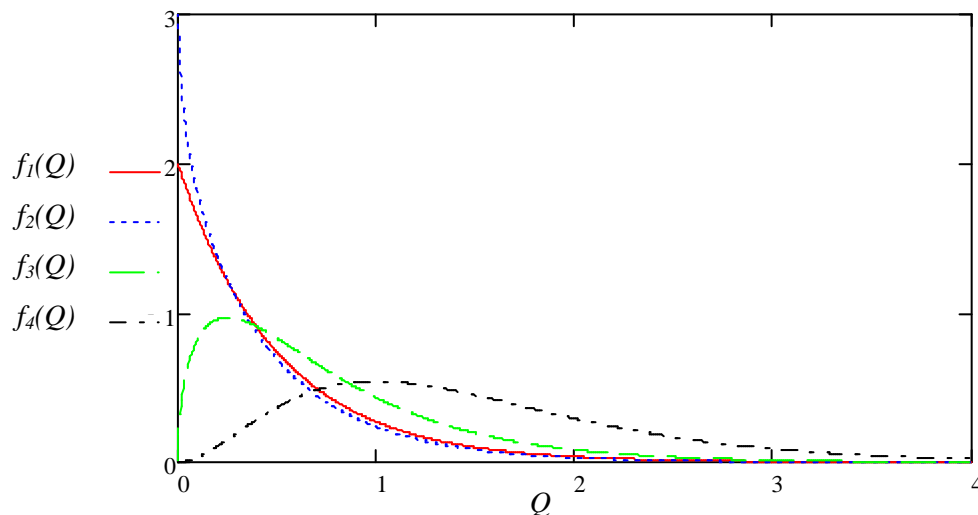
Funkcja określona równaniem (9.29) opisuje zmienność odkształceń pełzania betonu w czasie jego obciążenia. Przyjmując hipotetyczny, prostszy rozkład zmiennej losowej Q ($Q \geq 0$) wyrażony gęstością prawdopodobieństwa:

$$f_1(Q) = \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 Q}, \quad (9.30)$$

odpowiadającą rozkładowi wykładniczemu, otrzymamy następującą postać funkcji określającej zmienność odkształceń pełzania betonu w czasie:

$$f_1(t) = \int_0^{\infty} \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 Q} \cdot (1 - e^{-Q t}) dQ = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + t}, \quad (9.31)$$

Funkcje gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej Q , określającej charakterystykę poszczególnych elementów łańcucha Kelvina-Voigta wyrażone wzorami (9.27) i (9.30) przedstawiono schematycznie na rysunku 9.6.



Rys. 9.6 Schematyczne rozkłady gęstości prawdopodobieństwa funkcji gamma oraz funkcji rozkładu wykładniczego: $f_1(Q)$ - rozkład wykładniczy $\lambda=2$, $f_2(Q)$ - rozkład gamma $\lambda=2$, $\alpha=0.9$, $f_3(Q)$ - rozkład gamma $\lambda=2$, $\alpha=1.5$, $f_4(Q)$ - rozkład gamma $\lambda=2$, $\alpha=3$

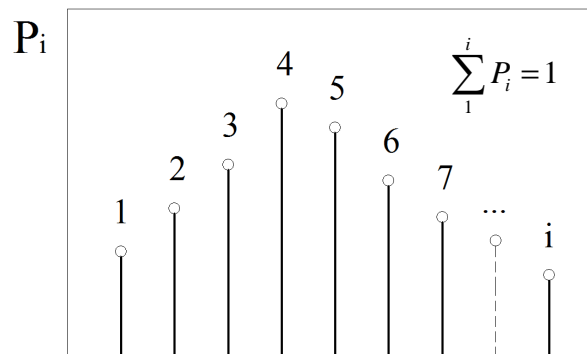
Zaprezentowane na rysunku 9.6 ciągłe funkcje gęstości prawdopodobieństwa przedstawić można w postaci dyskretnego spektrum wyrażającego prawdopodobieństwo P_i wystąpienia danej wartości Q_i w przedziale $Q_1 \leq Q_i < Q_2$:

$$P_i(Q_1 \leq Q_i < Q_2) = F(Q_2) - F(Q_1) = \int_{Q_1}^{Q_2} f(Q) dQ, \quad (9.32)$$

gdzie przez $F(Q)$ oznaczono dystrybuantę zmiennej losowej Q :

$$F(Q) = \int_0^Q f(Q) dQ, \quad (9.33)$$

Na rysunku 9.7 przedstawiono schematycznie dyskretne spektrum prawdopodobieństw P_i występowania w łańcuchu K-V elementów scharakteryzowanych wartościami Q_i .



Rys. 9.7 Dyskretne spektrum Q_i łańcucha K-V

Równanie całkowe (9.25) można zatem wyrazić w postaci sumy:

$$f(t) = P_1(1 - e^{-Q_1 t}) + P_2(1 - e^{-Q_2 t}) + \dots + P_i(1 - e^{-Q_i t}) = \sum_{i=1}^i P_i(1 - e^{-Q_i t}), \quad (9.34)$$

Odpowiadającej formalnie zapisowi wprowadzonemu przez H.Trosta [112].

Ważne znaczenie w analizie zmiennych losowych ma wartość oczekiwana zmiennej losowej. Występujące w literaturze synonimy wartości oczekiwanej to: nadzieja matematyczna, wartość przeciętna lub wartość średnia [113].

Wartość oczekiwana zmiennej losowej $E(Q)$ wyrażona jest w postaci:

$$E(Q) = \int_R Q \cdot f(Q) dQ, \quad (9.35)$$

Wartości oczekiwane rozkładu gamma – równanie (9.27), oraz rozkładu wykładniczego – równanie (9.30), przedstawiają wzory:

- wartość oczekiwana rozkładu gamma: $E(Q) = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad (9.36)$

- wartość oczekiwana rozkładu wykładniczego: $E(Q) = \frac{1}{\lambda_1} \quad (9.37)$

Jeżeli zmienna losowa ma rozkład dyskretny – równanie (9.34), to wówczas:

$$E(Q) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i \cdot Q_i, \quad (9.38)$$

W najprostszej postaci, po przyjęciu rozkładu jednopunktowego zmiennej Q (jedno ogniwo łańcucha K-V) równanie (9.34) upraszcza się do wzoru:

$$f(t) = (1 - e^{-Q_1 t}), \quad (9.39)$$

Wartość parametru Q_1 interpretować można jako wartość oczekiwaną zmiennej losowej Q :

$$Q_1 = E(Q), \quad (9.40)$$

9.3.3 Strukturalno-mechaniczny model pełzania betonu w świetle wyników badań własnych

Weryfikację podanego w rozdziale 9.3.2 modelu reologicznego twardniejącego betonu przeprowadzono korzystając ze wzorów (9.29), (9.31) i (9.39). Analizie poddano również funkcje gęstości prawdopodobieństwa zmiennych losowych Q przyjętych hipotetycznie rozkładów: gamma, wykładniczego i jednopunktowego - określając ich szczegółową postać.

9.3.3.1 Estymacja wyników badań doświadczalnych funkcjami ciągłymi

Analizie poddano wyniki badań pełzania betonów w okresie pierwszych 240 - 300 godzin licząc od chwili wprowadzenia obciążenia. Wszystkie krzywe doświadczalne unormowano, sprowadzając je – przy maksymalnym rozpatrywanym czasie obciążenia – do jedności zgodnie z zależnością:

$$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_{ti}}{\varepsilon_{t\max}}, \quad (9.41)$$

Zastosowano zatem metodykę omówioną wcześniej, gdzie podaje się wartość tzw. końcowego współczynnika pełzania, a przebieg krzywej odwzorowuje funkcja czasu.

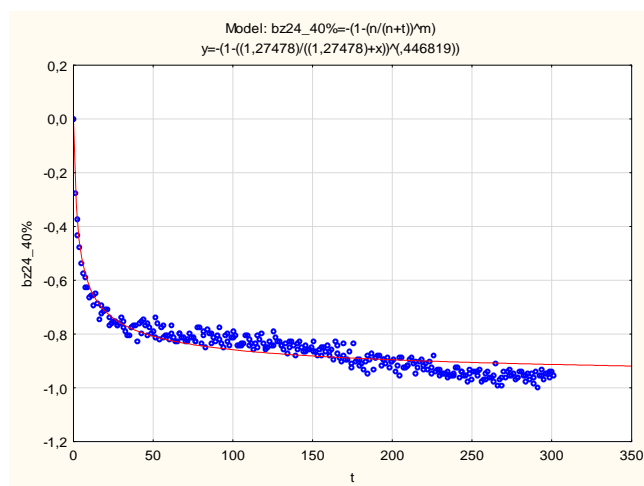
Dla tak przyjętych założeń przy użyciu programu *STATISTICA 10* wykonano analizę regresji poszukując metodą najmniejszych kwadratów parametrów funkcji określonych wzorami (9.29), (9.31), (9.39). W trakcie analiz korzystano z modułu „estymacji nieliniowej” i algorytmu Levenberga-Marquardta będącego udoskonaloną wersją klasycznego algorytmu najmniejszych kwadratów Gaussa-Newtona. Algorytm

Lavenberga-Marquardta iteracyjnie optymalizuje poszukiwanie minimum funkcji S w metodzie najmniejszych kwadratów:

$$S(\lambda, \alpha) = \min \sum_i [\varepsilon_p(t, \lambda, \alpha)_i - \varepsilon_p(t)_i]^2 \text{ dla } i = 1 \dots N. \quad (9.42)$$

gdzie: $\varepsilon_p(t, \lambda, \alpha)$ jest odkształceniem pełzania wyznaczonym przez funkcję estymującą, $\varepsilon_p(t)$ jest unormowanym odkształceniem pełzania uzyskanym z badań laboratoryjnych.

Wartości poszczególnych parametrów wraz z dolną i górną granicą oszacowania przy zadanym poziomie ufności 95%, oraz współczynnik korelacji R dla poszczególnych rozwiązań przedstawiono w tablicach 9.11-9.12 dla betonu ściskanego, oraz 9.13-9.14 dla betonu rozciąganego. W tablicach zestawiono wartości otrzymane dla funkcji dwuparametrycznego rozkładu gamma – parametry λ i α , jednoparametrycznego rozkładu wykładniczego – parametr λ_1 , oraz dla rozkładu jednopunktowego (według wzoru 9.39) – parametr Q_1 . Na rysunku 9.8 pokazano przykładowy wykres uzyskany po analizie danych w programie STATISTICA 10, pozostałe wykresy dla wszystkich analizowanych przypadków ściskania i rozciągania zestawiono wraz z parametrami statystycznymi w załączniku N° 3.



Rys. 9.8 Funkcja estymująca (linia ciągła) wyrażona wzorem (9.29) na tle punktów danych doświadczalnych betonu ściskanego

Tablica 9.11 Wyznaczone wartości stałych parametrów wzorów (9.29), (9.31), (9.39) w wyniku analizy statystycznej - beton zwykły (BZ), ściskanie

		Beton zwykły – ściskanie $k_{\sigma} = 0,40$				Beton zwykły – ściskanie $k_{\sigma} = 0,80$			
		Wiek betonu w chwili obciążenia							
		24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
Ocena parametru	λ	1,275	50,86	44,590	52,13	1,227	4,344	3,364	4,537
	α	0,447	1,521	1,374	1,070	0,522	0,669	0,835	0,622
	R	0,944	0,972	0,975	0,953	0,966	0,940	0,965	0,938
	λ_1	11,29	24,62	25,89	46,66	6,91	11,15	5,064	14,19
	R	0,775	0,965	0,972	0,953	0,879	0,921	0,962	0,909
	Q_1	0,048	0,017	0,017	0,011	0,072	0,036	0,079	0,028
R	0	0,933	0,932	0,908	0,221	0,644	0,797	0,568	
Dolna granica oszacowania	λ_d	1,022	42,43	36,96	40,13	1,018	3,411	2,682	3,672
	α_d	0,424	1,360	1,226	0,920	0,470	0,615	0,764	0,580
	λ_{1d}	10,46	23,67	24,95	44,86	6,434	10,49	4,763	13,43
	Q_{1d}	0,043	0,0165	0,016	0,010	0,064	0,033	0,072	0,026
Górna granica oszacowania	λ_g	1,528	59,28	52,22	64,12	1,436	5,278	4,046	5,402
	α_g	0,470	1,682	1,522	1,220	0,547	0,723	0,905	0,664
	λ_{1g}	12,13	25,57	26,83	48,46	7,406	11,81	5,365	14,95
	Q_{1g}	0,053	0,0177	0,018	0,011	0,080	0,038	0,086	0,030

Tablica 9.12 Wyznaczone wartości stałych parametrów wzorów (9.29), (9.31), (9.39) w wyniku analizy statystycznej - fibrobeton (FB), ściskanie

		Fibrobeton – ściskanie $k_{\sigma} = 0,40$				Fibrobeton – ściskanie $k_{\sigma} = 0,80$			
		Wiek betonu w chwili obciążenia							
		24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
Ocena parametru	λ	14,16	34,76	21,78	553,4	1,057	7,801	12,78	10,97
	α	0,882	1,389	1,004	6,895	0,512	0,925	1,166	0,716
	R	0,961	0,970	0,970	0,980	0,939	0,965	0,987	0,939
Ocena parametru	λ_1	18,34	19,16	21,63	43,12	6,815	9,151	9,551	22,47
	R	0,960	0,965	0,970	0,949	0,838	0,965	0,985	0,929
	Q_1	0,022	0,021	0,020	0,0112	0,080	0,044	0,043	0,018
Ocena parametru	R	0,818	0,919	0,877	0,976	0	0,840	0,911	0,725
	λ_d	11,94	29,09	18,25	283,7	0,835	6,219	11,06	8,875
	α_d	0,817	1,252	0,917	3,845	0,483	0,836	1,080	0,658
Dolna granica oszacowania	λ_{1d}	17,62	18,39	20,85	41,09	6,302	8,678	9,214	21,43
	Q_{1d}	0,021	0,020	0,019	0,011	0,070	0,041	0,041	0,017
	λ_g	16,37	40,43	25,32	823,1	1,278	9,384	14,50	13,07
Górna granica oszacowania	α_g	0,947	1,525	1,091	9,945	0,540	1,015	1,251	0,774
	λ_{1g}	19,06	19,94	22,41	45,14	7,326	9,623	9,888	23,51
	Q_{1g}	0,023	0,022	0,021	0,0114	0,089	0,047	0,046	0,019

Tablica 9.13 Wyznaczone wartości stałych parametrów wzorów (9.29), (9.31), (9.39) w wyniku analizy statystycznej - beton zwykły (BZ), rozciąganie (puste komórki oznaczają brak możliwości zadowalającej estymacji wyników badań)

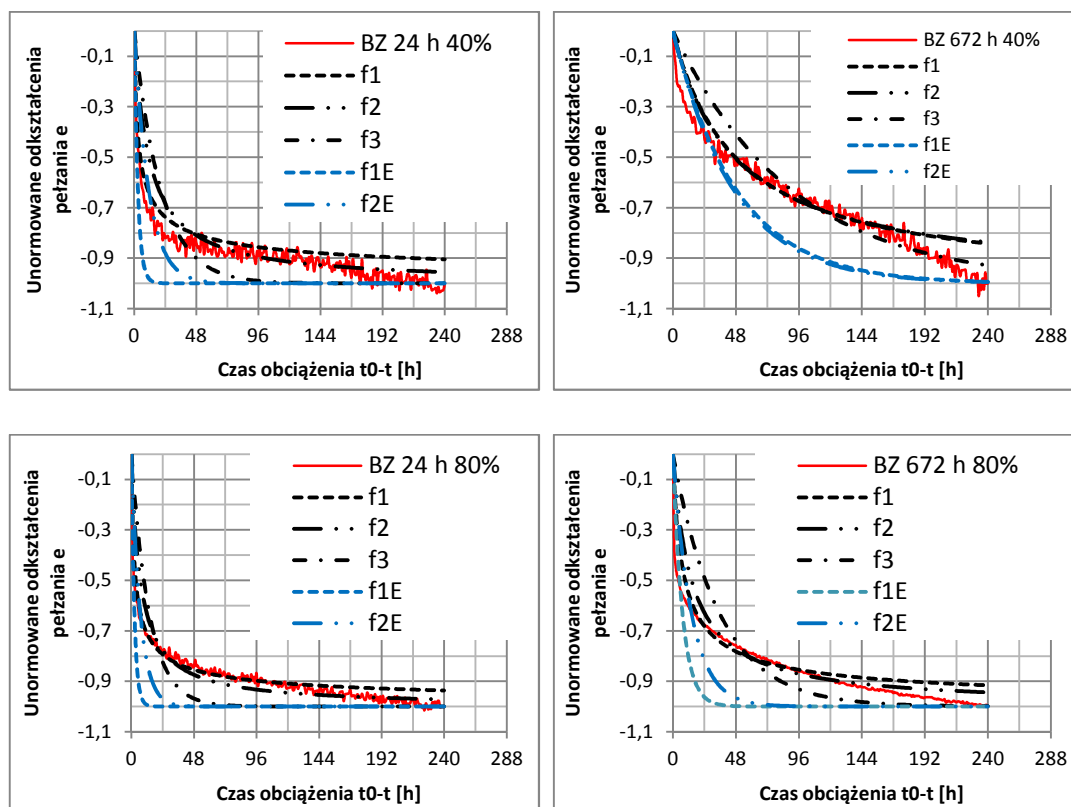
		Beton zwykły – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,40$				Beton zwykły – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,80$			
		Wiek betonu w chwili obciążenia							
		24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
Ocena parametru	λ	275,7	453,2	32,06		48,50		27,35	10,37
	α	3,675	5,939	0,663		1,294		0,737	0,658
	R	0,973	0,991	0,805		0,837		0,860	0,931
Dolna granica oszacowania	λ_1	45,67	42,43	67,75		31,52	22,50	48,58	25,19
	R	0,949	0,959	0,800		0,835	0,936	0,856	0,914
	Q_1	0,0111	0,0116	0,0076		0,0158	0,0199	0,0097	0,0173
Górna granica oszacowania	R	0,968	0,988	0,746		0,793	0,991	0,773	0,669
	λ_d	210,1	359,2	22,74		34,33		21,28	8,883
	α_d	2,942	4,840	0,564		1,062		0,655	0,619
Dolna granica oszacowania	λ_{1d}	44,14	41,09	64,49		29,66	21,43	46,58	24,34
	Q_{1d}	0,0109	0,0115	0,0073		0,0151	0,0197	0,0093	0,0166
	λ_g	341,3	547,3	41,37		62,65		33,42	11,86
Górna granica oszacowania	α_g	4,407	7,038	0,761		1,525		0,820	0,697
	λ_{1g}	47,19	43,77	71,00		33,39	23,57	50,58	26,05
	Q_{1g}	0,0113	0,0118	0,0078		0,0165	0,0202	0,0100	0,0181

Tablica 9.14 Wyznaczone wartości stałych parametrów wzorów (9.29), (9.31), (9.39) w wyniku analizy statystycznej - fibrobeton (FB), rozciąganie (puste komórki oznaczają brak możliwości zadowalającej estymacji wyników badań)

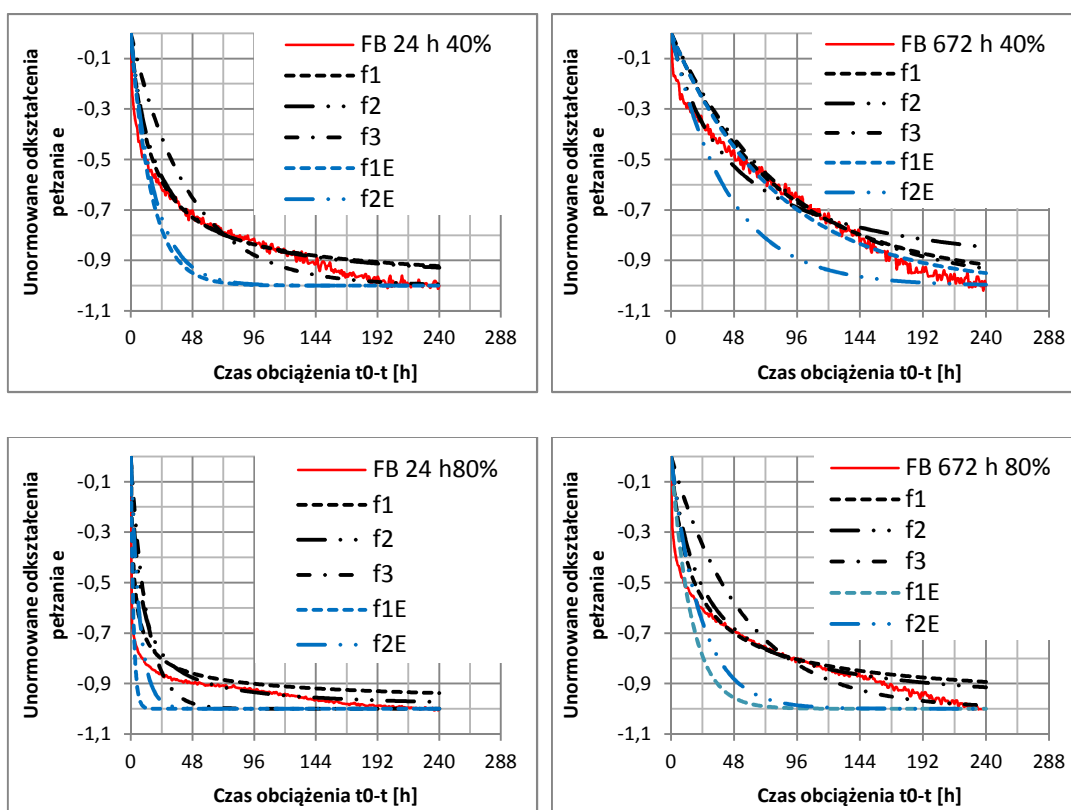
		Fibrobeton – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,40$				Fibrobeton – rozciąganie $k_{\sigma} = 0,80$			
		Wiek betonu w chwili obciążenia							
		24 h	96 h	168 h	672 h	24 h	96 h	168 h	672 h
Ocena parametru	λ	10,95					921,7		51,05
	α	0,796					19,85		1,231
	R	0,947					0,990		0,932
Dolna granica oszacowania	λ_1	17,26					21,23		35,56
	R	0,942					0,943		0,931
	Q_1	0,029					0,0208		0,0124
Górna granica oszacowania	R	0,771					0,99		0,889
	λ_d	9,496					366,4		42,06
	α_d	0,750					8,335		1,098
Dolna granica oszacowania	λ_{1d}	16,67					20,30		34,33
	Q_{1d}	0,0274					0,0205		0,012
	λ_g	12,40					1476		60,04
Górna granica oszacowania	α_g	0,843					31,37		1,362
	λ_{1g}	17,84					22,16		36,79
	Q_{1g}	0,030					0,0210		0,013

Z przedstawionego zestawienia parametrów (λ , α , λ_1 , Q_1) funkcji odwzorowujących doświadczalne wyniki badań pełzania betonów wraz z ich współczynnikiem korelacji R, wynika, że równanie (9.29) najlepiej opisuje krzywą pełzania, zarówno w betonie młodym jak i dojrzałym. We wszystkich analizowanych przypadkach betonu ściskanego współczynnik korelacji R dla funkcji $\varepsilon_p = f(\lambda, \alpha, t)$ nie był mniejszy niż 0,938, a w dających się zanalizować przypadkach betonu rozciąganego osiągał wartość co najmniej 0,805. Nieco niższą zgodność wartości teoretycznych z doświadczalnymi uzyskano stosując zależność (9.31) $\varepsilon_p = f(\lambda_1, t)$, szczególnie w przypadku betonu młodego.

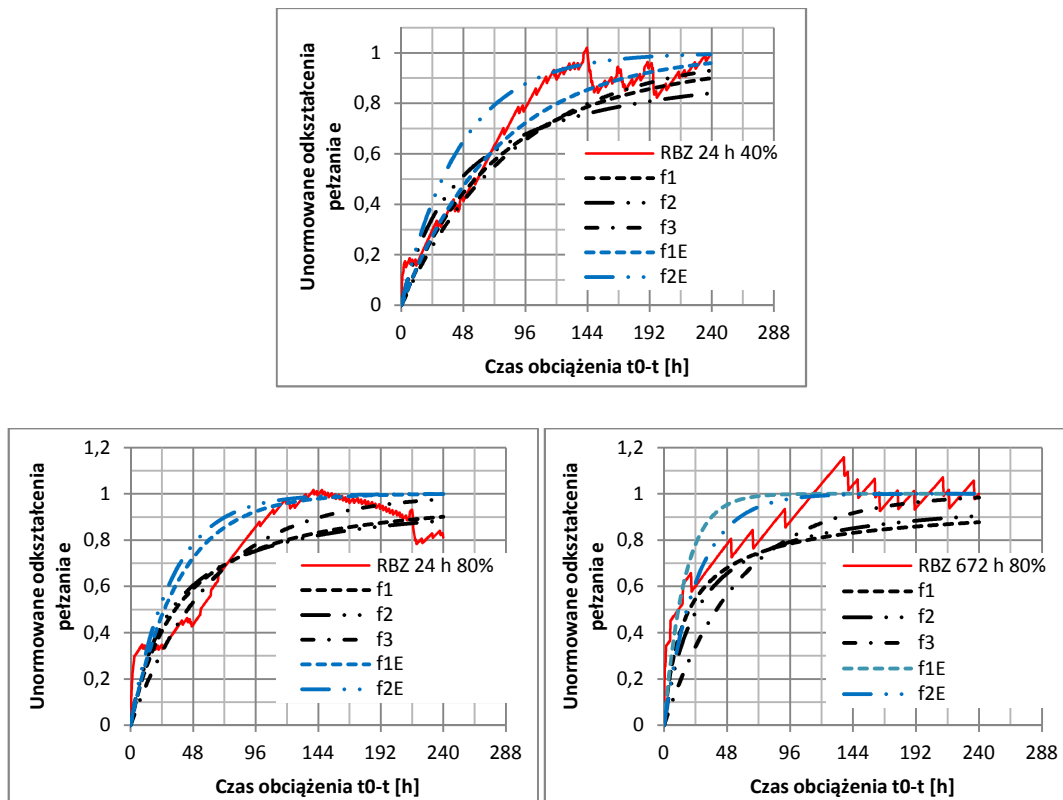
Funkcje odwzorowujące odkształcenia pełzania na tle unormowanych danych doświadczalnych dla pierwszych 240 godzin obserwacji ściskanych próbek obciążonych w wieku 24 i 672 godzin pokazano na rysunkach 9.9 – 9.10. Na rysunku 9.11 pokazano wybrane wyniki badań betonów rozciąganych.



Rys. 9.9 Odwzorowanie wyników badań doświadczalnych (linia czerwona) funkcjami: f_1 – wg wzoru (9.29) $\epsilon_p = f(\lambda, \alpha, t)$, f_2 – wg wzoru (9.31) $\epsilon_p = f(\lambda_1, t)$, f_3 – wg wzoru (9.39) $\epsilon_p = f(Q_1, t)$, f_{1E} – wg wzoru (9.39) (wartość oczekiwana wg rozkładu gamma), f_{2E} – wg wzoru (9.39) (wartość oczekiwana wg rozkładu wykładniczego). Wyniki dla pierwszych 240 godzin obciążenia. Beton zwykły (BZ), ściskanie - obciążony w wieku 24 i 672 godzin twardnienia



Rys. 9.10 Odzworowanie wyników badań doświadczalnych (linia czerwona) funkcjami:
 f_1 – wg wzoru (9.29) $\epsilon_p = f(\lambda, \alpha, t)$, f_2 – wg wzoru (9.31) $\epsilon_p = f(\lambda_1, t)$, f_3 – wg wzoru (9.39)
 $\epsilon_p = f(Q_1, t)$, f_{1E} – wg wzoru (9.39) (wartość oczekiwana wg rozkładu gamma), f_{2E} – wg wzoru (9.39) (wartość oczekiwana wg rozkładu wykładniczego). Wyniki dla pierwszych 240 godzin obciążenia. Fibrobeton (FB), ściskanie - obciążony w wieku 24 i 672 godzin twardnienia



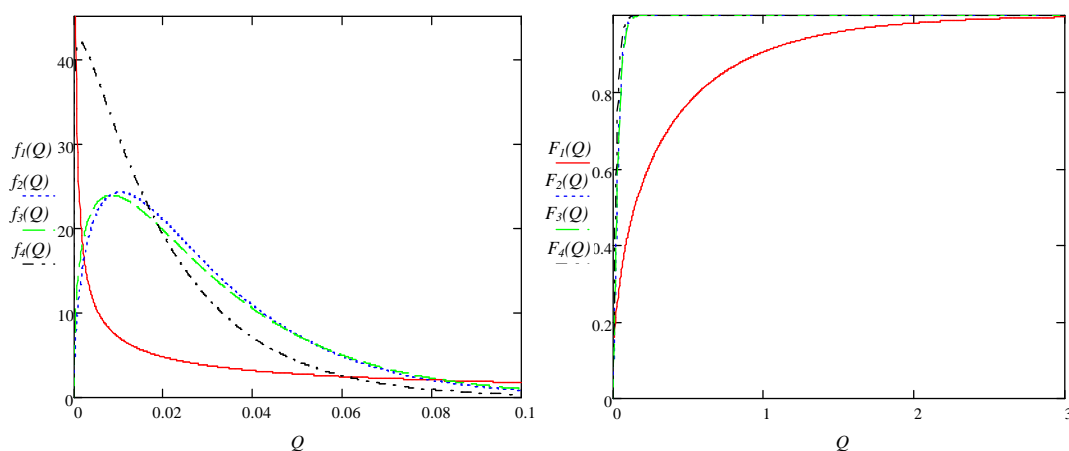
Rys. 9.11 Odzworowanie wyników badań doświadczalnych (linia czerwona) funkcjami: f_1 – wg wzoru (9.29) $\varepsilon_p = f(\lambda, \alpha, t)$, f_2 – wg wzoru (9.31) $\varepsilon_p = f(\lambda_1, t)$, f_3 – wg wzoru (9.39) $\varepsilon_p = f(Q_1, t)$, f_{1E} – wg wzoru (9.39) (wartość oczekiwana wg rozkładu gamma), f_{2E} – wg wzoru (9.39) (wartość oczekiwana wg rozkładu wykładniczego). Wyniki dla pierwszych 240 godzin obciążenia. Beton zwykły (BZ), rozciąganie - obciążony w wieku 24 i 672 godzin twardnienia

Nie wszystkie wyniki badań rozciąganego fibrobetonu można opisać za pomocą wcześniej zaproponowanych funkcji. Zaledwie w 3 przypadkach (tablica 9.14) uzyskano zadowalającą korelację wyników badań z hipotetycznym równaniem (9.24). Można przypuszczać, że w próbkach rozciąganych generowany jest dodatkowy skurcz, który powoduje, że rejestrowane odkształcenia ciał próbnych wykazują – przy stałym naprężeniu rozciągającym - skrócenie większe niż wynika to ze wzoru (8.1) i w konsekwencji krzywa pełzania, zamiast monotonicznie rosnać, maleje. W betonie ściskanym wprowadzone do ciał próbnych naprężenia są około dziesięciokrotnie większe niż w betonie rozciągającym, a efekty pełzania o rząd wielkości przewyższają odkształcenia skurczu. W badanych betonach rozciąganych skurcz i pełzanie są tego samego rzędu, więc dodatkowy (ukryty) skurcz powoduje powstanie nietypowych odkształceń badanych próbek. Problem ten, sygnalizowany już w innych pracach [46], [77] wymaga dalszych studiów i badań.

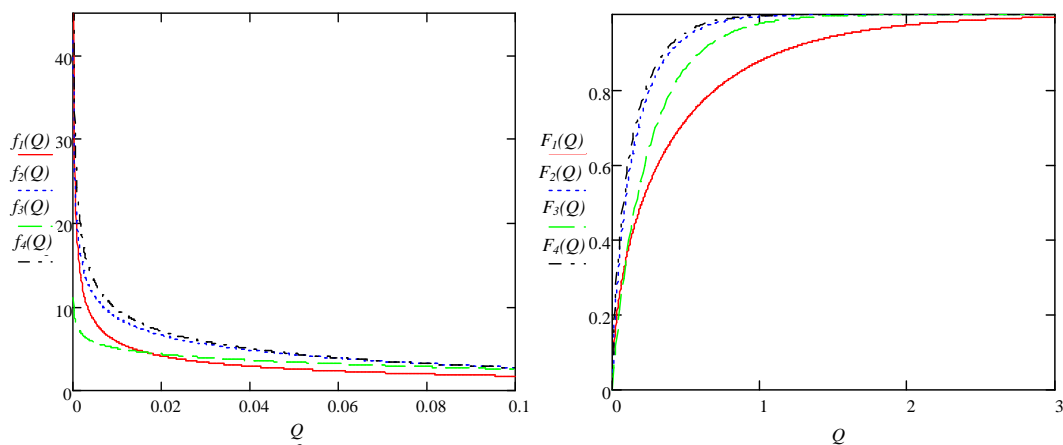
9.3.3.2 Funkcje $f(Q)$ i $F(Q)$ twardniejącego betonu

Z przeprowadzonych w rozdziale 9.3.3.1 analiz wynika, że podane wzorami (9.29), (9.31), (9.39) zależności wynikające z modelowania struktury betonu łańcuchem Kelvina-Voigta o stochastycznej budowie mogą być stosowane do opisu zjawiska pełzania betonu. Największą zgodność wartości teoretycznych z danymi doświadczalnymi, potwierdzoną wysokim współczynnikiem korelacji R , uzyskano stosując dwuparametrową funkcję określoną równaniem (9.29) wywodzącą się z uogólnionego modelu K-V, o stochastycznej budowie, scharakteryzowanego rozkładem gamma.

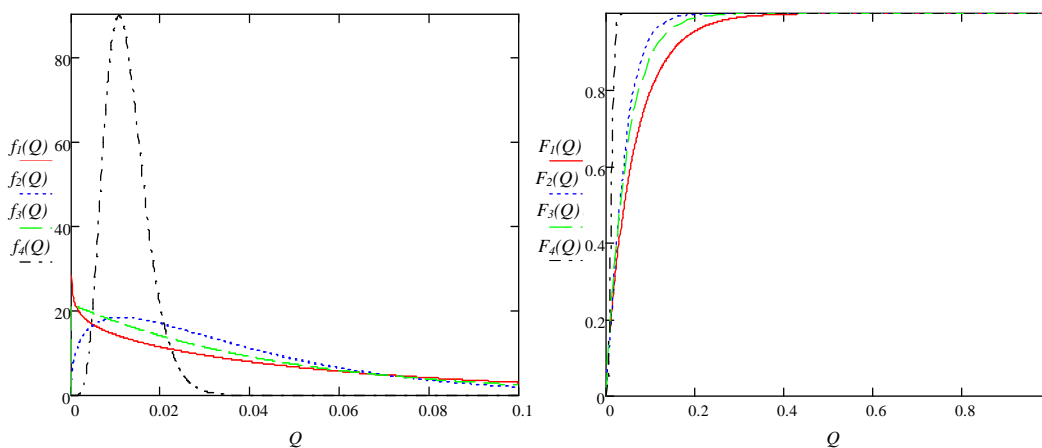
Funkcje gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej Q rozkładu gamma, określającej charakterystykę poszczególnych elementów łańcucha Kelvina-Voigta, wyznaczone na podstawie badań pełzania, a następnie wzoru (9.27), oraz ich dystrybuanty wyliczone zgodnie ze wzorem (9.33) pokazano na rysunkach 9.12 – 9.15.



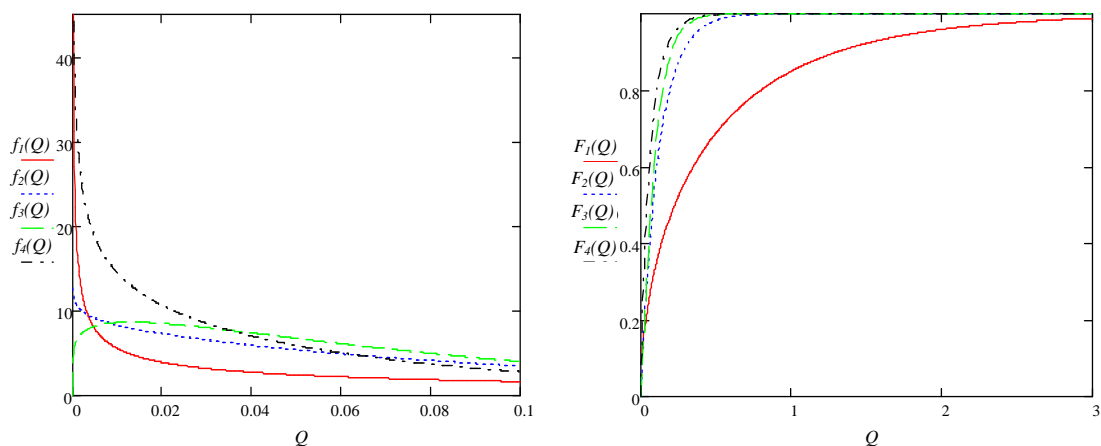
Rys. 9.12 Funkcje gęstości prawdopodobieństwa (a) i dystrybuanty (b) funkcji rozkładu gamma dla ścisiskanego betonu zwykłego BZ wytężonego do wartości $\sim 40\%$ obciążenia niszczonego, obciążonego w wieku: 24 godziny – $f_1(Q)$, $F_1(Q)$, 96 godzin – $f_2(Q)$, $F_2(Q)$, 168 godzin $f_3(Q)$, $F_3(Q)$, 672 godziny $f_4(Q)$, $F_4(Q)$



Rys. 9.13 Funkcje gęstości prawdopodobieństwa (a) i dystrybuanty (b) funkcji rozkładu gamma dla ściskanego betonu zwykłego BZ wytrzymałego do wartości $\sim 80\%$ obciążenia niszczonego, obciążonego w wieku: 24 godziny – $f_1(Q)$, $F_1(Q)$, 96 godzin – $f_2(Q)$, $F_2(Q)$, 168 godzin $f_3(Q)$, $F_3(Q)$, 672 godziny $f_4(Q)$, $F_4(Q)$



Rys. 9.14 Funkcje gęstości prawdopodobieństwa (a) i dystrybuanty (b) funkcji rozkładu gamma dla ściskanego fibrobetonu wytrzymałego do wartości $\sim 40\%$ obciążenia niszczonego, obciążonego w wieku: 24 godziny – $f_1(Q)$, $F_1(Q)$, 96 godzin – $f_2(Q)$, $F_2(Q)$, 168 godzin $f_3(Q)$, $F_3(Q)$, 672 godziny $f_4(Q)$, $F_4(Q)$



Rys. 9.15 Funkcje gęstości prawdopodobieństwa (a) i dystrybuanty (b) funkcji rozkładu gamma dla ściskanego fibrobetonu wyłożonego do wartości ~80% obciążenia niszczonego, obciążonego w wieku: 24 godziny – $f_1(Q)$, $F_1(Q)$, 96 godzin – $f_2(Q)$, $F_2(Q)$, 168 godzin $f_3(Q)$, $F_3(Q)$, 672 godziny $f_4(Q)$, $F_4(Q)$

Z przedstawionych na rys. 9.12 ÷ 9.15 zależności wynika, że funkcje $f(Q)$ oraz $F(Q)$ charakteryzujące poszczególne elementy łańcucha K-V - modelu pełzania betonu, zmieniają się w zależności od jego wieku w chwili obciążenia. Najszersze spektrum zmienności parametru Q charakteryzuje młody beton obciążony po 24 godzinach twardnienia. Odnieść to można do zróżnicowanej struktury młodego betonu w początkowym okresie przemiany cementu.

9.3.3.3 Analiza szybkości pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu z wykorzystaniem modelu strukturalno-mechanicznego

Jak wspomniano już we wcześniejszych rozdziałach młody beton charakteryzuje odmienna struktura w porównaniu z betonem dojrzałym, należy zatem zakładać, że jego pełzanie będzie miało inny przebieg. Wyznaczone wg EC2 [69] krzywe czasowe pełzania, reprezentowane przez współczynnik $\beta_c(t_0, t)$ mają identyczny kształt niezależnie od wieku betonu w chwili jego obciążenia – rysunek 9.2. Model pełzania betonu wg Pre-normy fib 2010 [85] uwzględnia już pewną zmienność krzywej czasowej w zależności od wieku betonu w chwili jego obciążenia - rys. 9.4. Uzyskane wyniki badań zestawione z wartościami normowymi przedstawione na rysunkach w rozdziale 8.3 potwierdzają, że dynamika odkształceń reologicznych młodego betonu jest większa w porównaniu z betonem dojrzałym.

Na rysunkach 9.16 ÷ 9.19 przedstawiono porównawczo odkształcenia pełzania $\varepsilon(t)$, oraz szybkość pełzania $v(t)$ betonów o różnym składzie obciążonych w różnym wieku, wyrażonych równaniami:

$$\varepsilon_p(t) = \varepsilon_p \cdot \left(1 - \frac{\lambda^\alpha}{(1+t)^\alpha} \right), \quad (9.43)$$

$$v(t) = \frac{d}{dt}(\varepsilon_p(t)). \quad (9.44)$$

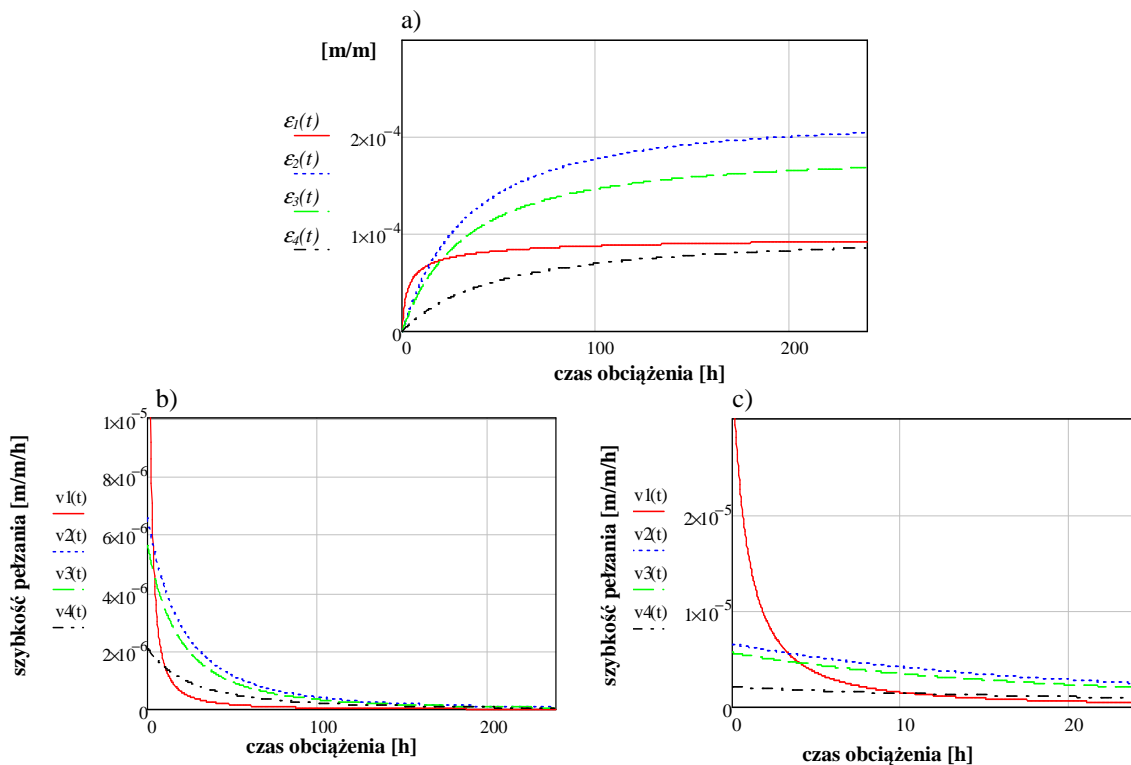
Zestawienie wyliczonych początkowych szybkości pełzania (ok. 6 minut obciążenia) zestawiono w tablicy 9.15. Z porównania szybkości pełzania betonów (BZ) i (FB) obciążonych w różnym wieku wynika, że:

- w zakresie naprężeń liniowych szybkość pełzania betonu (BZ) obciążonego w wieku 24 godzin jest większa w porównaniu z betonem (FB), natomiast w betonie obciążonym w wieku 96 – 672 godzin początkowe szybkości pełzania tych betonów są podobne,
- w zakresie wysokich wartości wyтężenia początkowa szybkość pełzania młodego fibrobetonu (FB), obciążonego w wieku 24 godzin, jest większa w porównaniu z betonem (BZ). Betony (BZ) i (FB) obciążone w późniejszym wieku charakteryzują odmienne zależności.

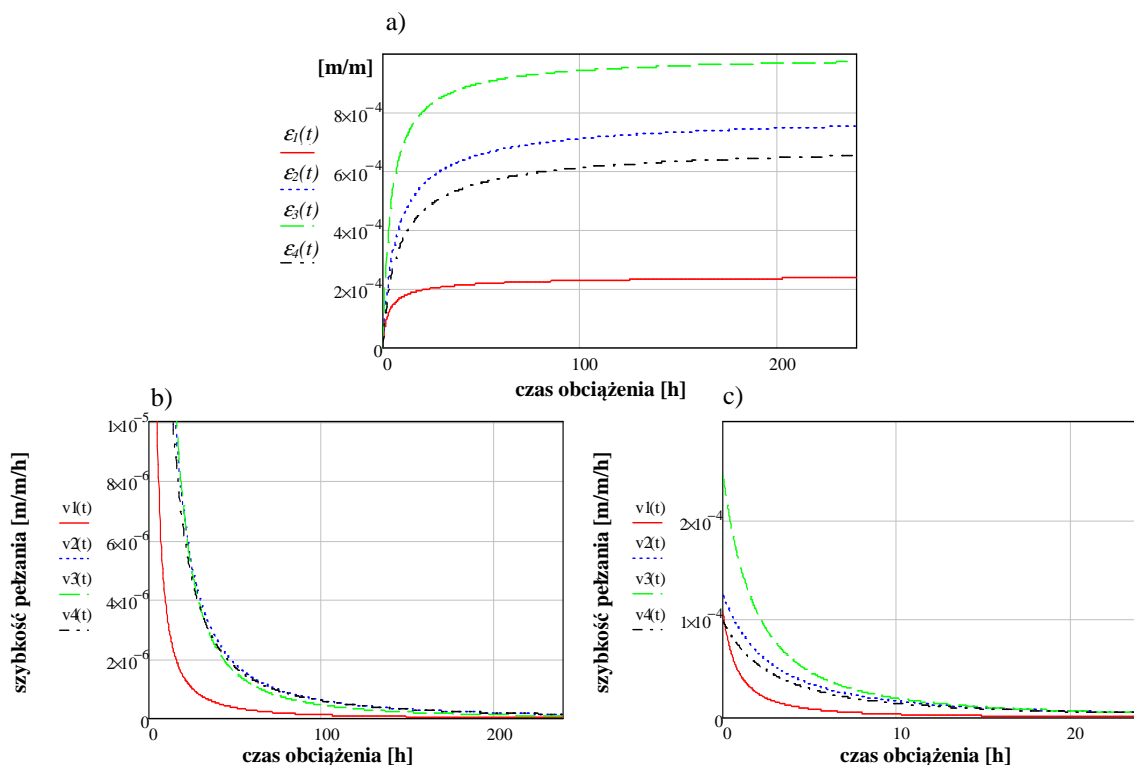
Niewątpliwie wpływ na szybkość pełzania fibrobetonu mają dodane do jego składu włókna polipropylenowe oraz stalowe. Włókna polipropylenowe o niewielkim module Young'e'a ograniczają szybkość pełzania betonu (FB). W betonie dojrzałym, obciążonym do wartości ~40% wytrzymałości doraźnej, włókna nie odgrywają istotnej roli w ograniczaniu szybkości pełzania. Odmienne zachowuje się fibrobeton obciążony do wartości ~80% wytrzymałości doraźnej. W betonie dojrzałym, w którym większą rolę odgrywa skotwienie mechaniczne włókien z matrycą, szybkość pełzania fibrobetonu jest mniejsza w porównaniu z betonem zwykłym.

Tablica 9.15 Porównanie początkowych prędkości pełzania betonów ściskanych

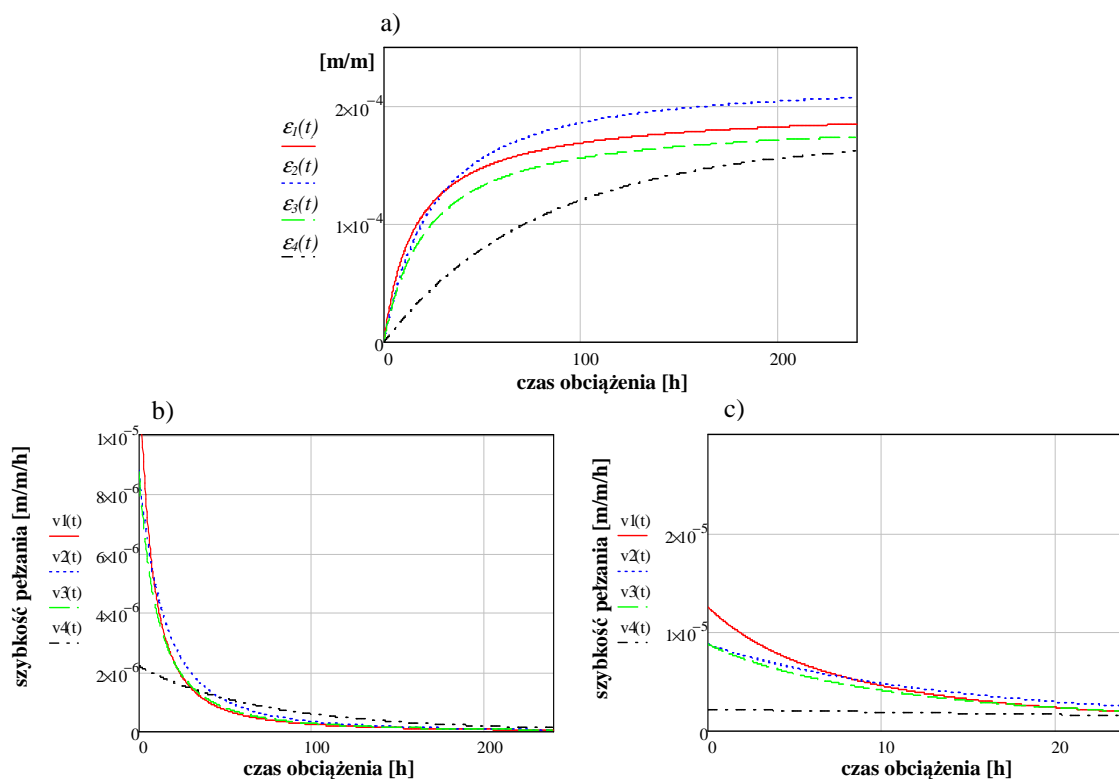
	Początkowa prędkość pełzania wyznaczona dla czasu obciążenia $t=6$ minut $\left[\frac{m/m}{h}\right]$			
	Wiek betonu w chwili obciążenia			
	24 h	96 h	168 h	672 h
Beton zwykły BZ $k_\sigma = 0,40$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$6,5 \cdot 10^{-6}$	$5,6 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-6}$
Beton zwykły BZ $k_\sigma = 0,80$	$9,6 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$
Fibrobeton $k_\sigma = 0,40$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$8,7 \cdot 10^{-6}$	$8,7 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$
Fibrobeton $k_\sigma = 0,80$	$4,1 \cdot 10^{-4}$	$9,3 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$



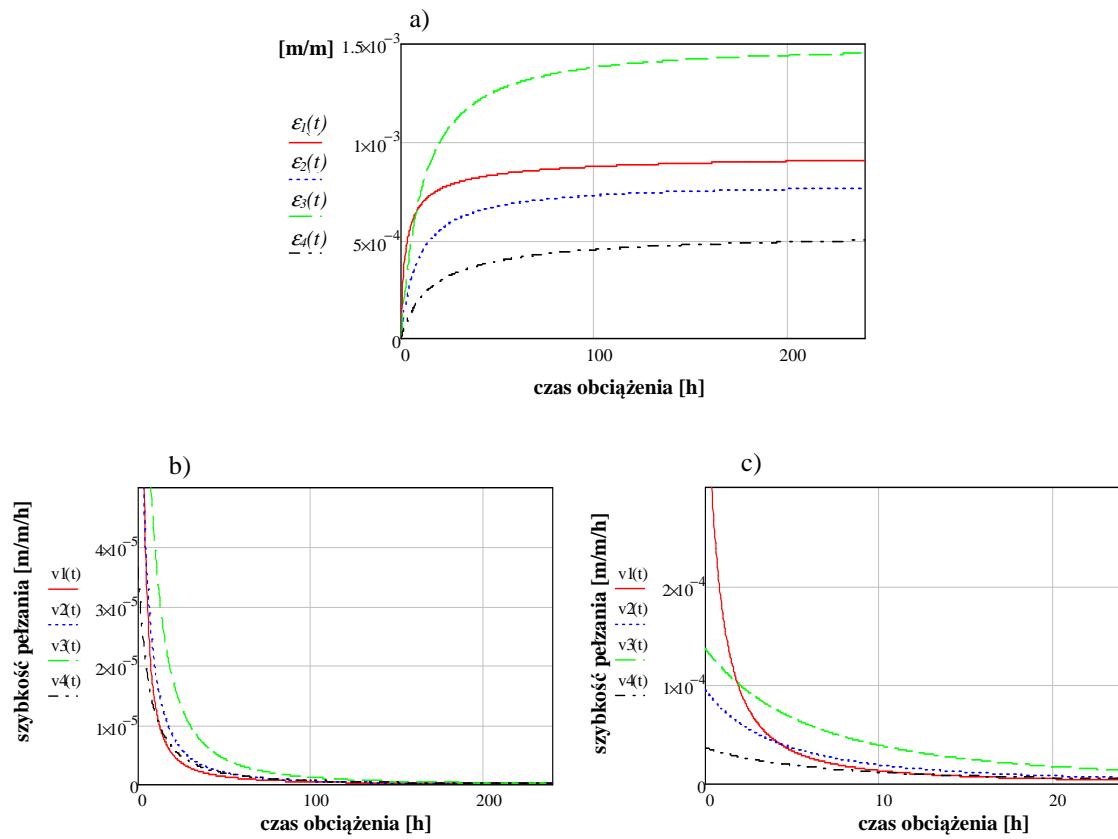
Rys. 9.16 Rozwój pełzania - $\varepsilon(t)$ ściskanego betonu zwykłego BZ obciążonego w różnym wieku do wartości $\sim 40\%$ wytrzymałości doraźnej (a), oraz szybkość pełzania - $v(t)$ dla 240 godzin obciążenia (b) i pierwszych 24 godzin obciążenia (c): $\varepsilon_1(t)$, $v_1(t)$ – 24 godziny, $\varepsilon_2(t)$, $v_2(t)$ – 96 godzin, $\varepsilon_3(t)$, $v_3(t)$ – 168 godzin, $\varepsilon_4(t)$, $v_4(t)$ – 672 godziny



Rys. 9.17 Rozwój pełzania - $\varepsilon(t)$ ściskanego betonu zwykłego BZ obciążonego w różnym wieku do wartości $\sim 80\%$ wytrzymałości doraźnej (a), oraz szybkość pełzania - $v(t)$ dla 240 godzin obciążenia (b) i pierwszych 24 godzin obciążenia (c): $\varepsilon_1(t)$, $v_1(t)$ – 24 godziny, $\varepsilon_2(t)$, $v_2(t)$ – 96 godzin, $\varepsilon_3(t)$, $v_3(t)$ – 168 godzin, $\varepsilon_4(t)$, $v_4(t)$ – 672 godziny



Rys. 9.18 Rozwój pełzania ściskanego fibrobetonu FB obciążonego w różnym wieku do wartości $\sim 40\%$ wytrzymałości doraźnej (a), oraz szybkość pełzania - $v(t)$ dla 240 godzin obciążenia (b) i pierwszych 24 godzin obciążenia (c): $\varepsilon_1(t)$, $v_1(t)$ – 24 godziny, $\varepsilon_2(t)$, $v_2(t)$ – 96 godzin, $\varepsilon_3(t)$, $v_3(t)$ – 168 godzin, $\varepsilon_4(t)$, $v_4(t)$ – 672 godziny



Rys. 9.18 Rozwój pełzania ściskanego fibrobetonu FB obciążonego w różnym wieku do wartości ~80% wytrzymałości doraźnej (a), oraz szybkość pełzania - $v(t)$ dla 240 godzin obciążenia (b) i pierwszych 24 godzin obciążenia (c): $\varepsilon_1(t)$, $v_1(t)$ – 24 godziny, $\varepsilon_2(t)$, $v_2(t)$ – 96 godzin, $\varepsilon_3(t)$, $v_3(t)$ – 168 godzin, $\varepsilon_4(t)$, $v_4(t)$ – 672 godziny

10. Wnioski

Następstwa wczesnego obciążenia młodego betonu są stosunkowo rzadko analizowane przez projektantów. Najczęściej obliczenia prowadzi się dla betonu stwardniałego, o ustabilizowanych właściwościach mechanicznych i reologicznych. Analiza następstw pełzania dotyczy przede wszystkim elementów projektowanych ze względu na stan graniczny użytkowania, gdzie decydują ugięcia elementu, bądź też przy analizie efektów drugiego rzędu w elementach mimośrodowo ściskanych.

Obciążenie betonu w młodym wieku występuje na skutek tzw. oddziaływań pośrednich, będących skutkiem zmian objętości materiału związanych ze zjawiskami termicznymi (nagrzewanie i późniejsze studzenie) i wilgotnościowymi (skurcz autogeniczny i ekologiczny). Oddziaływania pośrednie wywołują tzw. naprężenia własne i wymuszone. Pełzanie młodego betonu zmniejsza następstwa oddziaływań pośrednich, prowadząc do relaksacji naprężeń. Nie zawsze prowadzi do zmniejszenia ryzyka tworzenia się rys. Dotyczy to szczególnie konstrukcji masywnych narażonych na cykliczne zmiany temperatury twardniejącego betonu.

Badania pełzania betonów zwykłych i modyfikowanych zbrojeniem rozproszonym obciążonych w różnym wieku, przy różnej wartości i znaku naprężenia pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków:

1. Badania potwierdziły znaczący wpływ wieku betonu w chwili obciążenia na wartość jego pełzania. Wyznaczone na podstawie badań własnych współczynniki pełzania młodego betonu ściskanego są znacznie większe niż wynika to z normy Eurokod 2. Zadowalająca korelacja występuje dopiero w betonie stwardniałym. Pełzanie betonu zwykłego obciążonego w wieku 24-96 godzin do wartości ok. 40% obciążenia niszczącego było ok. 1,5 razy większe w porównaniu z ustaleniami wg normy EC2. Pełzanie młodego betonu obciążonego do wartości ok. 80% obciążenia niszczącego było 2÷3 krotnie większe w porównaniu z ustaleniami normowymi.
2. Zaobserwowano większe pełzanie młodego fibrobetonu przy ściskaniu w porównaniu z betonem zwykłym przy tych samych warunkach obciążenia. W zakresie wyężenia ok. 40% wytrzymałości doraźnej ustalone doświadczalnie

pełzanie było ok. 2÷4 krotnie większe w porównaniu z wyliczonymi na podstawie normy EC2. Przy obciążeniach wynoszących ok 80% wytrzymałości doraźnej ok. 3÷4 krotnie większe.

3. Współczynniki pełzania betonu zwykłego rozciąganego obciążonego w wieku 1-7 dni do wartości ok. 40% wytrzymałości doraźnej są od 2 (7 dni) do 5 (24 godziny) razy większe w porównaniu z wyznaczonymi z procedurą normową. W betonie rozciągany do wartości ok. 80% wytrzymałości doraźnej, obciążonym po 24 godzinach, współczynnik pełzania jest ok. 3 krotnie większy niż wyznaczony na podstawie normy.
4. Szybkość pełzania betonu ściskanego zależy od jego wieku w chwili obciążenia i od wartości obciążenia. W zakresie naprężeń ok. 40% wytrzymałości doraźnej szybkość pełzania maleje wraz z wiekiem betonu, a w betonie zwykłym obciążonym w wieku 24 godzin jest większa niż betonu z dodatkiem włókien. Przy obciążeniu w wieku 96-672 godzin szybkości pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu są porównywalne.
5. Wyniki przeprowadzonych testów rozciągania betonu zwykłego i fibrobetonu wskazują na istnienie dodatkowego skurczu, który jest generowany w materiale obciążonym. Wyznaczenie a następnie uwzględnienie wartości tego skurczu pozwoli na dokładniejsze wyznaczenie parametrów reologicznych betonu rozciąganego.
6. Potwierdzono możliwość wykorzystania zaproponowanego modelu strukturalno-mechanicznego do opisu pełzania twardniejącego betonu zwykłego i fibrobetonu obciążonego w różnym wieku, przy zmiennej wartości wyężenia, szczególnie w betonach ściskanych. Opis pełzania betonów rozciąganych wymaga dalszych studiów i badań, szczególnie w zakresie dokładnego oszacowania odkształceń skurczowych.
7. W obowiązującej normie [69], oraz w projekcie normy [85] brak jest bardziej szczegółowych zapisów uzależniających szybkość pełzania betonu od jego wieku w chwili obciążenia. Jak wykazano czas przyłożenia obciążenia ma istotny wpływ na szybkość odkształceń opóźnionych.

8. Wykazane różnice zarówno ilościowe jak i jakościowe w porównaniu pełzania betonu zwykłego i fibrobetonu wskazują na konieczność dalszych badań w tym kierunku. Coraz szersze zastosowanie betonów zbrojonych włóknami do monolitycznych konstrukcji inżynierskich stwarza konieczność opracowania wytycznych dotyczących wpływu włókien na ich właściwości reologiczne.

Bibliografia

1. JASICZAK, J.; MIKOŁAJCZAK, P. **Technologia betonu modyfikowanego domieszkami i dodatkami**. Poznań: Alma Mater, 2003.
2. PANAS, J. (Ed.). **Nowy poradnik majstra budowlanego**. Warszawa: Arkady, 2005.
3. ZYCH, T. Współczesne fibrobetony. **Architektura**, Kraków, sierpień 2010. 371-386.
4. KATZER, J. **Wpływ włókien stalowych na właściwości wybranych kompozytów cementowych**. Koszalin: Politechnika Koszalińska, 2008.
5. MAIDL, B. R. **Steel fibre reinforcement concrete**. wydanie pierwsze. ed. [S.l.]: Ernst & Sohn, 1995.
6. BŁASZCZYŃSKI, T.; PRZYBYLSKA-FAŁEK, M. Fibrobeton jako materiał konstrukcyjny. **Izolacje**, 11-12 2012. 44-51.
7. JAMROŻY, Z. **Beton ze zbrojeniem rozproszonym (co projektant konstrukcji wiedzieć powinien)**. Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji. Ustroń: [s.n.]. 2002.
8. OWSIAK, Z. **Materiały kompozytowe. Wybrane zagadnienia**. Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2006.
9. GLINICKI, M. A. Badania właściwości fi brobetonu z makrowłóknami syntetycznymi, przeznaczonego na podłogi przemysłowe. **Cement, Wapno, Beton**, abr. 2008. 184-195.
10. BRANDT, A. M. **Podstawy stosowania fibrobetonów z włóknami stalowymi**. Warszawa: PAN, 1996.
11. KATZER, J. Steel Fibers and Steel Fiber Reinforced Concrete in Civil Engineering. **The Pacific Journal of Science and Technology**, 7, n. 1, maio 2006. 53-58.
12. BRANDT, A. M. Podstawy eksperymentalne mechaniki fibrobetonów. In: PAN, I. P. P. T. **Mechanika kompozytów betonopodobnych**. Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich, 1983.

13. GEORGIADI-STEFANIDI, K. et al. Numerical modelling of the pull-out of hooked steel fibres from high-strength cementitious matrix, supplemented by experimental results. **Construction and Building Materials**, 24, n. 12, dez. 2010. 2489-2506.
14. KAMIŃSKI; BYWALSKI. **Wpływ składu betonu i fibrobetonu na ich cechy odkształcalnościowe**. Dni Betonu. [S.l.]: [s.n.]. 2008.
15. IWANIUK; KRASSOWSKA; ŁAPKO. **Materiały Budowlane**, out. 2013.
16. HAGER, I.; TRACZ, T. Wpływ wysokiej temperatury na wybrane właściwości betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien polipropylenowych. **Cement Wapno Beton**, jan. 2009. 3-10.
17. HAGER, I.; TRACZ, T. The impact of the amount and length of fibrillated polypropylene fibers on the properties of HPC exposed to high temperature. **Archives of Civil Engineering**, Warszawa, v. 1, p. 57-68, 2010.
18. KRÓL, M.; BŁASZCZYŃSKI, T. Właściwości fibrogeopolimerów. **Izolacje**, set. 2013. 43-46.
19. KRÓL, M.; BŁASZCZYŃSKI, T. Geopolimery w budownictwie. **Izolacje**, maio 2013. 43-46.
20. AITCIN, P. C. **Trwały wysokowartościowy beton - sztuka i wiedza**. Beton na progu nowego milenium. Kraków: Polski Cement. 2000.
21. CZARNECKI, L.; KURDOWSKI, W. Tendencje kształtujące przyszłość betonu. **Budownictwo-Technologie-Architektura**, 1-3 2007. 50-55.
22. GLINICKI, M. Tendencje rozwojowe technologii betonu. **Przegląd budowlany**, dez. 2007. 24-30.
23. BISSONNETTE, B.; PIGEON, M. Tensile creep at early ages of ordinary, silica fume and fiber reinforced concretes. **Cement and Concrete Research**, 25, n. 5, jun. 1995. 1075-1085.
24. DING, Y.; KUSTERLE, W. Eigenschaften von jungem Faserbeton. **Beton- und Stahlbetonbau**, 94, n. 9, 1999. 362-368.

25. KASPERKIEWICZ, J. Wytrzymałość i odkształcalność graniczna przy rozciąganiu fibrobetonu z włóknem stalowym. **Mechanika Teoretyczna i Stosowana**, Warszawa, 17, n. 1, 1979.
26. BORUCKA-LIPSKA, J.; FREIDENBERG, P.; KIERNOŻYCKI, W. **Oddziaływania pośrednie zachodzące w masywnych elementach betonowych o zróżnicowanym składzie**. 51. Konferencja naukowa Krynica 2005. Problemy naukowo badawcze budownictwa. Krynica: Komitet inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitet Nauki PZITB. 2005. p. 25-32.
27. BORUCKA-LIPSKA, J.; FREIDENBERG, P.; KIERNOŻYCKI, W. Oddziaływania pośrednie zachodzące w masywnych elementach betonowych o zróżnicowanym składzie. **Przegląd Budowlany**, mar. 2006. 26-30.
28. BORUCKA-LIPSKA, J.; FREIDENBERG, P.; KIERNOŻYCKI, W. Termiczno-skurczowe naprężenia wymuszone w masywnym betonie wysokowartościowym. **Inżynieria i Budownictwo**, maio 2003. 270-273.
29. KASPERKIEWICZ, J. **Mechanika kompozytów betonopodobnych**. [S.l.]: [s.n.].
30. BURAKIEWICZ, A. Zagadnienie przyczepności włókien stalowych do matrycy betonowej. **Zeszyty Problematyki Techniki Mostów**, Kielce, 4, 1974.
31. ZOLLO, R. F. Fiber-reinforced Concrete: an Overview after 30 Years of Development. **Cement & Concrete Composites**, 19, 1997. 107-122.
32. JAMROŻY, Z. **Drutobeton**: skrypt dla studentów Wyższych Szkół Technicznych. Kraków: Wydaw. Politechniki Krakowskiej im. Tadeusza Kościuszki, 1985.
33. JASICZAK, J.; WDOWSKA, A.; RUDNICKI, T. **Betony ultrawysokowartościowe. Właściwości, technologie, zastosowania**. Kraków: Polski Cement, 2008.
34. KAWASHIMA, S.; SHAH, S. P. Early-age autogenous and drying shrinkage behavior of cellulose fiber-reinforced cementitious materials. **Cement and Concrete Composites**, fev. 2011. 201-208.
35. GLINICKI, M. A. **Beton ze zbrojeniem strukturalnym**. Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji. Szczyrk: [s.n.]. 2010. p. 279-308.

36. SIKORSKI, C. **Poprawa właściwości fibrobetonu z włóknem stalowym przez linearyzację magnetyczną.** Mechanika kompozytów betonopodobnych. Warszawa: Ossolineum. 1982.
37. BRANDT, A. M. Uwagi o przyczepności matrycy cementowej do włókien stalowych w fibrobetonach. **Archiwum Inżynierii Lądowej**, v. 30, n. 2-3, 1984.
38. BURAKIEWICZ, A. **Przyczepność włókien do matrycy w kompozytach fibrobetonowych.** Warszawa: [s.n.], 1979.
39. PAKRAVAN, H. R. et al. Evaluation of adhesion in polymeric fibre reinforced cementitious composites. **International Journal of Adhesion & Adhesives**, v. 32, p. 53-60, 2012.
40. ROSSI, P. Influence of fibre geometry and matrix maturity on the mechanical performance of ultra high-performance cement-based composites. **Cement & Concrete Composites**, 37, 2013. 246-248.
41. WÓJCICKI, A. **Efektywność mikrobrojenia stalowego zakończonego odgięciem typu "Z" w betonie rozciągany.** Problemy Naukowo Badawcze Budownictwa. Krynica: 55 Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZiTb. 2009. p. 281-288.
42. BOSHOFF, V. P.; VAN ZIJL, G. P. A. G. Time-dependent response of ECC: Characterisation of creep and rate dependence. **Cement & Concrete Research**, 37, maio 2007. 725-734.
43. BOSHOFF, W. P.; MECHTCHERINE, V.; VAN ZIJL, G. P. A. G. Characterising the time-dependant behaviour on the single fibre level of SHCC: Part 2: The rate effects on fibre pull-out tests. **Cement & Concrete Research**, 39, set. 2009. 787-797.
44. NEVILLE, A. M. **Właściwości betonu.** wyd. 5. ed. Kraków: Polski Cement, 2012.
45. KIERNOŻYCKI, W. **Betonowe konstrukcje masywne. Teoria, wymiarowanie, realizacja.** 1. ed. Kraków: Polski Cement, 2003.
46. FREIDENBERG, P. **Pełzanie i relaksacja młodego betonu rozciąganego - rozprawa doktorska.** Szczecin: Politechnika Szczecińska, Wydział Budownictwa i Architektury, 1999.

47. NASSER, K. W.; NEVILLE, A. M. Creep of concrete at temperatures above normal. **Nuclear Engineering Design**, 4, maio 1966. 90-96.
48. NASSER, K. W.; NEVILLE, A. M. Creep of concrete at elevated temperatures. **Journal of American Concrete Institut**, v. 62, p. 1567-1579, 1965.
49. HOP, T. **Betony polimerowe**. Warszawa: Arkady, 1976.
50. MITZEL, A. **Reologia betonu**. Warszawa: Arkady, 1972.
51. DAVIES, R. E.; DAVIES, H. E. Flow of concrete under the action of sustained loads. **Journal of American Concrete Institut**, n. 27, p. 837-901, 1931.
52. GLANVILLE, W. H. Creep of concrete under load. **The structural engineer**, v. 2, n. 11, p. 54-73, 1933.
53. DUTRON, R. Deformation lentes du beton et du beton arme sous l'action de charge permanentes. **Annales de travaux Publics de Belgique**, v. 2, n. 37, 1936.
54. ALEKSANDROVSKI, S. V. **Raścét betonnykh i żelazobetonnykh konstrukcij na temperaturnyye i vlaźnostnyye vozdejstviya (s ućetom polzućesti)**. Moskwa: Strojizdat, 1966.
55. WITTMANN, F. H. Grundlagen eines Modells zur Beschreibung charakteristischer Eigenschaften des Betons. **Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton**, Berlin, n. 290, 1977.
56. REINHARDT, T. W.; HILSDORF, H. K. Beton. **Beton Kalender**, Berlin, v. Brand 1, 2001.
57. KIERNOŻYCKI, W. **Termiczne naprężenia wymuszone w betonowych budowłach masywnych z uwzględnieniem zjawisk reologicznych**. Szczecin: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 1992.
58. TORROJA, E.; PAEZ, A. Set concrete and reinforced concrete. In: REINER, M. **Building materials. Their Elasticity and plasticity**. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1954. Cap. 8, p. 290-360.
59. TAO, Z.; WEIZU, Q. Tensile creep due to restraining stresses in high-strength concrete at early ages. **Cement and Concrete Research**, 2006. 584-591.

60. LAM, L.; WONG, Y. L.; POON, C. S. Effect of fly ash and silica fume on compressive and fracture behaviors of concrete. **Cement & Concrete Research**, 28, n. 2, fev. 1998. 271-283.
61. WANG, Y. F.; SHUO MA, Y.; ZHOU, L. Creep of FRP-wrapped concrete columns with or without fly ash under axial load. **Construction & Building Materials**, 25, n. 2, fev. 2011. 697-704.
62. SIDDIQUE, R. Utilization of silica fume in concrete: Review of hardened properties. **Resources, Conservation and Recycling**, 55, jul. 2011. 923-932.
63. MAZLOOM, M.; RAMEZANIANPOUR, A. A.; BROOKS, J. J. Effect of silica fume on mechanical properties of high-strength concrete. **Cement & Concrete Composites**, 26, 2004. 347-357.
64. WIEGRINK, K.; MARIKUNTE, S.; SHAH, S. P. Shrinkage Cracking of High Strength Concrete. **NSF Center for Science and Technology of Advanced Cement-Based Materials**, 31, 1995.
65. VU, M. H.; SULEM, J.; LAUDET, J. B. Effect of the curing temperature on the creep of a hardened cement paste. **Cement and Concrete Research**, 42, n. 9, set. 2012. 1233-1241.
66. FAHMI, H. M.; POLIVKA, M.; BRESLER, B. Effects of sustained and cyclic elevated temperature on creep of concrete. **Cement & Concrete Research**, 2, n. 5, set. 1972. 591-606.
67. TZIOLOSANI, Z. N.; KVITSARIDZE, O. I. **On nature of interrelation between the character of long-term deformations of plain and prestressed reinforced concrete and the temperature - humidity regins of the medium**. New York: FIP USSR member group. 1974.
68. BAZANT, Z. P.; HUBLER, M. H. Theory of cyclic creep of concrete based on Paris law for fatigue growth of subcritical microcracks. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 63, fev. 2014. 187-200.
69. PN-EN 1992-1:2008 wraz z poprawką NA:2010 Eurokod 2 -- Projektowanie konstrukcji z betonu -- Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. Warszawa: polski Komitet Normalizacyjny, 2010.

70. MULLER, H. S.; KVITSEL, V. Kriechen und Schwinden von Beton. Grundlagen der neuen DIN 1045 und Ansätze für die Praxis. **Beton- und Stahlbetonbau**, 97, jan. 2002. 8-19.
71. ØSTERGAARD, L. et al. Tensile basic creep of early-age concrete under constant load. **Cement & Concrete Research**, 31, 2001. 1895-1899.
72. HILAIRE, A. et al. Modeling basic creep in concrete at early-age under compressive and tensile loading, v. 269, p. 222-230, 2014.
73. BRIFFAUT, M. et al. Concrete early age basic creep: Experiments and test of rheological modelling approaches. **Construction and Building Materials**, 36, 2012. 373-380.
74. BAZANT, Z. P. et al. Microprestress - solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effect. **Journal of Engineering Mechanics**, nov. 1997. 1188-1194.
75. BAZANT, Z. P. et al. Microprestress - solidification theory for concrete creep. II: Algorithm and verification, p. 1195-1201, nov. 1997.
76. BISSONNETTE, B.; PIGEON, M.; VAYSBURD, A. M. Tensile Creep of Concrete: Study of Its Sensitivity to Basic Parameters. **ACI Materials Journal**, 104-M40, 7-8 2007. 360-368.
77. BORUCKA, J. **Oddziaływania pośrednie betonu zwykłego i wysokowartościowego w elementach masywnych - rozprawa doktorska.** Szczecin: Politechnika Szczecińska, 2005.
78. ROUSE, J. M.; BILLINGTON, L. Creep and Shrinkage of High-Performance Fiber_reinforced Cementitious Composites. **ACI Materials Journal**, 104-M15, 3-4 2007. 129-136.
79. KAMIŃSKI, M.; BYWALSKI, C. **Badanie cech reologicznych zginanych elementów żelbetowych modyfikowanych włóknami stalowymi.** Dni Betonu. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 1-11.
80. BŁASZCZYŃSKI, T. et al. **Ocena procesu niszczenia fibrobetonu metodą emisji akustycznej.** Badania nieniszczące w diagnostyce technicznej. 37 Krajowa Konferencja badań Nieniszczących. [S.l.]: [s.n.]. 2008. p. 62-64.

81. SZYDŁOWSKI, R. **Zastosowanie stalowych cięgien bez przyczepności przeciw powstawaniu rys w młodym betonie - praca doktorska.** Kraków: Politechnika Krakowska, 2009.
82. BAZANT, Z. P.; HUET, C. Thermodynamic functions for ageing viscoelasticity] integral form without internal variables. **International Journal of Solids and Structures**, 36, 1999.
83. BAZANT, Z. P. Viscoelasticity of solidifying porous material—concrete. **The journal of engineering mechanics division**, 1977. 725-728. ASCE, 103, 1049-10067.
84. BAZANT, Z. P. Prediction of concrete creep and shrinkage: past, present and future. **Nuclear Engineering and Design**, 203, 2001. 27-38.
85. WALRAVEN JOOST, R. **Pre-norma Konstrukcji Betonowych fib Model Code 2010.** fib CEB-FIP Polish Group. Kraków. 2014. (Tom 1).
86. BAZANT, Z. P.; KIM, S. S. Can the creep curves for different loading ages diverge? **Cement & Concrete Research**, v. 8, p. 601-612, 1978.
87. BAZANT, Z. P.; KIM, S. S. Nonlinear creep of concrete - adaptation and flow. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, p. 429-446, jun. 1979.
88. BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of Structures. Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories.** London: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010.
89. WHITNEY, G. S. Plain and reinforced concrete arches. **ACI Journal**, v. 28, n. 7, p. 479-519, 1932.
90. DISCHINGER, F. Untersuchungen uber die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücke. **der Bauingenieur**, Berlin, n. 18, p. 487-520. 539-552, 595-621, 1937.
91. BAZANT, Z. P.; XI, Y.; BAWEJA, S. **Continuous retardation spectrum for solidification theory of aging creep of concrete.** Engineering Mechanics. Proc. of 10th Conference ASCE. [S.l.]: [s.n.]. 1995. p. 970-973.

92. CAROL, I.; BAZANT, Z. P. Viscoelasticity with aging caused by solidification of nonaging constituent. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 119, p. 2252-2269, nov. 1993.
93. BAZANT, Z. P.; BAWEJA, S. **Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3**. As submitted for: Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage—Structural Design Effects. [S.l.]: ACI SP-194, A.Al-Manaseer ,ed., Am. Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan. 2000. p. 1-83.
94. LARSON, M.; JONASSON, J. Linear Logarithmic Model for Concrete Creep I. Formulation and Evaluation. **Journal of Advanced Concrete Technology**, 1, n. 2, jun. 2003. 172-187.
95. LARSON, M.; JONASSON, J. Linear logarithmic model for concrete creep. II Prediction formulas for description of creep behaviour. **Journal of Advanced Concrete Technology**, 1, n. 2, jun. 2003. 188-200.
96. NILSSON, M. **Restraints Factor and Partial Coefficients for Crack Risk Analyses of Early Ages Concrete Structures - Doctoral Thesis**. Lulea: Lulea University of Tehnology, 2003.
97. ACI 209R-92 z poprawką 1997. Farmington Hills: American Concrete Institute, 1997.
98. ACI Committee 209.2R-08 - Guide for Modeling and Calculating Shrinkage. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2008.
99. WESTMAN, G. **Concrete Creep and Thermal Stresses: New Creep Models and Their Effects on Stress Development - Doctoral Thesis**. Lulea: Lulea University of Technology, 1999.
100. FJELLSTRÖM, P. **Measurement and Modelling of Young Concrete Properties - Licentiate Thesis**. [S.l.]: Luleå University of Technology, 2013.
101. BOUMIZ, A.; VERNET, C.; TENOUDJIF, F. C. Mechanical Properties of Cement Pastes and Mortars at Early Ages. Evolution with Time and Degree of Hydration. **Advnced Cement Based Matter**, mar. 1996. 94-106.
102. DE SCHUTTER, G. Degree of hydration based Kelvin model for the basic creep of early age concrete. **Materials and Structures**, 32, maio 1999. 260-265.

103. PFEFFERLE, R. Das Kriechen des Betons, eine kritisch gedampfte Schwingung. **Beton- und Stahlbetonbau**, dez. 1979. 296-301.
104. CANER, F. C.; BAZANT, Z. P.; WENDNER, R. Microplane model M7f for fiber reinforced concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, 105, jun. 2013. 41-57.
105. CANER, F. C.; BAZANT, Z. P. Microplane Model M7 for Plain Concrete. I: Formulation. **JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS**, dez. 2013. 1714-1723.
106. CANER, F. C.; BAZANT, Z. P. Microplane Model M7 for Plain Concrete. II: Calibration and Verification. **JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS**, dez. 2013. 1724-1735.
107. CANER, F. C.; BAZANT, Z. P. Impact comminution of solids due to local kinetic energy of high shear strain rate: II—Microplane model and verification. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 64, 2014. 236-248.
108. ZHANG, J. Modelling of the influence of fibers on creep of fiber reinforced cementitious composite. **Composites Science nad Technology**, n. 63, p. 1877-1884, 2003.
109. ROMUALDI, J. P.; MANDEL, J. A. Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed and closely spaced short lengths of wire reinforcement. **ACI Journal, Proceedings**, 61, jun. 1964. 657-671.
110. JAMROŻY, Z. **Beton i jego technologie**. 3. ed. Warszawa: PWN, 2008.
111. TROST, H. Spannungs-Dehnungs-Gesetz eines viskoelastischen Festkörpers wie Beton und Foigerungen für Stabtragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. **Beton - Herstellung und Vorwendung**, v. 16, n. 6, p. 233-248, 1966.
112. TROST, H. Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 10, 11, p. 230-238, 261-269, 1967.
113. BOBROWICZ, D. **Probabilistyka w zastosowaniach technicznych**. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo Techniczne, 1986.

ZAŁĄCZNIKI

Załączniki wraz z treścią rozprawy zamieszczono na płycie dvd w formie plików w formacie PDF.

Załącznik 1 - Wyniki pomiarów pełzania betonów ściskanych

Nazwy plików:

Zal.1.1.pdf – wyniki pomiarów pełzania ściskanego betonu zwykłego – wyężenie 40%,

Zal.1.2.pdf – wyniki pomiarów pełzania ściskanego fibrobetonu – wyężenie 40%

Zal.1.3.pdf – wyniki pomiarów pełzania ściskanego betonu zwykłego – wyężenie 80%,

Zal.1.4.pdf – wyniki pomiarów pełzania ściskanego fibrobetonu – wyężenie 80%

Załącznik 2 - Wyniki pomiarów pełzania betonów rozciąganych

Nazwy plików:

Zal.2.1.pdf – wyniki pomiarów pełzania rozciąganego betonu zwykłego – wyężenie 40%,

Zal.2.2.pdf – wyniki pomiarów pełzania rozciąganego fibrobetonu – wyężenie 40%

Zal.2.3.pdf – wyniki pomiarów pełzania rozciąganego betonu zwykłego – wyężenie 80%,

Zal.2.4.pdf – wyniki pomiarów pełzania rozciąganego fibrobetonu – wyężenie 80%

Zal.2.1.1.pdf, zal.2.2.1.pdf, Zal.2.3.1.pdf, Zal.2.4.1.pdf – zmiana temperatury i wartości siły w czasie prowadzenia badań betonów rozciąganych

Załącznik 3 - Parametry statystyczne dopasowania funkcji pełzania do danych doświadczalnych

Zal.3.1.pdf – opracowanie statystyczne badanych betonów ściskanych

Zal.3.2.pdf – opracowanie statystyczne badanych betonów rozciąganych